This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at http://books.google.com/

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.
+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.
+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.
+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

WIDENER LIBRARY
HX GSTL F

Sci1085.70

Bd. May, 1888.

BOUGHT WITH THE INCOME
FROM THE BEQUEST OF
PROF. JOHN FARRAR, LL.D.,
AND HIS WIDOW,
ELIZA FARRAR,
FOR
"BOOKS IN THE DEPARTMENT OF
MATHEMATICS, ASTRONOMY, AND
NATURAL PHILOSOPHY"

2 March, 1887 -
7 Feb. 1888.

SCIENCE CENTER LIBRARY

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

41-1-2

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

XXIII. Band. 1. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 1. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 12).

Jahrgang 1887 Nr. 1 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** **Ueber Dynamomaschinen.** Von J. Hopkinson, M. A. D. Sc. F. R. S. und H. Hopkinson, M. A. D. Sc. — **Bollmann's neue Dynamomaschine.** Von Oscar Dittmar, Ingenieur für Elektrotechnik. — **Zur Constructionstheorie der dynamoelektrischen Maschine.** Nach einem Vortrage, gehalten im elektrotechnischen Verein an der kgl. technischen Hochschule zu Aachen am 20. Oct. 1886, von Wilhelm Lahmeyer. — **Oekonomiegrad und Wirkungsgrad dynamoelektrischer Maschinen.** Von Richard Schorch (Fortsetzung). — **Einfachstes Spiegelgalvanometer (Taschen-Spiegelgalvanometer).** — Construirt von Dr. M. Th. Edelmann in München. — **Literatur.** Dr. C. Baur, Die Entwickelung der Fernsprechkunst. — D. V. Wietlisbach, Die Technik des Fernsprechwesens. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Elektrische Beleuchtung in Bayreuth. — Elektrische Beleuchtung in Frankfurt a. M. — Elektrische Beleuchtung in Wiesbaden. — Elektrische Beleuchtung in Holland. — **Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

Das Mechanische Atelier

von F. MILLER in Innsbruck

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.

Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajous, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (2/1)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

Ueber die Bahn eines freien Theilchens auf einer sich gleichmässig drehenden Scheibe.

Von

F. Roth.

(Fortsetzung.[1])

II.

Die ebene Trägheitsbahn bei Berücksichtigung der Reibung.

Vorwort.

In dem vorhergehenden Abschnitte hatten wir uns mit der krummen Linie beschäftigt, die ein freies Theilchen in Beziehung zu einer sich gleichmässig drehenden Ebene beschreibt, wenn es ohne Widerstand nur seiner Trägheit folgend über dieselbe hingleitet. Wir fanden als Lösung eine krumme Linie, welche durch das Abrollen eines Lineals an einer Rolle dargestellt werden kann, wenn man in dem ersteren aus den Bedingungen der Aufgabe die Stelle bestimmt, wo der schreibende Stift angebracht werden muss. Für den Fall, dass der gegebene Körper im Anfange der Zeit auf der umschwingenden Scheibe still steht, verwandelt sich die Bahn in die gewöhnliche Kreisevolvente.

Nach Vollendung des Druckes des ersten Abschnittes erfahre ich von Ingenieuren, die von dem Inhalte desselben Einsicht genommen haben, dass der von mir auf S. 360 angegebene Curvenzirkel schon lange in der Technik bekannt ist und bereits eine sorgfältigere Ausführung erfahren hat, als ich sie in meinem Entwurfe vorgeschlagen habe. Nach den Mittheilungen, die mir Herr Prof. F. Reuleaux in Berlin auf meine Anfrage in der liebenswürdigsten Weise hat zukommen lassen, kann der Gebrauch dieses Zirkels bis auf 1840 zurückgeführt werden. Doch habe derselbe, auch in der 1862 von Meyer verbesserten Form, für praktische Zwecke keinen wesentlichen Nutzen, weil grosse Evolventenbogen selten gebraucht werden. Für die in Rede stehende Curve gebraucht Herr Prof. Reuleaux den Ausdruck

1) Vergl. Rep. d. Phys. Bd. 22 S. 354.

„gemeine, verkürzte und verlängerte Evolvente". Er schlägt vor, diejenige die verlängerte zu nennen, bei welcher der beschreibende Punkt in der Anfangslage durch Verlängerung des Grundhalbmessers zu erreichen ist. Ueberhaupt fasst er die allgemeine Evolvente als Epicykloide auf, bei welcher der Halbmesser des rollenden Kreises unendlich gross ist.

Wie mir von andrer Seite gesagt wird, ist noch eine andere Darstellungsweise der allgemeinen Evolvente sehr bekannt, bei der man diese Curve durch annähernde Zeichnung als Einhüllende aus den Bögen nahe an einander liegender Krümmungskreise entstehen lässt.

Dass ich diese Thatsachen nicht schon früher erfahren habe, muss ich insofern bedauern, als ich nun Kraft auf das Nachdenken über Gegenstände verwandt habe, die von anderen schon ausführlich behandelt worden sind. Meine auf S. 357 über den Werth der Trägheitsbahnen gemachte Bemerkung, die ich in dem Glauben niederschrieb, dass ich für die Technik wirklich etwas Neues liefern würde, muss nun durch das oben Mitgetheilte berichtigt und ergänzt werden. Im Uebrigen aber würde es voreilig sein, jetzt den Inhalt des ersten Theiles dieser meiner Abhandlung für werthlos oder überflüssig zu erklären. Abgesehen davon, dass die von mir versuchte geometrische und analytische Darlegung einiger der wichtigsten Eigenschaften der Bahn wenigstens in der Auffassungsweise neu ist, darf ich wohl auf folgenden Umstand aufmerksam machen:

Die betreffenden Untersuchungen der Maschinengetriebelehre gehen von einem Stirnrad und einer in dasselbe eingreifenden gezahnten Stange aus. Hierbei ist durch die Berührung von Rad und Stange von vorn herein die Stelle des ersteren gegeben, wo die geradlinige Bewegung in Richtung und Geschwindigkeit mit der Drehbewegung übereinstimmt. In dem Aufsuchen dieser Stelle aber liegt der eigentliche Schwerpunkt der Erfindung jeder Art der Zeichnung des fraglichen Curvenzuges, und es bot diese Erfindung daher dem Maschinenbauer keine besondere Schwierigkeit.

Anders dagegen liegt die Sache bei der Darstellung der Trägheitsbahnen, wie sie zur Erklärung mancher Erscheinungen in der Physik der Erde gebraucht worden sind. Hier haben wir ein freies Theilchen, das, durch einen einmaligen Anstoss fortgetrieben, mit gleichförmiger Geschwindigkeit geradlinig über eine sich drehende Ebene gleitet, ohne irgend welchen Zusammenhang mit dieser. Nun mag man alles nachsehen, was früher über diesen Gegenstand geschrieben worden ist; man wird sich überzeugen, dass Niemand vor mir auf den Gedanken gekommen ist, mit dem geradlinig fortschreitenden Theilchen eine Ebene sich fest verbunden zu denken und in ihr die Stelle zu suchen, wo die Geschwindigkeit der geradlinigen Bewegung in Richtung sowohl als Grösse mit der Schnelligkeit der darunter vorbeigehenden Punkte der umschwingenden Scheibe übereinstimmt. Dieser Gedanke aber schien mir von solcher Bedeutung, dass ich mich hauptsächlich um deswillen entschloss, über die von mir schon zweimal behandelte einfache Trägheitscurve noch einmal zu schreiben. Und in der That bringt er gerade für den, welchem die einschlägigen Arbeiten der Maschinenbaukunde bekannt sind, die vollständige Lösung der Aufgabe, indem er eine Brücke von der Physik der Erde zur Maschinengetriebelehre hinüberbaut und eine Frage, die ursprünglich zum Verständnis gewisser Vorgänge in der Natur gestellt wurde, auf ein Gebiet hinüberspielt, wo dieselbe schon lange beantwortet und in erschöpfender Weise von hervorragenden Mathematikern besprochen worden ist.

Ganz anders gestaltet sich die Sache, wenn man den Reibungswiderstand mit in Rechnung bringt, welchen die sich drehende Unterlage dem bewegten Körper entgegensetzt. Wie immer bei mathematischer Behandlung physikalischer Aufgaben, so ist auch hier die Lösung nur möglich bei Zulassung gewisser willkürlicher Beschränkungen. So wollen wir jetzt annehmen, dass die Reibung im geraden Verhältnis der relativen Geschwindigkeit wirke. Es ist dies eine Voraussetzung, von der die Physiker bei ähnlichen Aufgaben vielfach Gebrauch machen.

Der von uns im vorigen Abschnitt zur Auffindung der einfachen Trägheitsbahn eingeschlagene Weg, der nur auf die Grundbegriffe der räumlichen Anschauung gegründet war, muss jetzt verlassen werden, weil die Reibung von dem Unterschiede der Geschwindigkeit des bewegten Körpers und der sich drehenden Ebene abhängt. Bezöge man nun, wie wir dort es gethan, die Bewegung auf ruhende Coordinaten, so müsste die Kraft der Reibung als ein in der Drehungsrichtung wirkender Stoss aufgefasst werden. Dadurch aber wird die Sache so verwickelt, dass an eine Lösung ohne die Hilfsmittel der Differentialrechnung nicht gedacht werden kann.

Meine frühere, in Abschn. I S. 358 erwähnte Ableitung der hier in Frage kommenden Bedingungsgleichungen stützt sich auf den Forderungssatz, dass die Beschleunigungscomponenden durch die Coordinaten und deren Derivirte für ein bewegliches Axensystem ebenso ausgedrückt werden müssten wie für ein stillstehendes. Ich hatte diese Beweisart an andrer Stelle das abgekürzte Coriolis'sche Verfahren genannt, weil die betreffende Darstellung dieses Mathematikers, wenigstens soweit es sich um die Ebene handelt, mir auf dasselbe hinauszukommen schien, obgleich jener Satz darin nicht besonders ausgesprochen wird. In dem Nachfolgenden gebe ich dagegen eine andere Entwickelung, der früheren ähnlich, bei der aber weiter nichts vorausgesetzt wird, als das Verständnis für einige höchst einfache analytische Umformungen, der also jeder folgen kann, auch wenn ihm die Formeln der relativen Bewegung nicht gegenwärtig sind.

A. Aufstellung der bedingenden Differentialgleichungen.

Der Anfangspunkt der Coordinaten sei der Drehungsmittelpunkt, der Abstand von ihm r und der Winkel zwischen r und einer festen Richtung Θ, links herum gezählt. P sei die Summe der auf die Masseneinheit wirkenden absoluten Kräfte, d. h. derjenigen, welche bleiben, auch wenn man die Bewegung auf ruhende Axen bezieht. Man hat dann bekanntlich für die Seitenbeschleunigungen längs r und in einer im Curvenpunkte dazu senkrechten Richtung q:

$$\mathrm{P}\cos(P,r) = \frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\Theta}{dt}\right)^2,$$

$$\mathrm{P}\cos(P,q) = r\frac{d^2\Theta}{dt} + 2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\Theta}{dt}.$$

Nun werde die Lage der mit der umschwingenden Scheibe verbundenen rechtwinkeligen Coordinaten so gewählt, dass y links liegt von denjenigen, der den wachsenden x nachsieht. Bedeutet nun ϑ den Winkel zwischen r und der x-Axe, und soll die Beziehung gelten

$$x = r\cos\vartheta,\quad y = r\sin\vartheta,$$

so muss ϑ in der Weise wachsen, dass die Linksdrehung die positive ist. Behält nun w seine frühere Bedeutung, so ist

$$\frac{d\Theta}{dt} = w + \frac{d\vartheta}{dt}.$$

Durch Einsetzung dieses Werthes in die obigen Gleichungen bekommt man leicht

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right)^2 = \mathrm{P}\cos(P,r) + 2wr\cdot\frac{d\vartheta}{dt} + rw^2, \tag{6}$$

$$r\frac{d^2\vartheta}{dt^2} + 2\frac{dr}{dt}\cdot\frac{d\vartheta}{dt} = \mathrm{P}\cos(P,q) - 2w\frac{dr}{dt}. \tag{7}$$

Erweitert man die obere dieser Formeln mit $\cos(r,x)$, die untere mit $\cos(q,x)$. setzt aber auf der linken Seite des Gleichheitszeichens und bei rw^2 dafür $\cos\vartheta$, bezw. $\cos\overline{90^0+\vartheta}$ (d. i. $-\sin\vartheta$), und zählt zusammen, so erhält man links $\frac{d^2(r\cos\vartheta)}{dt^2}$, und rechts aus den ersten Gliedern:

$$\mathrm{P}\cos(P,r)\cdot\cos(x,r) + \mathrm{P}\cos(P,q)\cdot\cos(x,q) = \mathrm{P}\cos(P,x).$$

Durch eine kleine Hülfsfigur überzeugt man sich leicht, dass

$$\text{Winkel } (x,r) = (y,q), \text{ Winkel } (x,q) = 180^\circ - (y,r),$$

und dass mithin

$$\cos(x,r) = \cos(y,q), \ \cos(x,q) = -\cos(y,r).$$

Die Benutzung dieser Beziehungen gibt uns aus den zweiten Gliedern rechts als Coefficienten von $2w$, $v \cdot \cos(v,q)$ für $r\frac{d\vartheta}{dt}$, $v \cdot \cos(v,r)$ für $\frac{dr}{dt}$ geschrieben:

$$v \cdot \cos(v,q) \cdot \cos(y,q) + v \cos(v,r) \cdot \cos(y,r) = v \cdot \cos(v,y);$$

zusammen also

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \mathrm{P}\cos(P,x) + 2w\frac{dy}{dt} + w^2 \cdot x. \tag{8}$$

Multiplicirt man dagegen Gl. 6 mit $\cos(r,y)$ und Gl. 7 mit $\cos(q,y)$, so bekommt man auf der linken Seite nach Vertauschung der Multiplicatoren mit $\sin\vartheta$, bezw. $\cos\vartheta$

$$\frac{d^2(r \cdot \sin\vartheta)}{dt^2}.$$

Das erste Glied rechts muss, der Gleichung für x entsprechend, $\mathrm{P}\cos(P,y)$ werden; bei dem zweiten erhalten wir nach Einführung der passenden Winkel als Factor von $2w$

$$v \cdot \cos(v,q) \cdot -\cos(x,q) - v \cdot \cos(v,r) \cdot \cos(x,r) = -v \cdot \cos(v,x).$$

So ergibt sich zweitens

$$\frac{d^2y}{dt^2} = P \cdot \cos(P,y) - 2w\frac{dx}{dt} + w^2 y. \tag{9}$$

Der Reibungswiderstand, der nach den Bedingungen der Aufgabe im geraden Verhältnis der Geschwindigkeit stehen soll, werde vorgestellt durch $-av$. Seine Projectionen auf die x- und y-Axe sind dann $-av\cos(v,x)$ oder $-a\frac{dx}{dt}$ und $av\cos(v,y)$, d. i. $-a\frac{dy}{dt}$. Nun sollen nach unserer Voraussetzung keine eigentlichen treibenden Kräfte vorhanden sein; und es soll ein stillstehender Körper dann, wenn auch die Reibung fehlt, im absoluten Raume — nicht auf der bewegten Scheibe — an seiner Stelle beharren. Demnach müssen wir von denjenigen Kräften, welche bleiben, wenn man die Bahn auf ruhende Coordinatenaxen bezieht, hier also von P, alle die Theile, welche die Reibung nicht ausdrücken, null werden lassen. Somit gestalten sich Gl. 8 und 9 zu den Bedingungsgleichungen:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = 2w\frac{dy}{dt} - a\frac{dx}{dt} + w^2x, \tag{10}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -2w\frac{dx}{dt} - a\frac{dy}{dt} + w^2y. \tag{11}$$

B. Integration.

Bezeichnen wir zur Abkürzung die Ableitungen nach t durch Strichelung, so haben wir aus Gl. 10

$$y' = \frac{x'' + ax' - w^2 x}{2w}$$

und durch Differentiation

$$y'' = \frac{x''' + ax'' - w^2 x'}{2w},$$

y''' entsprechend durch die nächst höheren Differentialquotienten ausgedrückt.

Durch Ableitung nach t wird Gl. 11 zu

$$y''' + 2wx'' + ay'' - w^2 y' = 0,$$

eine Gleichung, die nach Einsetzung der eben gefundenen Werthe von y', y'' und y''' und nach Wegschaffung des Nenners $2w$ die Form annimmt:

$$x'''' + 2ax''' + (a^2 + 2w^2)x'' - 2aw^2 x' + w^4 x = 0. \qquad (12$$

Auf ähnliche Weise findet sich aus Gl. 11:

$$x' = \frac{-y'' - ay' + w^2 y}{2w}, \quad x'' = \frac{-y''' - ay'' + w^2 y'}{2w}$$

u. s. f.,

und durch Differentiation der Gl. 10:

$$x''' - 2wy'' + ax'' - w^2 x' = 0.$$

Daraus ergibt sich durch Einsetzung von x', x'' und x''' und durch Umwandlung aller Vorzeichen

$$y'''' + 2ay''' + (a^2 + 2w^2)y'' - 2aw^2 y' + w^4 y = 0. \qquad (13$$

Die beiden Differentialgleichungen für x und für y sind also einander vollständig entsprechend. Die Anweisung zu ihrer Lösung gibt uns Schlömilch in seinem Cempendium der höheren Analysis Bd. 1 § 117. Man setze zunächst allgemein $x = e^{\lambda t}$, wo λ eine noch näher zu bestimmende Unveränderliche bedeutet, und bedenke, dass dann $\frac{d^n x}{dt^n} = \lambda^n e^{\lambda t}$ ist. Sonach erhalten wir zur Auffindung des Werthes von λ aus Gl. 12 nach Weghebung $e^{\lambda t}$ die Bedingung

$$\lambda^4 + 2a\lambda^3 + (a^2 + 2w^2)\lambda^2 - 2aw^2\lambda + w^4 = 0.$$

Diese Gleichung lösen wir durch folgende Entwickelung:

$$(\lambda^2 + a\lambda)^2 - 2w^2(\lambda^2 + a\lambda) + (-w^2)^2 = -4w^2\lambda^2$$

$$(\lambda^2 + a\lambda) - w^2 = \pm 2w\lambda\sqrt{-1}$$

$$\lambda^2 + \lambda(a \mp 2wi) + (iw)^2 = 0$$

$$\lambda^2 + 2\lambda\left(\frac{a}{2} \mp wi\right) + \left(\frac{a}{2} \mp wi\right)^2 = \frac{a^2}{4} \mp awi$$

$$\lambda + \frac{a}{2} \mp wi = \pm\sqrt{\frac{a^2 \mp 4awi}{4}}$$

$$\lambda = -\frac{a}{2} \pm wi \pm \frac{1}{2}\sqrt{a^2 \mp 4awi}$$

$$\lambda_1 = -\frac{a}{2} + wi + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4awi}$$

$$\lambda_2 = -\frac{a}{2} + wi - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 - 4awi}$$

$$\lambda_3 = -\frac{a}{2} - wi + \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4awi}$$

$$\lambda_4 = -\frac{a}{2} - wi - \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4awi}$$

Es ist darauf zu achten, dass das zweite und das vierte Vorzeichen immer einander entgegengesetzt sein müssen. Um das Reelle von dem Imaginären zu trennen, zerlegen wir nach der bekannten Regel die Quadratwurzel in eine zweistellige Summe von Wurzelgrössen und erhalten so unter Einführung zweier Abkürzungen:

$$\sqrt{a^2 \mp 4aw\sqrt{-1}} = \sqrt{\frac{a^2 + \sqrt{a^4 + 16a^2w^2}}{2}} \mp$$

$$\mp \sqrt{\frac{a^2 - \sqrt{a^4 + 16a^2w^2}}{2}} = \sqrt{\frac{\sqrt{a^4 + 16a^2w^2} + a^2}{2}} \mp$$

$$\mp i\sqrt{\frac{\sqrt{a^4 + 16a^2w^2} - a^2}{2}} = 2(\beta \mp i\gamma).$$

Dadurch verwandeln sich die Wurzeln der Gleichung 4. Grades in

$$\lambda_1 = -\frac{a}{2} + wi + \beta - i\gamma,\ \lambda_3 = -\frac{a}{2} - wi + \beta + i\gamma,$$

$$\lambda_2 = -\frac{a}{2} + wi - \beta + i\gamma,\ \lambda_4 = -\frac{a}{2} - wi - \beta - i\gamma.$$

Nach der an oben genannter Stelle ertheilten Vorschriften hat man als allgemeines Integral zu setzen

$$x = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + C_3 e^{\lambda_3 t} + C_4 e^{\lambda_4 t},$$

wo C_1, C_2 u. s. f. Integrationsconstante vorstellen. Die Anwendung des Satzes

$$e^{iu} = \cos u + i \sin u,\ e^{-iu} = \cos u - i \sin u$$

gibt uns

$$x = C_1 e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} [\cos(\gamma - w)t - i \sin(\gamma - w)t] +$$
$$+ C_2 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} [\cos(\gamma + w)t + i \sin(\gamma + w)t] +$$
$$+ C_3 e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} [\cos(\gamma - w)t + i \sin(\gamma - w)t] +$$
$$+ C_4 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} [\cos(\gamma + w)t - i \sin(\gamma + w)t].$$

Setzt man nun

$$C_1 + C_3 = \varrho \cdot \cos\chi,\ \ i(C_3 - C_1) = \varrho \cdot \sin\chi,$$
$$C_2 + C_4 = \varrho_1 \cdot \cos\chi_1,\ \ i(C_2 - C_4) = \varrho_1 \sin\chi_1,$$

so kommt

$$x = \varrho \cdot e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} [\cos(\gamma - w)t \cdot \cos\chi + \sin(\gamma - w)t \cdot \sin\chi] +$$
$$+ \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} [\cos(\gamma + w)t \cdot \cos\chi_1 + \sin(\gamma + w)t \cdot \sin\chi_1],$$

das ist aber

$$x = \varrho\ e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} \cdot \cos\overline{(\gamma - w)t - \chi} + \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} \cdot \cos.\overline{(\gamma + w)t - \chi_1}. \quad (14$$

Da die Gl. 13 der Gl. 12 vollkommen entspricht, so wird die allgemeine Form von y dieselbe sein wie die von x. Um aber über die Art der Bahn Aufklärung zu erhalten, ist es nothwendig, die Beziehungen zu kennen, welche zwischen den unveränderlichen Grössen des Ausdruckes für die eine Coordinate und denen der anderen statthaben. Dazu benutzen wir die ursprünglichen Bedingungsgleichungen. Wir hatten oben aus Gl. 10 abgeleitet

$$y' = \frac{x'' + ax' - w^2 x}{2w}.$$

Schreibt man zur Abkürzung

$$u \text{ für } \overline{(\gamma - w)t - \chi},\ \ z \text{ für } \overline{(\gamma + w)t - \chi_1},$$

so dass
$$\frac{du}{dt} = \gamma - w,\ \frac{dz}{dt} = \gamma + w,$$

so findet sich durch Differentiation:

$$x' = \varrho e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} \left[\left(\beta - \frac{a}{2}\right)\cos u - (\gamma - w)\sin u\right] +$$
$$+ \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} \left[-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)\cos z - (\gamma + w)\sin z\right],$$

$$x''=\varrho e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}\left[\left(\beta-\frac{a}{2}\right)^2\cos u-2\left(\beta-\frac{a}{2}\right)(\gamma-w)\sin u-(\gamma-w)^2\cos u\right]+$$
$$+\varrho_1 e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}\left[\left(\beta+\frac{a}{2}\right)^2\cos z+2\left(\beta+\frac{a}{2}\right)(\gamma+w)\sin z-(\gamma+w)^2\cos z\right].$$

Diese Werthe von x' und x'' setzt man in die eben wiederholte Gleichung für y' ein; bei der Zusammenziehung der zu gleichen Veränderlichen gehörigen Coefficienten hat man zu bedenken, dass

$$\beta^2-\gamma^2=\frac{a^2}{4},\ \beta\gamma=\frac{aw}{2}.$$

So führt uns die Ausrechnung schliesslich zu der Formel:

$$y'=\varrho\cdot e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}\left[\left(\beta-\frac{a}{2}\right)\sin u+(\gamma-w)\cos u\right]-$$
$$-\left[-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)\sin z+(\gamma+w)\cos z\right].$$

Es ist auf den ersten Blick zu sehen, dass dies die erste Ableitung nach t ist von

$$y=\varrho e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}\sin u-\varrho_1 e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}\cdot\sin z+C_5.$$

Da y' und x' eine allein stehende Constante nicht enthalten, und eine solche bei y'' nicht entstehen kann, so müssen wir, um der Gl. 11 Genüge zu thun, C_5 null setzen. Daraus folgt:

$$y=\varrho\cdot e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}\cdot\sin\cdot\overline{(\gamma-w)t-\chi}-\varrho_1 e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}\cdot\sin\cdot\overline{(\gamma+w)t-\chi_1}.\quad(15$$

C. Bestimmung der bei der Integration vorkommenden unveränderlichen Grössen.

Lässt man in Gl. 14 und 15 t null werden, so kommt:

$$x_0=\varrho\cos\chi+\varrho_1\cos\chi_1=A+C,$$
$$y_0=-\varrho\sin\chi+\varrho_1\sin\chi_1=-B+D,$$

wo der Werth der neu eingeführten Constanten A, B u. s. f. unmittelbar aus der Zusammenstellung erhellt. Mit Benutzung dieser neuen Hülfsgrössen werden x' und y' für den Anfangspunkt der Zeit zu

$$\frac{dx}{dt}_0=\left(\beta-\frac{a}{2}\right)\cdot A+(\gamma-w)B-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)C+(\gamma+w)D,$$
$$\frac{dy}{dt}_0=-\left(\beta-\frac{a}{2}\right)B+(\gamma-w)A-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)D-(\gamma+w)C.$$

Durch Anwendung der Beziehungen

$$C=x_0-A,\ D=y_0+B$$

kann man aus den letzten Gleichungen C und D entfernen. Man erhält so für $\frac{dx}{dt}{}_0$ und $\frac{dy}{dt}{}_0$ Ausdrücke, in denen ausser x_0 und y_0 noch A und B vorkommt. Durch Anwendung des Algorithmus kann man dann leicht folgende Formeln ableiten:

$$A = \frac{x_0}{2} + \frac{\beta \cdot \frac{dx}{dt}{}_0 + \gamma \frac{dy}{dt}{}_0 + \frac{a}{2}(\beta x_0 + \gamma y_0) + w(\gamma x_0 - \beta y_0)}{2(\beta^2 + \gamma^2)},$$

$$B = -\frac{y_0}{2} + \frac{\gamma \frac{dx}{dt}{}_0 - \beta \frac{dy}{dt}{}_0 + \frac{a}{2}(\gamma x_0 - \beta y_0) - w(\beta x_0 + \gamma y_0)}{2(\beta^2 + \gamma^2)}.$$

C entsteht aus A, wenn man den Bruch hinter $\frac{x_0}{2}$ negativ nimmt, und D aus B, wenn man bei dem zu Anfang stehenden $\frac{y_0}{2}$ das Vorzeichen ändert. Wir wählen nun wiederum neue Hülfsgrössen. Es sei

$$\beta = b \cos\mu, \quad \frac{a}{2} = c \cdot \cos\nu,$$
$$\gamma = b \sin\mu, \quad w = c \cdot \sin\nu.$$

$$b^2 = \beta^2 + \gamma^2 = \frac{a}{4}\sqrt{a^2 + 16w^2}, \quad c^2 = \frac{a^2}{4} + w^2$$

$$\operatorname{tg}\mu = \sqrt{\frac{\sqrt{a^2 + 16w^2} - a}{\sqrt{a^2 + 16w^2} + a}}. \quad \operatorname{tg}\nu = \frac{2w}{a}.$$

Der Winkel, den die Richtung der Bahn im Anfange der Zeit mit der x-Axe einschliesst, sei α; dann haben wir, da v nach den oben entwickelten Formeln die Geschwindigkeit in Beziehung zu der sich drehenden Unterlage vorstellt,

$$\frac{dx}{dt}{}_0 = v_0 \cos\alpha, \quad \frac{dy}{dt}{}_0 = v_0 \sin\alpha.$$

Ersetzt man gleichzeitig x_0 durch $r_0 \cos\vartheta_0$, y_0 durch $r_0 \sin\vartheta_0$, so wird der in dem Ausdrucke für A vorkommende Bruch, doppelt genommen, zu

$$\frac{1}{b^2}\left(b v_0 \cos \cdot \overline{\mu - \alpha} + \frac{a}{2} \cdot b r_0 \cos \overline{\mu - \vartheta_0} + w b r_0 \sin \overline{\mu - \vartheta_0}\right) =$$

$$= \frac{v_0 \cdot \cos \overline{\mu - \alpha} + r_0 \cdot c \cdot \cos \cdot \overline{\mu - \vartheta_0 - \nu}}{b},$$

und der Bruch in der Formel für B, ebenfalls mit 2 multiplicirt, gibt

$$\frac{v_0\sin\cdot\overline{\mu-\alpha}+r_0\sin\cdot\overline{\mu-\vartheta_0-\nu}}{b}.$$

Die vollständigen Werthe für $2A$, $2B$, $2C$ und $2D$ findet man durch passende Hinzufügung von $r_0\cos\vartheta_0$ und $r_0\sin\vartheta_0$.

Ferner ergibt die betreffende Division:

$$\left(\frac{B}{A}=\right)\operatorname{tg}\chi=\frac{r_0[-b\sin\vartheta_0+c\cdot\sin(\mu-\nu-\vartheta_0)]+v_0\sin(\mu-\alpha)}{r_0[b\cos\vartheta_0+c\cdot\cos(\mu-\nu-\vartheta_0)]+v_0\cos(\mu-\alpha)},\qquad(16$$

$$\left(\frac{D}{C}=\right)\operatorname{tg}\chi_1=\frac{r_0[b\sin\vartheta_0+c\sin(\mu-\nu-\vartheta_0)]+v_0\sin(\mu-\alpha)}{r_0[b\cos\vartheta_0-c\cos(\mu-\nu-\vartheta_0)]-v_0\cos(\mu-\alpha)}.\qquad(17$$

Durch Quadrirung bekommt man nach Zusammenziehung der trigonometrischen Functionen:

$$\begin{aligned}4b^2(A^2+B^2)&=b^2r_0^2+v_0^2+c^2r_0^2+2br_0v_0\cos\cdot\overline{\mu-\alpha+\vartheta_0}+\\&+2br_0^2c\cdot\cos\overline{\mu-\nu}+2r_0v_0c\cdot\cos\overline{\nu+\vartheta_0-\alpha},\\4b^2(C^2+D^2)&=b^2r_0^2+v_0^2+c^2r_0^2-2br_0v_0\cdot\cos\cdot\overline{\mu-\alpha+\vartheta_0}-\\&-2br_0^2\cdot c\cdot\cos\overline{\mu-\nu}+2r_0v_0c\cdot\cos\overline{\nu+\vartheta_0-\alpha}.\end{aligned}$$

Duraus folgt unmittelbar der Werth von ϱ und ϱ_1. Bezeichne ich, um Raum zu sparen, die in der oberen Gleichung rechts stehende algebraische Summe mit $\mathfrak{A}$, die rechte Seite der Gleichung für $4b^2(C^2+D^2)$ mit $\mathfrak{C}$, so haben wir schliesslich bei Benutzung des oben stehenden Ausdruckes für b^2

$$\varrho=\frac{\sqrt{\mathfrak{A}}}{\sqrt[4]{16a^2w^2+a^4}},\quad \varrho_1=\frac{\sqrt{\mathfrak{C}}}{\sqrt[4]{16a^2w^2+a^4}}.$$

Die in Gl. 14 und 15 vorhandenen unveränderlichen Grössen sind nunmehr sämmtlich so bestimmt, dass sie aus den Bedingungen der jeweiligen Aufgabe berechnet werden können.

Zieht man die oben stehende Gleichung für $4b^2(C^2+D^2)$ von der darüber befindlichen ab und hebt das übrig Bleibende durch $4b^2$, so kommt

$$\varrho^2-\varrho_1^2=\frac{r_0}{b}\left(v_0\cos\cdot\overline{\mu-\alpha+\vartheta_0}+r_0\cdot c\cdot\cos\cdot\overline{\mu-\nu}\right).$$

Eine andere einfache Beziehung zwischen unseren Unveränderlichen erhalten wir aus Gl. 14 und 15 durch Nullsetzung von t, nämlich zunächst, wie oben:

$$\begin{aligned}x_0&=\varrho\cos\chi+\varrho_1\cos\chi_1.\\y_0&=-\varrho\sin\chi+\varrho_1\sin\chi_1,\end{aligned}$$

woraus sich durch Auflösung der Gleichungen nach ϱ und ϱ_1 als Unbekannten findet

$$\varrho = \frac{x_0 \sin\chi_1 - y_0 \cos\chi_1}{\sin\chi\cos\chi_1 + \cos\chi\cdot\sin\chi_1} = \frac{r_0 \sin(\chi_1 - \vartheta_0)}{\sin(\chi + \chi_1)}, \tag{19a}$$

$$\varrho_1 = \frac{r_0 \sin(\chi + \vartheta_0)}{\sin(\chi + \chi_1)}. \tag{19b}$$

Dadurch ergibt sich folgendes einfache Mittel, um ϱ_1 und χ_1 aus ϱ, χ und ϑ_0 durch Zeichnung darzustellen:

Man trage an die Gerade AG in A nach verschiedenen Seiten die Winkel ϑ_0 und χ an, den freien Schenkel AB des ersteren mache man gleich r_0 und den freien Schenkel AC von χ gleich ϱ. BC schneidet AG in F. Dann ist nach einem bekannten trigonometrischen Satze im Dreiecke ABC Seite BC gleich ϱ_1, $\sphericalangle\, C = 180^\circ - \chi - \chi_1$, und deshalb $\sphericalangle\, BFG$ oder AFC gleich χ_1.

D. Eigenschaften der Bahn.

Die Gleichungen 14 und 15 waren

$$x = \varrho e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} \cdot \cos\overline{(\gamma - w)t - \chi} + \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} \cos\overline{(\gamma + w)t - \chi_1},$$

$$y = \varrho e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} \sin\overline{(\gamma - w)t - \chi} - \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} \sin\overline{(\gamma + w)t - \chi_1};$$

durch Quadrirung erhält man für $\sqrt{x^2 + y^2}$

$$r = \sqrt{\varrho^2 e^{(2\beta - a)t} + \varrho_1^2 e^{(2\beta + a)t} + 2\varrho\cdot\varrho_1 e^{-at}\cdot\cos(2\gamma t - \chi - \chi_1)}. \tag{20}$$

Es geht daraus zunächst hervor, dass der Abstand des bewegten Theilchens vom Drehungsmittelpunkte nicht unabhängig ist von der Geschwindigkeit, mit welcher die Scheibe sich dreht. Denn sowohl die Ausdrücke für β und γ, als auch die für χ und χ_1 enthalten die Winkelgeschwindigkeit w. Es liegt in dieser Eigenschaft der gesuchten Bahn ein Hauptunterschied gegen die im ersten Abschnitte behandelte einfache Trägheitsbahn.

Ferner erhellt aus obigen Formeln die Richtigkeit folgender räumlichen Beziehungen. Trägt man die Gerade AB von der Länge $\varrho \cdot e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t}$ an die x-Axe (AX in Fig. 2) unter dem Winkel $\overline{(\gamma - w)t - \chi}$ an, dreht die Verlängerung (BD) von AB so lange um B, bis sie mit jener Axe den Winkel $\overline{\chi - (\gamma + w)t}$ bildet, und schneidet auf ihr ein Stück BC gleich $\varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t}$ ab, so ist C der Curvenpunkt, und die rechtwinkeligen Projectionen (AG und GH, AK und KL) von AB und BC auf AX und AY die vier einzelnen Summanden der Ausdrücke für x und y in Gl. 14 und 15.

Denn verlängert man CB über B, bis sie AX in F schneidet, so ist nach Construction $\sphericalangle\, BFH = \overline{\chi_1 - (\gamma + w)\,t}$ und $\sphericalangle\, BAF = = \overline{(\gamma - w)\,t - \chi}$, und mithin, weil $\sphericalangle\, BFH$ der Aussenwinkel am Dreiecke AFB,

$$\sphericalangle\, ABF = \chi_1 - (\gamma + w)\,t - (\gamma t - wt - \chi) = -(2\gamma t - \chi - \chi_1).$$

Nun ist nach bekannten trigonometrischen Sätzen im Dreieck ABC

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot BC \ \cos \cdot ABF,$$

wodurch die Richtigkeit unserer Behauptungen in Betreff der Länge von AC dargethan ist. (Gl. 20).

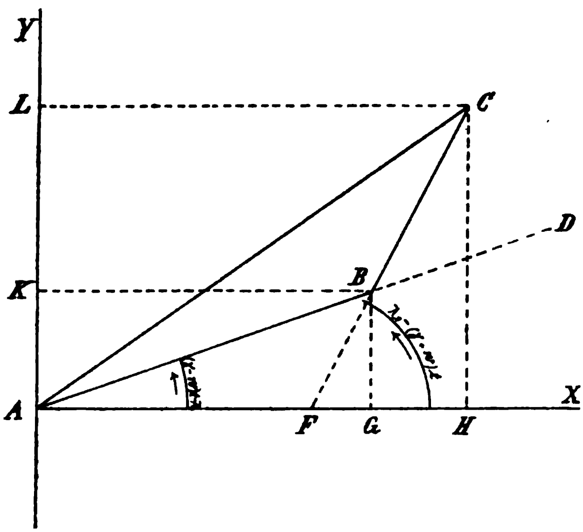


Fig. 2.

Um deren Giltigkeit auch in Betreff der anderen Punkte einzusehen, schreibe man nur die zweiten Glieder auf der rechten Seite von Gl. 14 und 15:

$$\text{bei } x:\ + \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)t} \cdot \cos\ \overline{\chi_1 - (\gamma + w)\,t},$$

$$\text{bei } y:\ + \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)t} \cdot \sin \cdot \overline{\chi_1 - (\gamma + w)\,t},$$

und man wird sofort erkennen, dass C die jeweilige Lage des bewegten Theilchens sein muss.

B beschreibt eine krumme Linie für sich und ebenso C in Beziehung zu B. Die Natur dieser beiden Curven erhellt am besten, wenn man ihre Formeln in Polarcoordinaten darstellt in der Gestalt

$$(AB =)\, r_{\mathrm{I}} = f(\vartheta_{\mathrm{I}}),\quad (BC =)\, r_{\mathrm{II}} = f(\vartheta_{\mathrm{II}}),$$

wobei

$$\vartheta_{\mathrm{I}} = (\gamma - w)\, t - \chi,\quad \vartheta_{\mathrm{II}} = \chi_1 - (\gamma + w)\, t.$$

Aus diesen Gleichungen folgt

$$t = \frac{\vartheta_{\mathrm{I}} + \chi}{\gamma - w} \text{ und zweitens } t = \frac{\chi_1 - \vartheta_{\mathrm{II}}}{\gamma + w},$$

und daraus durch Einsetzung:

$$r_{\mathrm{I}} = \varrho e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{\vartheta_{\mathrm{I}} + \chi}{\gamma - w}},\quad r_{\mathrm{II}} = \varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right) \cdot \frac{\chi_1 - \vartheta_{\mathrm{II}}}{\gamma + w}}.$$

Sondern wir hier je einen constanten Factor ab, nämlich

$$R_{\mathrm{I}} = \varrho e^{\frac{2\beta - a}{2(\gamma - w)} \cdot \chi},\quad R_{\mathrm{II}} = \varrho_1 e^{-\frac{2\beta + a}{2(\gamma + w)} \cdot \chi_1},$$

so erhalten wir schliesslich

$$r_{\mathrm{I}} = R_{\mathrm{I}} \cdot e^{\frac{2\beta - a}{2(\gamma - w)} \vartheta_{\mathrm{I}}},\quad r_{\mathrm{II}} = R_{\mathrm{II}} \cdot e^{\frac{2\beta + a}{2(\gamma + w)} \cdot \vartheta_{\mathrm{II}}}.$$

Demnach kann man sich die gesuchte Bahn dadurch entstanden denken, dass eine logarithmische Spirale (II), die für sich mit der Winkelgeschwindigkeit $-(\gamma + w)$ durchlaufen wird, mit ihrem Mittelpunkte auf dem Umfange einer zweiten eben solchen Spirale (I) weiter rückt und zwar so, dass der nach diesem Punkte in der ruhenden Spirale gezogene Fahrstrahl mit der Winkelgeschwindigkeit $\overline{\gamma - w}$ sich dreht. Die von dem freien Theilchen beschriebene krumme Linie entspricht also den Epicyklen des Ptolemäus, nur dass an Stelle der Kreise Schneckenlinien treten; und man müsste sie daher, wollte man ein griechisches Wort dafür einführen, die „Ephelix“ nennen.

Zur Entscheidung der weiteren Frage, in welchem Sinne die beiden Schneckenlinien durchlaufen werden, müssen wir zunächst festhalten, dass nach den Voraussetzungen der Aufgabe die Linksdrehung die positive ist, und dass die Ebene der Bahn, weil w grösser als null, sich in eben dieser Weise dreht. Ferner haben wir uns zu erinnern, dass bei der logarithmischen Spirale der Coefficient der Winkelcoordinate (hier ϑ_{I} und ϑ_{II}) im Exponenten von e die Cotangente desjenigen Winkels vorstellt, den man beschreibt, wenn man sich aus der Richtung des Radiusvector in diejenige der Tangente dreht. Nun war die Hülfsgrösse

$$\beta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{a^4 + 16a^2w^2} + a^2}{2}}.$$

Wäre w gleich null, so würde β zu $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2+a^2}{2}}$, d. i. $\frac{1}{2}a$ werden. In Wirklichkeit ist es grösser, also muss β immer grösser als $\frac{a}{2}$ und $\overline{\beta - \frac{a}{2}}$ positiv sein. Die andere Abkürzung γ wird bestimmt durch die Gleichung

$$\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{a^4 + 16a^2w^2} - a^2}{2}}.$$

Vermehren wir nun den Werth von γ dadurch, dass wir zu der Grundzahl der inneren Wurzel die zweifellos positive Zahl $+64w^4$ hinzuzählen, so wird dieser Radikand zu $(a^2 + 8w^2)^2$, die Wurzel selbst ausziehbar und

$$\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2 + 8w^2 - a^2}{2}} = w.$$

In Wirklichkeit ist aber γ kleiner als w und der Nenner $\overline{\gamma - w}$ folglich negativ. Dasselbe gilt dann auch von dem ganzen Bruche $\left(\beta - \frac{a}{2}\right) : (\gamma - w)$. Der Winkel ε_{I}, den r_{I} mit der Berührenden der Spirale I bildet, liegt mithin im vierten Quadranten, und derjenige, der in der Richtung der wachsenden r_{I} geht, muss sich um einen spitzen Winkel nach rechts wenden, um in die Richtung der Bahn einzubiegen. Diese ist demnach eine nach rechts sich öffnende Schneckenlinie, und da das zugehörige $\frac{d\vartheta_{\text{I}}}{dt}$, weil gleich $\overline{\gamma - w}$, negativ ist, so wird diese erste Spirale von dem Mittelpunkte der zweiten so durchlaufen, dass der Abstand vom Pole zunimmt. Die Art der Drehbewegung ist also dieselbe wie in denjenigen Luftwirbeln, die man in der neueren Witterungskunde mit dem Namen der „Anticyklonen“ belegt hat.

In der zweiten, fortrückenden Spirale ist entsprechend $\operatorname{cotg}\varepsilon_{\text{II}}$ gleich $\left(\beta + \frac{a}{2}\right) : (\gamma + w)$, folglich immer grösser als null, ε_{II} liegt im ersten Quadranten. Dadurch ist bestimmt, dass diese Curve sich nach links öffnet. Sie wird aber, weil $\frac{d\vartheta_{\text{II}}}{dt} = -(\gamma + w)$, rechts herum durchlaufen, so dass also das bewegte Theilchen sich immer mehr ihrem Mittelpunkte nähert. Die Bewegung ist hier mithin ähnlich derjenigen eines Körpers, der auf wagerechter Ebene nur dem Gesetze der Beharrung folgt, aber durch einen Reibungswiderstand gehemmt wird, welcher von der ersten Potenz der Geschwindigkeit abhängt. Wenn wir diese Bahn, die ich 1884 im Octoberhefte dieser Zeitschrift behandelt habe, kurz die „Trägheitsspirale“ nennen, so könnten wir diejenige krumme Linie, welche wir als Lösung zu der vorliegenden Aufgabe gefunden haben, als „die Trägheitsspirale auf der Anticyklone“ bestimmen. Der bewegte Punkt durchläuft nämlich rechts herum zudrehend den Umfang einer logarithmischen Spirale mit gleichmässiger Winkelgeschwindigkeit. Diese ganze Spirale wird parallel mit sich so verschoben, dass ihr Mittelpunkt auf dem Umfange einer rechts herum sich öffnenden gleichartigen Spirale im Sinne des Uhrzeigers so gleitet, dass der zugehörige Leitstrahl mit unveränderter Geschwindigkeit sich dreht.

Von den beiden Schneckenlinien ist die eine das Spiegelbild der andern. Es ist $\varepsilon_{\mathrm{I}} = \varepsilon_{\mathrm{II}}$. Denn angenommen, es sei $\operatorname{cotg} \varepsilon_{\mathrm{I}} = \operatorname{cotg} \varepsilon_{\mathrm{II}}$, so folgt durch Einsetzung der vorhin gebrauchten Werthe, nach Ausführung der Multiplication und durch Wegheben gleicher Summanden

$$2\beta\gamma = aw,$$

eine schon einmal zur Ableitung der Gl. 15 benutzte Gleichung, die in der Natur der Hilfsgrössen β und γ begründet ist.

Da nun bei einer logarithmischen Spirale nur wenig Neigung der Berührenden gegen den Fahrstrahl dazu gehört, um eine rasche Aenderung in der Grösse des letzteren zu erzeugen, so leuchtet ein, dass der Einfluss der fortrückenden sich verengenden Spirale (II) sehr bald gegenüber der Bewegung in der Grundspirale (I) zurücktreten wird, zumal da in dieser wegen des Wachsthums von r_{I} und der gleichmässigen Zunahme von ϑ_{I} die durchlaufenen Strecken mit der Zeit immer grösser werden. Die Herumbewegung in der Nebenspirale (II) wird einige Schwankungen in der Krümmung der Hauptspirale erzeugen, die aber nur im Anfange bemerkbar sein können und mit der Zeit sehr bald für unser Auge verschwinden werden.

Ein nahe liegender Gedanke ist der, dass die Endgleichungen unserer Aufgabe 14 und 15 dann, wenn darin der Reibungscoefficient a null gesetzt wird, in diejenigen der im Abschnitt I behandelten einfachen Trägheitsbahn übergehen müssten. Doch ist dies nicht der Fall; man erhält auf diese Weise ein unsinniges Ergebniss. Dies rührt daher, weil dann, wenn a verschwindet, in der oben zur Auflösung von Gl. 12 gebrauchten Gleichung vierten Grades für λ zwei Wurzeln einander gleich werden, ein Fall, für welchen die Regeln der Integralrechnung ein abweichendes Verfahren vorschreiben. Die Nullsetzung von a darf daher nicht nach der Auflösung der Differentialgleichungen vorgenommen werden. Lässt man dagegen a in den anfänglichen Formeln verschwinden, so verwandeln sie sich in diejenigen Grundgleichungen, von denen ich bei der analytischen Ableitung der im vorigen Abschnitte besprochenen Ergebnisse ausgegangen bin.

Wir haben bis jetzt die Bewegung in jeder der beiden Spiralen auf die Axen des x und y bezogen, die von uns ruhend gedacht werden, aber in Wirklichkeit sich um den Coordinatenpol drehen. Es wäre nun weiter zu untersuchen, wie die Bewegung sich darstellt, wenn man sie auf eine der beiden schneckenförmigen Linien bezieht, durch deren Zusammensetzung die bisher betrachtete relative Bahn entsteht. Welche krumme Linie wird also das bewegte Theilchen einem Beobachter zu beschreiben scheinen, der mit dem Mittelpunkte der Spirale II (B in Fig. 2) in dem Umfange der Grundspirale herumgeführt wird, wenn er den nach dem Pole gezogenen Leitstrahl (AB) zum Richtungsmaass wählt? Offenbar ändert sich der Abstand des Curvenpunktes C von B nicht, wohl aber der Winkel, welchen BC mit der fest gedachten Richtung bildet. Als solcher ist jetzt $\sphericalangle\, CBD$ in unserer Figur zu nehmen, der, in der von uns gewählten Richtung gezählt, gleich $\overline{\chi + \chi_1 - 2\gamma t}$ ist. Führen wir für ihn das Zeichen φ ein, so ist

$$t = \frac{\chi + \chi_1 - \varphi}{2\gamma};$$

mithin erhalten wir als Gleichung der auf ein ruhendes B und die festliegende AB bezogenen Bahn

$$r_{\text{II}} = \varrho_1 e^{-\frac{(2\beta + a)(\chi + \chi_1)}{4\gamma}} \cdot e^{\frac{2\beta + a}{4\gamma} \cdot \varphi}, \tag{22}$$

$$\frac{dr_{\text{II}}}{d\varphi} = \frac{2\beta + a}{4\gamma} \cdot r_{\text{II}}, \quad \frac{d\varphi}{dt} = -2\gamma.$$

Das Gesuchte ist demnach eine nach links sich öffnende logarithmische Spirale, welche schraubenrecht durchlaufen wird. Die Verhältnisse bleiben mithin, was die Bewegung in der Nebenspirale (II) angeht, dieselben wie früher, als die Axen des x und y das Grundmaass bildeten, nur in den Zahlenwerthen treten Unterschiede hervor.

Uebrigens bedarf es wohl keiner weiteren Ausführung, dass es nur willkürlich war, die Spirale I ruhend zu denken und die Spirale II längs des Umfanges derselben gleiten zu lassen. Es steht nichts im Wege, das Verhältnis umzukehren und die Spirale I als fortrückende Nebenspirale aufzufassen. Fragen wir jetzt nach der Krummen, welche der bewegte Körper in Beziehung zu dem Endpunkte des still stehend gedachten r_{II} beschreibt, so haben wir zu beachten, dass, wie unsere Figur lehrt, die zugehörige Winkelcoordinate

$$\varphi_1 = (\gamma - w)\, t - \chi - [\chi_1 - (\gamma + w)\, t] = 2\gamma t - \chi - \chi_1.$$

Berechnet man sich hieraus t und setzt es in $r = \varrho e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t}$ ein, so kommt

$$r_{\mathrm{I}} = \varrho e^{\frac{(\chi + \chi_1)(2\beta - a)}{4\gamma}} \cdot e^{\frac{2\beta - a}{4\gamma} \cdot \varphi_1},$$

$$\frac{dr_{\mathrm{I}}}{d\varphi_1} = + \frac{2\beta - a}{4\gamma} r_1, \quad \frac{d\varphi_1}{dt} = + 2\gamma.$$

Die Spirale I öffnet sich jetzt also nach links, und sie wird in entgegengesetzter Richtung wie vorhin, nämlich umgekehrt wie das Zifferblatt einer Uhr vom Zeiger, von dem beschreibenden Punkte durchlaufen. Um die Richtigkeit dieser Folgerung einzusehen, hat man sich nur zu erinnern, dass nach dem Obigen

$$\frac{d\vartheta_{\mathrm{I}}}{dt} = \gamma - w, \quad \frac{d\vartheta_{\mathrm{II}}}{dt} = -(\gamma + w).$$

Es überwiegt demnach die Winkelgeschwindigkeit der schraubenrechten Drehung der Spirale II gegen die ebenfalls negative Winkelgeschwindigkeit der Spirale I; und es muss daher einem Beobachter, welcher den Fahrstrahl r_{II} entlang blickt, scheinen, als ob das bewegte Theilchen in der anderen Spirale nach derjenigen Seite hin wandere, welche der Drehungsrichtung von r_{II} entgegengesetzt ist. Da nun aber die Länge des Leitstrahles der Spirale I von der Grösse der relativen Winkelcoordinate unabhängig ist und mit der Zeit wächst, so muss es jenem Beobachter vorkommen, als öffne sich die Spirale I nach links.

Die zweite Art der Anordnung der beiden Schneckenlinien ermöglicht uns auch eine Vergleichung mit den anderen ebenen Trägheitscurven.

Bewegt sich nämlich ein Körper ohne Widerstand nur infolge seiner Beharrung auf einer wagerechten Ebene, so ist die relative Bahn ein Kreis, der mit gleichförmiger Geschwindigkeit durchlaufen wird. Ersetzen wir die ebene Niveaufläche durch eine sich drehende Scheibe, d. h. eine solche Ebene, auf welcher für einen ausserhalb stehenden Beobachter ein ruhender Körper an seiner Stelle beharrt, so tritt an die Stelle des Kreises die allgemeine Evolvente. Hierbei müssen wir an dem Kreise ein Lineal abrollen lassen, in dessen Ebene der curvenerzeugende Punkt eine gerade Linie beschreibt, in der er sich im weiteren Fortgange der Bewegung auf alle Fälle vom Drehungsmittelpunkte entfernt.

Kommt nun ein Reibungswiderstand hinzu, der im geraden, einfachen Verhältnisse der Geschwindigkeit wirkt, so verwandelt sich die Trägheitscurve auf wagerechter Ebene in eine sich verengende logarithmische Spirale. Bei einer Ebene der zweiten Art dagegen haben wir an eine eben solche Linie noch eine zweite sich öffnende gleichartige Curve anzufügen, bei welcher der beschreibende Punkt sich von dem Umfange der ersteren Spirale entfernt, während sein Fahrstrahl in der zweiten Spirale mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich dreht. Wir können folglich die Bahnen, welche sich bei Vernachlässigung der Reibung ergeben, als besondere Fälle derjenigen ansehen, die wir unter der Annahme eines Reibungswiderstandes abgeleitet haben, wenn wir nur bedenken, dass die logarithmische Spirale in einen Kreis übergeht, wenn der Winkel zwischen Leitstrahl und Tangente ein rechter ist, und in eine gerade Linie, wenn dieser Winkel Null wird, oder, wenn die Zunahme desselben im Verhältnisse zur Fortbewegung längs der Bahn unendlich klein ist.

E. Beispiel.

Um von der besprochenen Bahn eine bessere Vorstellung zu gewinnen, wollen wir für gewisse gegebene Anfangswerthe die Grösse der bestimmenden Stücke ausrechnen. Da bei der einfachen Trägheitsbahn der Fall von besonderer Wichtigkeit war, wo das bewegte Theilchen in Beziehung zur Scheibe ruhte, so werden wir in unserem Beispiele zur Vergleichung die relative Geschwindigkeit im Anfange der Zeit (v_0) Null setzen. Das bewegte Theilchen befinde sich zu dieser Zeit in der x-Axe, 10 cm vom Drehungsmittelpunkte entfernt. Die Scheibe mache in 2 Secunden eine Umdrehung, und der Reibungscoefficient a sei gleich 0,1. Also in Zahlen:

$$v_0 = 0,\ y_0 = 0,\ r_0 = x_0 = 10,$$
$$\vartheta_0 = 0,\ w = \pi,\ a = 0{,}1.$$

Nach den oben eingeführten Bezeichnungen war

$$\beta = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{a^4 + 16a^2w^2} + a^2}{2}},$$

$$\gamma = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\sqrt{a^4 + 16a^2w^2} - a^2}{2}}.$$

Daraus finden wir sofort

$$b^2 = \frac{a\sqrt{a^2 + 16w^2}}{4} = 0{,}31417,$$
$$b = 0{,}56051.$$

Für den Hilfswinkel μ ist die Bedingung gegeben:

$$\operatorname{tg}\mu = \sqrt{\frac{a\sqrt{a^2+16w^2}-a^2}{a\sqrt{a^2+16w^2}+a^2}} = \sqrt{\frac{1{,}24668}{1{,}26668}},$$

woraus folgt:

$$\mu = 44^\circ\, 46'\, 19{,}3''.$$

Die Einsetzung der von uns angenommenen Werthe von a und w gibt ferner

$$c = 3{,}14199.$$

$\operatorname{tg}\nu$ wird jetzt zu $10 \cdot 2w$. Dadurch erhält man

$$\nu = 89^\circ\, 5'\, 17{,}5''.$$

Die Ausdrücke für χ und χ_1 vereinfachen sich in unserem Falle bedeutend. Denn es werden Gl. 16 und 17 zu

$$\operatorname{tg}\chi = \frac{c \cdot \sin(\mu-\nu)}{b + c\cos(\mu-\nu)}, \quad \operatorname{tg}\chi_1 = \frac{c \cdot \sin(\mu-\nu)}{b - c \cdot \cos(\mu-\nu)}.$$

Aus den unmittelbar unter Gl. 16 und 17 stehenden Formeln entstehen durch Nullsetzung von v_0 und ϑ_0 die Gleichungen:

$$\varrho = \frac{r_0}{2b} \cdot \sqrt{b^2 + c^2 + 2bc \cdot \cos(\mu-\nu)}.$$

$$\varrho_1 = \frac{r_0}{2b}\sqrt{b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\mu-\nu)}.$$

Damit ist uns zur Auffindung von χ und χ_1, sowie von ϱ und ϱ_1 eine einfache Construction gegeben. Macht man den einen Schenkel GF (Fig. 3) des Winkels $\overline{\mu-\nu}$ gleich c, den andern, GE, gleich b, verlängert GE über G hinaus um sich selbst bis D und zieht DF und EF, so sind diese Verbindungslinien, im Verhältnis von $2b$ zu r_0, d. h. von $1:8{,}92$ vergrössert, dem Zahlenwerthe nach ϱ und ϱ_1. Fällen wir von F die Senkrechte FH auf die verlängerte DE, so ist sie gleich $c \cdot \sin(\mu-\nu)$, die Winkel HDF und HEF sind also die absoluten Werthe der Argumente von $\operatorname{tg}\chi$ und $\operatorname{tg}\chi_1$. Der Lage nach werden in unserer Figur χ und χ_1, durch die erhabenen Winkel HEF und HDL, das verjüngte ϱ_1 durch DL vorgestellt, wobei $KD = EH$, $KL = FH$ und LK senkrecht auf KH.

Zum wenigsten hat man durch solche Zeichnung ein Mittel, die Ausrechnung in Zahlen zu prüfen. Durch dieselbe bekomme ich

$$\varrho = 31{,}798, \quad \varrho_1 = 24{,}699.$$

Die Winkel, welche man für die Logarithmen der trigonometrischen Functionen in den Tafeln findet, sind

bei χ $38^\circ\, 0'\, 33''$, bei χ_1 $52^\circ\, 26'\, 48''$.

Nun ist nach den oben stehenden Formeln der Zähler von $\operatorname{tg}\chi$ negativ, weil $\nu > \mu$, der Nenner dagegen positiv, bei $\operatorname{tg}\chi_1$ ist Zähler sowohl wie Nenner kleiner als Null. Daraus schliesse ich, dass

$$\chi = 321^\circ\, 59'\, 27'', \quad \chi_1 = 232^\circ\, 26'\, 48''.$$

Wie aus dem bei der Constantenbestimmung S. 9 Gesagten und auch aus Fig. 2 hervorgeht, bezeichnet ϱ die Entfernung des Mittelpunktes der nach unserer ersten Auffassung beweglich gedachten Spirale II von demjenigen der Grundspirale für $t = 0$, χ und χ_1 die Winkel der betreffenden Fahrstrahlen mit der x-Axe für denselben Zeitpunkt.

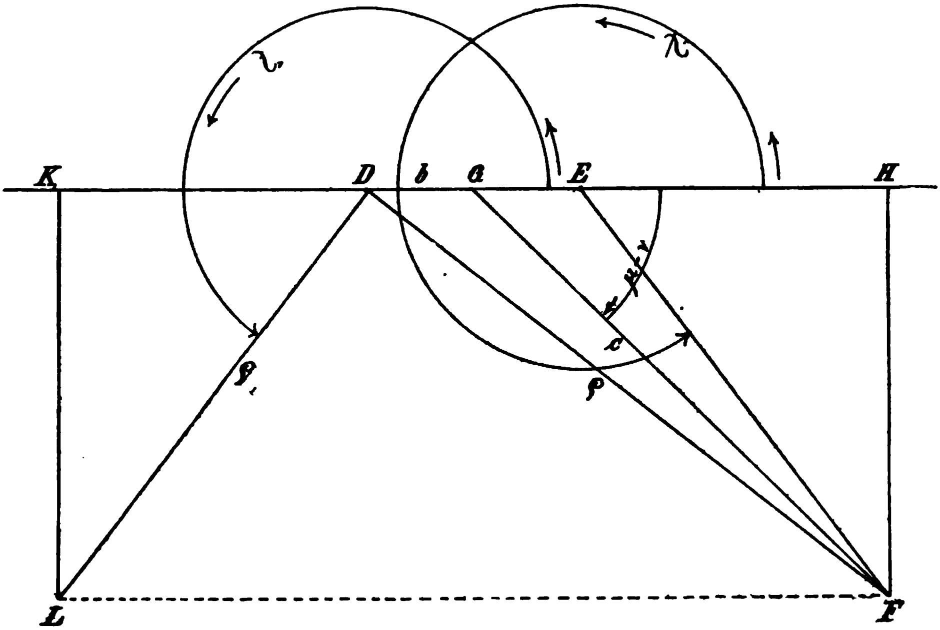


Fig. 3.

Wir hatten in Gl. 21:

$$r_{\text{I}} = R_{\text{I}}\, e^{\frac{2\beta - a}{\gamma - w}\cdot\vartheta_{\text{I}}}, \quad r_{\text{II}} = R_{\text{II}}\, e^{\frac{2\beta + a}{\gamma + w}\cdot\vartheta_{\text{II}}}.$$

Dabei ist

$$\operatorname{cotg}\varepsilon_{\text{I}} = \left(\beta - \frac{a}{2}\right) : (\gamma - w), \quad \operatorname{cotg}\varepsilon_{\text{II}} = -\left(\beta + \frac{a}{2}\right) : (\gamma + w).$$

Unter Benutzung dieser Ausdrücke, sowie der oben S. 14 stehenden Formeln für R_{I} und R_{II} ergibt die logarithmische Berechnung

$$R = 15{,}6051, \quad R_{\text{II}} = 14{,}7745,$$
$$\varepsilon_{\text{I}} = -82^\circ\, 46'\, 53'', \quad \varepsilon_{\text{II}} = +82^\circ\, 46'\, 53''.$$

Somit bekommen wir durch die Rechnung mit bestimmten Zahlen eine Bestätigung einiger der Ergebnisse, die wir oben in allgemeiner algebraischer Formelentwickelung abgeleitet hatten.

Die Zeit, in welcher $r_\mathrm{I} = R_\mathrm{I}$ und $r_\mathrm{I} = R_\mathrm{II}$, findet sich leicht aus den eben wiederholten Gleichungen. Es tritt dieser Fall ein, wenn ϑ_I bezw. ϑ_II Null werden. Nun war

$$\vartheta_\mathrm{I} = (\gamma - w)\,t - \chi, \quad \vartheta_\mathrm{I} = \chi_1 - (\gamma + w)\,t.$$

Daraus folgt für $\vartheta_\mathrm{I} = \vartheta_\mathrm{II} = 0$

$$\text{bei } R_\mathrm{I} \quad t = \frac{\chi}{\gamma - w}, \quad \text{bei } R_\mathrm{II} \quad t = \frac{\chi_1}{\gamma + w}.$$

Die Ausrechnung bringt die Zahlenwerthe:

$$\vartheta_\mathrm{I} = 0, \quad t = -2{,}04592,$$
$$\vartheta_\mathrm{II} = 0, \quad t = 1{,}14722.$$

Dass die Zeit, wenn ϑ_I null, negativ wird, ist so zu deuten, dass der Punkt, wo r_I gleich R_I, früher erreicht wird als derjenige, wo r_I die Länge von ϱ hat. Da nun nach dem Obigen $\varrho > R_\mathrm{I}$, so liegt in dem negativen Werthe von t eine Uebereinstimmung mit unserer früheren Folgerung, dass die Spirale I im Fortgange der Bewegung sich öffnet. Dasselbe gilt auch von den Zahlenwerthen r_I für $t = 1$. Denn man findet für diesen Zeitpunkt

$$r_\mathrm{I} = 45{,}03, \quad r_\mathrm{II} = 15{,}78.$$

Die Vergleichung der Werthe von r_II zeigt uns ebenso die Richtigkeit unserer Behauptungen in Betreff der anderen Spirale.

Buxtehude, im October 1886.

Ueber die Entladung hochgespannter Elektricität aus Spitzen[1].

Von

A. v. Obermayer und **M. Ritter v. Pichler.**

Die Versuche, welche wir über die Einwirkung der Entladung hochgespannter Elektricität auf, in Luft suspendirten Theilchen[2]) angestellt haben, veranlassten uns, dem Ausströmen der Elektricität aus Spitzen unser besonderes Augenmerk zuzuwenden und wir theilen im Nachfolgenden die Ergebnisse unserer Versuche mit.

Es möge an dieser Stelle nur hervorgehoben werden, dass wir die Stromstärke der Spitzenentladung vom Abstande der Spitzen und der Platte, zwischen welchen die Entladung stattfand und von der Anzahl der angewandten Spitzen nahezu unabhängig fanden; dass wir dazu gelangt sind, die Staubfiguren, welche die Entladungen der Elektricität aus Spitzen ergeben, als jene Gebiete zu bezeichnen, gegen welche die Entladungen aus der Spitze vornehmlich wirken, dass wir einen Zusammenhang zwischen diesen Gebieten und dem Potentiale constatirten, unter welchen das Ausströmen stattfand; dass wir endlich für verschiedene Fälle des Ausströmens der Elektricität aus Spitzen angenäherte absolute Werthe für das Potential bestimmten.

Wir haben schliesslich versucht, die Beziehungen zwischen gewissen, von uns beobachteten Erscheinungen mit jenen bei Gewittern aufzustellen und bei dieser Gelegenheit auf mehrere, der Beobachtung besonders bedürftige Vorgänge in den Gewitterentladungen hinzuweisen.

Allgemeine Versuchsanordnung.

Zu den nachfolgenden Versuchen standen uns drei ganz gleiche Doppelinfluenzmaschinen zu Gebote, und zwar: die Maschine des physikalischen Cabinets der technischen Militärakademie, des physikalischen Cabinets der Wiener Universität und der Lehrkanzel der Physik für Chemiker am Polytechnikum. Die letzteren beiden Maschinen waren uns von den Herren Professoren V. v. Lang und L. Ditscheiner in dankenswerther Weise zur Verfügung gestellt.

---

1) Von den Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Sitzb. Bd. 93 (1886).

2) Wiener Sitzb Bd. 93 S. 409.

Diese drei Influenzmaschinen wurden nebeneinander auf Tischen stehend, von einer Scheibe mit drei Schnurläufen gleichzeitig betrieben.

Um jede Maschine für sich oder mit einer oder zwei anderen parallel geschaltet benutzen zu können, waren von den gleichnamigen Elektroden der Maschinen, mit Guttapercha überzogene Drähte zu zwei isolirt aufgestellten Holzbüchsen geführt, welche in ihrem Innern vier miteinander verbundene Oehre aus Draht enthielten und in je drei dieser Oehre eingehangen. Von dem vierten Oehre verliefen isolirte Drähte zu den Polen zweier, hintereinander geschalteter Cascadenbatterien, jede zu vier Flaschen, welche somit eine Cascade von acht Flaschen bildeten. Die Flaschen dieser Batterie sind aus Cylindergläsern von 24 cm Höhe und 7,2 cm Durchmesser gebildet und haben jede eine Belegungsfläche von über 450 qcm. Dieselben sind in cylindrische Messingbüchsen von 6,5 cm Höhe eingeschoben, welche mittels der unterhalb aufgelötheten Hülse von einem Glasfusse getragen werden.

Von den Flaschen 1 und 2, ferner 3 und 4 sind die äusseren Belegungen, d. i. die Messingbüchsen, von jenen 2 und 3 die inneren Belegungen, d. i. die Knöpfe mit einander verbunden, so dass die Pole der Batterien immer in den Knöpfen der Flaschen 1 und 4 liegen. Zur Befestigung von Drähten sind in die Knöpfe Kugeln eingeschraubt, welche die umgeschlungene Drahtöhre klemmen.

Von den Polen dieser Batterie führten Drähte zu den Apparaten, welche der Strom der Maschine zu passiren hatte.

Durch Verwechslung der Drähte, welche von den Batteriepolen in die Holzbüchsen führten, wurde die Richtung des Stromes der Maschinen in den bezüglichen Apparaten gewechselt.

Mit den drei nebeneinander geschalteten Maschinen und der Cascadenbatterie wurden zwischen den Elektroden einer Maschine, oder in einem Apparat zum Messen langer Funken, bei günstigen Bedingungen, in rascher Aufeinanderfolge, Funken von 22 cm Länge erhalten.

Auch das Hintereinanderschalten der Maschinen wurde versucht. Es ist uns indessen nicht gelungen, dadurch eine Erhöhung der Schlagweite herbeizuführen. Es scheint hierzu eine äusserst gute Isolirung erforderlich zu sein, welche wir trotz aller Sorgfalt nicht erreichen konnten.

Zu den Versuchen über das Ausströmen der Elektricität aus Spitzen wurde ein eigener Apparat construirt. Auf dem Fussgestelle desselben war einerseits ein Glasfuss von 50 cm Länge mit Holzkopf und der Führung für einen getheilten Stab, den Träger der Spitzenvorrichtung befestigt; andrerseits eine Kupferplatte von 50 cm Durchmesser, durch Hartgummi isolirt, mittels zwei Ständern senkrecht und central zur Axe des getheilten Stabes aufgestellt; dieselbe war durch eine, mit einem Glasfusse verbundene Schraubenvorrichtung um eine horizontale Achse etwas zu drehen.

Das Fussgestell und die Ständer für die Kupferplatte waren so angeordnet, dass der Apparat mit der Kupferplatte ebensowohl vertical als horizontal aufgestellt werden konnte.

Dieser nämliche Apparat diente auch zu Entladungen aus Spitzen gegen Drahtnetze. Die beiden Ständer wurden hierzu entfernt und ein, mit dem Drahtnetze bespannter Holzrahmen eingesetzt.

Die Messung der Stromstärke.

Zur Bestimmung der Stromstärke, während des Ueberströmens der Elektricität aus der Spitze gegen die Platte, benutzten wir ein sehr einfach zusammengestelltes Spiegelgalvanometer. Demselben wurden zwei Rollen angepasst, welche aus feinem, doppelt mit Seide übersponnenem und gut paraffinirtem Drahte gewickelt waren.

Die beiden Rollen gaben jede für sich gebracht, für denselben Strom den gleichen Ausschlag, was wohl auch die Controle dafür war, dass die Entladung die Drahtwindungen wirklich durchlief.

Zur Reduction auf absolutes Maass wurde ein Daniell'sches Element (Thomson'sches Normal Daniell 1,072 Volt., mit concentrirter Zinkvitriollösung und darüber gelagert Kupfervitriollösung von 1,1 spec. Gewichte) angewendet und die Aichung für ungefähr diejenigen Ausschläge ausgeführt, welche den zu messenden Stromstärken entsprechen.

Mit zwei nebeneinander geschalteten Maschinen wurden folgende Versuche angestellt, in denen eine, zwei und vier Spitzen als negative Elektroden in verschiedenen Entfernungen von der Platte, zur Verwendung kamen.

Zahl der Spitzen	Abstand Spitze Platte in Centimet.	Stromstärke in Ampères bei 1 Maschine	Stromstärke in Ampères bei 2 Maschinen
1	10	0,0000504	0,000107
.	40	486	110
2	10	522	102
.	40	541	.
4	10	.	.
.	40	522	102
	Im Mittel	0,0000515	0,000107

Die eine Spitze war hierbei bis nahe an das Ende mit Schellak überzogen und aus einer Nähnadel (Nr. 5) gebildet. Zu den zwei

Spitzen wurden zwei solche, im Abstande von 1 mm zu einander parallel geführte und bis zum Ende mit Schellak überzogene Nadeln verwendet.

Die vier Spitzen waren durch vier, im Abstande von 4 mm parallel zu einander befestigte, bis zu den Spitzen mit Schellack überschmolzene Nadeln, gebildet.

Aus der die Versuchsresultate darstellenden Tabelle ist zunächst zu erkennen, dass zwei nebeneinander verbundene Maschinen das Doppelte der Stromstärke einer Maschine geben.

Die Stromstärke erweist sich innerhalb weiter Grenzen von der Entfernung der Spitze von der Platte unabhängig.

Ist eine grössere Zahl von Spitzen vorhanden, so theilt sich der Strom swischen diesen Spitzen, die Stromstärke erfährt aber auch hier keine Aenderung.

Die Thatsache, dass die Stromstärke von der Distanz nahezu unabhängig ist, geht auch aus den folgenden Beobachtungen hervor, welche während der Bildung von Staubfiguren, bei verschiedenen Distanzen zwischen einer Spitze und der Platte, angestellt wurden. Die Spitze war hierbei negativ, die Platte positiv und nicht zur Erde abgeleitet.

Abstand Spitze—Platte in Centimet.	Stromstärke in Ampères für		
	1	2	3
	Maschinen		
1	0,0000589	—	0,000174
2	623	0,000120	176
3	602	116	174
4	609	117	170
5	630	118	174
6	602	—	170
7	596	—	170
8	596	—	168
9	596	—	172
10	616	118	170

Auch mit positiver Spitze wurden dergleichen Versuche angestellt und im allgemeinen ähnliche Resultate erlangt. Mit drei nebeneinander geschalteten Maschinen aber war es hierbei unmöglich, Beobachtungen anzustellen, weil aus der Spitze Funken gegen die Platte überschlugen, und zwar sowohl auf 5 als auf 10 cm Abstand von der Platte.

Wurden statt einer, mehrere Spitzen als positive Elektroden angewendet, so zeigte die positive Elektricität eine, durch Funkenentladungen aus der einen oder anderen Spitze unterbrochene Büschelentladung.

Die negative Elektricität hatte stets einen sehr feinen Lichtpunkt am Ende der Elektrode erzeugt; allerdings musste die Spitze ihrer ganzen Länge nach mit Schellack überzogen werden, um der Bildung einzelner Lichtpunkte an anderen Stellen der Nadel entgegenzuwirken.

Die positive Elektricität strömt nicht allein aus der Spitze, sondern auch seitlich aus derselben, aus dem geringen unbedeckten Theil aus und bildet lange Fäden gegen die Platte, es scheint, als ob die feine Spitze dem Ausströmen der positiven Elektricität einen zu geringen Querschnitt bieten würde.

Bei einer Distanz von 15 cm zwischen Spitze und Platte und zwei Influenzmaschinen zeigt sich nicht nur ein positves Strahlenbüschel gegen die Platte, sondern es tritt noch ein aufwärts gewendetes Büschel dazu, welches seine convexe Seite nach abwärts kehrt und wie ein Schirm rund um die Spitze gelegen ist. Der Schellack schien dabei förmlich Büschel auszustrahlen.

Es ist im Verlaufe der vorliegenden Untersuchung mehrfach constatirt worden, dass die positive Elektricität geneigt ist, in Funken von der Spitze gegen die Platte zu schlagen, während die negative Elektricität unter gleichen Verhältnissen, die Form eines feinen Büschels einhält.

Die elektrischen Staubfiguren bei Anwendung einer verschiedenen Zahl von Influenzmaschinen.

Während der Entladungen der Elektricität aus der Spitze gegen die Platte wurde etwas Magnesia auf die Platte gesiebt und auf diese Art die Staubfigur hergestellt. Die Bildung der Figuren geht in dieser Weise sehr gut vor sich und und die entstandene Figur ist auf der dunklen Kupferplatte auch sehr gut zu sehen.

Die Hauptbedingung für die regelmässige Ausbildung der Figur ist, dass an der Spitze keine Seitenbüschel entstehen; die Entladungen positiver Elektricität sind häufig hiermit verbunden und die Staubringe erscheinen unregelmässig.

Es wurden drei Versuchsreihen mit einer, zwei und drei Maschinen und negativer Spitze ausgeführt.

Bezeichnet y die Durchmesser der Staubfigur, x den Abstand von Spitze und Platte, so wurden aus den angestellten Beobachtungen, nach der Methode der kleinsten Quadrate folgende drei Formeln abgeleitet, welche die Beobachtungen mit hinreichender, wenn auch nicht vollständiger Annäherung darstellen:

für 1 Maschine . . . . $y = 47{,}81\,x \quad - 1{,}46\,x^2$

„ 2 Maschinen . . . . $y = 51{,}97\,x \quad - 1{,}65\,x^2$

„ 3 Maschinen . . . . $y = 57{,}28\,x \quad - 2{,}00\,x^2$.

Die gemessenen und nach obigen Formeln gerechneten Durchmesser sind in der folgenden Tabelle eingetragen:

Abstand Spitze—Platte	Durchmesser der Staubfiguren bei								
	1 Maschine mittl. Stromstärke 0,000076 Amp.			2 Maschinen mittl. Stromstärke 0,000138 Amp.			3 Maschinen mittl. Stromstärke 0,000108 Amp.		
	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.	beob.	ber.	Diff.
1 cm	45	46	— 1	58	50	+ 8	65	55	+10
2	100	90	+10	107	97	+10	114	107	+ 7
3	135	130	+ 5	143	141	+ 2	149	154	— 5
4	165	168	— 3	180	181	— 1	197	197	± 0
5	201	203	— 2	213	219	— 6	230	237	— 7
6	232	234	— 2	252	252	± 0	266	272	— 6
7	254	263	— 9	278	283	— 5	310	303	+ 7
8	289	289	± 0	308	310	— 2	335	330	+ 5
9	320	312	+ 8	340	334	+ 6	350	353	— 3
10									

Nach den Versuchen von Karras[1]) über die Kundt'schen Figuren, nähern sich die Durchmesser derselben mit der entladenen Elektricitätsmenge einer Grenze. Die Stromstärken der angewendeten Influenzmaschinen scheinen bereits so beträchtlich zu sein, dass die Durchmesser der Figuren dieser Grenze sehr nahe liegen.

Es wurden solche Staubfiguren auch für andere Anordnungen der Spitzen hergestellt; so wurden bei drei Maschinen und einem Abstande von 2 cm zwischen Spitzen und Platte gefunden:

Zahl der Spitzen	1	2	4	8
Abstand der Spitzen von einander	—	20 cm	14 cm	10 cm
Durchmesser der Staubfigur . .	114	108	103	75

Bei diesen Versuchen wirken die Spitzen kaum mehr aufeinander, jede Spitze zeichnet einen nahezu regelmässigen Kreis auf.

Wird die Kupferplatte zum Boden abgeleitet, dann erscheinen die Figuren nicht mehr so scharf abgegrenzt, sondern gegen den Rand der Scheibe verwaschen.

1) Pogg. Ann. Bd. 40 S. 160.

Als die Entladungen aus Spitzen stattfanden, welche in eine Zinkscheibe von 12 cm Durchmesser eingesetzt waren, zeigten sich die Figuren unterhalb der Zinkplatte sehr gut ausgebildet, gegen die Ränder der Kupferplatte hin jedoch verzogen und verwaschen.

Die von einer Spitze auf einer Platte erzeugte Staubfigur lässt offenbar erkennen, welcher Theil der Platte vornehmlich auf die Spitze wirkt, oder zwischen welchen Theilen von Spitze und Platte hauptsächlich der Uebergang der Elektricität stattfindet.

Dies fand seine Bestätigung, als in die Zinkplatte 4 Spitzen auf einem Durchmesser, vom Mittelpunkte der Scheibe 6 cm und 1 cm abstehend eingesetzt, wurden. Die äusseren Spitzen zeichneten zwei eiförmige grosse Figuren auf, die inneren Spitzen zwei ganz kleine, glattgedrückte, einander berührende Ellipsen. Jede der Spitzen zeichnete auch ihre Figur, als deren sechs, und zwar vier gleich lange am Umfange der Scheibe und zwei längere, 1 cm vom Mittelpunkte abstehend, angewendet wurden.

Die Geschwindigkeit des elektrischen Windes.

Bei den ersten Versuchen, welche wir mit positven und negativen elektrischen Spitzen über die Geschwindigkeit des elektrischen Windes anstellten, hatte es den Anschein, als ob das Zeichen der Elektricität von Einfluss sei. Wir wollen nun mit den nachfolgenden Versuchen, in denen nebst der Windgeschwindigkeit auch die Stromstärke gemessen und der Gang der Maschinen nach den Angaben des Galvanometers geregelt wurde, zeigen, dass das Zeichen der Elektricität ohne Einfluss auf die Geschwindigkeit des elektrischen Windes sei.

Die Entlagungen aus der Spitze erfolgten gegen das Drahtnetz. Die Windgeschwindigkeiten wurden mit einem Anemometer gemessen, dessen Mittelebene sich 4 cm hinter dem Drahtnetze befand. Wir erhielten mit einer Spitze:

Abstand in Centim. Spitze Netz	Windgeschwindigkeit in $m^1\ sec^{-1}$ bei								
	1 Maschine			2 Maschinen			3 Maschinen		
	Stromstärke	Zeichen	Geschw.	Stromstärke	Zeichen	Geschw.	Stromstärke	Zeichen	Geschw.
5	5,89 10^{-5}	—	1,42	13,2 10^{-5}	—	2,20	17,1 10^{-5}	—	2,35
5	5,82	+	1,42	13,0	—	2,07	17,4	—	2,38
5	—	.	.	.	.	.	18,6	—	2,37
20	5,82	+	1,59	9,8	+	1,81	.	.	
20	6,02	—	1,48	12,0	+	1,93	.	.	
20	—	.	.	11,8	—	1,95	.	.	
20	—	.	.	12,0	—	1,95	.	.	

Die Windgeschwindigkeiten mit positiver Spitze stellten sich bald grösser, bald kleiner als mit negativer Spitze heraus, so dass die Abweichungen als durch Versuchsfehler bedingt angesehen werden können.

Mit positiver Spitze und drei Maschinen konnten wegen der überschlagenden Funken keine Versuche vorgenommen werden.

Die Bündel von vier Spitzen, ein Quadrat von 4 mm Seitenlänge bildend, ergab:

Abstand in Centim. Spitze—Netze	Windgeschwindigkeit in $m^1\ sec^{-1}$ bei								
	1 Maschine			2 Maschinen			3 Maschinen		
	Stromstärke	Zeichen	Geschw.	Stromstärke	Zeichen	Geschw.	Stromstärke	Zeichen	Geschw.
5	$6{,}3\ 10^{-5}$	—	1,52	$12{,}5\ 10^{-5}$	—	2,03	$18{,}8\ 10^{-5}$	—	2,63
5							$19{,}4\ 10^{-5}$	—	2,42
5							$18{,}1\ 10^{-5}$	—	2,47
10							$16{,}4\ 10^{-5}$	+	2,35
10							$15{,}8\ 10^{-5}$	+	2,15

Trotz Rücksichtnahme auf die geringere Stromstärke würde dies für die positive Elektricität eine etwas kleinere Geschwindigkeit des Windes anzeigen.

Der Anemometer weist bei vier Spitzen 1 m hinter dem Netze, noch eine Geschwindigkeit von 1,21 $m^1\ sec^{-1}$ bei 0,000185 Amp. Stromstärke, auf 2 m hinter dem Netze eine Geschwindigkeit des Windes von 0,99 $m^1\ sec^{-1}$ bei 0,000187 Amp. Stromstärke aus und zeigt eine Breite des Luftstromes von 26 cm in einem Meter Distanz hinter dem Netze an.

Das Bündel von vier Spitzen hat wohl die grösste beobachtete Windgeschwindigkeit und die heftigste Ozonisirung erzeugt.

Von zwei Spitzen, welche 10 cm voneinander abstanden, wurde an jeder Spitze die Windgeschwindigkeit gemessen:

1. Spitze . . . . . 0,000189 Amp. 1,81 $m^1\ sec^{-1}$
2. Spitze . . . . . 0,000191 „ 1,80 do.

wobei unter Stromstärken die beobachteten Gesammtstromstärken angegeben sind.

Die Messung des absoluten Werthes des Potentiales für Entladungen von Elektricität aus Spitzen.

Die Messungen des absoluten Werthes des Potentiales wurden nach der Schwingungsmethode von Coulomb in der Weise ausgeführt, wie dies von Mascart in dem Traité d'électricité statique vol. II p. 92, beschrieben ist.

Die Versuchsanordnung, welche wir anwendeten, ist die folgende: Eine Kugel von einem Halbmesser $R = 15{,}84$ cm auf einem Glasfusse isolirt befestigt, ist im Innern eines cylindrischen Käfigs aus verzinktem Eisendrahtnetze aufgestellt. Der Durchmesser der beiden Grundflächen des Käfigs ist 160 cm, die Höhe der fünftheiligen Mantelfläche 200 cm. Das Drahtnetz ist leitend mit der Gasleitung des Hauses verbunden, befindet sich somit auf dem Potentiale Null.

Die Kugel ist mittels eines, isolirt durch die Seitenwand des Käfigs geführten Drahtes mit demjenigen Apparate verbunden, dessen Potentialdifferenz gegen die Erde zu bestimmen ist.

Zwischen den Seitentheilen der Mantelfläche reicht von aussen ein Arm in den Käfig, welcher an einem dünnen Drahte einen horizontalen Messingdraht-Wagebalken trägt, an dessen längerem Theile eine vergoldete Hollundermarkkugel sitzt, welche durch eine, am kürzeren Theile befindliche Metallkugel abbalancirt wird. Von der Befestigungsstelle des Aufhängedrahtes am Wagebalken reicht ein Drahtstück nach abwärts, welches am unteren Ende eine Hülse zum Einlegen des Belastungsstabes trägt und an welches der Spiegel gelöthet ist, der die Beobachtung der Schwingungsdauer erleichtern soll. Diese ganze Vorrichtung ist leitend mit dem Drahtkäfige in Verbindung und daher auch auf dem Potentiale Null.

Mit Hilfe des Spiegels wurde ein Lichtbild auf einer, ausserhalb des Käfigs aufgestellten Scala mit Lampe und Spalt hergestellt. Die Durchgänge durch die Gleichgewichtslage wurden bei schwingender Hollundermarkkugel mit einem Registrirapparate, auf dem gleichzeitig eine Pendeluhr die Aufzeichnungen der Secunden besorgte, aufgeschrieben.

Zur Messung des Potentiales ist die Kenntnis des Trägheitsmomentes des schwingenden Apparates erforderlich. Es wurde dasselbe in der bekannten Weise bestimmt. Gleichzeitig wurde auch die Schwingungsdauer des Apparates ermittelt, wenn derselbe unbelastet und die grosse Kugel innerhalb des Käfigs unelektrisch war.

Weiter ist die Bestimmung der Schwingungsdauer des Apparates auszuführen, wenn die isolirte Kugel elektrisirt ist. Diese Schwingungsdauer fällt kleiner aus, da zwischen den beiden Kugeln eine Anziehung stattfindet, welche bei angenäherter Berechnung des Versuches so vorausgesetzt wird, als ob die elektrischen Massen auf den Kugeln gleichförmig vertheilt wären.

Das Potential in Volt V der grossen Kugel wird dann nach der Formel gerechnet:

$$V = \frac{300\,\pi}{\tau_0\,R}\sqrt{\frac{K D^3}{l \cdot r}}\;\frac{\sqrt{(\tau_0+\tau)(\tau_0-\tau)}}{\tau}.$$

Für den vorliegenden Apparat ist:

R der Halbmesser der grossen Kugel	15,84 cm
r der Halbmesser der Hollundermarkkugel	0,575 cm
l der Abstand des Aufhängedrahtes vom Mittelpunkte der Hollundermarkkugel	17,1 cm
K das Trägheitsmoment des schwingenden Apparates .	802 $g^1 cm^2$.

D der Abstand des Mittelpunktes der Kugel vom Halbmesser R und dem Mittelpunkte der schwingenden Hollundermarkkugel.

τ_0 die Schwingungsdauer des unbelasteten Apparates 10,13 Sec.

τ die Schwingungsdauer des Apparates unter dem Einflusse der elektrisirten festen Kugel.

Ein Factor von der Form $\left(1 - \frac{Rr}{D^2}\right)$ ist hierbei vernachlässigt, er beträgt bei der vorliegenden Versuchsanordnung 0,964.

Zur Bestimmung der Potentialdifferenz zwischen Spitze und Platte ist es nothwendig, die Platte zur Erde abzuleiten oder mit dem Drahtkäfige zu verbinden. Die Spitze wird mit der grossen Kugel innerhalb des Käfigs leitend verbunden.

Die Ableitung zur Erde brachte eine Schwierigkeit mit sich, welche darin bestand, dass das Galvanometer, trotzdem es mit einem paraffinirten Holzfusse versehen und auf einer Glasplatte aufgestellt war, deswegen den Dienst versagte, weil die Elektricität das Bestreben zeigte, zur Erde abzufliessen und der Magnet von den Wänden des Gehäuses angezogen wurde. Die Regulirung des Ganges der Maschinen nach den Anzeigen des Galvanometers waren daher während dieser Versuche nicht ausführbar und dies mag die Abweichungen, welche die Beobachtungen an verschiedenen Tagen zeigten, zum Theil miterklären.

Innerhalb welcher Grenzen die Distanz D auf das Versuchsresultat von Einfluss ist, suchten wir durch Aenderung dieser Distanz zu erfahren. Ein diesbezüglicher Versuch mit drei Maschinen und negativer Spitze ergab:

D	V	Unterschied
48,8 cm	48500 Volt	
54,3	45000	7 %
58,1	43000	4 %.

Die Uebereinstimmung ist allerdings keine sehr befriedigende. Es scheinen indessen die grösseren Distanzen näher dem wahren Werthe zu liegen. Die Resultate eines Versuchstages und einer Distanz D dürften indessen recht gut vergleichbar sein, wenn sie sich auch vom absoluten Werth einigermaassen entfernen.

Die Ergebnisse der Potentialmessungen sind im nachfolgenden mitgetheilt.

Das Potentiale, welches erforderlich ist, um die Elektricität aus derselben Spitze gegen die Platte zu treiben, wächst mit der Stromstärke.

So ergab ein Versuch, bei welchem die Distanz $D = 51,3$ cm betrug

Abstand Spitze—Platte	Eine Maschine		Zwei Maschinen		Drei Maschinen	
	τ	V	τ	V	τ	V
2 cm	7,33	18500	6,21	25000	5,87	27300
5	5,34	21300	4,15	43300	3,72	49300
10	3,99	45400	3,02	62300	2,53	75400
15	3,27	57000	2,48	77000	2,30	83400
20	2,78	68200	.	.	.	.

Wurden statt einer Spitze, deren mehrere parallel gestellte angewandt, so ist die Entladung durch die Spitzen mit einem kleineren Potentiale verbunden. Der Werth dieses Potentiales ist bei sehr geringer Entfernung der Spitzen voneinander nahezu gleich demjenigen bei einer Spitze und nimmt für denselben Abstand, Spitze—Platte, mit der Entfernung der Spitzen voneinander ab, um schliesslich einen von dem Abstande Spitze—Platte abhängigen Grenzwerth zu erreichen.

Die in dem folgenden Versuche zu je zweien, zur Verwendung kommenden Spitzen, sind an den Enden eines, zweimal rechtwinkelig gebogenen Drahtes angebrachte Nadeln. Die Drähte und die Nadeln sind nahe bis zu den Spitzen mit Schellack überzogen. Der mittlere Theil des Drahtes ist mit dem Messingstücke versehen, welches sich in den, zur Aufnahme der Spitzen bestimmten Stab einschrauben lässt.

Die Distanz $D = 58,1$ cm. Der Versuch mit einer Spitze an demselben Versuchstage ist zum Vergleiche beigefügt.

Abstand Spitze—Spitze 2 Spitzen	Entfernung Spitze—Platte			
	2 cm		5 cm	
	τ	V	τ	V
1 mm	6,55	27700	4,47	47800
1 cm	7,07	24100	4,85	43100
2	7,36	22200	4,97	41700
5	7,58	20800	5,37	37600
10	7,59	20800	5,49	36400
20	7,59	20800	5,72	34300
Eine Spitze allein	6,54	27800	4,57	46500

Auch mit vier Spitzen, welche an Drahtkreuzen angebracht waren, wurden solche Versuche angestellt $D = 58,1$ cm.

Abstand Spitze—Spitze 4 Spitzen	Entfernung Spitze—Platte			
	2 cm		5 cm	
	τ	V	τ	V
4 mm	7,20	23300	4,78	44000
$5\sqrt{2} = 7,1$ cm	8,47	15400	6,35	29200
$10\sqrt{2} = 14,2$ cm	8,50	15200	6,74	26400
Eine Spitze allein	6,66	26900	4,63	45700

Wie aus den mitgetheilten Versuchsresultaten zu ersehen ist, erreicht bei einer Entfernung Spitze — Platte gleich 2 cm der in Rede stehende Potentialwerth einen constanten Werth, zwischen 5 und 10 cm Abstand der Spitzen voneinander.

Bei einer Entfernung Spitze — Platte gleich 5 cm wird ein unveränderlicher Werth des Potentiales erst erreicht, wenn die Spitzen zwischen 10 und 20 cm auseinanderstehen.

Damit durch wechselseitige Einwirkung der Spitzen aufeinander der Potentialwerth, unter dem das Ausströmen stattfindet, nicht erhöht werde, ist erforderlich, dass die Spitzen das Drei- bis Vierfache des Abstandes Spitze — Platte voneinander entfernt sind.

Im innigen Zusammenhange damit, ob die Spitzen noch aufeinander wirken oder nicht, stehen die Staubfiguren, welche während der Entladung auf der Platte erzeugt werden können.

Sobald die Spitzen aufeinander wirken, stören sich diese Figuren und deformiren sich. Sind zwei Spitzen z. B. nahe aneinander, so bildet sich nahezu ein Kreis oder eine Ellipse, deren kleiner Durchmesser senkrecht zur Verbindungslinie der Spitzen gelegen und durch einen Staubstreifen markirt ist.

Diese Ellipse flacht sich mehr ab, wenn die Entfernung der Spitzen grösser gewählt wird; der Staubstreifen in der kleinen Axe wird länger und an den Stellen, wo derselbe den Ellipsenumfang schneidet, bilden sich kleine halbkreisförmige Ansätze an die Ellipsenfläche. Bei noch grösserer Entfernung der Spitzen voneinander verwandelt sich der Staubfaden in der kleinen Axe in die Berührungslinie zweier geschlossener, einander die abgeplattete Seite zuwendender Figuren.

Wenn endlich die Spitzen so weit voneinander entfernt sind, dass sie kaum mehr aufeinander wirken, dann bildet sich von jeder einzelnen eine geschlossene Figur, die nahezu ein Kreis ist.

Selbstverständlich bietet der Charakter der Erscheinungen bei vier und acht Spitzen nichts, was die mit zwei Spitzen angestellten Versuche nicht erwarten liessen.

Ein weiterer Versuch wurde angestellt, um zu sehen, welche Erniedrigung des Potentiales durch acht Spitzen herbeigeführt werden kann. Es zeigt sich dabei sehr deutlich, wie bei wachsender Entfernung der Spitzen von der Platte das Potentiale, unter welchem das Ausströmen aus den acht Spitzen erfolgt, ein geringerer Bruchtheil des Potentiales bei einer Spitze wird.

Die Spitzen sind negativ. — Drei Influenzmaschinen:

Abstand Spitze—Platte	1 Spitze V_1	8 Spitzen V_8	$V_8 : V_1$
2 cm	27000	17500	0,65
5 „	47900	38000	0,79
10 „	70000	58000	0,83

Schliesslich wurden noch in einer eigenen Versuchsreihe verglichen die Potentiale von 1, 2, 4, 8 Spitzen. Die zwei Spitzen hatten einen gegenseitigen Abstand von 20 cm, die vier Spitzen nach den Seiten des Quadrates gemessen 14 cm, die acht Spitzen nach dem Umfang des Ringes gemessen, in den sie gelöthet waren, 10 cm und $D = 58{,}1$ cm.

(Siehe Tabelle S. 36.)

Zahl der Maschinen	Zahl der Spitzen	Abstand Spitze—Platte					
		2 cm			5 cm		
		τ	V	$V_n : V_1$	τ	V	$V_n : V_1$
3	1	6,63	30800	1,00	4,62	45800	1,00
.	2	7,58	20800	0,64	5,60	35800	0,77
.	4	8,35	16100	0,52	6,41	28700	0,63
.	8	9,00	12100	0,39	7,46	21600	0,47
2	1	.	.	.	5,09	40400	1,00
.	2	.	.	.	5,97	32200	0,80
1	1	.	.	.	6,29	29700	1,00
.	2	.	.	.	7,26	22900	0,77

Für den Abstand Spitze—Platte gleich 5 cm ist die Abnahme des Potentiales mit der Spitzenzahl etwas langsamer als für den kleineren Abstand von 2 cm.

Die Abhängigkeitsverhältnisse, welche die Potentialwerthe unter Anwendung einer verschiedenen Spitzenzahl zeigen, können wohl kaum durch einen einfachen Ausdruck wiedergegeben werden.

Es wurde weiter noch ein Versuch angestellt, welcher zum Zweck hatte, den Einfluss festzustellen, den eine Metallscheibe auf den Potentialwerth ausübt, wenn die Spitzen in diese Metallscheibe eingesetzt sind. Es wurde zu diesem Ende eine kreisförmige Blechscheibe von etwa 12 cm Durchmesser gewählt, deren Ränder mit Schellack überzogen waren. Die Nadeln wurden nahe den Enden eines Durchmessers in einer gegenseitigen Entfernung von 11,8 cm eingeschraubt. Das eine Nadelpaar hatte eine Länge von 1 cm, das andere von 3,5 cm. Die Nadelspitzen wurden 5 cm von der Kupferplatte entfernt eingestellt. Zum Vergleich ist auch ein Versuch mit zwei Spitzen in 10 cm Abstand an den beiderseits umgebogenen Enden eines Drahtes angestellt worden.

Drei Influenzmaschinen, $D = 58{,}1$ cm.

2 Spitzen in der Scheibe

		τ	V
von der Länge . .	1,0 cm	4,98 sec.	41 600 Volt.
	3,5 „	5,01 „	41 300 „
2 Spitzen 10 cm voneinander . .		5,45 „	36 800 „

Die Anwesenheit der Metallplatte, in welcher die Spitzen eingesetzt sind, vergrössert das zum Austreiben der Elektricität aus den Spitzen nöthige Potentiale; sie wirkt so, als ob die Spitzen weiter von der Kupferplatte entfernt worden wären.

Von den Staubfiguren, welche bei dieser Versuchsanordnung ge bildet wurden, ist schon die Rede gewesen. Es ist nur noch zu be merken, dass eine zufällige Ausströmung aus einer fehlerhaften Stelle des Plattenrandes sofort die Bildung einer entsprechenden, allerdings verschwommenen Staubfigur zur Folge hatte, diese Ausströmung somit gewissermaassen jene Stelle der Kupferplatte bezeichnete, gegen welche die Entladung stattfand.

Nach den vorstehenden Versuchen ist wohl der von Riess [1]) angeführte Satz: „An keiner Stelle eines Bündels von Spitzen ist die Dichtigkeit so gross wie an einer einzeln stehenden Spitze und letztere ist daher viel kräftiger als das Bündel, um einen entfernten Leiter Elektricität zu entziehen“ nur zum Theile richtig. Das Spitzenbündel ist zur Entladung auch eines entfernten Leiters besser geeignet als eine Spitze allein, weil es bei geringerem Potentialwerthe die gleiche Stromstärke ergibt, die Entladung also unter Leistung geringeren Effectes vor sich geht.

Schliesslich wurden noch einige Versuche angestellt, um zu constatiren, ob das Potentiale zum Ausströmen aus einer Spitze, bei nahe gleicher Stromstärke, für beide Elektricitäten gleich ist, oder ob ein Unterschied besteht.

Es ergab sich mit zwei Influenzmaschinen und einer Spitze

Elektricität der Spitzen	Abstand Spitze–Platte	τ	V
—	5 cm	5,37	37600
+	5	5,67	34800
—	10	4,25	50800
+	10	4,35	49600
—	10	4,08	53400
+	10	4,22	51300
—	15	3,40	66000
+	15	3,22	70100

Für die Distanzen von 5 und 10 cm ist das Potentiale zum Ausströmen der negativen Elektricität an beiden Versuchstagen entschieden grösser als jenes der positiven Elektricität.

Bei der Distanz von 15 cm ist das Verhältnis umgekehrt. Dieser Versuch scheint nicht ganz regelmässig verlaufen zu sein, es ist nicht ausgeschlossen, dass sich eine seitliche Entladung negativer Elektricität gebildet hat. Die positive Elektricität hat solche Seitenentladungen in erheblichem Maasse aufgewiesen.

1) P. T. Riess, Die Lehre von der Reibungselektricität, Bd. 1 S. 260.

Auch die Metallscheibe sammt den eingesetzten Spitzen wurde, negativ und positiv elektrisch, der Platte auf 5 cm Entfernung gegenübergestellt und das Potentiale gemessen, als drei Influenzmaschinen eingeschaltet waren.

Vier Spitzen an den Ecken eines Quadrates von 12 cm in die Scheibe eingeschraubt, geben mit negativer Elektricität eine Schwingungsdauer von 6,01 Sec. und ein Potentiale von 31 900 Volt.

Vier Spitzen auf einem Durchmesser, symmetrisch zum Mittelpunkte der Scheibe, im Abstande von 1 cm und von 6 cm davon, geben:

für negative Elektricität . .	$\tau = 5{,}41$	$V = 37\,200$
für positive „ . .	$\tau = 5{,}72$	$V = 34\,300$

Vier Spitzen in Form einer Raute, von den Diagonalen 12 cm und 2 cm in die Zinkscheibe eingesetzt, ergeben:

für negative Elektricität . .	$\tau = 5{,}54$	$V = 36\,000$
für positive „ . .	$\tau = 5{,}95$	$V = 32\,400$

Die Büschel an den Spitzen nahe den Rändern der Scheibe überragen jene der Spitzen in der Mitte derselben an Lichtstärke. Die Staubfiguren dieser letzteren Spitzen waren demgemäss auch nur sehr wenig ausgebildet. Das Potentiale zum Ausströmen der Elektricität ist in den Fällen, wo Spitzen nahe der Mitte der Scheibe angewendet waren, erheblich grösser als dann, wenn alle vier Spitzen sich am Umfange der Scheibe befinden.

Im Falle der in die Platte eingesetzten Spitzen ist der Potentialwerth zur Entladung der negativen Elektricität ausgesprochen grösser als jener zur Entladung der positiven Elektricität. Die Büschel der positiven Elektricität erstrecken sich von der Spitze bis zur Platte herab.

Die Beziehung der vorangeführten Versuche zur Wirkung der Blitzableiter.

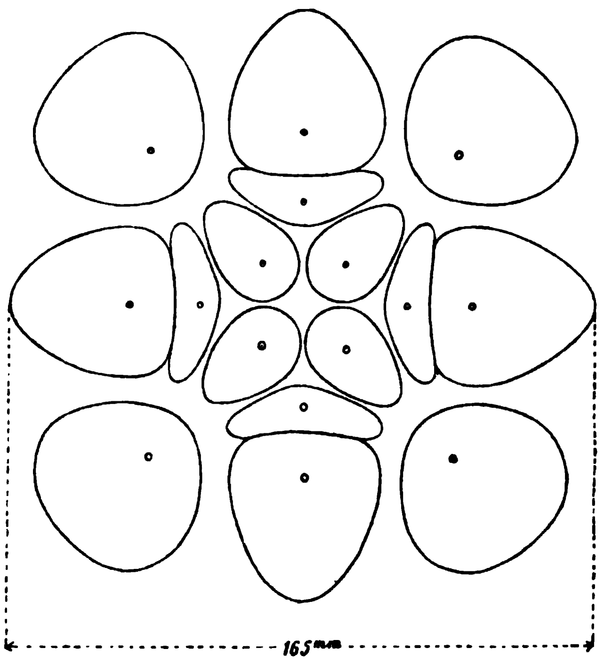
Es ist wohl nicht ungerechtfertigt, die in den vorangeführten Versuchen beobachteten Erscheinungen mit den Wirkungen der Blitzableiter zu vergleichen, und zwar nicht nur mit den Präventivwirkungen, sondern auch mit den Schutzwirkungen derselben.

Zum Beweise der Präventivwirkung der Blitzableiter, d. h. des Ausströmens der Elektricität aus den Blitzableitern, werden gewöhnlich die Versuche angeführt, welche von Romas[1]), Beccaria, Hemmer[2])

1) Romas, Mémoires de l'Academie Royale de Bordeaux 1759. — Romas, Mémoires sur les moyen de se garantie de la foudre dans les maisons . . . . 1776. Paris et Bordeaux.

2) J. Jakob Hemmer, Anleitung, Wetterleiter aller Art auf Gebäuden auf die sicherste Art anzulegen. Offenbach am Main 1786.

u. dergl. m. mit Hilfe aufsteigender Drachen oder unterbrochener Blitzableiter während der Gewitter angestellt und wobei mächtige Funkenströme erhalten wurden. Ausserdem [1]) werden zum Beweise der Existenz dieser Wirkung angeführt, dass Gewitterwolken, nachdem sie über Gebäude mit Blitzableitern gezogen waren, wie entladen erschienen (Toaldo, Schloss Nymphenburg); dass Gebäude, welche sehr häufig von Blitzschlägen beschädigt wurden, seit sie mit Blitzableitern versehen sind, weitaus seltener getroffen werden; endlich dass in ganzen Gegenden weniger Blitzschläge auftreten, seit dort zahlreiche Blitzableiter aufgestellt sind (Pietermauritzburg im Natal. M. Mann).



Das Ausströmen der Elektricität aus den Spitzen der Blitzableiter kann wohl auch nur nach denselben Gesetzen stattfinden, wie das Ausströmen der Elektricität in unseren Versuchen. Den Spitzen der Blitzableiter und aller jener Gegenstände auf der Erdoberfläche, welche Elektricität in Büschelform ausströmen können, müssten hiernach auf den Wolken ganz genau abgegrenzte Wirkungsgebiete entsprechen, so wie dies die Staubfiguren auf unseren Platten anzeigen.

1) Paratonnerres, Notes et commentaires p. M. Melsens, Bruxelles, F.Hayez 1882.

Um von der Abgrenzung der Wirkungsgebiete von Spitzen eine Vorstellung zu erlangen, wurde ein Elektrophordeckel von 350 mm Durchmesser in der Mitte mit 16 Nadeln als Spitzen versehen und eine Ausströmung negativer Elektricität unter Anwendung dreier Influenzmaschinen gegen die 500 mm im Durchmesser haltende Kupferplatte veranlasst. Der Abstand der Nadelspitzen von der Kupferplatte war über 7 cm. Durch Einblasen von Magnesiastaub haben sich auf der Kupferplatte die Wirkungsgebiete der einzelnen Spitzen sehr scharf abgezeichnet. Es ist dies in der vorstehenden Figur zur Anschauung gebracht, in welcher die Stellungen der Nadeln durch kleine Ringelchen markirt sind. Die von den Spitzen gezeichneten Wirkungsgebiete haben scharf markirte Contouren und erscheinen gegen innen verwaschen. Die Wirkungsgebiete der äussersten Spitzen bedecken den grössten Flächenraum, diese letzteren betheiligen sich am meisten am Ausströmen der Elektricität. Die Wirkungsgebiete der inneren Spitzen sind sehr eingeengt.

Zur Entladung in Funkenform ist ein erheblich grösseres Potentiale erforderlich wie zur Entladung aus Spitzen. Unsere diesbezüglichen Versuche [1]) haben ergeben, dass ein Potentialwerth, welcher hinreicht, eine Büschelentladung aus negativer Spitze auf 40 cm zu unterhalten, einer Schlagweite von etwa 9 cm zwischen Kugeln entspricht.

Wenn somit der Blitz von den Wolken niederschlagen kann, weil die dazu nöthige Potentialdifferenz vorhanden ist, so muss es um so mehr möglich sein, dass Büschelentladungen gegen die Wolken stattfinden. Thatsächlich existiren auch hierauf bezügliche Beobachtungen, allerdings in nicht sehr beträchtlicher Menge. Trotzdem nun die Gewitterwolken immer sehr hoch stehen [2]), gewiss über 1000 m, so würden sich hiernach die Wirkungsgebiete derjenigen Gegenstände an der Erdoberfläche, welche vornehmlich Elektricität ausströmen lassen, auf den Wolken abgrenzen. Kommt es zum Blitzschlage, so würde dies nur zwischen diesen Gegenständen und einer Stelle ihres Wirkungsgebietes geschehen, weil ja diese beiden Punkte des Raumes schon in einer

1) Wiener Sitzb. Bd. 93 S. 417.

2) Es werden in Anderson, Lightning Conductors zwei Gewitter zu Graz und Admont angeführt, welche auf der Erdoberfläche aufgelegen sein sollen und bei denen trotz der geringen Dicke der Wolkenschichte durch Blitzschläge beträchtlicher Schaden angerichtet wurde. Diese Gewitter sind von Haidinger in den Wiener Sitzb. Bd. 9 S. 338 (1852) beschrieben worden. Eine aufmerksame Durchsicht dieser Beschreibung lässt erkennen, dass es sich hierbei nicht um so tief stehende Gewitterwolken, sondern um Nebel gehandelt hat, welche auf dem Erdboden aufliegen und über denen sich in beträchtlicher Höhe die Gewitterwolken befanden.

gewissen Beziehung zu einander stehen und Entladungen zwischen denselben stattfinden.

Der Verlauf eines Blitzschlages ist somit durch diese correspondirenden Stellen an der Erdoberfläche und an der Wolke bedingt, und es ist für die Erklärung des Verlaufes der oft sonderbaren Bahnen der Blitze von besonderer Wesenheit festzuhalten, dass Wolke und Erdoberfläche gleichzeitig hieran betheiligt sind.

Die vorangegebene Figur zeigt, dass die Wirkungsgebiete derjenigen Spitzen, welche am Rande des influenzirten Gebietes stehen, die grössten sind. Die Wirkungsgebiete der zwischenliegenden Spitzen sind ausserordentlich eingeengt. Es schiene dies darauf hinzuweisen, dass die elektrischen Erscheinungen, d. i das Ausströmen der Elektricität und das Niederschlagen der Blitze, hauptsächlich dann zu Stande kommen, wenn die Gewitterwolke gegen den Beobachtungsort anrückt oder sich von demselben entfernt. Wenn sich der Beobachtungsort in der Mitte, unter der Gewitterwolke befindet, dann würden die Blitzschläge weniger wahrscheinlich sein. Wir sind leider nicht in der Lage gewesen, diese Folgerung aus den Ergebnissen der Versuche, an vorliegenden Beobachtungen zu prüfen.

Eine andere Frage, mit welcher unsere Versuche in Beziehung zu stehen scheinen, ist die Frage der Häufigkeit von Blitzschlägen einer bestimmten Richtung, d. h. der Blitzschläge aus negativen oder positiven Wolken.

Nach unseren Versuchen kann eine bestimmte Menge negativer Elektricität aus einer Spitze sehr gut in Form eines Lichtpunktes entladen werden, während die gleiche Menge positiver Elektricität in Funkenform übergeht.

Es wurde diese Thatsache mit grosser Sicherheit constatirt.

Um zu erfahren, ob eine Steigerung der aus einer Spitze zu entladenden negativen Elektricitätsmenge auch zur Funkenbildung führt, oder ob die Entladung in Form von Lichtpunkten auch dann noch anhält, haben wir uns an den Herrn Mechanicus F. Leuner in Dresden mit der Bitte gewendet, Versuche über die Entladung von Elektricität zwischen Spitzen und Platten mit seinen mehrscheibigen Influenzmaschinen anzustellen. Eine 20- und eine 60scheibige Influenzmaschine dürften zu diesen Versuchen benutzt, gewiss sehr beachtenswerthe Resultate ergeben.

Wir sind bisher noch ohne Nachricht, ob Herr Leuner unserem Ansuchen willfahren wird.

Aus unseren Versuchen scheint weiter hervorzugehen, dass zur Entladung der positiven Elektricität aus Spitzen ein geringeres Potentiale nöthig ist, als zur Entladung der gleichen Menge negativer Elektricität. Dieses Resultat halten wir nicht für genügend sicher, da gleichzeitige Messungen der Stromstärke nicht ausgeführt werden konnten und es sich nicht feststellen liess, ob noch irgend welche zufällige Einflüsse von uns unbemerkt thätig gewesen sind. Immerhin ist diese Thatsache der Beachtung werth.

Nach den oben angeführten Versuchsergebnissen wäre es also wahrscheinlich, dass der Blitz häufiger aus negativen Wolken gegen die positiven Spitzen der Gegenstände an der Erdoberfläche schlägt.

Die Beobachtung der Blitzschläge scheint oft sehr für eine bestimmte Richtung der Bewegung der Elektricität zu sein. Es sind aber hier Täuschungen gewiss nicht ausgeschlossen, wie man an dem bekannten Versuche [1]) erkennen mag, dass Funken vom Conductor einer Maschine gegen eine Kugel oder umgekehrt zu schlagen scheinen, je nachdem die Kugel unterhalb oder oberhalb des Conductors gehalten wird. Hieraus lässt sich also im allgemeinen nichts ableiten.

Mit dem von St. Marianini [2]) vorgeschlagenen Rhéelektrometer, worin durch einen vom Blitzableiter abgezweigten Theilstrom ein Eisendraht magnetisirt und hierdurch eine darübergestellte Magnetnadel permanent abgelenkt erhalten wird, scheinen keine Versuche zur Bestimmung der Richtung des Blitzschlages angestellt worden zu sein.

Die Anwendung des Rhéelektrometers nach der Empfehlung Melsens in den Blitzableitern der belgischen Telegraphenlinien ergibt allerdings Resultate, diese dürfen aber wohl nur im Zusammenhange miteinander untersucht werden, was vielleicht nicht ganz einfach ist.

Während der Gewitter wechseln bekanntlich die Zeichen der atmosphärischen Elektricität sehr rasch; indessen scheinen doch manche Beobachtungen darauf hinzudeuten, dass die Blitzschläge zur Erde häufiger aus negativen Wolken erfolgen [3]). So schreibt der italienische Professor Don Pietro Moscati, welcher mit einem unterbrochenen Blitzableiter zu Pavia experimentirte, an den Professor M. Landriani in Mailand [4]), am Schlusse eines Briefes: „Unterdessen bleibt mir noch ein einziger Umstand beizufügen übrig, nämlich dass ich aus der Summe der Beobachtungen aller Gewitter, die durch fünf Jahre in Pavia gewesen sind, sagen muss, dass die schlimmsten und stärksten, und jene, welche Hagel mit sich führten, mit einer negativen Elektricität der

1) Riess, Lehre von der Reibungselektricität Bd. 2 S. 534.

2) Stefano Marianini. Du Rhé-électromètre comme moyen de découvrir la direction de la foudre. Ann. de Chime 3ᵉ série vol. XIII et vol. X.

3) F. Exner, Wiener Sitzb. Bd. 93 S. 243.

4) Marsilius Landriani, Abhandlung vom Nutzen der Blitzableiter. Deutsch von Gottfried Müller in Wien, 1786.

Wolken verbunden zu sein pflegen, zum wenigsten waren jene so beschaffen, die ich im Jahre 1765—1770 in Pavia beobachtete."

Ob die furchtbar zerstörende Wirkung mancher Blitzschläge nicht mit der Richtung der Elektricitätsbewegung und der Potentialspannung zusammenhängt, welche zum Zustandekommen der Entladung mitwirkte, das muss allerdings den in dieser Beziehung angestellten Beobachtungen anheimgestellt bleiben. Es würden sich zu solchen Beobachtungen jene Localitäten empfehlen, wo die Gewitterschläge sehr häufig sind. Dies würde besonders günstig in den Grenzgebieten von Dalmatien und der Herzegowina geschehen können, wo insbesondere in dem Monate Jänner fast ununterbrochen Gewitter den Himmel bedecken.

Die nach unseren Versuchen festgestellten Wirkungsgebiete der Spitzen haben nichts gemein mit den Schutzkreisen, welche man für Blitzableiter festzustellen pflegt. Diese Wirkungsgebiete bezeichnen nur jene Stelle der Wolke, aus welcher etwaige Blitze gegen die Spitze schlagen könnten.

Ein vollständiger Schutz gegen Blitz für ein gegebenes Object scheint durch einzelne, wenn auch hohe Auffangestangen und wenige Ableitungen überhaupt nicht zu erreichen, insbesondere dann nicht, wenn es sich um verzweigte Blitze (nappes) handelt. Die hochgespannte Elektricität, wenn sie in grösserer Menge aus einer Spitze auszuströmen genöthigt ist, benutzt die geringsten Oxydflecke oder Ritze an der Spitze oder an den damit verbundenen Leitern, um Nebenbüschel zu bilden und so leichter aus dem Leitersystem entweichen zu können. Die Anwendung mehrfacher Spitzen an vielen Stellen des zu schützenden Objectes scheint also eine sehr empfehlenswerthe Maassregel zu sein.

Ueberhaupt sprechen unsere Versuche über die Spitzenentladung sehr zu Gunsten des Melsen'schen Systems der Blitzableitung mit seinen vielen Spitzen, zahlreichen Ableitungen zum Erdboden, seinen Verbindungen mit etwa vorhandenen Gas- und Wasserleitungen, seinen Einschaltungen aller grösseren Metalltheile des Objectes an zwei zweckmässig gewählten Punkten in der Ableitung.

Es vereinigt dieses Blitzableitersystem alle Eigenschaften in sich, um sowohl günstige Präventiv- als ausreichende Schutzwirkungen zu gewähren. Auch E. Mach [1]) hat die Ueberlegenheit dieses Systems mit Rücksicht auf seine Schutzwirkung anderen Systemen von Blitzableitungen besonders hervorgehoben. Den von ihm angestellten Versuch, sich in einen Drahtkorb einzuschliessen, haben wir wiederholt

1) E. Mach, Wiener Sitzb. Bd. 87 (1883). Exner's Repert. d. Physik Bd. 19 S. 505.

und constatirt, dass von den mächtigen Entladungsschlägen einer Batterie von grossen Flaschen im Innern des Korbes selbst dann nichts empfunden wurde, wenn die Drähte gerade hinter jener Stelle berührt wurden, an welcher die Funken einschlugen.

Nachschrift.

Herr Leuner hat uns seither die Versuche mitgetheilt, welche er mit seiner sechszigscheibigen Influenzmaschine, unserem Ansuchen entsprechend, über die Entladung zwischen Spitzen und Platten anstellte.

Aus der positiven Spitze fanden die Entladungen nur in Funkenform statt.

Die negativ elektrische Spitze gab von Funkenentladungen unterbrochene Büschelentladungen; diese Funkenentladungen wurden seltener, wenn zwischen Spitze und Platte Wasserdampf aufsteigen gelassen wurde.

Neue Apparate der elektrotechnischen Versuchsstation in München.

Von

F. Uppenborn.

1. Das Normalelement von Prof. Fleming.

Unter den Normalelementen wird das Daniell'sche Zinkkupferelement wegen seiner einfachen leicht controlirbaren Zusammensetzung vielfach bevorzugt. In seiner roheren Form mit Thonzelle wird dasselbe bekanntlich von der englischen Telegraphenverwaltung angewendet. Für feinere Messungen sind besonders die Elemente von Kittler und Lodge angewandt. Das Element von Kittler hat den Nachtheil, dass es nach dem Gebrauche wieder aus einander genommen werden muss. Das Kittler'sche Element[1]) besteht bekanntlich aus zwei durch einen Heber mit capillaren Spitzen verbundenen Gefässen, welche die Kupfer- resp. Zinkelektrode enthalten, nebst den betreffenden Flüssigkeiten. Die Einrichtung des Elementes von Lodge ist in Fig. 1 dargestellt. Bei diesem Element ist die Kupfersulfatlösung in dem Gefässe *c* eingeschlossen, so dass die Elektricitätsleitung durch die auf der Oberfläche des Gefässrandes von *c* niedergeschlagene Feuchtigkeit stattfindet. Das Element hat begreiflicherweise einen sehr hohen Widerstand. Dies ist in sofern ein Vortheil, als ein zufälliger Kurzschluss des Elementes keine Polarisation herbeizuführen im Stande ist,

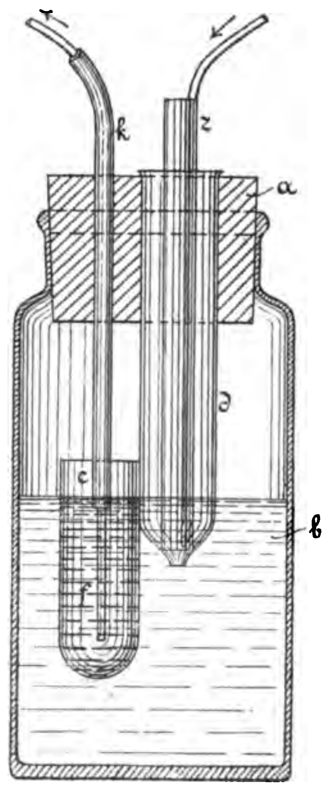


Fig. 1.

1) Centralbl f. Elektrotechn. Bd. 5 S. 402.

andrerseits schliesst der hohe Widerstand die Anwendung des Instrumentes zur Galvanometeraichung vollständig aus. Ja noch mehr! Es zeigte sich, dass die Leitungen, welche zu unserem Elektrometer führen, nicht genügend isolirt waren. Es kam vielmehr eine äussere Schliessung zu Stande, welche bewirkte, dass die Klemmenspannung der Elemente um ca. 20 % kleiner ausfiel als die E. M. K. Selbst als die Elemente mittels kurzer frei durch die Luft gehender Drähte direct mit dem Elektrometer verbunden waren, zeigte sich dieselbe Erscheinung. Nur mit Elektrometern von Thomson, welche eine unerreichte Isolation besitzen, liessen sich solche Elemente verwenden.

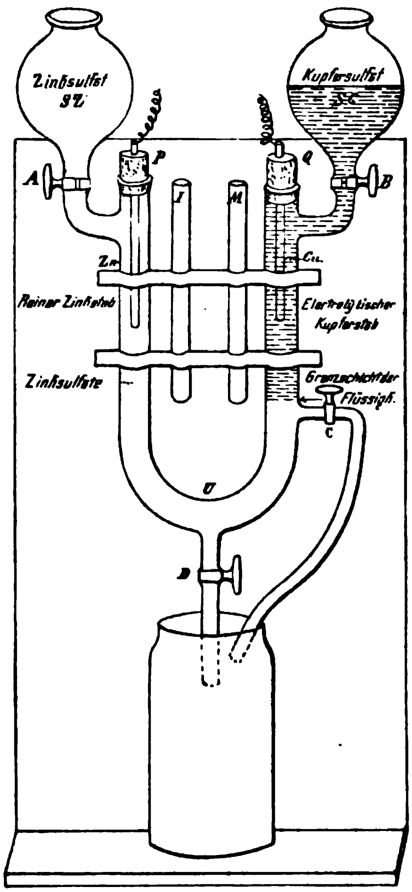


Fig. 2.

Es ist natürlich möglich, durch Vergrösserung der Dimensionen den Widerstand zu verringern, allein dadurch würden die Elemente leicht unbequem gross. Ein Element mit erheblich kleinerem Widerstande ist daher immerhin wünschenswerth. Besonders angenehm ist es natürlich, wenn der Widerstand so weit verringert ist, dass das Element auch zu galvanometrischen Methoden verwendbar wird.

Vor etwa einem Jahre wurde nun ein solches Element von Prof. Fleming[1]) angegeben, welches infolge mässigen Widerstandes sogar für galvanometrische Methoden brauchbar ist, während die Vermischung der Flüssigkeiten durch geeignete Vorkehrungen hintangehalten ist. Dies Element, hat die nachstehend beschriebene Einrichtung. Eine U förmige Glasröhre hat rechts und links eine Abzweigung, welche mit einem Reservoir in Verbindung steht, welche durch die Hähne *A* resp. *B* abgesperrt werden kann. Unten bei *D* ist eine Röhre abgezweigt, welche zur Entleerung des Elementes dient. Ausserdem ist rechts noch ein ebenfalls verschliessbares Zweig-

[1]) Prof. of electrical technology and University College London.

rohr angebracht. Die beiden Oeffnungen der U-Röhre sind durch Gummistopfen verschlossen. Durch die Gummistopfen geht eine Zink- resp. eine Kupferstange hindurch. Die Zinkstange besteht in unserem Apparat aus einem ganz reinen Zink (das Kilo zu 20 M. von F. H. Kahlbaum, Berlin). Die Kupferstange ist aus einem elektrolytisch überzogenen Kupferdraht hergestellt. Die Zinkstange befindet sich im linken, die Kupferstange im rechten Schenkel des U-Rohrs. Dem entsprechend füllt man das Reservoir links mit Zinksulfatlösung, dasjenige rechts mit Kupfersulfatlösung. Die Zinksulfatlösung soll bei 20° eine Dichte von 1,2, die Kupfersulfatlösung eine Dichte von 1,1 haben. Zur Herstellung der Lösungen nehme man 55,5 Theile Zinksulfat und löse dieselben in 44,5 Theilen destillirtem Wasser, ferner löse man 16,5 Theile Kupfersulfat in 83,5 Theilen Wasser. Die Chemikalien müssen natürlich ebenfalls möglichst rein sein. Nachdem die Lösungen filtrirt sind, werden dieselben in die Reservoire gebracht. Hierauf öffnet man den Hahn A und lässt, indem man die Luft durch Herausheben der Gummistopfen aus der U-Röhre entweichen lässt, letztere sich ganz mit Zinksulfat anfüllen. Ist dies geschehen, so steckt man die Stopfen mit den Elektroden wieder hinein und öffnet den Hahn B. Da das Niveau der Kupfersulfatlösung höher ist als das der Zinksulfatlösung, so drängt das Kupfersulfat das Zinksulfat ganz langsam zurück. Die Trennschicht soll bis zu der rechtsseitigen Zweigröhre c hinabgehen. Thut sie das nicht von selbst, so schliesst man den Hahn A, öffnet B und D bis die Grenzschicht genügend weit herabgestiegen ist. Das abgezapfte Zinksulfat kann man wieder in sein Reservoir schütten. Hierauf wird der Hahn B ebenfalls geschlossen. Infolge der Verschiedenheit des specifischen Gewichts der Flüssigkeiten vermischen sich diese nicht leicht. Mit der Zeit beginnt natürlich doch eine Vermischung, welche sich alsbald dadurch kund gibt, dass die Trennschicht, welche von Anfang an sehr scharf ist, anfängt undeutlich zu werden. Sobald man dies bemerkt, lässt man durch den rechtsseitigen Hahn einige Tropfen Flüssigkeit abfliessen und sofort ist die Grenzschicht wieder rein und scharf. Zur leichteren Beobachtung ist an dieser Stelle im Brett ein Ausschnitt angebracht. Wird das Element nicht gebraucht, so werden die Elektroden in den Röhren untergebracht. Bei sehr genauen Messungen und dann, wenn das Element längere Zeit nicht benutzt wurde, empfiehlt es sich, die Kupferstange frisch elektrolytisch zu verkupfern.

Bei 20° beträgt nach Angabe von Prof. Fleming die **E. M. K. des Elementes 1,072 V.**

Ein derartiges Element wurde in der Versuchsstation gefüllt und sein Widerstand bestimmt. Derselbe betrug 344 Ω. Nachdem der

Zinkstab durch einen längeren beinahe bis unten hinreichenden ersetzt war, sank der Widerstand auf 259 Ω. Wird ein solches Element durch einen Widerstand von 100000 Ω geschlossen, so ist die Klemmenspannung um 0,26 % kleiner als die E. M. K.; man muss den Ausschlag also noch corrigiren. Durch Vergrösserung der Dimensionen wäre es natürlich möglich, den Widerstand zu verkleinern und somit die Correction in Wegfall zu bringen. Indessen dürfte dieselbe kaum störend sein. Dasjenige Spiegelgalvanometer der Versuchsstation, welches für Strom- und Spannungsmessungen benutzt wird, hat einen Widerstand von 100 Ω mit Widerstandskasten von 900 bis 99900 Ω, so dass der Widerstand in Summa 100000 Ω beträgt. Bei dieser Stöpselung und 20° C. ist der Werth eines Scalentheils = 0,020946 *V*. Das Instrument hat also bei dieser Stöpselung noch eine passende Empfindlichkeit. Mit Rücksicht auf Polarisation ist aber eine derartige Schliessung ganz unbedenklich, denn das Element würde bei dieser Schliessung volle 333 Stunden zur Abscheidung von 1 mg Sauerstoff bedürfen.

Elemente dieser Art werden nach der Weisung der Versuchsstation von Herrn Ebermayer, Glasinstrumentenfabrikant, München, Marienstrasse, ausgeführt.

Ueber die Elektricitätsleitung von festen Salzen unter hohem Druck [1]).

Von

L. Graetz.

1. So ausgebildet die Erfahrungen und Vorstellungen sind, welche wir von der Elektricitätsleitung in gelösten Elektrolyten, Salzen und Säuren auf Grund der ausgedehnten Untersuchungen der letzten Jahrzehnte haben, so gering sind unsere Kenntnisse über den entsprechenden Vorgang bei festen, resp. geschmolzenen Elektrolyten. Von vornherein sollte man erwarten, dass die elektrischen Vorgänge in einem homogenen Medium, z. B. in einem geschmolzenen Salze, einfachere seien, als in einem nicht homogenen, einer Lösung von Salz in Wasser. Die Erfahrung hat bisher das Gegentheil bewiesen. Für die Elektricitätsleitung in Lösungen kennen wir einfache, vieles zusammenfassende Gesetze, für die Leitung in festen und geschmolzenen Salzen sind nur wenige, zerstreute Thatsachen bekannt, und alle unsere Kenntnisse darüber lassen sich durch die wenigen Zeilen zusammenfassen, welche G. Wiedemann [2]) in seinem Werke darüber schreibt:

„Bei niederen Temperaturen leiten die festen Salze gar nicht, bei höheren beginnen sie schon weit unter ihrem Schmelzpunkt zu leiten, und ihre Leitungsfähigkeit wächst mit erhöhter Temperatur."

Jedoch diese wenigen Erfahrungen rechtfertigen schon den Schluss, dass die Elektricität in solchen festen Elektrolyten ganz anders geleitet wird, als in Lösungen. Bei Lösungen kann man ja den elektrischen Widerstand geradezu identificiren mit dem mechanischen Widerstand, der sich der Bewegung der elektrolytischen Moleküle entgegensetzt. Damit würde übereinstimmen, dass geschmolzene Salze den Strom leiten, indem die Moleküle beweglich geworden sind, feste Salze aber

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus den Sitzungsber. der k. bayer. Akad. vom 5. Juni 1886.

2) G. Wiedemann, Elektricität Bd. 1 S. 558 (1882).

nicht. Aber dass die blosse Temperaturerhöhung ein festes Salz leitend machen kann, noch lange bevor es seinen Charakter als fester Körper verliert, macht die Uebertragung der Beweglichkeit als Grund oder Mittel der Elektricitätsleitung auf solche Körper unmöglich. Dazu hat — obwohl es eines weiteren Grundes kaum bedarf — in der jüngsten Zeit W. Kohlrausch[1]) im Jodsilber einen Körper genauer untersucht, dessen elektrischer Widerstand sich beim Erstarren, also beim Aufhören der Beweglichkeit, fast gar nicht ändert, und hat auch daraus den Schluss gezogen, dass ein Zusammenhang zwischen elektrolytischer Leitungsfähigkeit und mechanischer Zähigkeit für Jodsilber undenkbar ist — ein Schluss, der aus der blossen Thatsache der Leitungsfähigkeit fester Salze mit derselben Nothwendigkeit zu ziehen war.

Es muss die Leitung der Elektricität in solchen Körpern also auf andere Weise vermittelt werden, wie bei Lösungen, und da die Temperaturerhöhung einen so bedeutenden Einfluss auf die Leitungsfähigkeit hat, so schien die Hypothese berechtigt, dass die Wärmebewegung selbst mit bestimmend sei für die elektrische Leitung. Erhöhung der Temperatur bewirkt nun — wenn man die allgemeinen Vorstellungen der kinetischen Gastheorie auf feste und flüssige Körper überträgt — einerseits eine Erhöhung der lebendigen Kraft, andrerseits dadurch auch eine Vermehrung der Zahl der Zusammenstösse der Moleküle. Beide Verhältnisse könnten bestimmend sein für den Uebergang der Elektricität. Stellt man sich jedoch den Process der Elektricitätsleitung als einen molecularen vor — wie es die Elektrolyse wahrscheinlich macht —, so wird man in der Zahl der Zusammenstösse den wesentlichen Factor sehen. Ist aber diese Ansicht berechtigt, so wird man auch ohne Temperaturerhöhung die festen Salze leitend machen können durch Erhöhung des Druckes, da auch die Druckerhöhung eine Vermehrung der Stosszahl hervorbringt. Die Stosszahl muss ja direct wie die Geschwindigkeit der Moleküle und wie die Dichte des Mediums wachsen.

Von diesen Betrachtungen ausgehend habe ich versucht, ob man durch starke Erhöhung des Druckes bei der erwähnten Körperklasse dieselben Erscheinungen hervorbringen kann, wie durch Temperaturerhöhung, und dieser Versuch hat ein vollständiges, positives Resultat ergeben. Ist diese Thatsache, dass man durch Druckerhöhung feste Salze leitend machen kann, einmal constatirt, so lassen sich dieser Frage noch andere Seiten abgewinnen, die ausser Zusammenhang mit den angeführten Ueberlegungen sind.

1) W. Kohlrausch, Wied Ann. Bd. 17 S. 642 (1882)

Bekanntlich hat Herr Spring[1]) in den letzten Jahren in einer Reihe von Arbeiten die Eigenschaften untersucht, welche feste Körper unter hohem Druck zeigen, und er fand, dass ausser der Vereinigung von gepulverten Stücken des Materials zu compacten Blöcken, auch durch Druck Legirungen von Metallen entstehen können, dass man Stoffe in allotrope Zustände überführen, chemische Verbindungen erzeugen, ja auch in gewissen Fällen Krystallisation hervorbringen könne. Diese Resultate wurden zwar von Jannetaz[2]) und Friedel angezweifelt, aber dann von Friedel[3]) selbst, nachdem Spring seine Versuche in dessen Laboratorium wiederholt hatte, voll bestätigt. Nur die Krystallbildung durch Druck hält Hr. Friedel noch nicht für streng bewiesen, obwohl er zugibt, dass Anzeichen davon vorhanden seien. Wenn nun durch Druck eine Polymerisation oder Allotropie oder gar Krystallbildung eintritt, so muss diese auf die elektrische Leitungsfähigkeit einen deutlichen Einfluss haben, und dieser sich insbesondere dadurch zeigen, dass bei dieser Umwandlung die Zeit eine Rolle spielt, dass die Umwandlung nur allmählich vor sich geht[4]).

Einige wenige Resultate, die bisher bekannt sind, lassen einen solchen Einfluss erkennen. So fand Beetz[5]), dass rothes (quadratisch krystallisirendes) Quecksilberjodid den Strom nicht leitet, aber schon bei 110°, wenn es in die gelbe octaëdrische Form übergeht, leitend wird. Fousserau[6]) fand den Widerstand von gelbem krystallinischen Phosphor 20000mal so gross, als von rothem, den Widerstand von octaēdischem Schwefel grösser als von prismatischem. Auch bei Flüssigkeiten scheint eine Polymerisation der Moleküle deutlichen Einfluss auf die elektrische Leitungsfähigkeit zu haben. So fand Grotrian[7]), dass bei Cadmiumsalzen das moleculare Leitungsvermögen um so kleiner ist, je grösser die Concentration ist, was auf Polymerisation der Moleküle hinweist. Es könnten so auch durch hohen Druck sich Gruppen von Molekülen bilden, deren Leitungsfähigkeit eine bessere oder schlechtere sein könnte, als die der nicht polymerisirten Moleküle. Der Einfluss der Zeit, den ich bei einigen unter-

---

1) Spring, Bull. de l'acad. roy. de Belg. (2) vol. XLV (1878) bis (3) vol. VII (1884).

2) Jannetaz, Neel et Clermont Bull. de la société chim. de Paris vol. XL p. 51 (1883).

3) Friedel, ebendas. S. 926 (1883).

4) Spring, Chem. Ber. Bd. 17 S. 1218 (1884).

5) Beetz, Pogg. Ann. Bd. 92 S. 457 (1854).

6) Foussereau, C. R. vol. XCVII p. 696 (1883).

7) Grotrian, Wied. Ann. Bd. 18 S. 177 (1883).

suchten Körpern feststellen konnte, lässt auf eine solche allmähliche Umlagerung in dem gepressten Salze schliessen.

Endlich will ich darauf hinweisen, dass die blosse Thatsache der starken Erhöhung der Leitungsfähigkeit von Salzen durch hohen Druck auch die Erklärung zulässt, dass der starke Druck den Uebergangswiderstand aufhebt, welcher sich bei der gewöhnlichen Beobachtung immer zwischen Elektroden und Salz bilden kann. Es kann durch den blossen Uebergangswiderstand geschehen sein, dass bisher Salze bei niederen Temperaturen keine oder nur sehr schwache Leitung zeigten. Die Salze wurden gewöhnlich geschmolzen und dann um die Elektroden herum erstarren gelassen, und man nahm an, dass dadurch genügender Contact hergestellt würde. In dieser Weise wurden z. B. die Versuche von E. Wiedemann [1]) über Chlorblei und die erwähnten Versuche von W. Kohlrausch angestellt. Indess bilden sich beim Erstarren solcher Salze sicher häufig Risse und glatte Flächen, welche sich an die Elektroden nicht unmittelbar anlegen und daher einen grossen Uebergangswiderstand erzeugen. Bei Chlorblei z. B. hat Gross [2]) dieses Verhalten direct beobachtet. Auch die Contacte, wie sie Gross herstellt, durch einfach aufgegossenes Quecksilber, bieten keine Gewähr für den Ausschluss erheblicher Uebergangswiderstände. Es wäre daher möglich, dass der durch den Druck genügend gewordene Contact es ist, welcher die starke Erhöhung der Leitungsfähigkeit bedingt. Ich habe noch keinen entscheidenden Versuch anstellen können, welcher diese Möglichkeit bestätigte oder widerlegte. Die constatirte Thatsache verlöre dadurch nichts an Interesse. Es würde dadurch eben bewiesen sein, dass Salze bei gewöhnlicher Temperatur im festen Zustande die Elektricität gut leiten, wenn man nur genügenden Contact herstellt.

Apparate und Beobachtungsmethode.

2. Der Apparat zum Pressen der Salze bestand aus einer starken Schraubenpresse, einem Presscylinder und einem Pressstempel.

Als Presscylinder benutzte ich zwei etwas verschieden construirte Apparate. Der meist benutzte Apparat bestand aus einem Hohlcylinder aus Gussstahl von 2,3 cm Wandstärke, 5,8 cm Höhe und einer genau ausgebohrten Cylinderhöhlung von 1,9 cm Durchmesser. Der Cylinder war in der Mitte sorgfältig aufgeschnitten und die beiden Hälften konnten durch Dübel aneinander gepasst werden. An der äusseren Cylinderwand war oben und unten ein Schraubengewinde

1) E. Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. 154 S. 318 (1875).

2) Gross, Berl. Monatsber. S. 501 (1877).

eingeschnitten. Das obere diente dazu, um einen Ring zum Zusammenhalten der beiden Hälften aufzuschrauben, das untere, um den Cylinder in die seitliche Wand einer Bodenplatte von Gussstahl einzuschrauben, die eine Dicke von 2,3 cm hatte. Man konnte durch Abschrauben des Ringes und Bodens und Auseinandernehmen der beiden Hälften des Cylinders die gepressten Salzblöcke leicht intact herausnehmen.

Der andere Presscylinder war nicht aufgeschnitten, sondern bestand aus einem einzigen Stück, in welches von unten her durch eine starke Schraube der Boden eingeschraubt wurde. Bei diesem Apparate mussten die Salzblöcke nach Abschraubung des Bodens durch Anwendung der Schraubenpresse selbst herausgepresst werden.

In den Boden der Apparate war seitlich eine Klemmschraube für die Leitung eingesetzt.

Der Pressstempel bestand aus einem sorgfältig abgedrehten Eisencylinder, welcher in den Hohlraum des Cylinders passte, mit einem breiteren Kopf, auf welchem die Schraube der Presse durch ein zwischen gelegtes Metallstück wirkte. An dem Kopf des Stempels war die zweite Klemmschraube angebracht. Cylinder und Stempel mussten voneinander isolirt werden. Ich benutzte dazu anfänglich Papier, dann aber, was weit sicherer und bequemer war, Glimmer. Aus der Glimmerfabrik von Raphael in Breslau erhielt ich Glimmerscheiben von ca. 0,1 mm Dicke, welche leicht cylinderförmig gebogen und an die Wand der Höhlung angelegt werden konnten. Die Ränder lagen noch 3—4 mm übereinander. Zu jedem Versuche wurde ein neues Glimmerblatt genommen. Selbstverständlich überzeugte ich mich von der genügenden Isolation, die stets ausgezeichnet war. Die Wand der Höhlung des Cylinders ebenso wie der Mantel des Stempels wurden ausserdem lackirt und dies von Zeit zu Zeit wiederholt, sobald durch die Reibung die dünne Lackschicht gelitten hatte. In den Hohlraum des Presscylinders wurde das Salz gebracht, zuerst mit dem Stempel festgestampft und dann dem hohen Druck unterworfen. Um ein Maass für die Zusammendrückung zu haben, wurde durch einen Messingkeil, der zwischen die obere Fläche des Cylinders und den Kopf des Stempels eingeschoben wurde, die Höhe des Salzcylinders bestimmt. Ausserdem wurde nach Beendigung des Versuches die Höhe des Salzblockes direct gemessen. Die Schraubenpresse (mit flachem Gewinde) war aus starkem Schmiedeeisen verfertigt. Der Schraubenumfang verhielt sich zur Höhe wie 11 : 1. An dem Schraubenkopfe wirkte ein eiserner zweiarmiger Hebel von je 50 cm Länge, der die Kraft um das 28 fache zu verstärken gestattete. Dieser Apparat gestattete natürlich nicht eine Messung der Drucke, sondern nur eine Schätzung des Maximaldruckes. Unter der Annahme, dass die angewendete Maximalkraft 50 kg an den Enden des Hebels beträgt, berechnet sich der Maximalwerth (da die gepresste Fläche $2\frac{1}{2}$ qcm beträgt) zu:

$$\frac{50 \cdot 28 \cdot 11 \text{ kg}}{2{,}5 \text{ qcm}} = \text{ca } 6200 \text{ Atmosphären.}$$

Indess wird dieser Druck sicher nicht erreicht wegen der Reibungswiderstände des Apparates. Wenn ich schätzungsweise annehme, dass diese 25—30 Proc. der Kraft absorbiren, so bliebe ein Maximaldruck von:

4000—4500 Atmosphären.

Dass dieses ungefähr die erreichte Grösse des effectiven Druckes ist, schliesse ich aus folgendem. Hr. Spring[1]), der mit einem Apparate arbeitete, welcher Druckmessungen gestattete, gibt an, dass Kupfervitriol, welches als Pulver bekanntlich fast weiss ist, unter einem Druck von 3000 Atmosphären anfängt, zusammen zu wachsen und dabei nur an den Rändern blau ist. Bei einem Druck von 4000 Atmosphären ist es durch und durch blau, aber blasser als Kupfervitriolkrystalle. Bei einem Drucke von 6000 Atmosphären wird es wieder ganz dunkelblau. Mit meinem Apparate konnte ich nun dem gepulverten $CuSO_4 + 5\,H_2O$ eine durch und durch blaue, aber etwas blassere Farbe wiedergeben. Ich darf daraus schliessen, dass ich den Druck von etwa 4000 Atmosphären erreicht habe. Auch sonst konnte ich dieselben Erscheinungen hervorbringen, die Spring mit Drucken bis zu 4000 Atmosphären erreicht hat, Stoffe, die höhere Drucke, von 5000 Atmosphären an, zum Zusammenwachsen erfordern, konnte ich auch nicht in fester, nicht zerbröckelnder Form erhalten. Falls mir eine Fortsetzung dieser Versuche möglich sein wird, wird das wichtigste Erforderniss ein Pressapparat sein, der Druckmessungen gestattet, und eine Einrichtung, die gestattet, im Vacuum zu arbeiten.

Zur elektrischen Messung wurde die Wheatstone'sche Brückencombination benutzt mit Anwendung von Wechselströmen, die durch einen Schlittenapparat erzeugt wurden. Die Stromunterbrechungen wurden durch eine kleine elektromagnetische Maschine bewirkt, deren Axe ein Rad mit isolirenden und leitenden Scheiben trug, und die von einem Daniell getrieben wurde. In der Brücke war ein Elektrodynamometer nach F. Kohlrausch. Die anderen Zweige wurden von einem Universalwiderstandskasten gebildet.

Die Contactflächen des Presscylinders und Stempels bestanden aus Platin. Dasselbe wurde zuweilen platinirt. Da aber die Platinirung bei dem starken Drucke sich gewöhnlich vom Platin loslöste und dann an dem Salze haftete, so wurde meistens ohne Platinirung der

1) Spring, Bull. de l'acad. de Belg. (2) vol. XLIX p. 360 (1880).

Elektroden gearbeitet. Die Contactflächen hatten je $2\frac{1}{2}$ qcm Fläche, so dass jedenfalls nur eine geringe Polarisation bestehen bleiben konnte. Platinirte und nicht platinirte Elektroden gaben keine Differenz, die gegen die Unsicherheit der Druckbestimmung irgendwie ins Gewicht fallen konnte. Mit dieser Anordnung konnte ich noch bequem 5 Millionen S.-E. messen. Die Länge des durchströmten Salzcylinders machte ich im Minimum zu 0,6 mm, so dass ich, da der Querschnitt 2,5 qcm betrug, im Maximum specifische Widerstände (gegen Quecksilber) von:

$$2 \,.\, 10^{12}$$

bestimmen konnte.

Die Vorbereitung der Substanzen und die Erkennung hygroskopischer Feuchtigkeit.

3. Die untersuchten Salze waren käuflich reine, nur von Chlorsilber habe ich mir selbst ausserdem eine Portion durch Fällen mit reiner Salzsäure aus salpetersaurem Silber hergestellt, die aber die gleichen Resultate gab, wie die käufliche. Die untersuchten Salze wurden entweder geschmolzen, in Exsiccator erkalten gelassen, dann sorgfältig aber rasch gepulvert und im Exsiccator aufbewahrt, oder sie wurden, soweit sie die Erhitzung ohne Zersetzung ertrugen, stark erhitzt, im Exsiccator aufbewahrt und kurz vor dem Gebrauch gepulvert. Die stark hygroskopischen Salze machten zuerst grosse Schwierigkeit; man konnte nicht sicher sein, ob sie nicht trotz dieser Vorbereitung Wasser noch enthielten oder rasch wieder angezogen hatten. *Der Versuch gibt aber selbst untrügliche Mittel, um diese Fehlerquelle, wo sie vorhanden ist, zu entdecken.* Enthält nämlich ein Salz hygroskopische Feuchtigkeit, und wird es mit dieser dem starken Drucke ausgesetzt, so muss allmählich die Feuchtigkeit sich in die untersten Schichten des gebildeten Salzcylinders ziehen, und es muss daher, falls das trockene Salz schlechter leitet, als die Salzlösung, *mit der Zeit eine Zunahme des Widerstandes* sich bemerkbar machen, um so mehr, je mehr sich die gesammte Feuchtigkeit nach unten gezogen hat. Sobald man dann aber den Druck plötzlich aufhebt, muss die condensirte Feuchtigkeit rasch sich capillar in die Höhe ziehen, und man muss sofort nach dem Aufhören des Druckes *eine grosse Abnahme des Widerstandes* finden, während bei trockenen Salzen infolge des dann geringeren Contactes zwischen Stempel und Salz und aus anderen Gründen umgekehrt das Aufhören des Druckes von einer Zunahme des Widerstandes begleitet sein muss.

Der Versuch gibt genau diese Erscheinung. Von den vielfachen, in gleicher Weise verlaufenden Beobachtungen seien folgende angeführt.

Chlornatrium, bei etwa 130° getrocknet, gab, nachdem es durch den Maximaldruck gepresst war, zu folgenden Zeiten *t* folgende Widerstände *w*:

t	$11^h\ 5^m$	$11^h\ 50^m$	$12^h\ 10^m$
w	7000	15500	17200 S.-E.

Nun wurde der Druck aufgehoben; eine sofortige Messung ergab:

t $12^h\ 11^m$ *w* 6000 S.-E.

Der Widerstand nahm dann, bei aufgehobenem Drucke, noch weiter ab, bis:

t $12^h\ 30^m$ *w* 2050 S.-E.

Nun wurde der Maximaldruck wieder angebracht, und es stieg der Widerstand:

t	$12^h\ 31^m$	$12^h\ 40^m$	$1^h\ 20^m$	4^h
w	4820	6000	13000	33000 S.-E.

Der Druck wurde aufgehoben, und sofort fiel er auf:

t $4^h\ 1^m$ *w* 8700 S.-E.

Es ist dabei zu bemerken, dass dieses Salz, als es nur einfach zusammengestampft war, ohne Anwendung des hohen Druckes, trotz seiner relativ bedeutenden Feuchtigkeit mehr als 5 Millionen S.-E.-Widerstand hatte.

Bei diesem Versuche war von vorn herein sicher, dass Feuchtigkeit vorhanden war. Eine andere Probe von Chlornatrium, bis zur Rothgluth erhitzt und im Exsiccator getrocknet, dann rasch gepulvert, gab aber auch folgende Resultate:

Maximaldruck — . .	w = 120 000 S.-E,
Druck 0 — sofort	95 000 „
Maximaldruck — nach 4 Stunden .	450 000 „
Druck 0 — sofort	110 000 „

Das Salz hatte daher noch oder wieder Feuchtigkeit enthalten.

Von diesen beiden Erscheinungen ist namentlich die zweite charakteristisch und beweisend für vorhandene Feuchtigkeit. In anderen Fällen kam es vor, dass sich nur eine allmähliche Zunahme des Widerstandes ohne Zurückspringen von *w* nach aufgehobenem Drucke zeigte. Obwohl Gründe vorliegen, anzunehmen, dass die blosse Zunahme von *w* nicht durch einen Feuchtigkeitsgehalt bedingt ist, sondevn von einer directen Wirkung des Druckes abhängt, schliesse ich doch aus dieser Mittheilung alle Versuche mit Substanzen aus, bei denen sich eine allmähliche Widerstandszunahme zeigte. Diese erfordern noch genauere Untersuchung, und der Verdacht eines Feuchtigkeitsgehaltes ist bei ihnen nicht ausgeschlossen.

Verlauf der Erscheinungen.

4. Bei den anderen Substanzen, die ich vorläufig genauer untersucht habe, ergab sich entweder, dass der specifische Widerstand bei Anwendung des Maximaldruckes sofort stark fiel und den erreichten Werth beibehielt — mit kleinen Schwankungen, die sich aus Temperaturänderungen erklärten —, oder dass der Widerstand erst allmählich im Laufe mehrere Stunden zu einem Minimalwerthe kam. Zu der ersten Klasse gehören Jodsilber, Bromsilber, Chlorsilber, zur zweiten Jodblei, Bromblei, Chlorblei und salpetersaures Natron. Nach Anwendung des Maximaldruckes muss man eine Zeit lang — gewöhnlich nahm ich eine Stunde — warten, bis die durch die Compression erzeugte Temperaturerhöhung sich ausgeglichen hat.

Die Versuche mit Körpern der ersten Klasse erfordern keine weitere Besprechung. Wenn z. B. eine Quantität Jodsilber, die einfach zusammengestampft einen Widerstand von 97000 S.-E. hatte, eine Stunde nach der Anwendung des Maximaldruckes einen Widerstand von 73,8 S.-E. zeigte, und im Laufe eines Tages bei mehreren Bestimmungen w zwischen 70 und 78 S.-E. schwankte, so ist eben durch die Druckerhöhung der specifische Widerstand von $4500 \cdot 10^6$ auf $20{,}1 \cdot 10^6$ gefallen, also auf weniger als den zweihundertsten Theil des Aufangswerthes.

Bei den Körpern der zweiten Klasse treten aber mehrere Fragen auf. Der typische Verlauf des Versuches ist z. B. durch folgende Beobachtung am Bromblei gegeben.

Bromblei einfach zusammengestampft hatte:

$$w > 5 \text{ Millionen S.-E.}$$

Maximaldruck angebracht um $9^h\ 10^m$.

Dann ergaben sich folgende zusammengehörige Werthe der Zeit t und des Widerstandes w:

t	$10^h\ 8^m$	$10^h\ 25^m$	$10^h\ 55^m$	$11^h\ 40^m$
w	450000	312000	263000	250000 S.-E.
t	$2^h\ 30^m$	4^h	6^h	nach 15 Stunden
w	220000	220000	219000	219000 S.-E.

In dieser Weise verliefen die Versuche alle, nur dass der Endzustand bald langsamer, bald rascher erreicht wurde.

Dieses Resultat kann entweder durch den Apparat bedingt oder in der Natur der Substanz begründet sein.

In der ersten Hinsicht könnte man annehmen, da die Contactflächen verhältnismässig gross und nicht absolut eben sind, dass der Druck nicht sogleich an allen Stellen des Salzes derselbe ist, sondern dass eine allmähliche Verschiebung der Salzmoleküle stattfinde, bis der Druck ausgeglichen ist. Doch sehe ich nicht ein, warum dann bei den Körpern erster Klasse nicht dieselbe Erscheinung auftreten sollte.

Man könnte auch annehmen, dass die Luftschichten, welche zwischen den einzelnen Salzpartikeln sich befinden, so lange es in Pulverform ist, sich verhältnismässig langsam entfernen, so dass der Contact zwischen den einzelnen Partieen allmählich ein besserer wird. Zur vollen Entscheidung dieser Frage müsste der Apparat so eingerichtet sein, dass man Compressionen im Vacuum vornehmen könnte. Doch spricht das Verhalten der Körper erster Klasse dagegen. Einen indirecten Beweis gegen diese Annahme führte ich auf folgende Weise. Wenn allmählich nach oben sich ziehende Luftheilchen der Grund dieser Erscheinung sind, so müsste die Erscheinung compensirt werden können, wenn die Anzahl der Berührungspunkte zwischen Salz und Elektrodenfläche sehr gering ist. Ich habe zu dem Zwecke sowohl die Boden- als die Stempelelektrode stark cannellirt und alle Vertiefungen durch Firnis isolirt, so dass der Strom nur in wenigen Punkten in das Salz eintreten konnte. Etwaige Luftschichten, die sich in die Höhe gezogen hätten, müssten die Anzahl der Contactpunkte verringern, also den Widerstand scheinbar grösser machen. Das war aber nie der Fall.

Es bleibt, soviel ich sehe, nur die Annahme übrig, dass in diesen Salzen eine allmähliche Umlagerung oder Polymerisation der Moleküle vor sich geht, wie es in der Einleitung aus Spring's Versuchen schon als wahrscheinlich hingestellt ist. Eine solche Aenderung könnte die Leitungsfähigkeit vergrössern oder auch verkleinern. Es scheinen gewisse Salze auch allmählich schlechter leitend zu werden, jedoch ist es mir noch nicht möglich, die dabei auftretenden Erscheinungen streng von denen zu unterscheiden, die durch einen Feuchtigkeitsgehalt hervorgerufen werden.

Versuche.

5. Im folgenden stelle ich diejenigen Versuche zusammen, die bisher bei vielfacher Wiederholung unter variirten Bedingungen immer im wesentlichen dieselben Resultate gegeben haben. Als Druck 0 bezeichne ich denjenigen Druck, unter dem das Salz stand, wenn es einfach fest zusammengestampft und der Stempel nur mit der Hand an-

gedrückt war. Natürlich ist dieser Druck ein schwankender, je nach der Art des Zusammenstampfens. Als Druck „4000 Atmosphären" bezeichne ich den erreichten Maximaldruck. Da durch die Schraube die aufgewendete Kraft um mehr als das 300fache vergrössert wurde, so ist klar, dass der Maximaldruck nicht immer genau derselbe sein konnte, da die Maximalkraft eines Mannes nicht stets genau dieselbe ist, und die Abweichungen mit 300 multiplicirt in den Maximaldruck eingehen. Daraus lassen sich die Abweichungen in den Zahlen bei verschiedenen Versuchen leicht erklären. Bei genauer Druckmessung erwarte ich ganz constante Zahlen. Ausser den beobachteten Widerständen w in S.-E. ist noch der specifische Widerstand s und die Höhe (Länge) des durchströmten Salzcylinders h angegeben.

Die specifischen Widerstände beziehen sich auf Quecksilber = 1.

I. Jodsilber.

Versuch 1.

p	h	w	s
0	5,98 mm	97000	$4500{,}0 \cdot 10^6$
4000 Atm.	0,99	73,8	$20{,}1 \cdot 10^6$.

Versuch 2.

p	h	w	s
0	6,8	40000	$1600{,}0 \cdot 10^6$
4000 Atm.	2,8	390	$37 \cdot 10^6$.

Versuch. 3.

p	h	w	s
0	5,0	35000	$1900 \cdot 10^6$
4000 Atm.	0,8	46	$16{,}2 \cdot 10^5$.

Es wird also durch den Druck von 4000 Atmosphären der specifische Widerstand des AgJ auf $^1/_{60}$ bis $^1/_{200}$ seines ursprünglichen Werthes (der natürlich je nach der Stärke des Zusammenstampfens verschieden war) gebracht.

Mit der Zeit änderte sich der Widerstand des gepressten Salzes nicht. Nach sechszehnstündigem Stehen gab das Salz des 2. Versuches z. B. $w = 388$.

Wohl aber ändert sich der Widerstand ziemlich erheblich durch Temperaturänderungen, so dass schon der Durchgang eines einigermaassen starken Stromes eine Abnahme des Widerstandes hervorbringt. Man muss deshalb mit ganz schwachen Strömen arbeiten und möglichst rasche Bestimmungen machen. Nach den Versuchen von W. Kohlrausch ist s bei 86° für AgJ $= 1000 \cdot 10^6$. Ich habe bei 20°

zwischen 1600 und $4500 \cdot 10^6$ gefunden, was bei ber Verschiedenheit des Contactes nicht auffallend ist. Durch den Druck von 4000 Atmosphären erlangt AgJ denselben Widerstand, den es nach W. Kohlrausch bei der Temperatur 134—138° hat.

Aehnliche Werthe, wie in den drei angeführten Versuchen, erhielt ich stets bei allen Proben.

II. Chlorsilber.

Die Versuche verliefen ganz ähnlich.

Versuch 1.

p	h	w	s
0	5,5	150000	$7200 \cdot 10^6$
4000 Atm.	1,14	170	$40{,}5 \cdot 10^6$.

Versuch 2.

p	h	w	w
0	1,8	20000	$3000 \cdot 10^6$
4000 Atm.	0,8	402	$135 \cdot 10^6$.

Versuch 3.

p	h	w	s
0	5,4	160000	$5490 \cdot 10^6$
4000 Atm.	1,1	162	$43{,}5 \cdot 10^6$.

Der specifische Widerstand nahm also ab bis auf ca. $^1/_{500}$ bis $^1/_{600}$ seines Anfangswerthes. Er erreichte durch den Druck dieselbe Grösse, die er durch eine Temperaturerhöhung auf 220—230° erreicht hätte.

Bei Chlorsilber zeigte sich noch mehr wie bei Jodsilber ein starker Einfluss der Temperatur, sodass nur ganz schwache Ströme (ein Meidinger im primären Strom — die secundäre Rolle des Schlittenapparates ganz herausgezogen) benutzt wurden. Bei einigermaassen starken Strömen kehrte der Spiegel des Dynamometers während der Messung selbst um, indem er Abnahme des Widerstandes zeigte.

III. Bromsilber.

Versuch 1.

p	h	w	s
0	3,9	300000	$21000 \cdot 10^6$
4000 Atm.	1,3	420	$86{,}1 \cdot 10^6$.

Versuch 2.

p	h	w	s
0	5,5	300000	$15000 \cdot 10^6$
4000 Atm.	2,1	810	$151 \cdot 10^6$.

Versuch 3.

p	h	w	s
0	4,2	180000	$12600 \cdot 10^6$
4000 Atm.	1,5	1050	$204 \cdot 10^6$.

Auch hier hielt sich der Widerstand stets auf derselben Höhe, den er schon eine Stunde nach dem Pressen hatte. Der Druck bewirkt dieselbe Abnahme des specifischen Widerstandes wie eine Temperaturerhöhung von 150—160°.

In den folgenden Tabellen sind diejenigen Körper enthalten, welche erst allmählich den Minimalwerth des Widerstandes erreichen. Ich gebe bei jedem eine Reihe vollständig, dann bei den anderen Reihen nur den Endwerth des Widerstandes und bemerke, dass dieser Endwerth nach 7—16 Stunden stets erreicht war, dass er aber zuweilen schon nach 3—4 Stunden sich einstellte (die Zeit immer gerechnet von einer Stunde nach der Anbringung des Maximaldruckes).

Die Salze Chlorblei, Bromblei, Jodblei gaben zwar feste Blöcke nach dem Pressen, indes schien es doch zuweilen, als ob der Druck nicht vollständig ausreiche, um vollkommenes Aneinanderwachsen der Theile zu bewirken.

IV. Chlorblei.

Versuch 1.

p	h	t	w	s
0	6,3	8^h —	>3000000	$>1300 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,6	9 35^m	220000	$233{,}1 \cdot 10^8$
„	„	9 45	153000	$160{,}5 \cdot 10^8$
„	„	9 55	131000	$137{,}5 \cdot 10^8$
„	„	2 —	110000	$115{,}5 \cdot 10^8$
„	„	6 —	108000	$113{,}4 \cdot 10^8$
„	„	8 (nächst. Morg.)	108000	$113{,}4 \cdot 10^8$.

Versuch 2.

p	h	w	s
0	8,4	>5000000	$>1610 \cdot 10^8$
4000 Atm.	5,0	305000	$167{,}7 \cdot 10^8$.

Versuch 3.

p	h	w	s
0	4,8	>2000000	$>1150 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,5	80000	$88 \cdot 10^8$.

Versuch 4.

p	h	w	s
0	5,2	>3000000	$>1540 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,8	96000	$93{,}3 \cdot 10^8$.

Für dieses und die folgenden Salze liegen keine Messungen vor, aus denen sich entnehmen liesse, welcher Temperaturerhöhung dieser Druck äquivalent ist. Beim Schmelzpunkt (580°) hat nach Braun[1]) Chlorblei den specifischen Widerstand $0{,}00004 \cdot 10^8$. Für zwischenliegende Temperaturen liegen nur die nicht auf absolute Zahlen umzurechnenden Angaben von E. Wiedemann[2]) vor.

V. Bromblei.

Das Salz wurde besonders sorgfältig fein gepulvert, doch waren bei manchen Versuchen von dem gebildeten Salzcylinder kleine Theile verhältnismässig leicht abzubröckeln. Nichtsdestoweniger ergab sich eine bedeutende Abnahme des specifischen Widerstandes.

Versuch 1.

p	h	t	w	s
0	4,3	$8^h\ 10^m$	> 5000000	$> 3150 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,3	10 8	450000	$540 \cdot 10^8$
"	"	10 25	312000	$374{,}4 \cdot 10^8$
"	"	10 55	263000	$315{,}6 \cdot 10^8$
"	"	11 40	250000	$300 \cdot 18^8$
"	"	2 30	220000	$264 \cdot 10^8$
"	"	4 —	220000	$264 \cdot 10^8$
"	"	6 —	219000	$262{,}8 \cdot 10^8$
"	"	8 (nächst. Morg.)	219000	$262{,}8 \cdot 10^8$.

Versuch 2.

p	h	w	s
0	5,2	> 5000000	$> 2700 \cdot 10^8$
4000 Atm.	3,5	395000	$316 \cdot 10^8$.

Versuch 3.

p	h	w	s
0	4,2	> 3000000	$> 2100 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,2	320000	$327 \cdot 10^8$.

Die Druckerhöhung bringt also den specifischen Widerstand auf etwa $^1/_{10}$ seines Anfangswerthes.

VI. Jodblei.

Versuch 1.

p	h	t	w	s
0	4,8	$8^h\ 30^m$	> 2000000	$> 1150 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,5	9 40	750000	$800 \cdot 10^8$
"	"	1 10	150000	$169 \cdot 10^8$
"	"	6 —	130000	$145 \cdot 10^8$
"	"	8 (nächst. Morg.)	132000	$147 \cdot 10^8$.

1) Braun, Pogg. Ann. Bd. 154 S. 188 (1875).

2) E. Wiedemann, Pogg. Ann. Bd. 154 S. 318 (1875)

Versuch 2.

p	h	w	s
0	5,2	>5000000	$>2700 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,7	290000	$295 \cdot 10^8$.

Bei diesem Versuch wurde die erste Messung (bei $p = 0$) ausgeführt, als das Salz warm, etwa bei 130°, eingefüllt wurde, und der Druck auf das warme Salz ausgeübt.

Versuch 3.

p	h	w	s
0	4,1	50000	$350 \cdot 10^8$
4000 Atm.	2,8	8000	$8{,}2 \cdot 10^8$.

Dieser kleine Werth von s war schon 70 Minuten nach dem Pressen vorhanden und blieb constant. Etwa 24 Stunden nachher ergab sich derselbe Werth $w = 8000$ S.-E. Das herausgenommene Salz zeigte keine besondere Eigenthümlichkeit. Doch ist dieser Punkt, Einfluss der Temperatur beim Pressen, noch besonders zu untersuchen.

VII. Salpetersaures Natron.

Dieses Salz zeigte stets eine bedeutende Abnahme des Widerstandes unter Druck, doch waren die Werthe ganz aussergewöhnlich schwankend. Ich vermuthe auch hier einen erheblichen Einfluss der Temperatur beim Pressen auf den Zustand des Salzes. Ich will deshalb nur einen Versuch angeben, bei dem die Abnahme von s eine mittlere war.

p	h	w	s
0	12,6	>5000000	$>1000 \cdot 10^8$
4000 Atm.	6,9	190000	$90 \cdot 10^8$.

Oft war die Abnahme aber eine viel grössere, zuweilen auch eine erheblich kleinere, ohne dass ich diese Verschiedenheit noch bisher genauer untersuchen konnte.

Weitere Versuche sollen dieses Gebiet weiter aufklären.

München, 29. Mai 1886.

Protokoll der ordentl. Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 19. October 1886.

Vorsitzender: Prof. H. Skraup.

Der Vorsitzende begrüsst die Versammlung und erstattet den Bericht über das abgelaufene Vereinsjahr.

Er verliest hierauf ein Schreiben, in welchem das Präsidium der österreichischen Gesellschaft für Meteorologie für den Betrag von 300 fl. dankt, welche die Gesellschaft zur Errichtung der meteorologischen Station am hohen Sonnblick gespendet hat, und die Aufnahme der chem.-physik. Gesellschaft unter die Stifter anzeigt.

Infolge einer an den Vorstand der chem.-physik. Gesellschaft gelangten Einladung des Organisationscomités des IV. internationalen Congresses für Hygiene und Demographie zu Wien 1887 zwei Delegirte in dieses Comité zu entsenden, werden hierzu einstimmig Prof. Dr. Sigm. Exner und Prof. Dr. Joh. Latschenberger gewählt.

Bei der hierauf vorgenommenen Wahl der Vereinsfunctionäre für das Jahr 1886/87 erscheinen gewählt: zum Vorstande Hofrath Prof. Th. v. Oppolzer, zum Vorstandsstellvertreter Major Albert v. Obermayer, zum Schriftführer Dr. S. Zeisel. Die beiden Letzteren erklären sich bereit, die Wahl anzunehmen. Namens des abwesenden Herrn Hofrathes v. Oppolzer gibt Herr Dr. Schram die Erklärung ab, dass dieser infolge von Geschäftsüberbürdung ausser Stande sei, die auf ihn gefallene Wahl anzunehmen. Es wird jedoch einstimmig beschlossen, an Herrn Hofrath v. Oppolzer ein Schreiben zu richten mit der Bitte, von diesem Entschlusse abzugehen.

Als neue Mitglieder werden gewählt die Herren:

Dr. Rudolf Wegscheider, Dr. Oskar Bernheimer, Ludwig Sedlitsky, Ernst Fürth, Ernst Hoppe, H. Meyer, A. J. Sicha.

Sodann spricht Herr Dr. H. Molisch:

Über zwei neue Zuckerreactionen.

Die bisher bekannt gewordenen Zuckerreactionen sind nicht derartig beschaffen, dass sie sich in allen Fällen als genügend scharf und verlässlich erwiesen haben. Unter solchen Umständen dürfte die Mittheilung von zwei neuen, sehr empfindlichen Zuckerreactionen nicht unerwünscht sein [1]).

1. Wird $\frac{1}{2}$ ccm einer zuckerhältigen Flüssigkeit mit 2 Tropfen einer alkoholischen (15—20%) α-Naphtollösung [2]) versetzt und hierauf concentrirte überschüssige Schwefelsäure hinzugefügt, so entsteht beim Schütteln augenblicklich eine tiefviolette Färbung, beim nachherigen Hinzufügen von Wasser ein blau-violetter Niederschlag.

2. Verwendet man im obigen Falle bei sonst gleichem Verfahren anstatt α-Naphtol Thymol, so entsteht eine zinnober-rubin-carminrothe Färbung und bei darauffolgender Verdünnung mit Wasser ein carminrother, flockiger Niederschlag.

Dieselben Färbungen erhält man auch, wenn man anstatt Schwefelsäure Salzsäure nimmt und kocht.

Die besprochenen Reactionen sind für Zucker charakteristisch: sie gelingen mithin nicht bloss mit einer Zuckerart, sondern mit allen Zuckerarten (Rohrzucker, Traubenzucker, Milchzucker, Fruchtzucker, Maltose). Sie gelingen ferner, allein erst indirect, mit Kohlehydraten und gewissen Glykosiden, da die genannten Körper bei Behandlung mit Schwefelsäure theilweise in Zucker übergeführt werden. Kohlehydrate geben je nach Umständen die Reaction sogleich oder erst nach einiger Zeit. In der Eprouvette, wo es beim Zusammenmischen von Wasser und viel Schwefelsäure zu einer bedeutenden Erwärmung kommt, wird fast momentan Zucker gebildet — daher der sofortige Eintritt der Reaction. Dagegen vergehen bei Ausführung der Reaction auf dem Objectträger infolge der ausbleibenden Erwärmung oft viele Minuten, bis die Färbung erscheint. Die Empfindlichkeit unserer Reactionen ist eine sehr grosse, denn sie gestattet (bei Anwendung festen α-Naphtols) noch $^1/_{00000}$ % Zucker nachzuweisen.

Da die Ansicht v. Brücke's, im normalen menschlichen Harn komme constant Zucker vor, noch immer von manchen Forschern bekämpft wird, so beschloss ich, meine beiden Reactionen auch in dieser Frage zu Rathe zu ziehen. Gleich die ersten Resultate, welche ich erhielt, waren höchst überraschend, denn die Reactionen gelangen un-

1) Vergl. meine Abhandlung: Zwei neue Zuckerreactionen, Sitzb. der kais. Akad. d. Wissensch. zu Wien, II. Abth. Mai-Heft, Jahrg. 1886.

2) β-Naphtol gibt, obwohl mit α-Naphtol isomer, die Reaction nicht.

gemein schön, selbst dann waren dieselben noch deutlich, als der Harn auf das hundertfache seines Volums und darüber mit Wasser verdünnt wurde [1]). So eclatante Resultate mahnten zur Vorsicht und bewogen mich, nachzusehen, ob nicht noch andere im Harn constant auftretende Körper dieselbe Reaction geben. Das Resultat, welches ich mit verschiedenen Stoffen (Harnstoff, Harnsäure, Kreatin, Xanthin, Allantoin, Hippursäure, Bernsteinsäure, Phenol, Brenzkatechin, Indican) erhielt, war ein durchweg negatives.

Wenn man nun erwägt, dass abgesehen von Zucker keine Kohlehydrate im normalen Menschenharn vorkommen und dass das einzige in demselben auftretende Glykosid, nämlich Indican, die Reaction nicht zeigt, so ist der Schluss berechtigt, dass das Eintreten unserer beiden Reactionen im Harne auf Zucker deutet und dass somit die viel bekämpfte und oft verfochtene Ansicht v. Brücke's vom constanten Auftreten kleiner Zuckermengen im normalen Harn des Menschen richtig ist.

Ich habe ferner gefunden, dass sich meine beiden Zuckerreactionen, namentlich die mit α-Naphtol, sehr gut dazu verwenden lassen, um rasch zu entscheiden, ob eine Gespinstfaser pflanzlicher oder thierischer Abkunft ist. Erwägungen verschiedener Art, besonders die, dass die vegetabilische Zellhaut stets Cellulose enthält und dass diese bei Zusammenkommen mit Schwefelsäure zum Theil in Zucker übergeführt wird, brachten mich auf die Vermuthung, es könnten die vegetabilischen Fasern indirect die Zuckerreactionen geben, die thierischen aber nicht, da die letzteren weder Zucker noch Kohlehydrate enthalten. Die Vermuthung erwies sich als richtig.

Meine neue Methode zur Unterscheidung der Pflanzen- von der Thierfaser ist nun folgende: „Ungefähr 0,01 g der gut ausgekochten und mit viel Wasser abgespülten Faserprobe wird in der Proberöhre mit etwa 1 ccm Wasser, sodann mit 2 Tropfen einer alkoholischen 15—20 procentigen α-Naphtollösung versetzt und schliesslich concentrirte Schwefelsäure (beiläufig soviel als Flüssigkeit vorhanden ist) hinzugefügt. Liegt eine Pflanzenfaser vor, so nimmt die ganze Flüssigkeit beim Schütteln sofort eine tiefviolette Färbung an, wobei sich die Faser auflöst. Ist hingegen die Faser thierischen Ursprungs, so wird die Flüssigkeit mehr oder minder gelb- bis röthlichbraun [2]).

Zum Schlusse hält Herr Dr. S. Zeisel einen Vortrag über das Colchicin.

Wien, 16. November 1886.

Der Secretär.

---

1) Bei so verdünnten Lösungen gelingen die Reactionen nur, wenn man festes α-Naphtol verwendet.

2) Näheres darüber in Dingler's polytechn. Journal Bd. 261 S. 135 (1886).

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien

am 16. November 1886.

Vorsitzender Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Der Vorsitzende verliest ein vom Herrn Hofrath v. Oppolzer eingelaufenes Schreiben, worin dieser sich bereit erklärt, die auf ihn gefallene Wahl zum Vorstande der chem.-phys. Gesellschaft anzunehmen. Der Vereinskassier Herr A. v. Waldheim erstattet den Kassabericht für das abgelaufene Vereinsjahr. Für das Jahr 1885/86 werden als Kassarevisoren die Herren Franz Exner und Karl Exner gewählt. Ueber einen von Seite der Steuerbehörde der Gesellschaft zugekommenen Auftrag zur Zahlung einer dem ausgewiesenen Vereinsvermögen entsprechenden Gebühr von 79 fl. 12 kr. für die Periode 1881—1890 beschliesst auf Vorschlag des Vorsitzenden die Versammlung die Einsetzung eines Comités, welches zu berathen habe, ob und welche gesetzlichen Schritte zur Erreichung eines Steuernachlasses gethan werden könnten. In dieses Comité werden gewählt: der Vorsitzende, Herr Prof. Dr. A. Lieben, Herr Prof. Dr. E. v. Fleischl und Herr A. v. Waldheim. Herr Hofrath Prof. Dr. E. v. Brücke hält den angekündigten Vortrag: „Ueber die Reaction, welche Guanin mit Salpetersäure und Kali gibt.“ Herr Dr. James Moser spricht über „elektrische und thermische Eigenschaften von Salzlösungen“.

Als neue Mitglieder werden aufgenommen die Herren Otto Fürth und Otto Margulies.

Der Secretär.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Licht und Farbe.

Gemeinfassliche Darstellung der Optik

von Prof. Dr. Fr. Jos. Pisko.

Auszug aus dem Inhalt: *I. Optische Bilder Licht- u. Schattenbilder. Ebener Spiegel. Krummspiegel. Linsen. Farbige Bilder etc. — II. Das Sehen. — III. Optische Instrumente. Stereoskop. Fernrohr. Mikroskop. Farbenlehre und ihre Anwendung. Spectrum und Spectralanalyse. Photographie. Stärke und Geschwindigkeit des Lichtes etc.*

Zweite Auflage. 1876. 8. 560 Seiten Text mit 148 Holzschn. Geh. 6 M., eleg. in Gnzlnwd. geb. 7,20 M.

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Wind und Wetter.

Gemeinfassliche Darstellung der Meteorologie

von Dr. E. Lommel.

Auszug a. d. Inhalt: *I. Sonnenstrahlung, mit 28 Unterabtheilungen. — II. Die Winde, mit 15 Unterabtheilungen. — III. Meeresströme, mit 5 Unterabtheilungen. — IV. Klima, mit 10 Unterabtheilungen. — V. Die elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre, mit 10 Unterabtheilungen — VI. Lichterscheinungen der Atmosphäre, mit 8 Unterabtheilungen.*

Zweite Auflage. 1880. 8. 346 S. m. 66 Holzschn. Geh. 3 M., in Ganzleinwand geb. 4 M.

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Die Erhaltung der Energie

als Grundlage der neueren Physik.

212 Seiten mit 65 Holzschn. Preis brosch. 3 M., geb. 4 M.

Von Dr. G. Krebs.

Inhalt Die Veränderungen in der Natur. — Kraft und Masse. — Die Umsetzung der endlichen Bewegungen. — Der Begriff der Arbeit und der Energie. — Die Schallschwingungen. — Die Umsetzung kinetischer Energie in calorische und das mechanische Aequivalent der Wärme. — Die innere Constitution und die drei Aggregatzustände der Körper. — Fortpflanzung der Wärme und des Lichts. — Identität von Licht und Wärme. — Elektricität und Magnetismus. — Die Zerstreuung der Energie.

Die elektrischen

NATURKRAEFTE,

der Magnetismus, die Elektricität und der galvanische Strom mit ihren hauptsächlichsten Anwendungen.

Inhalt. Der Magnetismus. — Die elektrischen Fundamentalerscheinungen. — Der Blitz u. die Blitzableiter. — Der galvanische Strom. — Die Telegraphie. — Inductionsströme u. Inductionsapparate. — Das elektrische Licht. — Der Elektromagnetismus als Triebkraft. — Die Galvanoplastik. — Elektr. Zündungen. Gemeinfasslich dargestellt von

Dr. Ph. Carl,

Professor an der kgl. Kriegsakademie in München.

Zweite Auflage. 1879. 8. 276 Seiten Text mit 113 Holzschn. Geh. 3 M., eleg. in Gnzlnwd. geb. 4 M.

Im Verlag von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Der vierte Jahrgang 1887

des

Kalender für Elektrotechniker.

Herausgegeben von

F. Uppenborn.

In schwarzes Leder elegant gebunden in Brieftaschenform Preis 4 M.

Der vorliegende Jahrgang wurde in einigen Theilen einer gründlichen Umarbeitung unterzogen. Eine grössere Zahl von Tabellen sind neu berechnet, andere nachgerechnet und nach den neuesten Werthen corrigirt. Die elektrischen Messmethoden haben wiederum Zusätze erhalten. In dem Capitel „Elektrochemie“ erschienen diesmal zuerst die Accumulatoren, bearbeitet von **J. Zacharias.** Die Bearbeitung des elektrometallurgischen Theiles hatte Herr Dr. **Kiliani** die Güte zu übernehmen. Ferner ist ganz neu aufgenommen ein Artikel über Blitzableiter.

Der aus der Praxis heraus entstandene und für die Praxis bestimmte Fachkalender wird in seinem neuen aufs sorgfältigste berichtigten und ergänzten Jahrgang seine Aufgabe in erhöhtem Maasse erfüllen, ein praktisches Hilfsmittel allen Denen zu sein, die in der Elektrotechnik thätig sind.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 1).

Jahrgang 1887 Nr. 2 enthält:

Rundschau. — Correspondenz. — Die Verwendung von Spiralfedern in Messinstrumenten und die Genauigkeit der mit Spiralfedern arbeitenden Galvanometer. Von W. Kohlrausch in Hannover. — **Die elektromotorische Gegenkraft des elektrischen Lichtbogens von Cross und Shepard.** Von Dr. B. Nebel. — **Die Methoden der Photometrie.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen.** Telephonie. — Elektrische Beleuchtung. Elektrische Beleuchtung in München. — Elektrische Beleuchtung in Wien. — Verschiedenes. Ueber die Anwendung des Cofferdam. — Ein bemerkenswerthes meteorologisches Phänomen. — Gasexplosionen. — **Finanzielle und industrielle Nachrichten.**

Jahrgang 1887 Nr. 3 enthält:

Rundschau. — Ueber Dynamomaschinen. Von J. Hopkinson, M. A. D. Sc. F. R. S. und E. Hopkinson, M. A. D. Sc. (Fortsetzung.) — **Absolute elektrotechnische Galvanometer (transportabel).** Aus dem physikalisch-mechanischen Institute von Dr. M. Th. Edelmann in München. — **Die dynamoelektrische Maschine System „Lahmeyer".** Von A. Berghausen jun., Ingenieur Elect. — **Ueber die an einem de Lalande-Element gemachten Beobachtungen.** Von Dr. B. Nebel. — **Die elektrische Beleuchtungs-Anlage auf der Sophien-Insel in Prag. — Kleinere Mittheilungen.** Telephonie. — Elektrische Beleuchtung. — Verschiedenes. — **Finanzielle und industrielle Nachrichten.** — **Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für Lehranstalten.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15a|2)

10

Genauere Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Von

A. Kurz.

Mach hat schon im 7. Bande dieses Repertoriums S. 377 (1871) einen Fehler, zum mindesten bei der Entwicklung einer an sich richtigen Formel, namhaft gemacht, welcher sich bei der Reduction auf das Vacuum gleichwohl in seither neu erschienenen Auflagen fort erhalten hat. Es mag deshalb die im Titel verzeichnete Aufgabe für einen Körper, der unbeschadet ins Wasser getaucht werden darf und darin untersinkt, und mit Annahme einer völlig gleicharmigen Waage gelöst werden:

I. Links der Körper vom Gewichte x, rechts die Gewichtstücke p' aus Messing, das Gewicht der verdrängten Luft sei links l, rechts l', so kommt

$$x - l = p' - l'.$$

II. Links x in Wasser gehängt und die Gewichtstücke p'' vom Luftauftriebe l'' zugelegt, auf dass die rechte Seite unverändert bleiben kann (die Waage wie vorher einspielt); dann wird, wenn w das Gewicht des verdrängten Wassers ist,

$$x - w + p'' - l'' = p' - l'.$$

Durch Comparation kommt also

$$w = p'' + l - l'',$$

so dass

$$s = \frac{x}{w} = \frac{p' + l - l'}{p'' + l - l''}$$

das specifische Gewicht des Körpers ist, bezogen auf das Wasser von der Dichte $1 - \delta$; die kleine Zahl δ wird bekanntlich gemäss der abgelesenen Wassertemperatur in besonderer Tabelle aufgeschlagen.

Das gefundene s mal $(1 - \delta)$ ist schliesslich das specifische Gewicht, bezogen auf die Wasserdichte 1 und auf das Vacuum.

Wegen der drei Luftgewichte $l l' l''$ können und müssen Annäherungen eingeführt werden. Fürs Erste ist $\frac{l'}{p'} = \frac{l''}{p''} = \frac{\lambda}{z}$, wenn λ das specifische Gewicht der Luft und z dasjenige der Metallsorte, aus welcher der angewandte Gewichtsatz gefertigt ist; das ist strenge richtig; aber in der Praxis werden die Deci- und Milligramm aus dünnem Blech von anderer Metallsorte gewählt, wobei freilich keine nennenswerthe Luftmasse verdrängt wird. Ferner ist $\frac{l}{p''}$ nahezu gleich λ annehmbar statt des strengeren $\frac{l}{w} = \frac{\lambda}{1-\delta}$, und für $\frac{l}{p'}$ endlich kann man $\frac{l}{p''} \cdot \frac{p''}{p'}$ oder $\lambda \frac{p''}{p'}$ oder $\frac{\lambda}{s}$ setzen, wobei man sich mit der ersten Annäherung für s begnügen darf. Demgemäss wird obige Gleichung

$$s = \frac{p'}{p''} \cdot \frac{1 + \frac{\lambda}{s} - \frac{\lambda}{z}}{1 + \lambda - \frac{\lambda}{z}};$$

setzt man λ, das bei höherer Temperatur als 0 und geringerem Barometerstande als 760 meist näher 0,0012 als 0,0013 g pro Cubikcentimeter beträgt, gleich Null, um so mehr also $\frac{\lambda}{s}$ und $\frac{\lambda}{z}$, so kommt wiederum die schon erwähnte erste Annäherung

$$s = \frac{p'}{p''}$$

zum Vorschein. Nun ist es aber auch höchste Zeit, die bekannte Annäherung $(1-\lambda)$ für $\frac{1}{1+\lambda}$ eintreten zu lassen, und man erhält nach der Multiplication und Weglassung der λ^2 enthaltenden Glieder

$$s = \frac{p'}{p''}\left(1 - \lambda + \frac{\lambda}{s}\right);$$

(so dass z nicht mehr vorkommt) und mit Bezug auf Wasser von der Dichte 1

$$s = \frac{p'}{p''}\left(1 - \lambda + \frac{\lambda}{s}\right)(1-\delta) = \frac{p'}{p''}\left(1 - \delta - \lambda + \frac{\lambda}{s}\right)$$

$$= \frac{p'}{p''}\left(1 - \delta - \lambda + \lambda\frac{p''}{p'}\right) = \frac{p'}{p''}\left(1 - \delta - \lambda\frac{p' - p''}{p'}\right),$$

wo δ die Correction wegen der geringeren Wasserdichte (als 1) und $\lambda\frac{p'-p''}{p'}$ diejenige wegen des Luftauftriebes ist.

Als Zahlenbeispiel benutze ich das von Kohlrausch in seinem Leitfaden der praktischen Physik aufgeführte eines Silberstückes, für welches

$$p' = 24{,}312$$
$$p'' = 2{,}396,$$

während $\delta = 0{,}00157$ (bei 19,2° C.) und $\lambda = 0{,}0012$. Die erste Annäherung liefert

$\frac{p'}{p''} = 10{,}15$, wobei auch rechnerisch die zweite Decimale unsicher, und der genauere Werth ist

$$\begin{aligned} s &= 10{,}15\left(1 - 0{,}00157 - 0{,}0012\cdot\frac{21916}{24312}\right) \\ &= 10{,}15\,(1 - 0{,}00157 - 0{,}0012\cdot 0{,}90) \\ &= 10{,}15\,(1 - 0{,}00157 - 0{,}00108) \\ &= 10{,}15\,(1 - 0{,}00265) = 10{,}15 - 0{,}026 = 10{,}12; \end{aligned}$$

die Unsicherheit bleibt auch jetzt in der zweiten Decimale; aber sicher ist, dass dieselbe fast um drei Einheiten zu gross gewesen war bei der ersten Annäherung.

Ueber unipolare Induction[1]).

Von

Prof. **Franz Exner** und Dr. **Paul Czermak.**

Vor mehreren Jahren[2]) wurde von Edlund eine neue Theorie der unipolaren Induction aufgestellt und auf Grund derselben in neuerer Zeit eine Erklärung der atmosphärischen Elektricität gegeben.

Da nun bei letzterer einige Ergebnisse mit der Erfahrung nicht in Einklang zu bringen sind, so schien es von Interesse, auch die Theorie der unipolaren Induction experimentell zu prüfen.

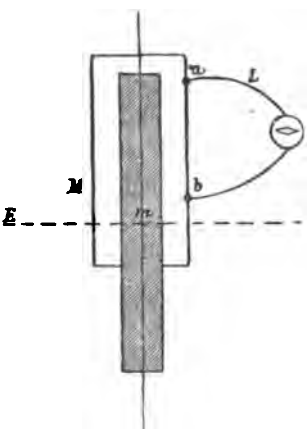


Fig. 1.

Rotirt um einen cylindrischen Magnet *m* ein conaxialer leitender Mantel *M*, so bildet sich nach der Theorie Edlund's an zwei Punkten *a* und *b* desselben, welche nicht in der Aequatorialebene *E* des Magnetes oder symmetrisch zu derselben gelegen sind, eine Potentialdifferenz. Legt man daher an diese Punkte eine fixe Leitung *L* an, so circulirt durch dieselbe ein Inductionsstrom. Der Sitz der erregten elektromotorischen Kraft ist also hier im rotirenden Mantel gelegen.

Das gleiche Ergebnis würde man nach der Ansicht Faraday's erhalten. Alle zwischen *a* und *b* gelangenden Theile des Mantels schneiden bei ihrer Rotation die Kraftlinien des Magnetes einfach. Es wird daher eine elektromotorische Kraft inducirt, welche bei angelegter Leitung das Circuliren eines Stromes varanlasst. Die Induction hat ebenfalls ihren Sitz im Mantel.

Der wesentliche Unterschied der beiden Ansichten liegt aber darin, dass nach Edlund die Rotation des Mantels allein, ohne Rücksicht auf die relative Lagenveränderung gegen den Magnet, maassgebend ist; dieser daher fix oder in Rotation befindlich sein kann.

---

1) Von den Herren Verf. mitgetheilt aus Wiener Sitzb. Bd. 94 (1886).

2) Akad. zu Stockholm XVI Nr. 1 und Ann. de chim. et phys. (5) vol. XVI p. 49 (1879).

Bei Faraday hingegen ist es gerade die relative Rotationsgeschwindigkeit des Mantels gegen den Magnet, welche bewirkt, dass eine gewisse Anzahl von Kraftlinien den Mantel so schneiden, dass eine Induction stattfindet.

Betrachten wir nun den Fall, dass der Mantel mit dem Magnete die gleiche Rotationsgeschwindigkeit besitze. Der auftretende Effect wird wieder nach beiden Theorien der gleiche sein, aber die Art, wie derselbe zu Stande kommt, ist schon merklich verschieden.

Nach Edlund bleibt es ja, wie schon oben bemerkt, gleichgiltig, ob der Magnet fixirt ist oder mitrotirt. Es wird also auch in diesem Falle der Sitz der elektromotorischen Kraft im Mantel sein. Nach der Faraday'schen Ansicht ist es nun aber die angelegte Leitung, welche von den Kraftlinien, die mit dem Magnete mitrotiren, geschnitten wird, und in ihr ist jetzt der Sitz der elektromotorischen Kraft der Induction gelegen, während der mit dem Magnete gleich schnell rotirende Mantel nur als Leitung dient. Da die Zuleitung von ebensoviel Kraftlinien als früher der zwischen *a* und *b* gelegene Theil des Mantels einfach geschnitten wird, während die übrigen Kraftlinien dieselbe eine gerade Anzahl von Malen schneiden und daher wirkungslos sind, so muss auch die Wirkung dieselbe sein wie im früheren Falle.

Das Gleiche lässt sich anwenden auf den Fall, dass man die Leitung direct an den Magnet selbst anlegt. Nach Edlund bildet dann das cylindrische Eisen selbst den, mit dem Magneten gleich rasch rotirenden Mantel und ist Sitz einer elektromotorischen Kraft, welche durch eine entsprechend angelegte Leitung einen Zweigstrom schickt. Nach Faraday hingegen wird nur in der angelegten Leitung durch das Schneiden der Kraftlinien die Induction zu Stande kommen und der Magnet die Rolle einer Leitung spielen.

In den bisherigen Fällen war der eingetretene Effect der unipolaren Induction immer der gleiche, wenn auch die Ursache desselben nach beiden Theorien eine wesentlich verschiedene ist.

Es soll nun eine dritte Anordnung betrachtet werden, in welcher auch der Effect ein verschiedener sein muss. Ist es dann möglich, diesen Fall experimentell herzustellen, so ist dies ein Experimentum crucis für die beiden Theorien.

Es soll nämlich die im letzten Falle direct an den Magnet angelegte Leitung mit demselben gleich rasch rotiren.

Nach Edlund wird nun der rotirende Leiter ebenfalls Sitz einer elektromotorischen Kraft sein und da er durch den Magnet leitend geschlossen ist, wird ein Strom circuliren. Würde man noch mehrere solche Leitungen anlegen und mitrotiren lassen, so würde in jeder ein Strom erregt, der durch die Rotationsaxe des Magnetes geschlossen wäre.

Ist jedoch das Schneiden der Kraftlinien Bedingung für die Entstehung der Induction, so wird in diesem Falle in keiner der mitrotirenden Leitungen und ebenso wenig im cylindrischen Eisentheile des Magnetes eine elektromotorische Kraft erregt, die zu einem Strome in einer der Leitungen Anlass geben könnte, da die Kraftlinien mitrotiren.

Ist man daher im Stande, eine mit dem Magneten rotirende Leitung mit einem Galvanoskope zu versehen, so ist dies für die Theorie entscheidend.

Als ein solches Galvanoskop schien ein Silbervoltameter am geeignetsten. Dies lässt sich leicht anbringen und gestattet, wenn die elektromotorische Kraft der Induction nur gross genug ist und die Wirkung des Stromes genügend lange dauert, sehr genau einen Strom zu messen. Es müssen natürlich zwei Versuche gemacht werden. Bei dem einen muss das Voltameter, welches in der angelegten Leitung eingeschaltet ist, mit derselben in Ruhe bleiben und nur der Magnet rotiren. Hier müsste nach jeder der beiden Theorien eine Silberausscheidung stattfinden. Beim zweiten Versuche muss dann die Leitung sammt dem eingeschalteten Voltameter mit dem Magnete mitrotiren. Findet nun auch eine Silberausscheidung statt, so spricht dies für Edlund, ist aber kein Strom nachweisbar, für Faraday.

Bei dem im Nachstehenden beschriebenen Apparate betrug nun, wie Vorversuche an einem Galvanometer zeigten, die elektromotorische Kraft der im fixen Leiter durch den rotirenden Magnet erregten Induction, gegen $\frac{1}{100}$ Volt. Das Voltameter hatte einen Widerstand von beiläufig 3 Ohm. Es wäre also eine Stromstärke von fast 0,003 Amp. zu erwarten gewesen, wodurch in einer halben Stunde über 6 mg Silber ausgeschieden worden wären.

In Wirklichkeit zeigte sich aber gar keine messbare Ausscheidung, denn Silberplatten in Silbernitratlösung so herzustellen, dass dieselben gar keine Polarisation annehmen würden, ist gewiss sehr schwierig und hier genügte schon eine elektromotorische Gegenkraft von $\frac{1}{100}$ Volt, um eine Ausscheidung zu verhindern. Aber gerade dieser Polarisationsstrom gibt ein noch viel empfindlicheres Mittel an die Hand, um nachzuweisen, ob das Voltameter von einem Strome durchflossen wurde oder nicht und in dieser Weise wurden auch die Versuche ausgeführt.

Der dabei verwendete Apparat hatte nun folgende Einrichtung Ein Elektromagnet (Fig. 2) *Em*, vorn mit einem Messingzapfen s versehen, konnte durch eine Transmission zwischen zwei Spitzen s_1, s_2 in rasche Rotation versetzt werden. Die Zuleitung des erregenden Stromes geschah über zwei Schleiffedern S_1 S_2, und zwar war es der Strom einer Grammemaschine, welche von einem Gasmotor betrieben wurde, der auch zugleich die Rotation des Elektromagnetes besorgte. Auf die von der Magnetisirungsspirale R freie Hälfte des Elektromagnetes war eine Messingröhre M geschoben, welche man entweder von Aussen während der Magnet rotirte festhalten oder mittels zweier isolirter Schrauben p_1 p_2 mit dem Magnete verbinden konnte. An dem bei der Mitte des Magnetes befindlichen Ende des Messingmantels waren Federn f_1 angebracht, welche gegen den Eisenkern schleiften. Um einen zwischen Messung und Eisen auftretenden Thermostrom so viel als möglich zu vermeiden, schleiften die Messingfedern nicht direct auf dem Eisen, sondern auf einem dicken aufgeschobenen Messingringe.

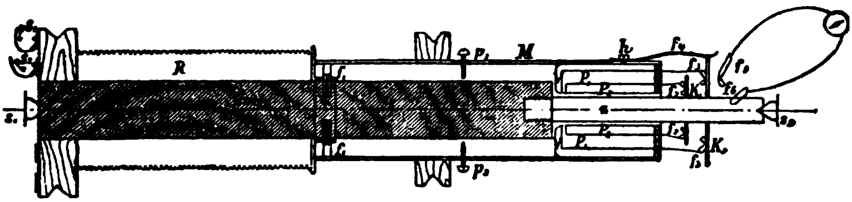


Fig. 2.

In dem zwischen dem Zapfen z und dem Mantel gebildeten Raume war das aus zwei concentrischen Glasröhren verfertigte Voltameter V angebracht. Die Silberplatten P_1 und P_2 desselben waren cylindrisch und so nahe als möglich aneinander gebracht. Auf dem aus dem Mantel ragenden Theile des Zapfens z sind nun zwei Messingscheiben K_1 und K_2 aufgeschoben, von denen K_2 isolirt ist. Gegen K_1 schleifen die Federn f_2, die an die eine Silberplatte gelöthet sind, gegen K_2 die mit der anderen Platte verbundenen Federn f_3. Ferner schleift noch vom Mantel aus die um eine Schraube h drehbare Feder f_4 auf der Peripherie der Scheibe K_2.

Die beiden Versuche wurden nun in folgender Weise gemacht. Zuerst wurde durch Anlegen einer Galvanometerleitung, welche in die Federn f_5 und f_6 endigte, bei weggedrehter Feder f_4 untersucht, ob die Silberplatten stromlos waren. War dies nicht der Fall, so wurden dieselben durch Aufschieben der Feder f_4 auf die Scheibe K_2 in sich geschlossen.

(Die Leitung geschieht hier durch den Mantel, über die Federn f_1, den Eisenkern, die Scheibe K_1, über f_2 nach P_2, dann durch die Silberlösung nach P_1 und über die Feder f_3 zu f_4 zurück.)

Waren die Platten stromlos, so wurde zunächst der Mantel an dem Ständer, welcher den ganzen Apparat trug, fixirt und der Elektomagnet in Rotation versetzt. Dadurch wurde das Voltameter infolge des im Mantel inducirten Stromes polarisirt. Nach 1/4 Minute Ladungszeit wurde die Feder f_4 weggedreht und das Voltameter durch das Galvanometer entladen. Das eine Ende der Galvanometerleitung stand continuirlich im Contacte mit der Platte P_2 durch die Feder f_6, während das andere Ende f_5 unmittelbar nach Oeffnen der Feder f_4 an die Scheibe K_2 angelegt wurde; dadurch waren die Voltameterplatten mit dem Galvanometer verbunden. Bei diesem Versuche wurde stets ein bedeutender erster Ansschlag beobachtet, der auf eine kleine dauernde Ablenkung herabging, die aber ziemlich rasch mit der abnehmenden Polarisation verschwand.

Da der Ausschlag bei fortgesetzter Rotation bis auf Null herabging, ist der Einfluss eines eventuellen Thermostromes oder einer später zu erwähnenden Induction ausgeschlossen.

Nun wurde der Gegenversuch gemacht. Dazu wurde der Mantel mittels der Schrauben p_1 p_2 an den Magnet geklemmt, so dass das ganze System die gleiche Rotationsgeschwindigkeit besass. Nach $\frac{1}{4}$ Minute Ladungszeit wurde ein Holzstift so gegen den rotirenden Apparat genähert, dass er die Feder f_4 wegschlug und dadurch die Ladung unterbrach, worauf wieder die Voltameterplatten in der obigen Weise mit dem Galvanometer verbunden wurden. Hierbei konnte nie eine Polarisation mit Sicherheit nachgewiesen werden.

Eine dritte Versuchsanordnung bestand noch darin, dass der Elektromagnet fest gehalten wurde und der Mantel sammt Voltameter in eine gleich grosse, aber der früheren entgegengesetzte, Rotation versetzt wurde.

In diesem Falle kam eine, dem ersten Versuche dem Sinne und der Grösse nach gleiche Ablenkung zu Stande.

Die Resultate der Versuche, welche hauptsächlich nur in qualitativer Hinsicht unternommen wurden, da wegen der Nähe des sehr kräftigen Elektromagnetes und der unhomogenen Astasirung des Galvanometers auf genaue quantitative Resultate verzichtet werden musste, waren folgende.

R und *L* bedeuten die Ausschläge nach rechts oder links, wenn der Strom in der Primärleitung, welche den Magnet erregte commutirt wurde.

	R	*L*
Mantel fix, Magnet rotirt	193	130
	205	147
Mantel und Magnet rotiren zusammen	0,5	2
	0,0	2
Mantel fix, Magnet rotirt	180	135
	172	147

Galvanometer weniger astasirt.

	R	L
Mantel fix, Magnet rotirt	130	160
	117	140
Mantel und Magnet rotiren zusammen	0	2
	0	1,5
Mantel rotirt, Magnet fix	146	150
	140	143
	145	140
	140	139
Mantel fix, Magnet rotirt	150	149
	153	154

Die ersten sechs Versuche ergeben als Mittel:

Mantel fix, Magnet rotirt	164
Mantel und Magnet rotiren zusammen .	1,1

Die anderen 10 Versuche ergeben als Mittel:

Mantel fix, Magnet rotirt	145
Mantel rotirt, Magnet fix	143
Mantel und Magnet rotiren zusammen .	0,8

Diese Versuche sprechen somit zu Gunsten der Theorie Faraday's und bestätigen die aus derselben folgenden Consequenzen. So in erster Linie das Mitrotiren der Kraftlinien eines gedrehten Magnetes. Gegen diese Annahme führt Edlund [1]) als experimentellen Beweis die Erscheinung an, dass eine bewegliche kleine Magnetnadel in der Nähe eines rotirenden Magnetes ihre Stellung, welche die Richtung der Kraftlinien angibt, nicht ändert.

Dies ist aber nicht stichhaltig, da bei einem Magnete, der die Gestalt eines Rotationskörpers besitzt und sich um seine Rotationsaxe die mit der magnetischen Axe desselben zusammenfällt, dreht, auch die Kraftlinien vollkommen symmetrich angeordnet sein müssen, daher die Nadel ihrer Einstellung behält. Fiele die Rotationsaxe nicht mit der magnetischen zusammen oder wäre der Magnet unsymmetrisch, so würde gewiss eine verschiedene Ablenkung der Nadel auftreten.

Ein anderer Einwand [2]), welchen Edlund gegen die Faraday-sche Ansicht erhebt und als einen Widerspruch mit der mechanischen Wärmetheorie darstellt, ist auch nicht beweiskräftig, da das beschriebene Experiment sich ebenso exact nach der Faraday'schen Theorie begründen lässt.

1) Exner's Rep. der Phys. Bd. 20 Heft 11 S. 749.

2) Obige Abhandlung S. 748.

Es schliesst sich an den, gleich zu Beginn dieser Arbeit beschriebenen Versuch (Fig. 1). Rotirt der Mantel M um den ruhenden Magnet m, so wird in der angelegten fixen Leitung ein Inductionsstrom circuliren. Um diesen zu erzeugen, wird eine gewisse mechanische Arbeit beim Drehen des Mantels aufgewendet. Wird nun der Magnet auch in Rotation versetzt, so müsste, wenn dies einen Einfluss auf die Induction hätte, sich die Intensität des Inductionsstromes ändern und bei der Rotation des Magnetes eine entsprechende Arbeit geleistet werden. Das Experiment zeigt aber, dass die Intensität ungeändert bleibt, es kann daher die Rotation nicht von Belang sein und beim Drehen des Magnetes keine Arbeit geleistet werden, und dies sei mit der Theorie Faraday's nicht vereinbar.

Nach Faraday wäre dies so zu erklären. Ist v_1 die Rotationsgeschwindigkeit des Magnetes und v_2 die des Mantels, so wird bei gleichzeitiger Rotation beider, sowohl im Mantel, als auch im Leiter ein Theil der elektromotorischen Kraft erregt, welche die Intensität des im Schliessungskreise auftretenden Stromes bedingt. Nun ist die im Theile ab des Mantels erregte elektromotorische Kraft proportional der relativen Geschwindigkeit des Magnetes gegen den Mantel also proportional $v_1 - v_2$, während die im fixen Leiter erregte elektromotorische Kraft proportional ist der Rotationsgeschwindigkeit v_1 des Magnetes.

Die Proportionalitätsconstante ist dieselbe, da genau dieselben Kraftlinien, welche den Mantel zwischen a und b schneiden, auch für die Induction im Leiter wirksam sind. Da diese Inductionen einander entgegengesetzt sind, so ist die im Schliessungskreise wirksame elektromotorische Kraft proportional $(v_1 - v_2) - v_1$, als nur abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit des Mantels, und der Magnet leistet wirklich keine Arbeit.

Aus diesem Experimente lässt sich daher keine Entscheidung für eine der beiden Theorien treffen.

Ebenso findet sich in einer Note[1]) von Edlund eine geometrische Ueberlegung, welche zeigen soll, dass es selbst nicht gleichgiltig ist für die Intensität des inducirten Stromes, ob der Magnet rotirt und der Mantel ruht, oder umgekehrt. Zu diesem Ende wurde die dritte Versuchsanordnung getroffen und konnte ein nennenswerther Unterschied nicht constatirt werden.

Gegen die in dieser Arbeit ausgeführten Experimente, welche zu Gunsten der Faraday'schen Theorie sprechen, könnte ein Bedenken erhoben werden, nämlich dass bei der Entladung der Voltameterplatten

1) Note sur la théorie de l'induction unipolaire. Acad. Roy. de sc. Stockholm 1885.

in der angelegten Galvanometerleitung noch etwas inducirt werden könnte, da die Rotation und der Magnetismus nicht aufgehoben wurden. Abgesehen davon, dass ja gerade bei dem entscheidenden Versuche kein Ausschlag auftrat, so wurde doch noch genauer untersucht, ob diese Induction von Einfluss sein könnte. Es können nämlich nur jene Kraftlinien, welche zwischen den Federn f_5 und f_6 heraustretend die fixe Leitung schneiden, in Betracht kommen. Um diesen Bruchtheil mit der totalen im Mantel auftretenden Induction zu vergleichen, wurde bei fixirtem Mantel der ganze Inductionsstrom durch das Galvanometer geschickt, indem die Leitung direct an den Mantel und den Messingzapfen z angelegt wurde. Dann wurde nach Verbindung der Scheibe K_2 mit dem Zapfen das früher an den Mantel gelegte Leitungsende an diese Scheibe angelegt. Diese Messung ergab das Verhältnis von 215 zu 1. Da nun die im Mantel inducirte elektromotorische Kraft $\frac{1}{150}$ Volt betrug, so wäre die hier in Betracht kommende schädliche elektromotorische Kraft kleiner als $\frac{1}{30000}$ Volt und diese käme in einem Schliessungskreise von über 3 Ohm Widerstand zur Geltung. Man kann daher mit Recht diesen Einfluss ausser Acht lassen.

Durch diese Versuche sind daher die schon an anderer Stelle[1]) geäusserten Bedenken gegen die Edlund'sche Theorie bestätigt und erweist sich auch die auf dieser Theorie aufgebaute Ansicht über die atmosphärische Elektricität als unhaltbar. Die Luft, welche hier die Stelle des leitenden Mantels übernehmen soll, rotirt mit dem Erdkörper und es könnte nur bei einem Unterschiede der Rotationsgeschwindigkeiten derselben gegeneinander eine Induction durch die Pole der Erde stattfinden.

Eben nach Abschluss dieser Arbeit erschien von E. Hoppe in Wiedemann's Annalen eine denselben Stoff behandelnde Arbeit, jedoch ist dieselbe in Hinsicht eines anderen Widerspruches der Edlund'schen Theorie mit der Faraday's unternommen worden und ist auch die Methode der Untersuchung eine andere. Da die Ergebnisse mit den hier gefundenen ganz übereinstimmen, so bilden beide Untersuchungen eine sehr erwünschte Ergänzung für einander.

Phys. Cab. Univ. Wien.

Nachschrift: Durch eine freundliche briefliche Mittheilung des Autors erhalten wir soeben Kenntnis von dem Inhalte einer jüngst (leider nur russisch) erschienenen Abhandlung Schwedoff's[2]), in welcher derselbe auf rein theoretischem Wege die Unhaltbarkeit der Edlund'schen Theorie der unipolaren Induction nachweist.

1) F. Exner, Wiener Sitzb. Bd. 93 S. 222 (1886).

2) Journ. d. russ. ph.-ch. Ges. 1886.

Bemerkungen zur täglichen Oscillation des Barometers[1]).

Von

J. Hann.

In jüngster Zeit haben Prof. Balfour Stewart und Dr. Arthur Schuster die Ansicht ausgesprochen und zu begründen gesucht, dass die Ursache der Solardiurnalvariation der erdmagnetischen Elemente in den oberen Regionen der Atmosphäre zu suchen sei, und zwar in einem System von elektrischen Strömen, welche vom Aequator gegen die beiden Pole gerichtet sind und die bald nach dem Durchgang der Sonne durch den Meridian in jeder Hemisphäre ihr Maximum erreichen. Dr. Schuster hat auf mathematischem Wege gezeigt, dass diese Hypothese eine sehr einfache und befriedigende Erklärung der beobachteten Erscheinungen zu geben vermag. Die starke Zunahme der magnetischen Variation zur Zeit der Sonnenfleckenmaxima könnte auf Grund dieser Annahme nach B. Stewart durch folgende Betrachtung erklärt werden. Prof. Stokes hat bemerkt, dass eine Zunahme in der Strahlung der Sonne wohl in der Art vor sich gehen dürfte, dass nicht allein die Gesammtstrahlung wächst, sondern speciell und in stärkerem Maasse jene aktinische Strahlengruppe, welche wahrscheinlich schon in den oberen Regionen der Erdatmosphäre absorbirt wird. Diese neuen Strahlengattungen würden deshalb zur Zeit der Sonnenfleckenmaxima von den oberen atmosphärischen Schichten besonders reichlich absorbirt werden, und deren Temperatur würde dadurch erheblich steigen, wodurch auch das elektrische Leitungsvermögen erhöht werden würde[2]).

Diese Ansichten von Balfour Stewart und Stokes haben mir den Gedanken nahe gelegt, dass wenn ein derartiger Vorgang in der Atmosphäre in der That zur Zeit der Sonnenfleckenmaxima stattfinden

---

1) Vom Herrn Verf. mit einigen Aenderungen mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 93 S. 981 (1886).

2) Bericht über die Sitzung der Physical Society of London vom 10. April in „Nature“ (April 29., 1886 p. 620). S. auch Philosoph. Magazine Bd. 21, April und Mai 1886.

würde, man wohl erwarten könnte, dass sich die Consequenzen desselben besonders in den Amplituden der täglichen Oscillation des Barometers zeigen müssten. Steigt die tägliche Erwärmung der ganzen Atmosphäre vom Sonnenfleckenminimum zum Sonnenfleckenmaximum, so darf man wohl annehmen, dass sich dies auch in einer Zunahme der Amplituden der täglichen Barometerschwankung gegen das Sonnenfleckenmaximum hin zu erkennen geben werde.

Diese Voraussetzung basirt allerdings auf der Ansicht, dass die tägliche Oscillation des Barometers ein unmittelbarer Effect der täglichen Erwärmung der Atmosphäre durch die Sonnenstrahlung ist. Im allgemeinen ist diese Ansicht von der Natur der täglichen Barometerschwankung jetzt wohl diejenige, welche weitaus die meisten Anhänger zählt. Aber in Bezug auf die Art und Weise, wie durch die tägliche Erwärmung der Atmosphäre die eigenthümlichen Erscheinungen der täglichen Barometeroscillation zu erklären seien, gehen die Meinungen noch ziemlich weit aus einander.

Eine der bemerkenswerthesten Eigenthümlichkeiten der täglichen Barometeroscillation ist bekanntlich die, dass, wenn man dieselbe in eine einfache tägliche (mit nur einem Maximum und Minimum innerhalb 24 Stunden) und eine halbtägige Oscillation (mit 2 Maximis und Minimis) zerlegt, die letztere die Hauptrolle spielt und von Localeinflüssen wie von der jährlichen Periode der Sonnenstrahlung sich in auffallender Weise unabhängig zeigt. Dagegen wird die einfache tägliche Oscillation ganz beherrscht von diesen beiden sehr variablen Momenten. Lamont, welcher auf diesen Nachweis besondere Sorgfalt und Mühe verwendet hat, nannte deshalb das zweite Glied der Sinusreihe, durch welche die tägliche Barometer-Oscillation dargestellt werden kann, das „Ebbe- und Fluthglied“, während er das erste Glied (mit einem Maximum und Minimum in 24 Stunden) als Ausdruck einer durch den localen Wärmeeinfluss darauf superponirten variablen und untergeordneten Oscillation betrachtete [1]).

Von besonderer Wichtigkeit für diese Ansicht war die von Lamont vorgenommene gesonderte Ableitung der täglichen Barometer-Oscillation für heitere und trübe Tage. Ich darf mir wohl gestatten, einige der von Lamont hierbei erhaltenen Resultate in kürzester und übersichtlichster Form hier anzuführen. Sie beziehen sich auf München, und ich habe die numerischen Coefficienten auf Millimeter reducirt.

---

1) Ueber die tägliche Oscillation des Barometers, Sitzb. der Münchener Akad., 8. Februar 1862.

Einfache tägliche Oscillation („Wärmeeinfluss").

	Winkelconstanten heitere Tage	Winkelconstanten trübe Tage	Coefficienten heitere Tage	Coefficienten trübe Tage
Winter . .	120°51	87°25	0,15	0,06
Frühling . .	148 48	13 24	0,23	0,11
Sommer . .	164 29	183 46	0,41	0,14
Herbst . . .	158 20	30 9	0,25	0,05

Halbtägige Oscillation („Ebbe- und Fluthglied").

Winter . .	153°17	165° 0	0,17	0,18
Frühling . .	151 54	147 51	0,27	0.24
Sommer . .	142 38	146 38	0,25	0,24
Herbst . . .	151 26	150 53	0,27	0,25

„Hieraus", sagt Lamont, „ist zu entnehmen, dass, während Wolken, Nebel, Regen und Schnee den Temperatureinfluss bis auf den dritten und vierten Theil vermindern, die atmosphärische Ebbe und Fluth sich vollkommen gleich bleibt. Ich betrachte dies als einen entscheidenden Beweis, dass die atmosphärische Ebbe und Fluth einer kosmischen Kraft zugeschrieben werden muss, deren Sitz in der Sonne zu suchen ist"[1]). An einer anderen Stelle sagt Lamont, dass er vorläufig als Untersuchungshypothese annehme, die halbtägige Oscillation einer „elektrischen" Attraction der Sonne zuzuschreiben.

In der That legt es die ausserordentliche Regelmässigkeit, mit der die halbtägige Oscillation an allen Orten erfolgt, und die gleichmässige Abnahme der Grösse dieser Oscillation gegen die Pole hin, während die Phasenzeiten constant bleiben, sehr nahe, an einen kosmischen Einfluss als Ursache derselben zu denken. Es gibt im ganzen Gebiete der Meteorologie keine Erscheinung, die mit gleicher Regelmässigkeit und gleicher Unabhängigkeit von den Localverhältnissen auftritt. Daher scheinen uns die Versuche, die man neuerdings gemacht hat (Chambers, Rykatcheff), die tägliche Oscillation des Barometers aus den Componenten der täglichen Luftbewegung am Beobachtungsorte selbst zu erklären, von vornherein aussichtslos. Es mag gestattet sein, die Unabhängigkeit des Haupttheiles der täglichen Barometerschwankung von dem örtlichen Temperaturgange an einigen Vergleichen dieser beiden Elemente darzulegen, die auf neuere Resultate gegründet sind. Die folgende kleine Tabelle enthält die Coefficienten

1) In der oben citirten Abhandlung und Pogg. Ann. Bd. 114 S. 281.

und Winkelconstanten der beiden ersten Glieder der Bessel'schen Formel, angewendet auf den täglichen Gang des Barometers und der Temperatur. Die (eingeklammerten) Coefficienten des zweiten Gliedes bei den beiden hochgelegenen Stationen sind, um sie mit den übrigen vergleichbar zu machen, im Verhältnis zur Abnahme des Luftdruckes vergrössert worden (also mit B/b multiplicirt, wo b den mittleren Luftdruck an der Station, B im Meeresniveau bedeutet). Während aber der Coefficient des zweiten Gliedes nothwendig mit der Seehöhe abnehmen muss, wenn er einer der ganzen Mächtigkeit der Atmosphäre eigenen Oscillation entspricht, ist dies bei dem in erster Linie von der täglichen Temperaturschwankung abhängigen ersten Gliede nicht der Fall, weshalb es ungeändert geblieben ist. Selbstverständlich soll dies nicht der strenge Ausdruck einer Theorie sein, sondern bloss dazu dienen, die tägliche Oscillation an sehr hochgelegenen Punkten mit jenen am Meeresniveau annähernd unmittelbar vergleichbar zu machen.

Ort	Atlant. Ocean	Batavia	Bombay	Allahabad	Dodabetta[1])	Leh Tibet
Breite	5° N.	6° 11′ S.	18° 57′ N.	25° 26′ N.	11° 32′ N.	34° 10′ N.
Länge	25° W.	106° 50′ E.	72° 51′ E.	81° 52′ E.	76° 50′ E.	77° 36′ E.
Höhe Met.	—	—	—	94	2643	3517
I. Tägliche Oscillation des Luftdruckes.						
U_1	358° 18′	24° 17′	332° 58′	337° 4′	279° 20′	1° 2′
U_2	158 45	157 56	160 51	152 48	152 47	154 17
V_1 mm	0,15	0,62	0,47	0,77	0,20	0,87
V_2 mm	0,82	0,95	0,97	0,89	(0,95)	(0,75)
II. Tägliche Temperaturschwankung.						
U_1	240° 41′	232° 12′	231° 49′	233° 13′	—	—
U_2	86 51	67 52	54 15	62 34	—	—
V_1 Cels.	0,71	2,77	2,18	5,51	—	—
V_2 Cels.	0,19	0,83	0,68	1,53	—	—

In dieser kleinen Zusammenstellung neuerer Beobachtungsresultate tritt die zuerst von Lamont erkannte Unabhängigkeit der halbtägigen Oscillation des Barometers von den localen Verhältnissen, sowie deren dominirender und universeller Charakter sehr klar hervor.

1) Den täglichen Gang des Luftdruckes auf dem Dodabetta Peak habe ich mitgetheilt in meiner Abhandlung über die tägliche Periode der Windrichtung und Windgeschwindigkeit (Sitzb. der Wiener Akad. Januarheft 1879) der Ausdruck für diesen täglichen Gang ist in Millimetern $0{,}220\,(279^\circ 20' + 15^\circ x) + 0{,}740\,(152^\circ 47' + 30^\circ x) + 0{,}044\,(34^\circ 51' + 45^\circ x)$.

Auf dem äquatorialen atlantischen Ocean, wo die tägliche Temperaturschwankung nur 1,6° beträgt, tritt die halbtägige Oscillation des Luftdruckes genau so auf, wie zu Allahabad, wo die tägliche Wärmeschwankung 13,2° ist. Es lassen sich wohl keine grösseren klimatischen Contraste denken, wie jene zwischen dem äquatorialen atlantischen Ocean und dem Hochthale von Leh, 3517 m über der Meeresfläche, und auch hier erfolgt die halbtägige Oscillation genau in gleicher Weise und in gleichem Betrage, wenn man auf die Meereshöhe (und grössere Breite) Rücksicht nimmt.

	Breite	Höhe Met.	Tägl. Wärmeschwankung	U_2	V_2
Aequat. Atl. Ocean	5,0 N	0	1,6°	158,7°	0,82 mm
Allahabad . . .	25,4 „	94	13,2	152,8	0,89
Leh (Tibet) . . .	34,2 „	3517	14,0	152,8	0,75

In Madras am Meeresniveau und auf dem Dodabetta Peak in 2643 m erfolgt die halbtägige Schwankung ebenfalls genau in gleicher Weise und in gleichem Betrage, denn es ist:

	U_2	V_2		U_2	V_2
Madras . . .	157,9°	1,10 mm	Dodabetta Peak	152,8	0,95 mm

Der universelle Charakter der halbtägigen Oscillation bewährt sich auch in dem jährlichen Gang durch die Constanz der Phasenzeiten und der Amplituden gegenüber der grösseren Veränderlichkeit der Elemente der einfachen täglichen Oscillation.

Folgende zwei Beispiele dürften genügen:

	Regenzeit			Trockenzeit		
	Temp. Ampl.	U_2	V_2	Temp. Ampl.	U_2	V_2
Batavia .	4,4°	151° 14′	0,95	7,3°	156° 37′	0,93
Allahabad	7,0	148 15	0,88	17,8	150 1	0,96

Hingegen sind die Winkelconstanten und Coefficienten der einfachen täglichen Oscillation für Batavia, resp. zur Regenzeit (Februar wie oben) und Trockenzeit (August) 14° 56′ und 26° 28′, dann 0,56 und 0,74 mm; für Allahabad (Juli, August, September gegen März, April), 346° 25′ und 331° 54′ resp. dann 0,63 mm und 0,95 mm. Die Grösse der Amplituden der einfachen täglichen Oscillation wächst mit der täglichen Temperaturschwankung (äquat. Atlantic $V_1 = 0,15$ mm, Allahabad 0,77, Leh 0,87; Madras $V_1 = 0,60$, Dodabetta 0,20 mm), zugleich schwankt auch die Winkelconstante, welche die Phasenzeiten bestimmt, innerhalb weiterer Grenzen.

Mit Rücksicht auf diese Unabhängigkeit der halbtägigen Oscillation des Luftdruckes von den localen Verhältnissen und von der Witterung habe ich schon im Februarheft 1881 der Zeitschrift für Meteorologie (Bd. 16 S. 50) die Ansicht ausgesprochen[1]), dass dieselbe von der Erwärmung der oberen atmosphärischen Schichten abhängt, das ist von der in diesen Schichten unmittelbar absorbirten Wärmestrahlung der Sonne. Ich sagte damals gegen die Theorie von Rykatcheff, welche auf die täglichen Temperaturamplituden in den untersten Luftschichten basirt ist:

„Wir möchten doch auch die Wirkung der Sonne auf die oberen Luftschichten, und zwar sogar in erster Linie hierbei in Betracht gezogen wissen. Die oberen Luftschichten scheinen eine beträchtliche Wärmemenge zu verschlucken, auf welche man gewöhnlich gar keine Rücksicht nimmt[2]). Diese Wärmewirkung auf die oberen Schichten der Atmosphäre würde viel besser mit dem übereinstimmenden Charakter der täglichen Barometeroscillation unter gleichen Breiten harmoniren und mit deren grosser Unabhängigkeit von der Witterung, wobei man locale Einflüsse nicht auszuschliessen braucht, die aber doch mehr secundärer Natur zu sein scheinen."

„Dass durch die periodische täglich in gleicher Weise wiederkehrende (directe) Wirkung der Sonnenstrahlung auf die oberen Schichten der Atmosphäre periodische Bewegungen von grosser Regelmässigkeit entstehen müssen (eine Oscillation der Atmosphäre in ihrer Gesammtmasse) ist leicht einzusehen, sie könnten den typischen Charakter der täglichen Oscillation des Barometers erklären, während die localen Verschiedenheiten der Grundlage das modificirende Element darstellen[3]).

In dem einige Jahre später erschienenen XI. Bande der Proceedings of the Royal Soc. of Edinburgh (Nov. 1880 to July 1882.) Edinburgh

1) In einem Referat über das Werk von Rykatcheff „La marche diurne du baromètre en Russie". S. Petersbourg 1879.

2) Seitdem habe ich selbst (Handbuch der Klimatologie S. 71) aus den stündlichen aktinometrischen Beobachtungen von Crova in Montpellier nachgewiesen, dass an ganz heiteren Tagen mindestens die Hälfte des Betrages der Sonnenstrahlung, die einem Ort im Laufe eines Tages sonst zukommen würde, von der Atmosphäre absorbirt wird. Nach Langley's neueren Untersuchungen scheint die totale Absorption noch grösser zu sein.

3) J. Hann in der Zeitschrift für Met. Bd. 16, Februarheft 1881, S. 50. Die Ursachen der örtlichen Modificationen der täglichen Barometeroscillation habe ich erörtert in den Sitzb. der Wiener Akad. Octoberheft, 1868. Zur Meteorologie der Alpengipfel, S. 33 und besonders Märzheft 1881: „Ueber den täglichen Gang des Luftdruckes etc., S. 10, sowie: „Täglicher Gang des Luftdruckes auf Berggipfeln". Zeitschr. für Meteorol. Bd. 14 S. 177 (1879).

1882 ersah ich zu meiner grossen Befriedigung, dass Sir William Thomson in einer im Januar 1882 der R. Soc. vorgelegten Abhandlung (On the thermodynamic Acceleration of the Earths Rotation) die gleiche Ansicht von der Natur der täglichen Barometeroscillation ausgesprochen, und dieselbe zugleich mechanisch schärfer definirt hat. Anknüpfend an eine im Quarterly Journ. of the Met. Soc. (of London) Januar 1880 mitgetheilte von Simmonds zusammengestellte Tabelle der „Harmonischen" Elemente der täglichen Variation des Barometers sagt er: „Es ist ein sehr bemerkenswerthes Resultat dieser Analyse, dass der Coefficient der halbtägigen Oscillation für die meisten Orte, besonders jene bis zu 40° N und S vom Aequator beträchtlich grösser ist als der Coefficient der einfachen täglichen Oscillation. Die Ursache der halbtägigen Oscillation des Barometers kann aber nicht in einem „gravitational tide-generating" Einfluss der Sonne liegen, weil selbst die „lunar barometric tide" in der That verschwindend klein ist. Es scheint deshalb gewiss, dass die solar diurnal variation des Barometers ein Wärmeeffect ist. Nun ist aber das Glied der einfachen täglichen Variation der Temperatur wohl an allen Orten viel grösser als das der halbtägigen Variation (vgl. unsere früher mitgetheilte kleine Tabelle) derselben. Es sollte daher auch die halbtägige Oscillation des Barometers als Wärmeeffect viel kleiner sein als die tägliche Oscillation. Die Erklärung dafür, dass wir gerade das Gegentheil davon finden, ist wohl darin zu suchen, dass man die Oscillationen der Atmosphäre als Ganzes betrachten muss, in dem Lichte der Formeln, welche Laplace in seiner Mécanique Céleste für den Ocean gegeben hat, und welche, wie er zeigte, ebenso für die Atmosphäre anwendbar sind. Wenn statt des Einflusses der Gravitation jener der Wärme in dieselben eingeführt wird als Fluth erzeugende Kraft, und wenn die Arten der Oscillationen, die den täglichen und halbtäglichen Gliedern des Wärmeeinflusses entsprechen, untersucht werden, dürfte es sich wahrscheinlich finden, dass die Perioden einer freien Oscillation, wie sie aus demselben hervorgehen, viel weniger übereinstimmen mit einer Periode von nahe 24 Stunden, als mit jener von 12 Stunden, und dass deshalb, bei verhältnismässig kleinen Grössen der Fluth erzeugenden Kraft, die resultirende Fluth grösser ist in dem halbtägigen Gliede, als in dem täglichen." (Proc. Vol. XI, p. 399 und 400.)

Wenn wir aber nun in der täglichen Oscillation des Luftdruckes einen reinen Wärmeeffect erkennen müssen, und namentlich wenn, wie ich annehmen zu müssen glaube, die direct von der Atmosphäre, vornehmlich schon in deren höheren Schichten absorbirte Sonnenstrahlung es ist, welche hierbei die Hauptrolle spielt, so haben wir in der täglichen Oscillation des Luftdruckes eine Erscheinung vor uns, in welcher sich die Variationen der Sonnenstrahlung selbst am deutlichsten zu erkennen geben müssten. Denn die tägliche Luftdruckschwankung ist, wie schon früher nachgewiesen wurde, wenigstens in der halbtägigen Oscillation, diejenige atmosphärische Erscheinung, welche sich von localen Verhältnissen am meisten unabhängig zeigt, und daher die Variationen in der Intensität der erzeugenden Kraft am reinsten wiederspiegeln muss.

In meiner Abhandlung über den Luftdruck in Wien war mir schon eine Art Periodicität in dem Gange der mittleren jährlichen Oscillation des Barometers in Wien aufgefallen[1]. Darum schien es mir auf Grund der eingangs erwähnten Ansichten von Balfour Stewart doch lohnend, nach einer Sonnenfleckenperiode in den Amplituden der täglichen Barometerschwankung zu suchen. Am naheliegendsten ist es, hierzu die Beobachtungen tropischer Stationen zu verwenden, wo die Erscheinung einer periodischen Variation jedenfalls am deutlichsten zu Tage treten müsste. Das Material zu einer solchen Untersuchung, d. i. der mittlere jährliche Betrag der täglichen Barometerschwankung liegt nun allerdings nicht schon direct zu einer bequemen Verwendung berechnet vor. Es liess sich aber doch zunächst probeweise für die Orte Bombay und Batavia leicht gewinnen. Es zeigte sich aber auch sogleich, dass eine periodische Variation in der Grösse der täglichen Barometerschwankung nicht vorhanden ist. Ich stand daher davon ab, den Gegenstand weiter zu verfolgen und ein grösseres Material für eine eingehendere Untersuchung zusammenzutragen. Da aber auch dieser negative Erfolg für eine genauere Erkenntnis der bei der täglichen Barometeroscillation wirksamen Kräfte nicht ohne Wichtigkeit ist, so lasse ich meine kleinen Zusammenstellungen über die mittlere Grösse der täglichen Luftdruckschwankung nach den einzelnen Jahrgängen hier folgen.

Der schärfste und kürzeste Ausdruck für den mittleren Betrag der täglichen Luftdruckoscillation ist wohl das Mittel aus den 24 Ordinaten, wenn man die absolute Grösse des Jahresmittels des Luftdruckes selbst als Abcissenachse wählt. Dieses Mittel repräsentirt eigentlich den Flächeninhalt der Curve, welche die tägliche Barometerschwankung darstellt. Ich werde kurz sagen „mittlere Ordinate“, theile aber daneben wenigstens für Batavia auch die Grösse der Amplituden nach gewöhnlicher Weise mit. Daneben stelle ich die entsprechenden Relativzahlen der Sonnenflecken und soweit mir die Daten darüber gerade vorliegen, vergleichsweise auch die mittleren Amplituden

1) Ueber den Luftdruck in Wien. Sitzb. der Wiener Akad. Decemberheft 1877, S. 22.

der täglichen Variation der magnetischen Declination. Es tritt derart sehr deutlich der grosse Unterschied zwischen der in beiden Arten von Variationen wirksamen Kräfte hervor, insofern sie von der Sonne direct beeinflusst werden oder nicht.

Bombay.

1847	1848	1849	1850	1851	1852	1853	1854	1855	1856	1857
Tägl. Oscillation des Barometers. Mittl. Ordinate in Millimeter										
0,640	0,648	0,663	0,655	0,650	0,653	0,650	0,650	0,655	0,660	0,650
Relativzahlen der Sonnenflecken.										
98,5	124,3	95,9	66,5	64,5	54,2	39,0	20,6	6,7	4,3*	22,8
Mittl. Amplitude der Declinationsvariation.										
3,5	4,1	3,8	3,8	3,4	3,5	3,4	2,9	3,1*	3,0	3,1

Während die Declinationsamplituden der Sonnenfleckenperiode deutlich folgen [1]), zeigt sich in den Amplituden der täglichen Barometerschwankung keine Andeutung einer Periodicität.

Dasselbe ergibt sich auch für Batavia, von wo ich eine längere Reihe von mittleren Amplituden anführen kann (s. folgende Seite).

Es zeigt sich also auch in Batavia keine Periodicität in der mittleren Grösse der täglichen Luftdruckschwankung. Die mittlere Barometeroscillation ändert sich überhaupt ausserordentlich wenig, wenn man von dem einzigen stark abweichenden Jahre 1867 absieht. Dass die mittleren Amplituden von 1874 an aber überhaupt grösser sind als früher, ist vielleicht einer Aenderung in dem Beobachtungsbarometer zuzuschreiben, welches eine grössere Empfindlichkeit gegen die Luftdruckvariationen haben mochte. Da es nicht ohne Wichtigkeit ist, sich von dem ausserordentlich gleichmässigen Verlauf der täglichen Barometerschwankung in allen Details fast zwei Decennien hindurch direct überzeugen zu können, theile ich im Anhang die Abweichungen des Luftdruckes zu den einzelnen Tagesstunden vom Jahresmittel im Detail mit, besonders da dieselben in den „Batavia Observations" selbst nicht berechnet worden sind [2]).

1) Die Beobachtungen an anderen Orten zeigen übrigens diese Periodicität viel besser, z. B. Mailand: Maximum 1848 11,4 Minimum 1856 5,1 genau zusammenfallend mit den Extremen der Sonnenfleckenfrequenz.

2) Hier sind dieselben weggelassen worden.

Tägliche Oscillation des Barometers zu Batavia.

Jahr	Mittlere Ordinate Millimeter	Amplituden-summe Millimeter	Sonnenflecken R.-Zahl	Jahr	Mittlere Ordinate Millimeter	Amplituden Summe Millimeter	Sonnenflecken R.-Zahl
1866	0,69	4,01	16,3	1875	0,70	4,03	17,1
1867	0,61	3,55	7,3*	1876	0,71	4,16	11,3
1868	0,68	4,03	37,3	1877	0,70	4,11	12,3
1869	0,65	3,80	73,9	1878	0,69	4,14	3,4*
1870	0,66	3,88	139,1	1879	0,70	4,14	6,0
1871	0,66	3,83	111,2	1880	0,68	3,97	32,3
1872	0,65	3,81	101,7	1881	0,72	4,17	54,2
1873	0,67	3,94	66,3	1882	0,71	4,14	59,6
1874	0,68	3,96	44,6				

Zum Schlusse theile ich auch noch die Jahresmittel der täglichen Amplituden des Luftdruckes für Wien mit und stelle sie den Sonnenflecken-Relativzahlen und den Declinations-Variationen gegenüber.

Jahr	Barometer-schwankung Millimeter	Sonnenflecken R.-Zahl	Declinations-Variation	Jahr	Barometer-schwankung Millimeter	Sonnenflecken R.-Zahl	Declinations-Variation
1852	1,38	54,2	(5,3)	1862	1,62	59,1	5,2
1853	1,42	39,0	5,4	1863	1,61	44,0	5,1
1854	1,40	20,6	4,7	1864	1,46	41,9	4,9
1855	1,46	6,7	4,5	1865	1,49	30,5	4,9
1856	1,67	4,3*	4,0*	1866	1,36*	16,3	4,5
1857	1,60	22,8	4,3	1867	1,42	7,3*	4,3*
1858	1,58	54,8	5,5	1868	1,51	37,3	5,1
1859	1,53*	98,8	6,8	1869	1,66	73,9	5,9
1860	1,56	95,7	6,4	1870	1,33	139,1	7,1
1861	1,59	77,2	5,6	1871	1,38	111,2	6,8

In Wien zeigen sich zwar, worauf ich schon früher aufmerksam machte, merkliche Aenderungen in der Grösse der täglichen Luftdruckschwankung, aber ohne ausgesprochene Periodicität. Mit der Sonnenfleckenfrequenz hängen diese Variationen jedoch sicherlich nicht zusammen, denn es fällt z. B. im Jahre 1856 das Maximum mit dem Minimum, dagegen 1866 nahezu das Minimum mit dem Minimum der Sonnenfleckenfrequenz zusammen. Dagegen gehen die Declinations-variationen genau parallel mit der Sonnenfleckenfrequenz; das Verhältnis des Maximums zum Minimum ist bedeutend, nämlich 1,69 im Mittel.

Hornstein glaubte zwar einen Einfluss der „Elektricität der Sonne“ auf den Barometerstand nachgewiesen zu haben. (Sitzungsber. der Wien. Akad. Bd. 65 II. Abth. Maiheft 1872.) Aus den für Prag, München und Oxford berechneten Coefficienten des Ebbe- und Fluthgliedes der mittleren täglichen Barometeroscillation findet er, dass die Grösse dieses Coefficienten einer siebzigjährigen Periode unterliegt, wie die Polarlichten und die Sonnenflecken. Wenn man aber genauer nachsieht, auf welchen Prämissen dieser Schluss beruht, so wird man zu seinem Erstaunen finden, dass die siebzigjährige Periode aus höchstens dreissigjährigen Beobachtungen abgeleitet wird (Prag 1842—1871, München 1841—1866, Oxford 1858—1868!) und zudem zeigt die dreissigjährige Reihe der Coefficienten mehrere Maxima und Minima, so dass man auf ähnliche Weise jede beliebige Periode daraus ableiten könnte. Es ist von Interesse, die Werthe des Coefficienten, den wir früher V_2 genannt haben, hier folgen zu lassen.

Werthe des Coefficienten V_2 in Millimeter

	1841	1842	1843	1844	1845	1846	1847	1848	1849
Prag	,264	**,275**	,241	,275	,244	,246	,232	,169*	,208
München	,259	,266	,264	,250	**,273**	,266	—	,237	,230

	1850	1851	1852	1853	1854	1855	1856	1857	1858
Prag	,219	,255	,226	,253	,250	,250	,250	**,266**	,255
München	**,282**	,257	,250	,219	,259	,214*	,223	,223	,230

	1859	1860	1861	1862	1863	1864	1865	1866	1867
Prag	,248	,230	,244	,212	,180*	,199	,226	,212	,196
München	,232	**,246**	,221	,239	,221	,237	,232	,230	,192

	1868	1869	1870	1871
Prag	,221	**,237**	,235	,192
München	—	—	—	—

Aus dem Gange dieser Zahlen schliesst Hornstein auf eine siebzigjährige Periode! Die citirte Abhandlung ist eigentlich ein Muster dafür, wie man Perioden in den Naturerscheinungen nicht ableiten darf.

Da die siebzigjährige Periode der Sonnenflecken überhaupt noch nicht so sicher festgestellt ist, so scheint es doch wissenschaftlich viel berechtigter, wenn man einen Einfluss der Sonnenflecken auf das Ebbe-und Fluthglied voraussetzen zu dürfen vermeint, zu erwarten, denselben in der so sicher constatirten und so auffallend hervortretenden kürzeren elfjährigen Periode ausgesprochen zu finden. Die eben citirte Reihenfolge der Coefficienten des Ebbe- und Fluthgliedes für Prag und München lässt aber eine elfjährige Periode ebensowenig erkennen, wie die früher für Wien angeführten ähnlichen Zahlen. Man vergleiche mit obigen Zahlen die Epochen der Sonnenflecken-Maxima und Minima, welche erstere auf die Jahre 1848, 1859 und 1870 fallen, während die Minima in den Jahren 1843, 1856 und 1867 eingetreten sind.

Da aber in den Tropen, wo das Ebbe- und Fluthglied viel grösser ist als in unseren Breiten, und der Einfluss der unperiodischen Witterungserscheinungen dort fast ganz zurücktritt, so soll noch folgende Zusammenstellung Platz finden.

Die erste Zeile enthält die Jahreszahl, die zweite die mittlere tägliche Variation der Declination in Bogenminuten, die dritte die Coefficienten (V_2) des sog. Ebbe- und Fluthgliedes der täglichen Barometeroscillation in mm, beide für Batavia; die Sonnenfleckenfrequenz endlich steht an letzter Stelle.

Jahr									
1866	1867	1868	1869	1870	1871	1872	1873	1874	1875
Declinationsvariation									
—	(3'05)	3'42	4'07	**4'66**	4'59	4'45	3'51	2'90	(2'35)
Coefficient des Ebbe- und Fluthgliedes in Millimeter									
0,98	0,87	0,96	0,92	0,95	0,93	0,93	0,95	0,97	0,98
Sonnenflecken-Relativzahl									
16,3	7,3*	37,3	73,9	**139,1**	111,2	101,7	66,3	44,6	17,1

Das Ebbe- und Fluthglied bleibt also das ganze Decennium hindurch so gut wie constant, während die Sonnenfleckenfrequenz von einem sehr tiefen Minimum 1867 zu einem bedeutenden Maximum ansteigt. In der täglichen Declinationsvariation dagegen ist die entsprechende Variation sehr deutlich ausgeprägt.

Als Ergebnis dieser Erörterungen und Zusammenstellungen dürfen wir nun die nachstehenden Folgerungen aufstellen:

1. Die tägliche Oscillation des Luftdruckes zeigt weder in den Amplituden, noch in den Phasenzeiten eine merkliche Abhängigkeit von der Sonnenfleckenperiode.

2. Wenn, woran nicht zu zweifeln, die tägliche Oscillation des Barometers ein reiner Wärmeeffect ist, und namentlich von der in der Atmosphäre direct absorbirten Sonnenstrahlung abhängt, so haben wir

in dem vorausgehenden Satze einen Beweis dafür, dass die von der Atmosphäre absorbirte Sonnenstrahlung sich mit der Sonnenflecken-frequenz nicht erheblich ändern dürfte.

3. Die tägliche Oscillation des Luftdruckes kann nicht, wie Lamont meinte, von der Elektricität der Sonne herrühren, denn sonst müsste sie wohl mit den magnetischen Variationen die deutliche Abhängigkeit von der Sonnenfleckenperiode gemein haben.

Die zweite Folgerung erscheint allerdings sehr auffallend und vielleicht gewagt, ich weiss aber nicht, wie man sie umgehen könnte. Denn aus der Natur der täglichen Luftdruckoscillation scheint hervorzugehen, dass unter allen meteorologischen Erscheinungen gerade diese den Variationen der Erwärmung der ganzen Atmosphäre am deutlichsten folgen müsste. Jedenfalls finde ich es zweckmässig, den Satz direct auszusprechen und dadurch eventuell einen Widerspruch oder eine Widerlegung hervorzurufen, der dem Fortschritt unserer Kenntnisse über diesen Gegenstand ja nur nützlich sein könnte.

Ueber das Hall'sche Phänomen[1]).

Von

A. v. Ettingshausen und **W. Nernst.**

Unter den bisher bekannt gewordenen Untersuchungen über die von E. H. Hall zuerst beobachtete Erscheinung der Drehung der Aequipotentiallinien in Metallplatten unter dem Einfluss magnetischer Kräfte finden sich verhältnismässig wenige, in denen numerische Angaben über die Stärke, mit welcher das Phänomen in verschiedenen Metallen auftritt, enthalten sind. Ausser den vom Entdecker selbst mitgetheilten Zahlenwerthen[2]) für eine Reihe von Metallen sind unseres Wissens nur noch in den Untersuchungen von Leduc[3]) Messungen veröffentlicht, aus denen sich der Absolutwerth des sog. „Drehungsvermögens" (Rotatory power R) für Wismuth, das Metall, in dem sich bisher das Phänomen am stärksten zeigte[4]), berechnen lässt; ferner hat Einer von uns vor sechs Jahren einige Messungsresultate über die Grösse des Phänomens in dünnen Goldblättern mitgetheilt[5]). Bekanntlich besteht die Erscheinung darin, dass in einer rechteckigen Metallplatte, welche ihrer Länge nach von A nach B (Fig. 1) von einem galvanischen Strom durchflossen wird, senkrecht zu den Stromlinien eine elektromotorische Kraft auftritt, wenn die Platte sich in einem magnetischen Felde befindet, so dass die Kraftlinien auf der Ebene der Platte senkrecht stehen. Zwei Punkte also, c und d, die ursprünglich auf einer äquipotentialen Linie

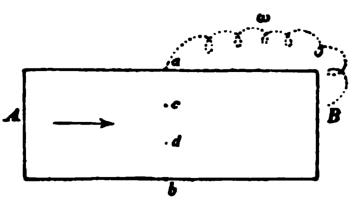


Fig. 1.

1) Von den Herren Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 94 S. 560 (1886).

2) Phil. Mag. (5) Bd. 10 S. 301 (1880); Bd. 12 S. 157 (1881); Bd. 15 S. 341 (1883); Bd. 19 S. 419 (1885). Wiedem. Beibl. Bd. 5 S. 57; Bd. 6 S. 36; Bd. 7 S. 717; Bd. 9 S. 455.

3) C. R. vol. XCVIII p. 67 (1884); vol. CII p. 358 (1886). Beibl. Bd. 8 S. 659; Bd. 10 S. 242.

4) Righi, Mem. dell'Accad. d. Bologna 4. ser. t. V. Exner's Rep. Bd. 20 S. 205.

5) Sitzungsber. d. kais. Akad. in Wien Bd. 81 S. 441 (1880).

lagen, weisen nach Erregung des Feldes eine Potentialdifferenz auf, welche unter sonst gleichen Umständen um so grösser ist, je weiter sie von einander entfernt sind, man erhält daher das Maximum des Effects, wenn sie in die Punkte a und b übergehen.

Die transversale elektromotorische Kraft verschwindet, wie schon Hall beobachtete, und wie wir es an einer schmalen Wismuthplatte bestätigt gefunden haben, wenn die Punkte a und b in der Richtung der Axe des Magnetfeldes liegen; sie ändert ihr Zeichen, sowohl wenn die Richtung des Feldes, als wenn jene des Primärstromes commutirt wird.

Die Erscheinung, welche durch eine Drehung der Aequipotentiallinien in der Platte verursacht ist, tritt bei verschiedenen Metallen in verschiedenem Sinne und sehr wechselnder Stärke auf. Hall nennt das Drehungsvermögen einer Substanz positiv, wenn die Drehung der Aquipotentiallinien im Sinne der das Magnetfeld ersetzenden Ströme, negativ, wenn sie im entgegengesetzten Sinne stattfindet und definirt es durch die Gleichung

$$R = \frac{e_1}{J_1 M},$$

wo e_1 die elektromotorische Kraft des transversalen Effectes, bezogen auf die Längeneinheit, J_1 die Dichtigkeit des die Platte durchfliessenden Stromes und M die Intensität des magnetischen Feldes bedeuten. Befinden sich die Ableitungsstellen in a und b, ist J die Stärke des Primärstromes, also $J = J_1 \beta \delta$, unter β und δ Breite und Dicke der Platte verstanden, so ist $e = e_1 \beta$ die gesammte elektromotorische Kraft des transversalen Effectes und

$$R = \frac{e\delta}{JM}.$$

Zunächst schien es uns wichtig festzustellen, welchen Einfluss die Dimensionen der Platte auf die Grösse des Effectes haben.

Zur Ermittelung des Einflusses der Plattendicke δ, welche im Ausdruck für R als Factor vorkommt, machten wir eine Anzahl Messungen mit einer Platte, deren Dicke allmählich verkleinert wurde. Eine Wismuthplatte, deren Länge $\lambda = 2{,}6$, Breite $\beta = 1$, Dicke $\delta = 0{,}586$ cm betrug, war an Kupferblechstreifen gelöthet, so dass dieselben die kleinsten Seiten des Parallelopipeds in der ganzen Ausdehnung metallisch berührten (Fig. 2). Die Kupferstreifen dienen zur Leitung für den Hauptstrom J; an den schmalen Langseiten der Wismuthplatte sind als derivirte Elektroden, welche kurz „Hall-Elektroden“ genannt werden mögen, dünne Kupferdrähte senkrecht gegen die

Längsdimension der Platte aufgelöthet. Es wurde die transversale elektromotorische Kraft bei verschiedenen Stärken des magnetischen Feldes M betimmt, und ergab sich hierbei

Nr. 1.	$\delta_1 = 0{,}586$ cm	$M = 1270$	$\frac{e\delta}{JM} = 8{,}93$
		2780	7,83
		4400	6,80

Sämmtliche Grössen sind in absolutem (cgs) Masse gemessen.

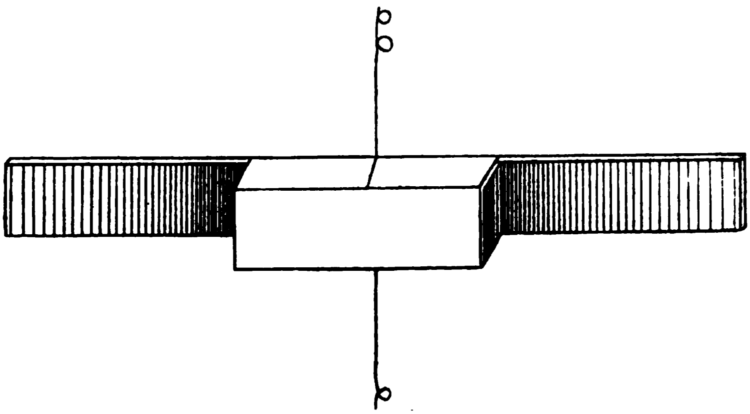


Fig. 2.

Nun wurde die dicke Platte der Länge nach in zwei Theile geschnitten und diese Theile einzeln bei nahe denselben Feldstärken untersucht.

Die Dicken der beiden Stücke waren $\delta_2 = 0{,}281$ und $\delta_3 = 0{,}153$ cm; die Beobachtungen lieferten für

Nr. 2.	$\delta_2 = 0{,}281$ cm	$M = 1270$	$\frac{e\delta}{JM} = 9{,}76$
		2850	8,57
		4350	7,57
Nr. 3.	$\delta_3 = 0{,}153$ cm	$M = 1260$	$\frac{e\delta}{JM} = 8{,}70$
		2820	7,65
		4310	6,70

Schliesslich wurde Nr. 2 durch Abfeilen auf die Dicke $\delta_4 = 0{,}104$, Nr. 3 auf die Dicke $\delta_5 = 0{,}054$ cm gebracht; doch war die Dicke der letzteren Platte wenig gleichmässig.

Nun ergab sich für

Nr. 4.	$\delta_4 = 0{,}104$ cm	$M = 1250$	$\frac{e\delta}{JM} = 9{,}75$
		2800	8,59
		4340	7,35
Nr. 5.	$\delta_5 = 0{,}054$ cm	$M = 1260$	$\frac{e\delta}{JM} = 8{,}88$
		2820	7,94
		4310	7,07

Vergleicht man die Resultate, welche Nr. 2 und Nr. 4 für dieselben Feldintensitäten liefern, so ist die Uebereinstimmung der für den Ausdruck $\frac{e\delta}{JM}$ erhaltenen eine recht befriedigende, obwohl die Dicken fast im Verkältnis 3 : 1 stehen; eine ähnliche, allerdings weniger gute Uebereinstimmung zeigen die Platten Nr. 3 und Nr. 5, wo das Verhältnis der Dicken ebenfalls nahe 3 : 1 ist: dagegen sind die Mittelwerthe von Nr. 2 und Nr. 4 merklich grösser, als jene von Nr. 3 und Nr. 5, bezogen auf die gleichen Felder. Es deutet dies wohl darauf hin, dass in den beiden Theilen der Platte Nr. 1, aus denen Nr. 2 und Nr. 4, sowie Nr. 3 und Nr. 5 hervorgingen, gewisse Verschiedenheiten des Materials (Dichte, Structurverhältnisse) vorhanden waren; hierfür scheint auch der Umstand zu sprechen, dass die Mittelwerthe aus Nr. 2, 3, 4 und 5, welche, den obigen drei Feldintensitäten entsprechend, respective 9,27, 8,19, 7,17 sind, gegen die für die ursprüngliche Platte Nr. 1 gefundenen Werthe sämmtlich zu gross sind Allerdings war andrerseits wegen der im Verhältnis zu β und λ ungewöhnlich grossen Dicke dieser Platte vorauszusehen, dass die für dieselbe sich ergebenden Werthe von jenen der übrigen Platten (wo das Verhältnis der Dicke zur Quer- und Längsdimension ein günstigeres war) etwas abweichen würden.

Es scheinen daher die Ergebnisse dieser Versuche darzuthun, dass der transversale Effect unter sonst gleichen Umständen der Dicke der Platte verkehrt proportional angenommen werden dürfe.

Auch bei Platten von sehr geringer Dicke hat sich der eben angeführte Satz bestätigt. Es wurden Goldblätter verwendet, die aus Ducatengold durch Ausschlagen hergestellt waren. Obwohl die Dicken der Blätter im Verhältnis 1 : 4 : 9 variirten, liessen die nach der Formel $\frac{e\delta}{JM}$ berechneten Werthe keine Abhängigkeit von der Dicke erkennen (s. w. u.)

Wir untersuchten sodann, inwieweit die durch den Magnetismus geweckte Potentialdifferenz von Länge und Breite der Platten (Grössen die im Ausdrucke für R nicht vorkommen) unabhängig ist.

Es ist von vornherein klar, dass das Verhältnis von Breite zur Länge der Platte nicht über eine gewisse Grenze steigen darf, da sonst die transversale elektromotorische Kraft sich theilweise längs der Ränder der Platte A und B vermittelst der Zu- und Ableitungsstellen des Primärstromes ausgleichen würde und daher nicht der volle Effect in der (an a und b angelegten) Galvanometerleitung zu Stande käme. Hall hatte bei den meisten seiner Platten ein Dimensionsverhältnis $v = \frac{\beta}{\lambda}$ etwa $\frac{1}{3}$; es genügt dies in der That, um den vollen Effect zu erhalten, wie die folgenden Versuche zeigen.

Es wurden zwei Goldplättchen aus demselben Stücke, also von sehr nahe gleicher Dicke, zur Beobachtung passend hergerichtet. Für das eine war $\beta = 4{,}4$, $\lambda = 2{,}2$ cm, also $v = 2$, bei dem anderen war $\beta = 1{,}8$, $\lambda = 2{,}5$ cm, also v nahe $= \frac{3}{4}$; als beide von demselben Strome J durchflossen und in das gleiche Magnetfeld gebracht wurden, ergaben sich für e Werthe, welche nahezu im Verhältnis $1:2$ standen. Darauf wurde die erste der Platten bei ungeänderter Länge schmäler gemacht, so dass $\beta = 0{,}5$ cm, also $v = \frac{1}{4{,}4}$ war; die beiden Platten lieferten nun Werthe für e im Verhältnis $6:5$, und zwar gab wieder die Platte mit grösserem v den kleinern Werth der transversalen elektromotorischen Kraft. Als endlich die beiden Plättchen auf die Dimensionsverhältnisse $v = \frac{1}{2{,}1}$ resp. $\frac{1}{9}$ gebracht wurden, erhielt man Resultate, welche bis auf 1% übereinstimmten. Hiernach wäre ein Dimensionsverhältnis $v = \frac{1}{2}$ bis $\frac{2}{5}$ für die Richtigkeit des Resultates bereits hinreichend klein.

Analog waren die Ergebnisse einiger Versuche mit einer Wismuthplatte. Dieselbe hatte die Dicke $\delta = 0{,}0482$ cm, war 7 cm lang und 1,14 cm breit; sie hatte die Gestalt eines Kreuzes, die Drähte der derivirten Leitung waren fest an die kürzeren Kreuzesarme gelöthet, während als Elektroden des Primärstromes Messingleistchen dienten, welche an den langen Kreuzesarmen beliebig verstellt werden konnten.

Indem wir bei ungeändeter Breite β die Länge λ variirten, erhielten wir für $\frac{e\delta}{JM}$ folgende Werthe, welche sich auf die Stärke des magnetischen Feldes $M = 900$ beziehen:

$$v = \frac{\beta}{\lambda} = \frac{1}{1}, \quad \frac{e\delta}{JM} = 5{,}61$$

$$\frac{2}{3} \qquad\qquad 6{,}28$$

$$\frac{1}{6} \qquad\qquad 6{,}29.$$

Demnach wäre schon ein Dimensionsverhältnis $\frac{2}{3}$ ausreichend, um den vollen Effect zu erhalten.

Es ist, um das Auftreten der transversalen elektromotorischen Kraft im Magnetfeld zu constatiren, nicht unbedingt erforderlich, sich an die Form der rechteckigen Platten zu halten. So hat Righi[1]) u. A. eine Methode angegeben, um in jedem beliebig gestalteten Plättchen den Effect nachzuweisen; zu einer genauen quantitativen Bestimmung desselben aber dürfte sie sich vielleicht weniger gut eignen.

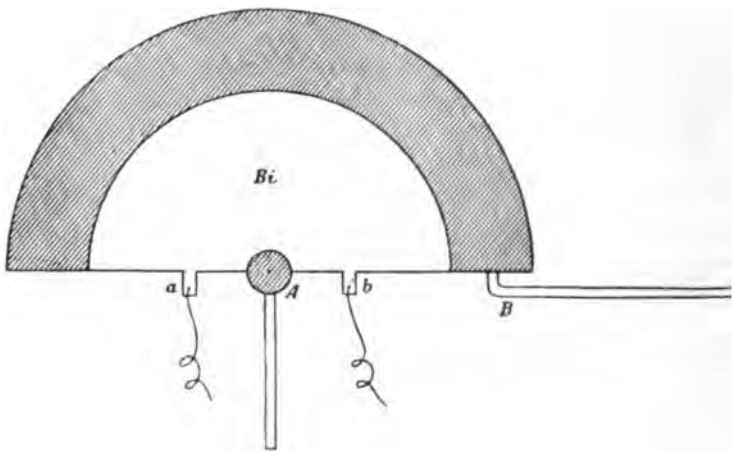


Fig. 3.

Wir haben den Effect auch bei Platten aus Wismuth und Gold beoabachtet, welche die Gestalt von Halbkreisen hatten. Die Zuleitung des Primärstromes wurde durch die Elektroden A und B (Fig. 3) vermittelt, von denen die eine durch eine im Centrum aufgesetzte kleine Kreisscheibe gebildet wurde, während die andere die Peripherie des Halbkreises ist. Die Stromcurven sind also die Radien, vorausgesetzt, dass die Platte überall die gleiche Dicke besitzt. Als Hall-Elektroden dienen zwei auf den Begrenzungsradien gelegenen Punkte a und b, welche

1) a. a. O.

nahe gleichen Abstand vom Centrum und daher auch nahe gleiches Potential haben. Die Formel zur Berechnung des Drehungsvermögens ist die gleiche wie bei den rechteckigen Platten; doch gilt sie ohne Correction — nach Boltzmann[1]) — nur dann, wenn der Abstand der Hall-Elektroden vom Centrum der Platte (*aA*, *bA*) klein gegen den Radius derselben, dagegen gross gegen den Radius der centralen Elektrode ist: sind diese Bedingungen nicht erfüllt, so erhält man *R* zu klein.

Ebenso liefert auch eine kreisförmige Platte (Fig. 4), welcher central (*A*) und rings an der Peripherie (*B*) der Strom zugeleitet wird,

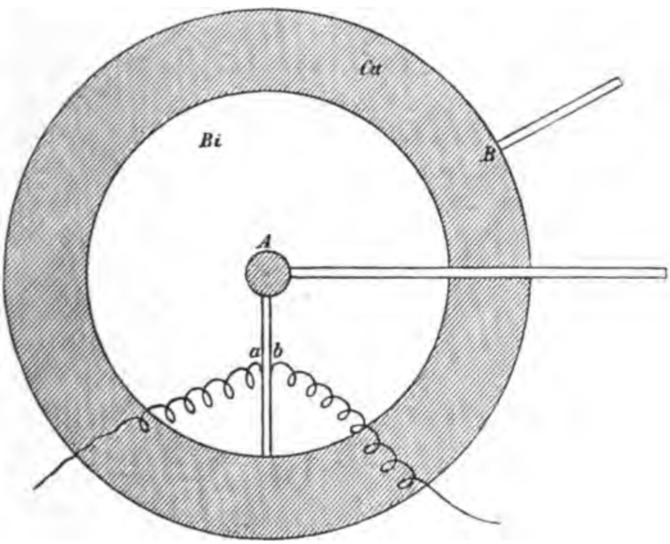


Fig. 4.

den transversalen Effect, wenn dieselbe nach der Richtung ein Radius aufgeschnitten, und mit zwei, zu beiden Seiten des Schlitzes einander gegenüberliegenden Hall-Elektroden *a* und *b* versehen wird. Derartige Versuche haben wir mit zwei Wismuthscheiben angestellt, welche rings an der Peripherie in Kupferringe gelöthet waren. Für die Berechnung des Drehungsvermögens gilt dasselbe, wie für die Halbkreisplatten; in beiden Fällen waren die experimentell gefundenen Werthe, da die oben angegebenen Bedingungen sehr unvollkommen erfüllt waren, bedeutend zu klein (im Vergleich zu den mit rechteckigen Platten erhaltenen).

1) Anz. der kais. Akad. vom 20. Mai 1886 Nr. 13.

Bei unseren absoluten Messungen des Drehungsvermögens verschiedener Metalle haben wir daher stets jene Form der Platten angewendet, welche ihnen der Entdecker des Phänomens gegeben hat, wobei wir aber, den oben mitgetheilten Erfahrungen gemäss, stets darauf geachtet haben, dass die Länge der Platten mehr als das doppelte ihrer Breite betrug; die Platten hatten also die Form eines Kreuzes, an dessen längere Arme der ganzen Breite entlang die Zuleitungsdrähte für den Primärstrom, an dessen kürzere Arme die Drähte für den derivirten Strom angelöthet waren. Bezüglich der Breite der Ableitungen für den transversalen Strom ist noch zu erwähnen, dass, wie directe Versuche zeigten, dieselbe für die Stärke des Effectes unwesentlich ist, sobald die Ableitungsdrähte auf den Verlauf des Stromes in der Platte nicht störend einwirken können.

Es sei hier ein bemerkenswerther Satz angeführt, der sich gelegentlich der soeben beschriebenen Versuche herausgestellt hat. Vertauscht man bei einer Platte die Elektroden der derivirten Leitung mit jenen des Primärstromes und umgekehrt, so erhält man bei gleicher Intensität des Primärstromes und des magnetischen Feldes in beiden Fällen die gleiche transversale elektromotorische Kraft. Diesen Satz haben wir zunächst bei Platten von gewöhnlicher Form (Wismuth, Gold, Nickel . . .) bestätigt gefunden; er gilt aber auch für die oben beschriebenen Halbkreis- und Kreisplatten. So war z. B. in dem letzteren Falle (Fig. 4), wenn der Primärstrom in *A* und *B* zu- und abgeleitet wurde, dagegen *a* und *b* mit dem Galvanometer verbunden waren, der Unterschied der Nadeleinstellungen an diesem bei Erregung des Magnetfeldes in dem einen und dem anderen Sinne bis auf weniger als 1 % demjenigen gleich, welchen man im gleichen Felde beobachtete, als der Primärstrom bei *a* und *b* ein- und austrat, *A* und *B* zum Galvanometer führten. Da in beiden Fällen der innere Widerstand der Platte gegen den der übrigen Galvanometerleitung zu vernachlässigen war, so waren demnach auch die durch den Magnet in der Platte geweckten transversalen elektromotorischen Kräfte einander gleich. Ebenso ergab sich, dass bei einer Wismuthplatte der gewöhnlichen Form die zwischen den Punkten *c* und *d* (Fig. 1) bei Commutirung der Feldrichtung auftretende Potentialdifferenz, während der Primärstrom die Platte der Länge nach durchfloss, die gleiche war (bis auf $1/2$ %), wie in dem Falle, wo die Elektroden des primären und derivirten Stromes (*AB* und *cd*) vertauscht wurden. Hier lagen also zwei Elektroden im Innern der Platte. Endlich hat sich sehr nahe Gleichheit des Effectes ergeben, als eine grosse quadratische Wismuthplatte (6 cm Seitenlänge) mit vier auf ihrer Fläche ganz beliebig angeordneten Elektroden versehen wurde, mochte nun ein Paar derselben als primäre, das andere Paar als Hall-Elektroden gebraucht werden oder umgekehrt. Die Elektroden hatten die Gestalt sehr kleiner Kreise, welche auf die Platte aufgelöthet waren. (Ueber die theoretische Begründung des Satzes für den Fall punktförmiger Elektroden siehe den Nachtrag dieser Abhandlung.)

Schliesslich sollen noch zwei Versuche erwähnt werden, von denen der eine eine Wismuthplatte betrifft, welche aus mehreren dickeren und dünneren Partien zusammengesetzt war. Die einzelnen Theile der Platte *m, n, p, q* (Fig. 5) hatten gleiche Länge und Breite, dagegen war die Dicke der Theile *m* und *p*, resp. 0,041 und 0,056 cm, jene von *n* und *q* 0,077 cm; jeder Theil war mit eigenen Hall-Elektroden a_1, b_1, . . . a_4, b_4 versehen, die Zuleitung des Primärstromes durch an den kurzen Seiten angelöthete Kupferstreifen vermittelt.

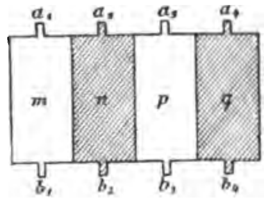


Fig. 5.

In einem Magnetfelde $M = 6700$ ergab sich der Werth für $\frac{e\delta}{JM}$ am grössten für *n* (4,7), am kleinsten für *q* (2,1), während für *m* und *p* dazwischen liegende Werthe (resp. 2,7 und 3,4) gefunden wurden. Die Erklärung der Verschiedenheit der Resultate ergibt sich leicht, wenn man den oben erwähnten Satz der Vertauschbarkeit der Primär- und der Hall-Elektroden zur Hilfe nimmt, da sowohl die Dichtigkeit des Primärstromes, den man (bei gleicher Gesammtintensität) successive bei den Hall-Elektroden ein- und austretend denkt, offenbar in den einzelnen Theilen der Platte eine sehr verschiedene sein muss, ausserdem aber ein Theil der durch die transversale elektromotorische Kraft erzeugten Ströme in den einzelnen Partien der Platte selbst sich ausgleicht.

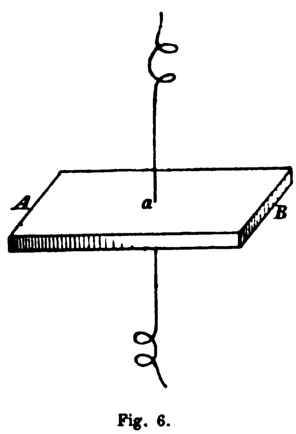


Fig. 6.

Der andere Versuch bezieht sich auf ein Wismuthstreifchen, welches mit seiner Ebene horizontal im Felde stand und dessen Hall-Elektroden auf der oberen und unteren Fläche in der Mitte aufgelöthet waren (Fig. 6); das Streifchen war 2,5 cm lang, seine in die Richtung der Axe des magnetischen Feldes fallende Dimension war 0,23 cm, die hier als Breite geltende Dimension (Distanz der derivirten Elektroden) 0,049 cm; es ist also δ fast fünfmal so gross als β. Der Werth des mit dieser Platte bestimmten Drehungsvermögens war in guter Uebereinstimmung mit dem für das gleiche Wismuth bei der gewöhnlichen Kreuzform der Platte (im gleichen magnetischen Felde) erhaltenen.

Die Untersuchungen verschiedener Forscher ergaben, dass bei ungeänderter Stärke des Magnetfeldes die erzeugte transversale elektromotorische Kraft der Intensität des Primärstromes proportional, dass somit das Drehungsvermögen von letzterem unabhängig ist. Dasselbe bestätigen im allgemeinen unsere Messungen; Abweichungen welche wir gelegentlich bemerkten, lassen sich wohl stets auf fremde Einflüsse, hauptsächlich Erwärmung der Platte durch stärkere Ströme, zurückführen.

Weniger einfach ist das Gesetz, nach welchem sich die Grösse der transversalen elektromotorischen Kraft durch die Intensität des magnetischen Feldes bestimmt; Proportionalität scheint nur bei einigen Substanzen und nur innerhalb gewisser Grenzen stattzufinden. In Betreff dieses Punktes hat Hall bei Nickel gefunden, dass das Drehungsvermögen bedeutend abnimmt, wenn die Intensität des Feldes steigt. Als M von 1670 bis 10720 zunahm, sank der Werth von R auf etwa $^6/_{10}$ seines Anfangswerthes; dagegen schien R bei Eisen in einem Feld von der Intensität 1000 kleiner zu sein, als in einem Feld 7500. Ein anderes Mal zeigte weiches Eisen eine sehr kleine Abnahme des R mit wachsender Intensität des Magnetfeldes[1]).

Es schien uns daher hauptsächlich von Interesse, durch ausgedehntere Beobachtungen für eine Anzahl von Substanzen den Verlauf der Werthe von R in seiner Abhängigkeit von der Intensität des magnetischen Feldes näher zu untersuchen.

Unsere Messungen, deren Ergebnisse weiter unten ausführlich mitgetheilt sind, erstrecken sich bisher auf folgende Metalle: Aluminium, Antimon, Blei, Cadmium, Cobalt, Eisen, Gold, Kupfer, Magnesium, Natrium, Neusilber Nickel, Palladium, Platin, Silber, Stahl. Wismuth, Zink, Zinn; ausserdem auf Kohle und Tellur. Hiervon sind Cadmium Natrium, Palladium, Neusilber, Kohle und Tellur bis nun, soviel uns bekannt, noch nicht untersucht worden.

Bei den Substanzen, welche starkes Drehungsvermögen besitzen, haben wir die Messungen meist auf zwei Exemplare, welche aus verschiedenen Quellen stammten, erstrekt und bei jedem möglichst verschiedene Werthe der Feldstärken gewählt; es sind dies Tellur, Wismuth, Antimon, Nickel, Cobalt, Eisen, Stahl; Wismuth wurde in zahlreichen Proben, Kohle dagegen nur in einem Exemplar untersucht. Von Substanzen, deren Drehungsvermögen merklich geringer, wurde der Effect für Natrium, Palladium, Silber, Cadmium, Neusilber, Zink

1) Phil. Mag. (5) vol. XII p. 157; vol. XV p. 341; vol. XIX p. 419.

und Aluminium an je zwei bis drei, für Gold an zehn Exemplaren gemessen; dagegen beschränkten wir uns bei Magnesium, Kupfer, Blei Platin und Zinn auf je ein Exemplar.

Bei Metallen, welche in Blech ausgewalzt oder in dünne Blätter ausgeschlagen zu haben sind, ist die Herstellung der Platten sehr einfach; die anderen Metalle wurden geschmolzen, auf eine heisse Eisenplatte ausgegossen und dann durch Sägen und vorsichtiges Befeilen für die Beobachtung passend hergerichtet. Die Zuleitungen bei den ganz dünnen Metallblättern (Gold, Zinn), welche auf Glas aufgezogen werden mussten, waren durch Stanniolelektroden vermittelt, an welche

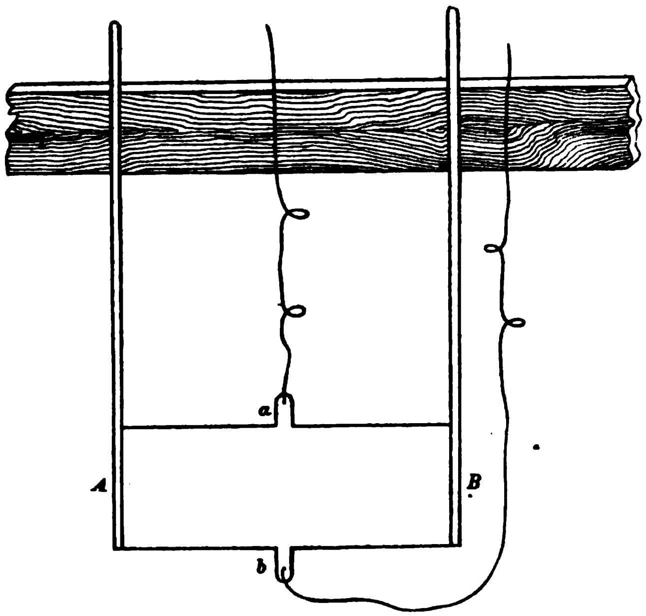


Fig. 7.

Messingklemmen fassten; wo es aber irgend anging, sind die Contacte durch Kupferdrähte, welche an die Platte mit einer leichtflüssigen Legirung angelöthet waren, hergestellt worden. Die Elektroden des Primärstromes, dickere Kupferdrähte, werden auf eine Holzleiste aufgekittet und dienen dann zugleich als Träger der Platte (Fig. 7) Diese Art der Herrichtung bietet den Vortheil, dass man die Platten, indem das Holzleistchen in ein passendes Stativ eingeklemmt wird, bequem in das Magnetfeld hineinstellen und die Pole einander bis auf kleine Distanz nähern kann, eine Hauptbedingung zur Erzeugung kräftiger Felder. Platten, welche kein Loth annahmen (C, Al) mussten vorher galvanisch verkupfert werden.

Bei Herstellung der Platten muss man natürlich zu erreichen suchen, dass die derivirten Elektroden möglichst nahe äquipotential sind, Ist diese Bedingung nicht erfüllt, so kaun man sich bei Metallen, die grosses Drehungsvermögen besitzen, oft in einfachster Weise dadurch helfen, dass man durch Einschalten von Ballastwiderstand in die an a und b angelegte Galvanometerleitung die Nadel wieder in die Nähe der Ruhelage bringt; es wird meistens noch möglich sein, den transversalen Effect mit genügender Sicherheit zu beobachten. Falls dies aber nicht mehr angeht, kann man durch vorsichtiges Befeilen oder Abschaben der Platte die vorhandene Potentialdifferenz der Hall-Elektroden kleiner machen. Da dies nun oft mit Unbequemlichkeiten und Gefahr für die Platte verbunden ist, haben wir in den meisten Fällen vorgezogen, analog dem Poggendorff'schen Compensationsverfahren, an zwei Stellen der derivirten Leitung, welche durch einen sehr kleinen Widerstand n von einander getrennt sind, die Leitungsdrähte eines Hilfselements (Daniell) anzulegen und dadurch das Galvanometer stromlos zu machen. Neben dem Hilfselement ist ein grosser Widerstand geschaltet; der kleine Widerstand n kommt einfach zu jenem der derivirten Leitung hinzu.

Man kann auch, nach einem Vorschlage von Boltzmann, die Ableitungsstellen des transversalen Stromes dadurch leicht und schnell äquipotential machen, dass man jene, welche den grösseren Potentialwerth besitzt, mit dem Plattenende, bei welchem der Primärstrom die Platte verlässt, durch einen passenden Widerstand ω verbindet (Fig.1).

In ganz ähnlicher Weise wie dies Hall ausgeführt hat, geschah nun die Messung der einzelnen zur Bestimmung von R erforderlichen Grössen. Ist w der Gesammtwiderstand der derivirten Leitung, i die Intensität des in derselben auftretenden transversalen Stromes, so hat man $R = \frac{iw}{JM}\,\delta$.

Zur Messung des Primärstromes J diente eine Tangentenbussole mit Spiegelablesung (deren Reductionsfactor T auf absolutes Maass bekannt war); zu jener des derivirten Stromes i ein Wiedemann-sches Galvanometer von kleinem Widerstande (gegen 1 S. E.) mit astatischem Nadelpaar: über dem in der Kupferhülse schwebenden Ringmagnet war nämlich auf der Axe noch eine kleine magnetisirte Stallamelle befestigt. Ein unter dem Galvanometer, also näher dem Ringmagnet befindlicher kleiner Magnetstab erhöhte noch die Empfindlichkeit. Der Ring war mit feinem Papier beklebt und dadurch die Dämpfung vergrössert. Bei der Mehrzal unserer Messungen war der Reductionsfactor G dieses Galvanometers ca. $\frac{1}{13000}$.

An Tangentenbussole und Galvanometer hatten die Ablesescalen die gleiche Distanz (1975 Scth.) von den Spiegeln; eine gegenseitige Einwirkung der beiden Instrumente konnte wegen ihrer grossen Entfernung von einander (12 m) nicht stattfinden.

Beobachtet man am Galvanometer den Stellungsunterschied $\varDelta$ der Nadel bei Commutirung des magnetisches Feldes (M_c) und ist a die einseitige Ausweichung, welche der Primärstrom an der Tangentenbussole erzeugt, so ist also

$$R = \frac{G}{T} \frac{\varDelta}{a} \frac{w}{M_c} \delta;$$

dieser Werth gehört zur absoluten Feldstärke $M = \frac{M_c}{2}$.

Das in dem Ausdrucke vorkommende Verhältniss der Reductionsfactoren wurde dadurch bestimmt, dass ein wiederholt und sehr genau bestimmter Neusilberdrahtwiderstand z in den Leitungskreis der Tangentenbussole gebracht und von den Enden dieses Widerstandes Drähte zum Galvanometer geführt wurden; in die Leitung des letzteren waren grosse bekannte Widerstände eingefügt und man beobachtete gleichzeitig die Ablenkungen, welche ein Strom an der Tangentenbussole (α) und am Galvanometer (β) hervorbringt. Heisst W der Gesammtwiderstand der Galvanometerleitung, so ist das Verhältniss der Reductionsfactoren

$$\frac{T}{G} = \frac{W}{z} \cdot \frac{\beta}{\alpha};$$

dabei ist z gegen W sehr klein vorausgesetzt. Bei den Vergleichungen, deren stets mehrere mit verschiedenen z gemacht wurden, war $\frac{W}{z}$ mindestens 10000; das Verhältnis $\frac{T}{G}$ wurde nach jeder Reihe von Messungen bestimmt; es variirte von einem Tag zum anderen mitunter um 1—2 %.

Zur Controle wurde auch zuweilen von zwei Stellen der Leitung, zwischen denen sich die Tangentenbussole befand, eine Abzweigung zum Galvanometer hergestellt; dann wird zwischen die Ableitungsstellen neben die Tangentenbussole noch ein bekannter Widerstand z' geschaltet und jedesmal gleichzeitig an beiden Bussolen abgelesen.

Durch Hinzufügen von z' nimmt die Nadelausweichung (α) der Tangentenbussole ab (α'), während jene (β) am Galvonometer grösser wird (β'); man hat

$$\frac{T}{G} = \frac{W}{z'} \left(\frac{\beta'}{\alpha'} - \frac{\beta}{\alpha} \right)$$

Hierbei braucht weder s', noch der ursprünglich zwischen den Abzweigungsstellen vorhandene Widerstand gegen W klein zu sein. Auch diese Vergleichung wurde jedesmal mit verschiedenen Widerständen s' vorgenommen.

Verwendet man das Wiedemann'sche Galvanometer sowohl zur Messung von i als auch von J, indem man zur Bestimmung des letzteren von den Enden eines kleinen Widerstandes s^0 einen abgezweigten Strom in das (mit Ballast versehene) Galvanometer führt, so hat man einfach

$$R = \frac{\Delta}{b}\frac{s_0}{W}\frac{w}{M_c}\delta,$$

wo b die Ausweichung der Nadel bedeutet, wenn der Zweigstrom das Galvanometer durchfliesst und W wie oben den Widerstand der Galvanometerleitung.

Zur Bestimmung des Widerstandes der derivirten Leitung w, welche das sehr empfindliche Galvanometer enthält, verwendeten wir das Instrument selbst; es wird der Kreis der derivirten Leitung an einer Stelle unterbrochen und daselbst mit den Enden eines kleinen Widerstandes $n = 0{,}082$ S. E. verbunden, an denen eine constante Potentialdifferenz herrscht. Durch n fliesst nämlich der Strom eines constanten Elementes (Daniell), in dessen Leitung sich noch ein grosser Widerstand befindet. Man beobachtet die Ausweichungen s und s', welcher der ins Galvanometer fliessende Zweigstrom an diesem hervorruft, bevor und nachdem ein gewisser Widerstand ζ aus einem Stöpselrheostaten in die Galvanometerleitung eingeschaltet ist. ζ wird so gewählt, dass s' etwa die Hälfte von s beträgt. Da n gegen den übrigen Widerstand in der Leitung des Daniell'schen Elementes verschwindet, so ist

$$w = \zeta\frac{s'}{s - s'} - n.$$

Wegen der in der Galvanometerleitung stets vorhandenen mehr oder weniger starken Thermoströme ist es nöthig, die Messung von w bei beiden Richtungen des vom Element gelieferten Stromes zu machen.

Es sei noch bemerkt, dass alle verwendeten Widerstände auf die Angaben eines aus neuerer Zeit stammenden Etalons von Siemens und Halske bezogen wurden.

Eine andere Art der Bestimmung von $\frac{e}{J}$, auf welche wir durch die oben erwähnte Compensationsmethode mit angelegtem Nebenschluss geführt worden sind, besteht darin, dass man nach Erregung des Magnetfeldes die Hall-Elektroden durch einen passenden, zwischen einer primären und einer derivirten Elektrode angelegten Widerstand auf gleiches Potential bringt und hierauf das Magnetfeld commutirt, wobei dann der Nebenschluss, der das an die Hall-Elektroden angelegte Galvanometer stromlos macht, ein anderer sein wird. Es lässt sich dann das Drehungsvermögen in folgender Weise berechnen:

Seien A und B (Fig. 1) die Ein- und Austrittsstellen des Primärstromes J, a und b die Elektroden des derivirten Stromes, welche im allgemeinen auch ohne Erregung des Feldes ungleiche Werthe des Potentials haben werden, und zwar sei der Potentialwerth in a um ε' grösser als jener in b. Durch Anlegen eines Widerstandes ω zwischen a und B sollen aber a und b äquipotential gemacht werden; es wird dann durch ω ein Strom von gewisser Intensität j fliessen. Heisst F die Potentialdifferenz zwischen den (äquipotential gemachten) Stellen (a, b) und B, so gilt $j\omega = F$.

Denselben Effect, welchen der Nebenschluss ω hat, kann man sich auch dadurch hervorgebracht denken, dass man, während A und B auf einem bestimmten gemeinschaftlichen Potential erhalten werden (indem man etwa diese Plattenränder durch einen kurzen Schluss verbindet) in a ein um y grösseres Potential herstellt. Es würde dann von a nach den Rändern A und B ein Strom von der Intensität j fliessen, so dass $y = -j\Omega$, unter Ω den Widerstand der Platte zwischen den verbundenen Rändern (A, B) und a verstanden; j muss negativ genommen werden, weil dieser Strom die Richtung von (A, B) gegen a haben würde: der hierbei in b vorhandene Potentialwerth soll mit σy bezeichnet werden.

Setzen wir der Einfachheit halber den Werth des Potentials in B gleich Null, so sei im uncompensirten Zustande in A der Potentialwerth E', an der Stelle b sei er $\gamma E'$, endlich in a sei er $\gamma E' + \varepsilon'$. Indem wir nun zu dem in a vorhandenen Potentialwerth das Potential y dazu geben, werden die Stellen a und b äquipotential; dadurch werde der Potentialwerth der Elektrode A in E verwandelt und der gemeinschaftliche Potentialwerth in a und b wird F (das Potential in B wieder gleich Null angenommen); man hat somit

$$\text{Potentialwerth in } a\colon\ F = \gamma E + \varepsilon + y$$
$$b\colon\ F = \gamma E + \sigma y,$$

somit $y = \frac{-\varepsilon}{1-\sigma}$; ε bedeutet den Werth, in welchen ε' übergeht, wenn E' sich in E verändert. Es folgt wegen

$$j\omega = F = \gamma E + \sigma y \text{ und } -j\Omega = y$$

$$\omega = -\Omega \frac{\gamma E + \sigma y}{y} = \Omega \left[\gamma \frac{E}{\varepsilon}(1-\sigma) - \sigma\right] \tag{1}$$

$$\varepsilon = \frac{\gamma E\,(1-\sigma)\,\Omega}{\omega + \sigma\Omega}$$

oder auch, da Ω im allgemeinen klein gegen ω, und σ ein kleiner Bruch ist, mit hinreichender Genauigkeit

$$\varepsilon = \frac{\gamma E\,(1-\sigma)\,\Omega}{\omega} \tag{2}$$

Die Formel 1) lässt sich leicht durch den Versuch prüfen; einige Berechnungen des ω für verschiedene Goldplatten aus Ω, $\frac{E}{\varepsilon}$, σ und γ, wobei letztere Verhältnisse an einem Potentialgalvonometer gemessen wurden, ergaben sehr genau den direct durch das Experiment bestimmten Werth des Compensationswiderstandes ω.

Es werde nun die compensirte Platte in ein Magnetfeld M gebracht; zwischen a und b tritt dann die elektromotorische Kraft e des Hall-Effects auf und es mögen diese Punkte wieder auf gleiches Potential gebracht werden, indem ω in ω_1 geändert (vermehrt) wird. Man hat dann zwischen a und b sehr nahe die Differenz $\varepsilon - e$ der Potentialwerthe compensirt und entsprechend der Gleichung 2 auch nahe

$$\varepsilon - e = \frac{\gamma E\,(1-\sigma)\,\Omega}{\omega_1}.$$

Durch Substitution des Werthes ε aus 2 folgt

$$e = \gamma E\,(1-\sigma\,\Omega\left(\frac{1}{\omega} - \frac{1}{\omega_1}\right)$$

und daher

$$R = \frac{e\delta}{JM} = \frac{\gamma\,(1-\sigma)\,\Omega\,(\omega_1-\omega)\,\delta S}{M\omega\omega_1},$$

indem wir noch $\frac{E}{J}$ durch S, den Leitungswiderstand der Platte zwischen A und B, ersetzen.

Werden die Versuche, wie dies thatsächlich stets geschah, in der Weise angestellt, dass das Magnetfeld durch Commutirung des den Elektromagnet erregenden Stromes von einem Werthe $+M$ in $-M$ geändert wird, und ist ω_2 der Compensationswiderstand für das letztere Feld, so ist auch

$$e = \gamma E\,(1-\sigma)\,\Omega\left(\frac{1}{\omega_2} - \frac{1}{\omega}\right),\ \text{also}\ \frac{1}{\omega} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\omega_1} + \frac{1}{\omega_2}\right).$$

folglich

$$R = \frac{\gamma(1-\sigma)\,\Omega\,(\omega_1-\omega_2)\,\delta S}{2\,M\,\omega_1\,\omega_2} \tag{3}$$

Wir haben in einigen Fällen die Bestimmungen nach dieser Formel ausgeführt; es sei erlaubt, ein Beispiel anzuführen.

Für ein Goldblatt, dessen Dicke $\delta = 1{,}05 \cdot 10^{-5}$cm (durch Wägung erhalten) betrug, war

$$\sigma = 0{,}066,\ \gamma = 0{,}501,\ \Omega = 3{,}18\ \text{S. E.},\ S = 1{,}691\ \text{S. E.}$$

Die bei Commutirung der Richtung des Magnetfeldes zur Compensirung erforderlichen Widerstände waren im Mittel $\omega_1 = 516{,}0$, $\omega_2 = 479{,}6$ S. E.; die Intensität des Feldes $M = 3337$; hiermit folgt nach Gl. 3 [1])

$$R = 536 \cdot 10^{-6}.$$

Die nach der gewöhnlichen Methode ausgeführte Bestimmung ergab bei der gleichen Feldstärke

$$R = 528 \cdot 10^{-6}.$$

In Anbetracht des Umstandes, dass bei der ersten Bestimmung die Messung ganz anderer Grössen zur Ermittlung von $\frac{e}{J}$ vorgenommen worden ist, namentlich aber wegen der vielen einzeln zu messenden Grössen ist die Uebereinstimmung immerhin eine ganz befriedigende.

Endlich könnte man auch die Potentialdifferenz, welche an den Hall-Elektroden durch die Magnetkraft des Feldes geweckt wird, direct mit dem Elektrometer oder einem Potentialgalvanometer bestimmen, doch ist dieses Verfahren natürlich nur bei Substanzen, für welche die transversale elektromotorische Kraft beträchtlicher ist, empfehlenswerth (Leduc, C. R. 98).

Wir haben gelegentlich einige Bestimmungen bei Wismuth in dieser Weise ausgeführt, um festzustellen, dass beim Vorhandensein des derivirten Stromes i in einer Galvanometerleitung von verhältnismässig geringem Wierstande kein merklich verschiedener Werth von R sich ergibt, als in dem Falle, wo man den Strom i mit so geringer Intensität zu Stande kommen lässt, dass man dadurch nur die Potentialdifferenz an den (als unverbunden anzusehenden) Hall-Elektroden misst. Der Strom J wurde hierbei so getheilt, dass ein Zweig aus einem kleinen (1 S. E.), der andere aus einem grossen Widerstand (800 S. E.) gebildet war; an den Endpunkten einer $^1/_{10}$ S. E., welche sich bei dem grossen Widerstand befand, wurde die Potentialdifferenz gemessen und diese mit e verglichen; man erhält dadurch sofort $\frac{e}{J}$. Das Calvanometer hatte hier dünndrähtige Rollen von zusammen über 100 S. E. Widerstand, der Plattenwiderstand zwischen den Hall-Elektroden ist dagegen völlig verschwindend. Der Versuch ergab — wie zu erwarten — keine Unterschiede, die nicht innerhalb der Beobachtungsfehlergrenzen liegen.

1) Es ist in Gleichung 3 nur erforderlich, einen der Widerstände Ω oder S in absolutem Maass zu messen; die Siemens-Einheit wurde $0{,}942 \cdot 10^9$ angenommen.

Desgleichen wurden bei den Messungen sehr häufig noch Widerstände verschiedener Grösse als Ballast in die Galvanometerleitung eingefügt; es liess sich auch hierbei niemals ein deutlicher Einfluss der Intensität des derivirten Stromes auf die Grösse des Effectes nachweisen.

Die Dicke δ der Platten wurde, wo es irgend anging, direct mit zwei Dickemessern (von denen der eine noch $^1/_{500}$, der andere $^1/_{250}$ mm angab) an mehreren Stellen ausgewerthet. Falls die Platte zu dünn war, wurde die Dicke aus dem Gewichte berechnet; in vielen Fällen ist sie nach beiden Methoden bestimmt worden und der Mittelwerth genommen. Bei Blattgold konnte man lediglich den aus der Wägung erhaltenen Werth nehmen, weil die Bestimmung der Dicke aus dem elektrischen Leitungswiderstand stets offenbar viel zu kleine Werthe lieferte [1]).

Es erübrigt noch, über den benutzten Elektromagnet und die Bestimmung der Intensität des magnetischen Feldes Einiges zu sagen.

Das magnetische Feld wurde von einem nach Rhumkorff eingerichteten Elektromagnet mit horizontaler Axe erzeugt. Flache, kreisförmige, in die Kerne eingeschraubte Eisenstücke von 5 cm Durchmesser bildeten die Polstücke; die verticalen Polflächen hatten stets eine nur kleine Distanz voneinander, wodurch die Intensität des Feldes sehr bedeutend gesteigert wird, so dass wir schon mit einer geringen Zahl Bunsen'scher Elemente verhältnismässig sehr kräftige Felder erzielten. Innerhalb des Raumes, in dem sich die Hall-Elektroden der Platten befanden, war das magnetische Feld als sehr nahe homogen anzusehen; nur gegen den Rand hin nimmt die Intensität desselben ein wenig (gegen 2 %) zu. Der Widerstand der beiden Drahtrollen des Elektromagnets betrug etwas über 2 S. E.

Die Zunahme der Feldstärke M mit der Anzahl der zur Magnetisirung verwendeten Bunsen-Elementen mag aus folgenden Angaben, welche bei einer Distanz der Polflächen von 0,5 cm erhalten wurden, ersehen werden:

Zahl der Elemente	M (cgs)
1	661
2	1325
3	1956
4	2670
6	3610
9	4610
12	5370

1) s. Hall, Phil. Mag. (5) Bd. 10 S. 301.

Ueber die Abhängigkeit, welche die Feldstärke von der Distanz der Polflächen d hat, geben die weiteren Tabellen Aufschluss; unter C ist die Intensität des den Elektromagnet erregenden Stromes im absoluten Maass verstanden.

$C = 0{,}156$	$d =$	0,25	0,4	0,6	0,8	1,0 cm
	$M =$	5150	3380	2350	1780	1480
	$Md =$	1287	1352	1410	1424	1480
$C = 0{,}438$	$d =$	0.25	0,4	0,6	0,8	1,0
	$M =$	10840	7790	5890	4680	3996
	$Md =$	2710	3116	3534	3744	3996

Die Feldintensität nimmt weniger rasch ab, als die Polflächendistanz wächst; doch ändert sich Md im ersten Falle nur im Verhältnis 6 : 7, im zweiten Falle im Verhältnis 2 : 3, während d von 1 bis 4 zunimmt [1]). Die angegebenen Zahlenwerthe gelten für die Mitte zwischen den Polen, die Feldstärke unmittelbar an einer Polfläche ergab sich (bei beiden Werthen C) um etwa $^3/_4$ % grösser.

Zwischen die Flachpole mussten, wenigstens bei kleineren Distanzen d, wo sich die Eisenkerne bei Erregung des Magnetismus stark gegeneinander biegen, um die eingebrachten Platten vor dem Zerdrücktwerden zu schützen, Messingstücke eingeschoben werden; dieselben durften natürlich das bequeme Ein- und Ausführen der Metallplatten, sowie der zur Feldbestimmung dienenden Inductoren nicht behindern. Es wurde nämlich zur Ermittlung der Stärke des Feldes M die Inductionswirkung, welche in einer kreisförmigen, ins Feld gebrachten Drahtwindung bei Umkehr des den Elektromagnet erregenden Stromes entstand, mit derjenigen verglichen, welche ein Erdinductor beim Umlegen durch die horizontale Erdkraft H lieferte [2]).

Die Messung der Inductionsstösse geschah an einem Meyerstein'schen Galvanometer, dessen Magnetpaar eine Schwindungsdauer von etwa 12 Secunden hatte. Die Fläche F des Erdinductors war,

1) s. das hiervon abweichende Verhalten des von Quincke (Wied. Ann. Bd. 24 S. 356 (1885) benutzten Elektromagnets mit Polen von 14 cm Durchmesser.

2) Bei den ersten Versuchen mit auf Glas aufgezogenen Goldplatten war ein Rahmen verwendet, in den sich die Glasplatten leicht einsetzen und mit diesem zwischen die Pole bringen liessen. Der Inductor (siehe unten) war an diesem Rahmen festgemacht, ein Herausbewegen desselben zur Messung des Feldes hierbei nicht möglich. Das Verfahren der Stromcommutirung haben wir auch bei den späteren Beobachtungen beibehalten, theilweise weil das Herausbewegen bei grosser Nähe der Polflächen für den Inductor mitunter gefahrvoll schien. Doch überzeugten wir uns durch besondere Versuche, dass das von uns angewendete Verfahren keine merklich fehlerhaften Werthe der Feldstärken geliefert hat.

da die Dimensionen des Apparates nicht genau bekannt sind, durch Vergleichung mit einer Rolle von bekannter Fläche aus der elektromagnetischen Fernwirkung bestimmt worden; hiernach war $F =$ $= 41\,800$ qcm. Die Ermittlung des Werthes der Horizontalintensität an der Stelle, wo der Erdinductor stand, wurde im Laufe der Beobachtungen zwei Mal vorgenommen; es fand sich $H = 0{,}2105$.

Der ins Feld gebrachte Inductor bestand aus einem in die Nuth einer kreisförmig abgedrehten Kammassescheibe eingelegten Drahte; derselbe war mit Seide übersponnen und gefirnisst, seine Enden zopfförmig umeinander gewickelt. Die Fläche f des Inductors erhält man ziemlich genau, wenn man die Abstände von acht äquidistant liegenden Peripheriepunkten von einem nahe dem Centrum befindlichen Punkte misst und das Mittel der Quadrate nimmt. Solcher Inductoren haben wir im ganzen sechs von verschiedener Grösse gefertigt; die Flächen betrugen zwischen 12 und 17 qcm. Ist der Ausschlag der Nadel des ballistischen Galvanometers bei Commutirung der Richtung des Feldes b, beim Umlegen des in derselben Leitung befindlichen Erdinductors B, so ist

$$M_e = 2M = \frac{2FH}{f} \cdot \frac{b}{B}.$$

Jede solche Bestimmung wurde zwei Mal bei abwechselndem Sinne der Commutirung des Feldes gemacht, sodann ein vor dem Galvanometer befindlicher Stromwender umgelegt und der Versuch wiederholt, so dass jede Angabe das Resultat aus vier Einzelbeobachtungen ist. Die Entfernung des Elektromagnetes vom Wiedemann'schen Galvanometer war 16 m, vom Meyerstein'schen ca. 11 m; übrigens war der Elektromagnet so gestellt, dass er auf beide Instrumente eine möglichst geringe directe Fernwirkung übte.

Die Bestimmung des Drehungsvermögens einer Platte geschah gewöhnlich in der Weise, dass zuerst der Primärstrom abgelesen, sodann der Stellungsunterschied Δ am Galvanometer bei mehrmaliger Commutirung der Richtung des Feldes beobachtet wurde, hierauf der Primärstrom commutirt und wiederum eine Anzahl Ablesungen von Δ gemacht; zum Schluss noch ein Mal der Primärstrom gemessen wurde. Die Stärke des Feldes bestimmten wir anfänglich vor und nach jeder solchen Beobachtung; da sich aber herausstellte, dass sie sich selbst während längerer Zeit nur sehr wenig änderte, begnügten wir uns häufig mit einer einmaligen Bestimmung. Den Stellungsunterschied Δ bei beiden Richtungen des Stromes J zu beobachten, ist unumgänglich nothwendig, weil derselbe fast immer in beiden Fällen etwas verschieden ist. Es rührte dies zum Theil von der, allerdings geringen, directen

Fernwirkung des Elektromagnets her; zum Theil ist die Ursache hiervon, besonders beim Wismuth, in dem Auftreten der bei dieser Gelegenheit von uns beobachteten „thermomagnetischen" Ströme [1]) zu suchen, welche zufälligen Wärmeströmungen in der Platte ihre Entstehung verdanken.

So beobachtet man denn auch bei Wismuthplatten, ohne dass ein Primärstrom dieselben durchfliesst, öfters einen deutlichen Stellungsunterschied am Galvanometer der derivirten Leitung, wenn das Magnetfeld in dem einen und dem andern Sinne erregt wird, welcher, wie man sich leicht überzeugt, nicht etwa von der directen Fernwirkung des Magnets herrührt.

Bisweilen, besonders bei Tellur, Wismuth und Antimon störten Thermoströme, und war es dann nothwendig, die Platten sorgfältig vor Luftzug zu schützen; die Anwendung eines Wassertroges war bei starken Feldern wegen der Nähe der Pole nicht möglich. Im allgemeinen aber waren die Einstellungen der Galvanometernadel regelmässig und sicher, so dass je vier bis sechs Ablesungen bei beiden Richtungen des Primärstromes genügten, um einen zuverlässigen Werth von Δ zu erhalten.

Es mögen nun die näheren Angaben der für eine Anzahl von Substanzen erhaltenen Werthe des Drehungsvermögens folgen; den Zahlen liegt, wie schon erwähnt, das absolute (*cgs*) Maass zu Grunde. Das Vorzeichen des Drehungsvermögens R ist wie bei Hall verstanden.

Aluminium.

Es wurden Platten aus drei Proben dieses Metalls, die verschiedenen Quellen entstammten, untersucht; alle drei waren als chemisch rein bezeichnet.

	δ	R	M
Nr. 1	0,0059 cm	$-365 \cdot 10^{-6}$	9900
Nr. 2	0,0209	$-341 \cdot 10^{-6}$	9430
Nr. 3	0,0116	$-385 \cdot 10^{-6}$	8550

Antimon.

Zwei Proben; Nr. 1 erhielten wir aus dem hiesigen chemischen Institute, Nr. 2 war aus der Fabrik von H. Trommsdorff in Erfurt als chemisch rein bezogen.

1) Anz. der kais. Akad. der Wissensch. zu Wien, 16. Mai 1886 Nr. 13.

	δ	R	M
Nr. 1	0,125	+ 0,189	1550
		189	3970
		192	4080
		188	6420
		186	9900
		179	15970
Nr. 2	0,0954	+ 0,0916	1550
		897	8500

Cadmium.

Zwei Proben; Nr. 1 aus dem chemischen Institute, Nr. 2 war aus möglichst reinem Metalle durch Sublimation erhalten; wir verdanken die Herstellung der Güte des Herrn Professors A. Schuller in Budapest.

	δ	R	M
Nr. 1	0,061	$+500 \cdot 10^{-6}$	9430
		540	13530
Nr. 2	0,0209	$+540 \cdot 10^{-6}$	9430
		550	12370

Cobalt.

Zwei Proben gewalzten Bleches; Nr. 1 wurde uns von Herrn Prof. H. Schwarz überlassen, Nr. 2 erhielten wir aus dem Nickelwalzwerke in Schwerte (Westphalen)[1].

	δ	R	M
Nr. 1	0,025	+ 0,0150	1550
		152	2880
		155	3970
		160	5650
		154	7900
		149	8700
		137	13530
Nr. 2	0,0429	+ 0,00459	5650
		346	14150

Eine nachträgliche Analyse ergab, dass Nr. 1 sehr stark eisenhältig war, während Nr. 2 nur sehr geringe Mengen Eisen aufwies; ausserdem enthielten beide Proben Spuren von Nickel.

1) Unter M ist auch bei den stark magnetisirbaren Metallen Cobalt, Eisen (Stahl), Nickel die Feldintensität angeführt, welche nach Entfernung der Platten zwischen den Polen herrscht (vergl. Hall).

Eisen.

Von den zwei untersuchten Proben war Nr. 1 aus einer Scheibe von möglichst reinem, kohlenstofffreiem Metalle hergestellt; das Eisen stammte aus dem Walzwerke zu Pichling (Steiermark); Nr. 2 war eine dünne, gewalzte Platte (käuflich), wie sie zu Telephonmembranen verwendet wird.

	δ	R	M
Nr. 1	0,0172	+ 0,01046	1550
		1073	3000
		1126	5750
		1051	9430
		1031	11350
Nr. 2	0,00868	+ 0,00668	3000
		716	5750
		654	9430
		632	11320

Stahl.

Zwei Proben von dünnem Blech, welches unter der Bezeichnung „Federblech" im Handel zu haben ist.

	δ	R	M
Nr. 1	0,0041	+ 0,0175	2540
		166	3380

Jede der für R angeführten Zahlen ist das Ergebnis aus vier, bei wenig verschiedenen Werthen der Feldstärke angestellten Einzelmessungen.

	δ	R	M
Nr. 2	0,00427	+ 0,0158	1550
		157	4720
		150	9320
		144	12370

Gold.

Es wurden im ganzen zehn verschiedene Platten untersucht. Nr. 1, aus Ducatengold durch Aushämmern erhalten, hatte eine sehr grosse Dicke im Vergleiche gegen Nr. 2 bis 10, welche aus echtem Blattgold bestanden; das Material von Nr. 2 und 3 war in einer Kunsthandlung gekauft worden, Nr. 4 bis 10 aus demselben Stück geschlagen vom Goldschläger bezogen. Die Goldfolie war, wie schon erwähnt, auf Glas geklebt und die Stromleitungen durch Stanniol vermittelt, gegen welches Klemmschrauben gepresst waren.

	δ	R	M
Nr. 1	0,00392	$-711 \cdot 10^{-6}$	9010
		732	9320
		738	12370
Nr. 2	$0{,}981 \cdot 10^{-5}$	$-572 \cdot 10^{-6}$	4030
		586	4060 [1]
Nr. 3	$1{,}05 \cdot 10^{-5}$	$-528 \cdot 10^{-6}$	3340 [2]
		536	3340 [1]
Nr. 4	$1{,}07 \cdot 10^{-5}$	$-638 \cdot 10^{-6}$	2190 [3]
Nr. 5	$1{,}05 \cdot 10^{-5}$	$-621 \cdot 10^{-6}$	1870
		620	3150
Nr. 6	$3{,}44 \cdot 10^{-5}$	$-642 \cdot 10^{-6}$	3700 [3]
Nr. 7	$3{,}65 \cdot 10^{-5}$	$-730 \cdot 10^{-6}$	3500
Nr. 8	$3{,}41 \cdot 10^{-5}$	$-686 \cdot 10^{-6}$	3460
Nr. 9	$8{,}83 \cdot 10^{-5}$	$-704 \cdot 10^{-6}$	2120 [4]
Nr. 10	$9{,}13 \cdot 10^{-5}$	$-642 . 10^{-6}$	3950

Endlich haben wir auch mit einer Goldschichte, welche auf einer Glasplatte eingebrannt war, den transversalen Effect erhalten. Zur Herstellung der Schichte wurde auf die Glasplatte Glanzgold aufgetragen und nach dem Trocknen in einer Muffel eingebrannt, wobei eine äusserst dünne Metallhaut auf dem Glase fest haftend zurückbleibt; die Dicke derselben (auf chemischem Wege von Herrn Prof. H. Schwarz bestimmt) war etwa $0{,}45 \cdot 10^{-5}$ cm, R ergab sich beiläufig $600 \cdot 10^{-6}$.

Nickel (in Blechform).

Zwei Proben; Nr. 1 aus der technologischen Sammlung des Herrn Prof. Schwarz, Nr. 2 aus dem Nickelwalzwerke in Schwerte.

	δ	R	M
Nr. 1	0,0260	−0,01777	5750
		789	13530
Nr. 2	0,00997	−0,02420	1550
		2230	3970
		2050	5750
		1486	8500
		1084	11300
		823	15850

Bildet man die Producte $R \cdot M$, so erhält man eine Reihe von ansteigenden Zahlenwerthen.

1) Dieses Resultat folgte aus der Messung der Compensationswiderstände w_1 und w_2.

2) Resultat aus 7 Einzelversuchen.

3) Zwei Einzelversuche.

4) Drei Versuche mit veränderter Intensität des Primärstromes (4 : 5 : 9).

Palladium.

Zwei Platten verschiedener Dicke wurden verwendet, das Material stammte aus der chemischen Fabrik von C. A. Kahlbaum.

	δ	R	M
Nr. 1	0,0154	—0,00115	5800
		113	8500
		114	13080 [1])
Nr. 2	0,0217	—0,00099	11300
		106	13530

Beladung des Palladiums mit Wasserstoff schien keine Aenderung des R zu verursachen.

Silber.

Wir verwendeten ein dünnes (angeblich chemisch reines) Silberblech Nr. 1, und eine auf Glas niedergeschlagene Silberschichte (Spiegel) Nr. 2; die Dicke der letzteren wurde auf chemischem Wege ermittelt.

	δ	R	M
Nr. 1	0,00518	$-832 \cdot 10^{-6}$	9160 [1])
		834	12370
Nr. 2	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$-1500 \cdot 10^{-6}$	1970

Die grosse Verschiedenheit der Werthe R hat vermuthlich darin ihren Grund, dass die Molecularstructur beider Silberproben eine wesentlich andere war.

Zink.

Drei Proben verschiedener Provenienz; Nr. 1 war eine aus gewöhnlichem Zinkblech hergestellte Platte, Nr. 2 ein sehr dünn gewalztes Blech (enthielt vermuthlich eine geringe Menge Eisen), Nr. 3 eine Platte aus reinem Metall (aus dem chemischen Institute).

	δ	R	M
Nr. 1	0,00563	$+370 \cdot 10^{-6}$	9900
Nr. 2	0,0171	$+896 \cdot 10^{-6}$	5800
		860	9990
Nr. 3	0,00884	$+406 \cdot 10^{-6}$	5370
		410	8550

1) Mittelwerth aus zwei Versuchen bei wenig verschiedenen M.

Natrium.

Die Platten wurden durch Pressen zwischen Glimmerplatten hergestellt. Ein frisch beschnittenes Stück des Metalls wird auf eine Glimmerplatte gelegt, auf welcher zwei parallele Platinstreifchen mit etwas Wachs derart befestigt sind, dass dieselben die Zuleitungen für den Primärstrom bilden; zwei andere Platinstreifchen sind so befestigt, dass sie die Elektroden für den derivirten Strom abgeben. Eine zweite kleinere Glimmerplatte, welche die Grösse der herzustellenden Natriumplatte hat, wird aufgelegt und das Ganze zwischen zwei starken Eisenplatten unter eine Druckpresse gebracht; man entfernt dann das an den Seiten herausgepresste Metall und bestreicht die Ränder mit einer dicken Lage von Paraffin. Es wurden auf diese Weise drei Platten verfertigt. Die Dicke derselben ist durch Messung mit dem Dickenmesser gleich nach der Herstellung bestimmt worden, wobei die Dicke der beiden Glimmerplatten in Abzug gebracht wurde. Wegen der seitlich in die Platte hineinreichenden Hall-Elektroden sind die erhaltenen Werthe für R etwas zu klein.

Es fand sich

	δ	R	M
Nr. 1	0,05	—0,0023	8470
Nr. 2	0,091	—0,0022	8700
Nr. 3	0,069	—0,0025	8700

Kupfer, aus käuflichem Blech hergestellt.

$\delta = 0{,}00866 \qquad R = -519 \cdot 10^{-6} \qquad M = 12010$

Platin.

$\delta = 0{,}0017 \qquad R = -238 \cdot 10^{-6} \qquad M = 12000$

Zinn.

Das Material wurde uns von Herrn A. Anderssohn in Breslau zur Verfügung gestellt; die Dicke des äusserst dünn gewalzten Stanniols (auf Glas geklebt) ist durch Wägung bestimmt.

$\delta = 0{,}00037 \qquad R = -36 \cdot 10^{-6} \qquad M = 4970$

Blei, ebenfalls von Herrn Anderssohn.

$\delta = 0{,}00482 \qquad R = +85 \cdot 10^{-6} \qquad M = 11400$

$\qquad\qquad\qquad\qquad 96 \qquad\qquad\qquad 15800$

Wie sich später herausstellte, war das Blei stark zinnhältig.

Magnesium.

Wir erhielten eine etwa 0,1 cm dicke Platte aus der chemischen Fabrik a. A. (vormals E. Schering) in Berlin.

Einiger Schwierigkeit begegneten wir bei der Bemühung, sichere metallische Verbindung mit den Zuleitungsdrähten herzustellen. Nach vergeblichen Versuchen durch galvanisches Verkupfern, Vernickeln oder Versilbern gute Contacte zu erhalten, gelang die Verbindung schliesslich auf folgende Art: es werden die betreffenden Stellen der Platte mit einer leichtflüssigen Legierung aus Zinn, Zink, Cadmium, Wismuth und Quecksilber mittels eines erhitzten Kupferdrahtes bestrichen, so dass etwas von der Legierung am Magnesium haften bleibt. Kupferblechstreifen, an den Enden gut amalgamirt, werden auf eine Glasplatte festgekittet, so dass sie mit den amalgamirten Enden auf das Glas federnd drücken. Unter diese Blechstreifen bringt man die zu verlöthenden Stellen des Magnesiumplättchens und berührt die Streifen mit einem heissen Drahte.

Die Legirung schmilzt und stellt, wenigstens für kurze Zeit, eine ziemlich sichere Verbindung der Platte mit den Kupferstreifen her.

Es war

$$\delta = 0{,}0092 \qquad R = -936 \cdot 10^{-6} \qquad M = 7390$$

Neusilber.

Aus käuflichem Blech waren zwei Platten hergestellt.

	δ	R	M
Nr. 1	0,0217	$-560 \cdot 10^{-6}$	10400
Nr. 2	0,0097	$-514 \cdot 10^{-6}$	12010

Wismuth.

Es wurden im ganzen 20 Platten aus diesem Metall untersucht; das Material stammte aus (sieben) verschiedenen Quellen. Im allgemeinen ergaben sich sehr abweichende Resultate, was hauptsächlich der sehr verschiedenen Reinheit der Präparate zuzuschreiben sein dürfte. Es seien im Folgenden nur die wichtigsten der erhaltenen Resultate angeführt.

Nr. 1 war aus einem Material hergestellt, welches Einer von uns vor mehreren Jahren zur Bestimmung der Diamagnetisirungszahl verwendet hatte; dasselbe enthielt jedenfalls nur sehr geringe Mengen fremder Substanzen.

Die Messungen sind bei verschiedenen Dimensionsverhältnissen der Platte angestellt worden $\left(\frac{\beta}{\lambda} = \frac{2}{7} \text{ bis } \frac{1}{7}\right)$.

	R	M
$\delta = 0{,}061$	$-10{,}1$	730
	10,1	1130
	9,90	1980
	8,96	2890

Es ergab sich eine Abnahme des R von etwa $\frac{1}{2}\,\%$ für eine Temperaturzunahme von $1\,^{\circ}$C., innerhalb des Intervalls 0 und $20\,^{\circ}$; die Platte befand sich bei diesen Versuchen in einem schmalen, mit Wasser gefüllten Glastrog zwischen den Magnetpolen.

Nr. 2 aus käuflichem, jedoch ziemlich reinem Wismuth; $\delta = 0{,}0456$. In ähnlicher Weise wie bei Nr. 1 wurde der Einfluss der Temperatur, jedoch hier bei grösserem Intervalle, untersucht. Bei einer Intensität des Magnetfeldes $M = 830$ war für

$t = 0\,^{\circ}$C.	$R = -8{,}1$
21	7,3
99	4,1,

also eine sehr beträchtliche Abnahme mit steigender Temperatur; der elektrische Leitungswiderstand nahm zu mit höheren Temperaturen.

Nr. 3. Mit dieser Platte $\delta = 0{,}0172$, ebenfalls aus käuflichem, angeblich chemisch reinem Wismuth, jedoch anderer Provenienz als Nr. 2, wurde eine ausgedehnte Messungsreihe vorgenommen. Bei den schwächsten der in der folgenden Tabelle angeführten Felder (1—6) befand sich die Platte im Inneren einer grossen, von einem Strom durchflossenen Spirale, mit ihrer Ebene senkrecht zur Axe der letzteren. Die Scheidekraft im Inneren der Spirale wurde aus den Dimensionen und der Intensität des sie durchfliessenden Stromes bestimmt.

Das Ergebnis der Versuche war:

Nr.	R	M	$R \cdot M$
1	$-7{,}63$	7,08	54
2	7,59	14,50	110
3	7,58	37.01	280
4	7,57	66,6	504
5	7,60	108,6	825
6	7,62	168,7	1285
7	7,57	177	1340
8	7,80	371	2894
9	7.82	694	5427

Nr.	R	M	$R \cdot M$
10	7,57	1432	10840
11	6,43	3343	21490
12	5,84	4222	24660
13	4,69	6590	30910[1]
14	4,35	7145	31080
15	4,15	8140	33780
16	3,76	9190	34550
17	2,386	13800	32930
18	2,006	16290	32680

Das Product $R \cdot M$, welches das Maass des transversalen Effectes ist (bezogen auf gleiche Stärke des Primärstromes), erreicht mit steigender Feldintensität ein Maximum und fällt dann wieder ab. Diese Thatsache haben wir wiederholt direct dadurch bestätigt, dass wir die Intensität des derivirten Stromes bei constantem Primärstrom beobachteten, während die Stärke des magnetischen Feldes allmählich anwuchs. Es liess sich dies leicht durch Ausschalten von Drahtwiderständen bewerkstelligen, welche sich in der Leitung des den Elektromagnet erregenden Stromes befanden; es waren dicke, spiralig gewickelte Messingdrähte, ähnlich wie man sie als Stromsteller bei Dynamomaschinen verwendet; zur Vermeidung von Widerstandsänderungen infolge Erwärmung durch den Strom waren die Drähte in ein grosses, mit Wasser gefülltes Gefäss gesetzt.

Beim Anwachsen der Stärke des Magnetfeldes erreichte die Ausweichung der Nadel am Wiedemann'schen Galvanometer ein Maximum, um bei weiterer Verstärkung des Feldes wieder kleiner zu werden. Der Werth von R sinkt bei dem stärksten angewendeten Fall auf fast $^1/_4$ des Werthes, den er bei schwachen Feldern besitzt, herab. Eine graphische Darstellung von R als Function von M ergibt, dass für eine Feldstärke von ca. 26000[2]) das Drehungsvermögen $R = 0$ wäre, vorausgesetzt, dass der Verlauf der Curve bis zu diesem Werth der Abscisse (M) derselbe bleibt, wie er sich innerhalb der beobachteten Feldstärken herausstellte. Mässige Erwärmung hatte bei diesem Wismuth eine deutliche Zunahme des R (etwa $^1/_4$ % per Grad) zur Folge, dagegen nahm der elektrische Leitungswiderstand bei höherer Temperatur (um etwa $^1/_{10}$ % per Grad) ab. Das Verhalten der Temperatur

---

1) Durch Messung der Potentialdifferenz an den Hall-Elektroden bestimmt.

2) Dieses Feld lässt sich zwischen Flachpolen wegen der Sättigung des Eisens allerdings nicht herstellen.

gegenüber ist also sowohl bezüglich des R wie des Leitungswiderstandes ein entgegengesetztes als bei Wismuth Nr. 2 [1]).

Auch bei der Entladung eines Condensators durch die Wismuthplatte gelang es uns, den Effect zu erhalten; dieser Versuch ist schon von Righi jedoch mit negativem Resultat angestellt worden.

Der Condensator bestand aus etwa 1000 Stanniolblättern von 20 cm Länge und 15 cm Breite, die durch paraffinirtes Schreibpapier voneinander getrennt waren; seine Capacität bei lange dauernder Ladung war etwa 12 Mikrofarad. Zur Ladung verwendeten wir eine Planté'sche Polarisationsbatterie von 100 Elementen (Bleidrähte in verdünnter Schwefelsäure, ca. 220 Volt). Eine einzelne Entladung des Condensators ohne Erregung des magnetischen Feldes gab keinen Ausschlag der Galvanometernadel, bei einer Feldstärke $M = 6280$ aber einen Ausschlag von 3,7 Theilstr. und zwar nach entgegengesetzten Seiten je nach der Stromrichtung des Elektromagnets und der Richtung des Entladungsstromes. Die Stärke der Condensatorentladung wurde ebenfalls am Galvanometer gemessen, indem man von den Enden eines bekannten kleinen Widerstandes einen Bruchtheil der Entladung ins Galvanometer (in dessen Leitung noch passender Ballastwiderstand eingeschaltet war) leitete. R ergab sich hiernach $= -5$, welcher Werth sich gut in die mit stationärem Strom erhaltene Reihe einfügt.

Um stärkere Wirkung zu erzielen, liessen wir die Entladungsströme in rascher Folge durch die Wismuthplatte fliessen. Zu diesem Ende bedienten wir uns einer mit constanter Geschwindigkeit rotirenden Disjunctorvorrichtung, bestehend aus zwei auf gemeinschaftlicher Axe sitzenden, dreizackigen Sternen, deren Spitzen abwechselnd in Quecksilber tauchten, von denen die eine die Ladung des Condensators, die andere die Entladung desselben durch die Wismuthplatte besorgte. Die Geschwindigkeit der Rotation wurde gemessen; es erfolgten bei den einzelnen Versuchen 3—4 Entladungsstösse per Secunde, die Dauer einer Ladung oder Entladung war etwa $^1/_{10}$ von jener einer Umdrehung. Man erhält am Galvanometer jetzt dauernde Ausweichungen der Nadel, die sich fast mit derselben Sicherheit beobachten lassen, wie die von stationären Strömen herrührenden Effecte. Jeder Versuch wurde natürlich auch bei entgegengesetzter Richtung der Entladungsstösse wiederholt. Es genügte nun zur Ladung des Condensators eine verhältnismässig geringe elektromotorische Kraft; mit 31,6 Volt (10 Chromsäure und 12 Leclanché-Elemente) erhielt man dauernde Ausweichungen der Galvanometernadel von etwa 12 Strichen bei einem Magnetfeld $M = 9520$.

1) Das von Leduc (C. R. Bd. 102 S. 358) untersuchte Wismuth zeigte gleiches Verhalten gegen die Temperatur wie Nr. 3.

Die Stärke der die Wismuthplatte durchfliessenden Entladungsströme wurde auf die oben angegebene Weise bei ungeänderter Rotationsgeschwindigkeit des Disjunctors ermittelt; es folgte $R = -3{,}40$. Für $M = 6240$ ergab sich $R = -4{,}94$; auch diese Werthe reihen sich gut in die übrigen Resultate ein.

Es sei noch bemerkt, dass die Capacität des Condensators bei den kurz dauernden Ladungen und Entladungen merklich geringer war, als bei länger dauernden. Directe Bestimmungen der Capacität zeigten, dass dieselbe innerhalb der Grenzen der Ladungs-, resp. Entladungsdauer von etwa $^1/_{20}$ und $^1/_7$ Secunde nur wenig verschieden war; sie betrug im Mittel gegen 9 Mikrofarad [1]).

Von besonderem Interesse schien es uns, das Vorhandensein des transversalen Effects auch in dem Falle nachzuweisen, wo die Entladung eines Ansammlungsapparates in Funkenform, also in unmerklich kurzer Zeit, erfolgt.

Wir luden einen aus Stanniol und Glimmerblättern bestehenden Condensator mit einer Influenzmaschine und liessen die Entladung zwischen den Kugeln eines Funkenmikrometers (0,03 cm Distanz) vor sich gehen; im Entladungskreise befand sich die Wismuthplatte, deren Hall-Elektroden wie gewöhnlich mit den dickdrahtigen Rollen des Galvanometers verbunden waren. Während ohne Erregung des Magnetfeldes keine Bewegung der Nadel zu bemerken war, erhielten wir bei einer Feldstärke M ca. 7500 je nach der Richtung des Feldes deutliche Ausschläge nach der einen oder der anderen Seite von $1\,^1/_4$ bis $1\,^1/_2$ Scalentheilen; die Richtung des Ausschlages wechselte, wenn die Richtung des Entladungsstromes die entgegengesetzte war. Der Sinn der Ausschläge entsprach dem Verhalten des Wismuths, wie es bei stationären Strömen sich zeigte. Auch hier konnten wir in ähnlicher Weise wie oben beschrieben, die Grösse des R genähert bestimmen und erhielten einen der Grössenordnung nach völlig stimmenden Werth (beiläufig -4).

Die Capacität des Condensators war nahe $^1/_3$ Mikrofarad, derselbe war etwa zum Potential 1500 Volt geladen.

N. 4. Einen ähnlichen Verlauf wie bei Nr. 3 zeigen die Werthe R für eine andere Platte, $\delta = 0{,}19$, aus weniger reinem Wismuth; die Zahlenwerthe sind jedoch sämmtlich bedeutend kleiner.

1) So gab eine Beobachtungsreihe folgende Resultate:

Ladungs- (Entladungs) dauer	0,22 Sec.	0,14	0,074	0,052
Capacität (Mikrofarad)	9,6	9,0	8,6	8,6

R	M	$R \cdot M$
—3,37	293	987
3.43	637	2185
3,30	1196	3947
2,30	3660	8418
1,43	6190	8852
0,90	8040	7236.

Der Maximalwerth des Productes $R \cdot M$ liegt hier schon bei weit geringerer Feldstärke, als bei Nr. 3. Die Werthe R für Nr. 3 und Nr. 4 scheinen anfangs ein schwaches Ansteigen aufzuweisen; es wäre dieses Verhalten jenem bei Eisen und Kobalt analog.

Auch Messungen an einer kreisförmigen Wismuthplatte (Nr. 5), welche mit ihrer Peripherie an ein Kupferblech gelöthet war (Fig. 4), bei der die Hall-Elektroden sich an zwei gegenüberliegenden Stellen eines radialen Schlitzes ($^1/_2$ mm breit) befanden, gaben denselben qualitativen Verlauf für R. Eine Berechnung der absoluten Werthe desselben wurde hier nicht ausgeführt, weil die Bedingungen, dass der Abstand der Hall-Elektroden vom Centrum klein gegen den Radius der Scheibe, dagegen gross gegen den Radius der centralen Elektrode sein soll, nur mangelhaft erfüllt waren. Die unter R angeführten Zahlen sind daher nur Vergleichszahlen.

R	M	$R \cdot M$
—1,04	3770	3921
0,89	4580	4076
0,80	5110	4088
0,67	6030	4040
0,46	8390	3859

Endlich seien noch die Werthe von R mitgetheilt, welche wir für reines Wismuth gefunden haben, das uns über unsere Bitte von Herrn Oberbergrath Dr. Clemens Winkler in Freiberg (Sachsen) gütigst gesendet worden ist.

Nr. 6; $\delta = 0{,}0874$

R	M	$R \cdot M$
—11,8	590	6960
11,2	1150	12880
10,6	1870	19820
8,46	4300	36380
6,81	6900	46990
5,09	10150	51660
4,34	12500	54250
3,68	14500	53360

Es zeigt dieses Wismuth in der That die grössten Werthe von R, welche wir unter allen untersuchten Proben erhalten haben[1]).

Zu erwähnen wäre noch, dass bei einigen Wismuth-Individuen das Zustandekommen des transversalen Effects einige Zeit zu erfordern schien, indem die Nadel des (aperiodischen) Galvanometers auffallend langsam zu ihrer definitiven Lage hinwanderte.

Tellur.

Von dieser Substanz, deren Untersuchung uns Prof. Boltzmann empfohlen hat, standen uns zwei verschiedene Proben zur Verfügung. Da Tellur wegen seiner Sprödigkeit einigermaassen schwierig zu behandeln ist, haben wir den Platten dadurch eine nahe rechteckige Form gegeben, dass wir die geschmolzene Substanz auf eine heisse Eisenplatte gossen, auf welcher ein passend gebogenes Glasstäbchen gleichsam als Gussform lag. Die Elektroden für Primär- und derivirten Strom waren Platindrähte, welche mit einer Stichflamme angeschmolzen wurden.

Es ergab sich für zwei Platten, deren Material aus der chemischen Fabrik von Trommsdorff bezogen war:

		R	M
Nr. 1	$\delta = 0{,}25$	$+0{,}582$	4720
		646	7500
Nr. 2	$\delta = 0{,}263$	$+0{,}528$	2800
		535	8700

Da wir Ursache hatten, zu vermuthen, dass das untersuchte Präparat durch Beimengungen stark verunreinigt war, da es aber dennoch ein verhältnismässig bedeutendes Drehungsvermögen zeigte, schien es uns von Wichtigkeit, die Versuche mit chemisch reinem Tellur zu wiederholen; solches wurde uns von Herrn Prof. v. Pebal freundlichst zur Verfügung gestellt. Es zeigte sich in der That der Effect hier in ganz ungewöhnlicher Stärke und übertraf den des Wismuths bei Weitem.

Wir fanden für zwei Platten Nr. 3 und 4, deren geometrische Gestalt allerdings viel zu wünschen übrig liess, folgende Werthe, die wir jedoch nur als vorläufige bezeichnen wollen:

Nr. 3	$\delta = 0{,}196$	$R = +532$	$M = 8280$
Nr. 4	$\delta = 0{,}198$	$R = +470$	$M = 3450$
		469	6435

1) Seither wiederholt ausgeführte Bestimmungen von R mit derselben Platte bestätigen vollständig die oben angeführte Reihe; andere Platten, aus demselben Wismuth hergestellt, ergeben jedoch kleinere Werthe, nämlich $R = 8{,}8$ bis $4{,}0$ entsprechend resp. den Feldstärken $M = 1000$ und 10000 (Anm. bei der Correctur).

Wir haben mit diesen Platten eine grosse Zahl von Messungen ausgeführt, doch ist die Mehrzahl derselben, wie sich nachträglich herausstellte, wahrscheinlich aus dem Grunde unbrauchbar, weil der Primärstrom die Platten sehr bedeutend erwärmte; wie einige flüchtige Versuche zeigten, nimmt das Drehungsvermögen des Tellurs mit steigender Temperatur ab.

Zur Beurtheilung des Einflusses, den die Intensität des Primärstromes J auf das Resultat hat, möge eine Versuchsreihe kurz mitgetheilt werden, bei welcher J variirt wurde.

Nr. 3. $M = 8280$

J (*cgs*) $= 0{,}0176$	$R = +532$
396	509
666	375
1098	96

In der Leitung des Galvanometers (dickdrahtige Rollen) waren gegen 1000 S. E. als Ballastwiderstand eingeschaltet.

Bleibt die Stärke des Primärstromes unterhalb gewisser Grenzen, so ergibt sich R völlig unabhängig von J.

So fand sich für Nr. 4, $M = 3450$

$J = 0{,}0072$	$R = +469$
140	471

Es ist daher wohl unbedingt erforderlich, bei messenden Versuchen nur sehr schwache Ströme zu benutzen und die Platten in ein Wasserbad zu bringen. Gleichwohl können wir so viel aus unseren Versuchen mit ziemlicher Sicherheit erschliessen, dass beim Tellur das Drehungsvermögen mit wachsender Feldintensität, innerhalb der bisher angewendeten Stärken, wenig oder gar nicht abnimmt.

Wir haben auch beim Tellur mit Erfolg versucht, den transversalen Effect bei der Entladung des mit der Elektrisirmaschine geladenen Glimmerblätter-Condensators zu erhalten. Die Luftstrecke zwischen den Kugeln des Funkenmikrometers war etwas grösser als bei den Versuchen mit Wismuth (etwa 0,04 cm). Es zeigte sich hier schon ohne Erregung des Magnetfeldes eine Wirkung des Entladungsschlages auf das Galvanometer, sie rührte davon her, dass die Hall-Elektroden nicht auf einer äquipotentialen Linie lagen.

Die Wirkung war aber merklich stärker oder schwächer bei Erregung des Feldes, je nach der Richtung des erregenden Stromes. Dem Sinne und der Grössenordnung nach war das Ergebnis dieser Versuche mit jenem übereinstimmend, welches wir bei Anwendung der stationären Ströme erhielten. Ausserdem trat nach jeder Entladung eine Ausweichung der Nadel auf, welche sich nicht mit der Richtung des Entladungsschlages oder mit dem Felde commutirte und allmählich verschwand, daher offenbar einer thermoelektrischen Erscheinung zuzuschreiben war.

Kohle.

Aus einem Stück dichter Kohle (von einem Bunsen'schen Elemente) wurde eine Platte herausgeschnitten und durch Befeilen auf etwa 1 mm Dicke gebracht. Die Ränder, wo der Primärstrom ein- und austrat, wie auch die Enden der Kreuzesarme waren elektrolytisch verkupfert und dann die Drähte angelöthet.

$\delta = 0{,}108$	$R = -0{,}172$	$M = 4380$
	171	7390
	176	11160

Auch hier ist wie bei Tellur keine Abnahme des R mit wachsendem M ersichtlich.

Aus den mitgetheilten Resultaten geht hervor, dass der von Hall als Drehungsvermögen bezeichnete Ausdruck bei den meisten der untersuchten Substanzen mit wachsender Scheidekraft bedeutend abnimmt. Am auffallendsten ist die Abnahme bei Wismuth Nr. 3, wo der Werth für R fast auf den vierten Theil sinkt, wenn die Scheidekraft von etwa 1000 bis 16000 steigt; bei Nickel Nr. 2 sinkt R auf $^1/_3$ seines Werthes bei einer etwa gleichen Steigerung der Feldstärke. Sehr bemerklich ist die Abnahme auch beim Cobalt, weniger stark, aber die Beobachtungsfehler jedenfalls übersteigend, ist sie bei Eisen, Stahl und wohl auch bei Antimon, dagegen ist sie nicht mit Sicherheit nachweisbar bei Kohle und Tellur; desgleichen scheint sie bei manchen Substanzen, welche verhältnismässig nur geringes Drehungsvermögen besitzen, wie Gold, Palladium, Cadmium, nicht oder nur in sehr geringem Grade vorhanden zu sein. Bemerkenswerth ist ferner ein geringes Ansteigen der Werthe von R bis zu einer gewissen Feldstärke, wie dies bei Cobalt, Eisen, Wismuth, vielleicht auch bei Antimon sich zeigt. Es ist hier der Verlauf im allgemeinen ein ähnlicher, wie jener der Magnetisirungszahl des Eisens.

Mit Ausnahme des Wismuths erfolgt bei allen untersuchten Substanzen innerhalb der Grenzen, welche wir den Feldstärken zu geben im Stande waren, die Abnahme von R weniger schnell als M wächst; bei Wismuth dagegen tritt der Fall ein, dass der Effect, gemessen durch RM, für sehr grosse M sogar kleiner wird. Die Annahme, zu der wir ursprünglich hinneigten, dass dieses Verhalten eine Folge von

Beimengungen sein könnte, scheint ausgeschlossen, da sich auch bei dem reinen Wismuth Nr. 6, welches Herr Dr. Cl. Winkler uns hergestellt hat, dieselbe Abnahme des Effectes ergeben hat. Wir müssen uns vorläufig mit der Feststellung dieser Thatsache begnügen.

Was die numerischen Werthe des R betrifft, so fällt vor allem die exceptionelle Stellung auf, welche Tellur einnimmt. Wie die Beobachtungen ergaben, ist R für Tellur etwa 50 mal so gross als der grösste Werth, der für reines Wismuth gefunden wurde.

Geordnet nach der Grösse der Werthe R ist die Aufeinanderfolge der Substanzen: Tellur +, Wismuth —, Antimon +, Kohle —, Nickel —, (Stahl) Eisen +, Cobalt +; es folgt nun in der Reihe: Natrium —, dann Palladium —, Magnesium —, Silber —, Gold —, Cadmium + etc.

Eine Beziehung zwischen dem magnetischen resp. diamagnetischen Verhalten und dem Vorzeichen von R ist nicht vorhanden, dagegen scheint es uns sehr wahrscheinlich, dass die Stärke des transversalen Effectes mit der thermoelektrischen Stellung der Substanzen in nahem Zusammenhange stehe; doch müssen erst weitere Beobachtungen, als uns bisher anzustellen möglich war, darüber sichere Entscheidung bringen.

Welch' beträchtlichen Einfluss die Reinheit der Substanz auf R hat, zeigen die Zahlenwerthe, welche wir z. B. für Antimon Nr. 1 und Nr. 2 erhalten haben; jedenfalls war Nr. 1 weit weniger mit fremden Substanzen verunreinigt. Aehnlich ist es bei Cobalt Nr. 1 und Nr. 2; hier war, wie schon oben erwähnt, Nr. 1 sehr stark eisenhältig.

Von den beiden Eisenplatten zeigt Nr. 1 aus dem reinen weichen Eisen bedeutend grösseres R, als die käufliche Platte Nr. 2. Weniger bedeutend sind die Unterschiede bei den beiden Nickelblechen; dagegen ist R für die gewalzte Zinkplatte Nr. 2 mehr als doppelt so gross, als für die aus chemisch reinem Zink hergestellte Platte Nr. 3; das unter Nr. 1 und Nr. 2 angeführte (von Trommsdorff bezogene) Tellur gibt R etwa 0,5, während das reine Tellur (Nr. 3 und 4) R nahe = 500 liefert. Endlich zeigen auch die verschiedenen Wismuthproben beträchtliche Abweichungen der Drehungsvermögen (vgl. Nr. 4 und 6).

Bei der grossen Verschiedenheit, welche sich für die Werthe von R, je nach der Reinheit des Materials (vielleicht auch je nach der Art der Herstellung der Platten) ergibt, ist natürlich eine Uebereinstimmung der von uns gefundenen Werthe mit jenen, welche Hall angibt, von vornherein nicht zu erwarten. Ausserdem aber sind Hall's Zahlen (vielleicht infolge einer Verwechslung der absoluten Widerstandseinheit mit dem Ohm) um den Factor 10^9 zu klein.

In der folgenden Tabelle sind die grössten von uns beobachteten Werthe von R für diejenigen Proben der einzelnen Substanzen, die wir für die reinsten halten, zusammengestellt und daneben für jene Metalle, welche schon Hall untersuchte, die von ihm gefundenen Werthe (mit Berücksichtigung des oben erwähnten Factors 10^9) angeführt.

		Hall
Tellur	+530	—
Wismuth . . .	— 10,1	—8,58
Antimon . . .	+ 0,192	+0,114
Kohle	— 0,176	—
Nickel	— 0,0242	—0,0147
Stahl	+ 0,0175	+0,0330 hart +0,0121 weich
Eisen	+ 0,0113	+0,00785
Cobalt	+ 0,00459	+0,00246
Natrium . . .	— 0,0025	—
Palladium . .	— 0,00115	—
Magnesium . .	— 0,00094	—0,0035
Silber	— 0,00083	—0,00086
Gold	— 0,00071	—0,00066
Cadmium . . .	+ 0,00055	—
Kupfer . . .	— 0,00052	—0,00052
Zink	+ 0,00041	+0,00082
Neusilber . . .	— 0,00053	—
Aluminium . .	— 0,00038	—0,0037
Platin	— 0,00024	—0,00024
Blei	+ 0,00009	0
Zinn	— 0,00004	—0,00002

Die Zahlen gelten für Zimmertemperatur (Hall's Zahlen für 20° C.).

Auch aus Leduc's Beobachtungen[1]) ergeben sich für Wismuth bei einigen Feldstärken Werthe für R; dieselben zeigen deutlich die Abnahme mit zunehmendem M; so ist für $M = 610$ und 1162 R

1) C. R. Bd 98 S. 673 (1881) Nach einer Beobachtung von Righi (Vergleich von Wismuth mit Gold) ist $R = -4{,}35$.

resp. —4,56 und —4,24. In einer neuen Mittheilung[1]) gibt Leduc eine Formel, welche innerhalb gewisser Grenzen den Winkel zu berechnen gestattet, um welchen die Aequipotentiallinien in einer Wismuthplatte im magnetischen Felde gedreht werden; nach dieser folgt für schwächere Scheidekräfte = 2,6.

Das Hall'sche Phänomen lässt sich entweder auffassen als eine Wirkung des Magnets auf die bewegte Elektricität[2]), oder als eine Wirkung auf den Leiter selbst. Letztere Ansicht hat Hopkinson[3]), sich stützend auf die allgemeinen Gleichungen für die Elektricitätsbewegung in einem Leiter, wie sie von Maxwell[4]) aufgestellt wurden, ausgesprochen. Infolge dieser Wirkung wird der Leitungswiderstand nach verschiedenen Richtungen in der Platte verschieden, oder es ändern sich die Widerstandscoefficienten, je nach der Richtung des magnetischen Feldes. Hiernach bringt der Magnetismus solche Veränderungen in den vom Strome durchflossenen Platten hervor, dass dieselben eine eigenthümliche Beschaffenheit annehmen (vermöge welcher die Stromlinien gedreht werden), wie sich dieselbe auch bei durchsichtigen Körpern dem Lichte gegenüber manifestirt. Dieser Erklärung schliessen sich mehrere Physiker an[5]).

Völlig abweichend hiervon sucht Shelford Bidwell[6]) das Phänomen aus der ungleichen Erwärmung der einzelnen Theile der Platte infolge der Deformation derselben im Vereine mit Peltier'schen Effecten zu erklären. Bidwell wurde zu dieser Annahme durch die Uebereinstimmung geführt, welche bei verschiedenen Metallen die Richtung des durch vereinte Wirkung von Zug und Erwärmung entstehenden galvanischen Stromes mit dem Sinne des durch magnetische Kräfte hervorgebrachten Effectes zeigt; Einwände dagegen sind jedoch von mehreren Seiten erhoben worden[7]).

---

1) C. R. Bd. 102 S. 358 (1886). Leduc drückt die Deviation bei der Temperatur t aus durch $D = kM\,(1 - AM + \ldots)\,(1 + Pt - \ldots)$, wo $k = 158{,}10^{-7}$ $A = 882{,}10^{-7}$, $P = 844{,}10^{-5}$. Nun ist $R = \frac{\sigma D}{M}$, wo σ der specifische Widerstand des Wismuths; nimmt man $\sigma = 1{,}42 \cdot 10^{5}$, so folgt für $t = 20^{0}$ $R = 2{,}62\,(1 - AM + \ldots)$ Die Formel Leduc's gibt mit wachsendem M ein stetiges Ansteigen der Grösse $R \cdot M$.

2) Boltzmann, Wiener ak. Anz. 1880 Nr. II Beibl. 4 S. 408.

3) Phil. Mag. (5) 10 S. 430 (1880); Beibl. 5 S. 746.

4) Elektr. und Magn., deutsch von Weinstein Bd. 1 S. 438.

5) Roiti, Righi, Exner's Rep. Bd. 19 S. 347 (1883) und Bd. 20 S. 825 (1884); auch Hall, Phil. Mag. (5) Bd. 17 S. 157 (1881) Leduc, l. c.

6) Phil. Mag. (5) Bd. 17 S. 249 (1884). Beibl. Bd. 8 S. 660.

7) Hall, Telegrafic Journal etc. Beibl. Bd. 8 S. 873 Phil. Mag. (5) Bd. 19 S. 449. Righi, Journal de phys. 2e série t. III p. 538. Beibl. 9 S. 184.

Auch die Resultate unserer Experimente sprechen gegen Bidwell's Erklärung. Insbesondere scheinen uns folgende Thatsachen mit derselben unvereinbar zu sein: das Auftreten der transversalen elektromotorischen Kraft in einer halbkreisförmigen Platte, wo die derivirten Elektroden beiderseits äquidistant vom Centrum auf einem Durchmesser liegen, sowie in der aufgeschlitzten Kreisplatte, wo dieselben auf gegenüberliegenden Stellen des Schlitzes sich befinden; das Vorhandensein des Effectes in einer Goldschichte, welche auf Glas eingebrannt ist und die Uebereinstimmung des dabei erhaltenen Werthes mit den bei den übrigen Goldplatten erhaltenen; die Abnahme, welche der Effect beim Wismuth zeigt, wenn die Intensität des Feldes eine gewisse Grenze übersteigt; die unzweifelhafte Existenz des Effectes bei Entladung eines Ansammlungsapparates durch die Platte, selbst in dem Falle, wo die Entladung in Funkenform vor sich geht; endlich der Satz von der Vertauschbarkeit der Elektroden, welcher sich in allen Fällen bestätigt gefunden hat.

Ohne über die Ursache der transversalen elektromotorischen Kraft eine Voraussetzung zu machen, hat Boltzmann[1]) aus den allgemeinen Gleichungen für die Elektricitätsbewegung in einer rechteckigen Platte, welche sich senkrecht gegen die magnetischen Kraftlinien in einem Felde befindet, unter Rücksichtnahme auf die Hall'sche Wirkung eine bemerkenswerthe Consequenz abgeleitet.

Die Platte habe an den beiden kürzeren Seiten die Zu- und Ableitungen des Primärstromes, während die längeren Seiten mit zahlreichen Hall-Elektroden versehen seien, wovon je zwei vis-à-vis liegende mit einander leitend verbunden werden können. Heisst $\varkappa$ die specifische Leitungsfähigkeit des Materials, so ist der Widerstand S der Platte für den Primärstrom $S = \frac{\lambda}{\varkappa \beta \delta}$, falls die vis-à-vis liegenden Hall-Elektroden nicht mit einander verbunden sind. Bringt man die Platte ins magnetische Feld M, so tritt keine Veränderung des Widerstandes infolge des Hall'schen Phänomens ein; sobald man aber die derivirten Ströme zu Stande kommen lässt, die vis-à-vis liegenden Elektroden je mit einander verbindet, ergibt sich eine Widerstandszunahme, deren Werth dem Quadrate von $R \varkappa M$ proportional ist.

Wir haben dieses Resultat an der dünnen Wismuthplatte Nr. 3 qualitativ bestätigt gefunden. Bekanntlich zeigt Wismuth im magnetischen Felde eine bedeutende Zunahme des Widerstandes, auch ohne

1) Wiener akad. Anz. Nr. 10 (1886); s. auch Lorentz, Arch. Neerl. Bd. 19 S. 123; Beibl. Bd. 8 S. 869.

dass in der Platte ein Hall-Strom zu Stande kommt[1]). Wir stellten den [illegible] in der Weise an, dass wir die Potentialdifferenz an den Enden A und B der [illegible] untersuchenden Platte maassen und die Aenderung [illegible] beobachteten, welche eintrat, wenn die Drähte der beiden Hall-Elektroden a und b mit einander in Contact gebracht wurden. Befand sich das Wismuth ausserhalb des Feldes, so konnte keine Widerstandsveränderung bemerkt werden, mochten die Hall-Elektroden mit einander leitend verbunden sein oder nicht. War das Wismuth ins magnetische Feld gebracht, so zeigte sich infolge der vom Hall-Effect [illegible] Widerstandsvermehrung die Potentialdifferenz zwischen A und B merklich grösser; sobald man nun a und b leitend mit einander in Verbindung setzte, also den deviirten Strom zu Stande kommen liess, trat eine Vergrösserung des Ausschlages der Galvanometernadel ein, also in der That eine Vermehrung des Widerstandes. Dieselbe war allerdings sehr gering und betrug nur etwa $\frac{1}{1000}$ des ursprünglichen Widerstandes.

Wir fühlen uns verpflichtet, den Herren Prof. L. v. Pebal, H. Schwarz in Graz und A. Schuller in Budapest, sowie den Herren: Oberbergrath Dr. Cl. Winkler in Freiberg und A. Anderssohn in Breslau, welche uns bei Beschaffung der Materialien in zuvorkommender Weise unterstützten, endlich Herrn Gutsbesitzer K. v. Taund, welcher die Güte hatte, einige dünne Metallplatten für uns herzustellen, an dieser Stelle unseren herzlichen Dank auszusprechen.

Nachtrag.

Prof. Boltzmann, dem wir den experimentell gefundenen Satz der Gleichheit des Effectes bei Vertauschung der Primär- und Hall-Elektroden mittheilten, berechnete kürzlich die transversale elektromotorische Kraft für den Fall, dass die punktförmigen Elektroden auf einer kreisförmigen Platte vom Radius r beliebig gelegen sind. Heissen D_1 und D_2 die Distanzen der Primär-Elektroden vom Centrum, d_1 und d_2 die Distanzen der Hall-Elektroden, bedeutet ferner (Dd) den Winkel zwischen den Radienvectoren je einer Primär- und einer Hall-Elektrode, so ist die durch den Hall-Effect erzeugte elektromotorische Kraft — abgesehen von einem Gliede, welches verschwindet, sowohl wenn eines der Elektrodenpaare am Rande der Platte liegt,

1) Righi, Journ. de Phys. 2e série vol. III p. 355 (1884). Beibl. Bd. 8 S. 858. Hurion, C. R. vol. XCVIII p. 1257 (1884). Beibl. Bd. 8 S. 659. Diese Widerstandszunahme im magnetischen Felde zeigt auch ein dünner, durch Pressen erhaltener Wismuthdraht.

als auch, wenn der Rand und ein Elektrodenpaar gegen die Verbindungslinie des anderen symmetrisch liegen — durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$e = \frac{MRJ}{\pi\delta}\left[\operatorname{arctg}\frac{D_1 d_1 \sin(D_1 d_1)}{r^2 - D_1 d_1 \cos(D_1 d_1)} + \operatorname{arctg}\frac{D_2 d_1 \sin D_2 d_1}{r^2 - D_2 d_1 \cos(D_2 d_1)} -\right.$$

$$\left. - \operatorname{arctg}\frac{D_1 d_2 \sin(D_1 d_2)}{r^2 - D_1 d_2 \cos(D_1 d_2)} - \operatorname{arctg}\frac{D_2 d_2 \sin(D_2 d_2)}{r^2 - D_2 d_2 \cos(D_2 d_2)}\right],$$

wobei die Winkel $(D_1 d_1)$, . . . $(D_2 d_2)$ von D_1 resp. D_2 gegen d_1 resp. d_2 von 0 bis π zu zählen sind. Für eine Substanz mit positivem Drehungsvermögen, wie Eisen, ist der Winkel (Dd) mit dem Zeichen der durch die betreffende Primärelektrode in die Platte einströmenden Elektricität zu versehen, wenn die Richtung von D durch eine Drehung im Sinne der Ampère'schen Ströme des Magnetfeldes am kürzesten Wege in die Richtung von d übergeht, sonst mit entgegengesetztem; der Absolutwerth des arctg muss immer zwischen 0 und $\pi/2$ liegen und das Zeichen ist dasselbe, welches der Winkel (Dd) hat. Fällt e positiv aus, so fliesst der derivirte Strom von der Elektrode, welcher d_1 entspricht, zur anderen.

Man ersieht aus dieser Formel in der That, dass sich der Werth von e nicht ändert, wenn die Primär- und Hall-Elektroden mit einander vertauscht werden.

Bezeichnet man die Grösse $\frac{e\delta}{JM}$ als den „reducirten Hall-Effect" H, so ist π, gebrochen durch den in der Formel eingeklammerten Ausdruck, der Coefficient K, mit welchen man den reducirten Effect multipliciren muss, um bei der gegebenen Platte und Lage der Elektroden R zu erhalten. Dieser Coefficient ist für kreisförmige Platten immer gleich Eins, wenn die Primär- und Hall-Elektroden an der Peripherie alternirend liegen und es folgt aus dem Abbildungsprincipe, dass er unter denselben Bedingungen auch für gleichmässig dicke Platten von beliebig anderer Begrenzungslinie gleich Eins sein muss (die Elektroden dabei stets punktförmig vorausgesetzt). Liegen die Primär- und Hall-Elektroden an der Peripherie der Kreisplatte, jedoch nicht alternirend, so ist der Ausdruck in der Klammer gleich Null und es verschwindet der Hall-Effect; auch dies gilt für jede beliebig begrenzte Platte im Falle punktförmiger Elektroden.

Zur Prüfung der obigen Formel wurde eine Reihe von Versuchen mit einer kreisförmigen Wismuthplatte (Radius $r = 2{,}49$, $\delta = 0{,}032$ cm) angestellt, wobei den Primär- und Hall-Elektroden verschiedene Lagen auf der Platte gegeben waren. Bei jeder Lage beobachtete man den Effect für zwei Feldstärken M und berechnete daraus R nach der Formel. In allen angeführten Fällen lässt sich, wie wir uns noch zum Ueberfluss überzeugten, die Vertauschung der Primär- und Hall-Elektroden ohne Aenderung des Effectes vornehmen. Die Buchstaben

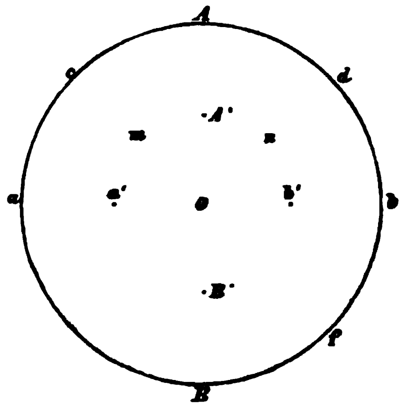


Fig. 8.

in der nachfolgenden Tabelle bedeuten die Lage der Elektroden in Fig. 8; (in A, B, a, b, c, d und f sind die Elektroden an der Randfläche der Platte befestigt). Unter K ist der Coefficient in der Gleichung $R = KH$ verstanden.

Nr.	Elektroden		K	M	R
	Primär-	Hall-			
1	A, B	a, b	1	3130	6,74
				5980	5,94
2	A, B	c, d	1	3040	6,80
				5890	5,92
3	A, B	c, f	1	3040	6,79
				5890	5,89
4	A, B	a', b'	1,694	3080	7,05
				5910	6,19
5	A, B	m, n	2,077	3040	7,17
				5890	6,23
6	A', B'	a', b'	3,206	3080	7,01
				5910	6,27
7	A, B	d, f	∞	3060	—
				5900	—

Die Elektroden a', b', m und n hatten eine Entfernung vom Plattencentrum O, welche sehr nahe $= \frac{r}{2}$ war; ebenso war

$$A'O = B'O = \frac{r}{2}.$$

Die Kreisplatte wurde dann zerschnitten und eine rechteckige Platte der gewöhnlichen Kreuzform daraus gefertigt; für diese Platte war $\lambda = 4{,}6$, $\beta = 1{,}8$ cm, die Primär-Elektroden waren längs der kurzen Seiten angelöthet. Es fand sich nun für

$$M = 3060 \qquad R = 6{,}80$$
$$5860 \qquad 6{,}00$$

Vergleicht man die nach Boltzmann's Formel aus den Versuchen mit der Kreisplatte sich ergebenden Werthe R mit den soeben für die rechteckige gefundenen, so ist bei Nr. 1, 2 und 3, wo die Elektroden sämmtlich an der Peripherie lagen, die Uebereinstimmung eine geradezu überraschende zu nennen. Die Werthe bei Nr. 4, 5 und 6 sind etwas zu gross gegenüber jenen, welche die Kreuzplatte gibt, was sich aber wohl aus Unhomogenitäten der Platte, kleinen Abweichungen in der Dicke etc. erklären lässt. Das die Platte nicht ganz homogen war, zeigte sich beim Zerschneiden, indem dieselbe an einigen Stellen sich mit einer feinen Laubsäge sehr gut sägen liess, an anderen Stellen aber selbst bei grosser Vorsicht ausbröckelte; auch die Betrachtung der Bruchflächen mit der Lupe liess die Verschiedenartigkeit des metallischen Gefüges der einzelnen Partien der Platte recht deutlich erkennen.

Nr. 7 entspricht einer Lage der Elektroden auf der Peripherie der Kreisplatte, wo der Effect nach der Formel gleich Null sein soll; die Beobachtung ergab aber auch hier eine geringe Wirkung (etwa $^1/_{20}$ von jener bei Nr. 1, 2 oder 3; dies dürfte sich ebenfalls durch die erwähnten Unvollkommenheiten der Platte erklären.

Bei Nr. 3 und 7 war es nöthig, weil die Hall-Elektroden nicht auf einer äquipotentialen Linie liegen, die schon ohne Erregung des Feldes vorhandene Potentialdifferenz zu compensiren; für beide Richtungen des magnetisirenden Stromes erhält man die Ausweichungen der Galvanometernadel nach derselben Seite der Scala, aber von ungleicher Grösse, was durch die Widerstandsänderungen des Wismuths im Magnetfeld erklärlich wird.

Liegt eine (Primär- oder Hall-) Elektrode im Centrum der Platte, die ihr zugehörige an der Pheripherie, während die beiden anderen Elektroden ebenfalls an der Peripherie sich befinden, so ist nach der

Formel der Effect halb so gross, als wenn alle vier Elektroden an der Peripherie (alternirend) liegen. Auch dies hat sich bestätigt, indem bei einem Versuche *a* und *b* als Hall-Elektroden dienten, dagegen *A* und *O* oder *B* und *O* Primär-Elektroden waren. Der transversale Effect war im Mittel genau halb so gross, als im Falle 1.

Endlich wurde noch geprüft, ob man bei einer Platte mit alternirenden punktförmigen Rand-Elektroden den Hall-Effect in der That gleich stark erhält, wie mit einer rechteckigen Kreuzplatte deren Länge im Vergleich zur Breite hinreichend gross ist, deren Primär-Elektroden längs der kurzen Seiten des Rechtecks befestigt und deren Hall-Elektroden mit den Kreuzesarmen verbunden sind. Es wurde dazu eine kreuzförmige Wismuthplatte $\lambda = 3,1$, $\beta = 1,0$ cm verwendet und der Effect zunächst in der gewöhnlichen Weise bestimmt. Sodann wurden die Elektroden abgenommen und nun vier punktförmige Elektroden an der Randfläche, zwei an diagonal liegenden Ecken, zwei an den langen Seiten des Rechtecks angelöthet, so dass die Verbindungslinie der letzteren Elektroden ungefähr auf der die erstgenannten verbindenden Diagonale senkrecht war. Das erste Paar stellte die Primär-, das zweite die Hall-Elektroden vor oder umgekehrt. Der Effect war (bis auf etwa 1%) gleich gross, wie ihn die in der gewöhnlichen Art (nach Hall) hergerichtete Kreuzplatte lieferte.

Es genügt somit, um den vollen Effect zu erhalten, vier punktförmige Elektroden an beliebigen Stellen des Plattenrandes anzubringen und dieselben alternirend als Primär- und Hall-Elektroden zu verwenden; im Uebrigen ist die Gestalt der Platte wenn nur die Dicke eine gleichförmige ist, ohne Einfluss. Dieser Satz war uns noch nicht bekannt, als wir die Messungen von *R* für die verschiedenen Substanzen machten; deshalb sind alle unsere Versuche, wie an betreffender Stelle erwähnt, mit kreuzförmig gestalteten Platten und ausgedehnten Primär-Elektroden angestellt worden.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 30. November 1886.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Der Vorsitzende gibt Namens des am 16. November eingesetzten Comités die Erklärung ab, dass dieses mit Rücksicht auf die gesetzlichen Bestimmungen und die statuarisch festgesetzte Verwendung des Vereinsvermögens nicht in der Lage sei, der Gesellschaft die Ergreifung des Recurses gegen die ihr vorgeschriebene Steuer zu empfehlen.

Hierauf werden die angekündigten Vorträge gehalten und zwar von Herrn Major v. Obermayer: „Ueber die Wirkung der elektrischen Entladungen aus Spitzen auf Staub und Rauch" und von Herrn Prof. J. Seegen: „Ueber das Material, aus welchem der Thierkörper Zucker zu bilden vermag".

Als neue Mitglieder werden aufgenommen die Herren k. k. Hauptmann Karl Porges und Dr. Maximilian Sternberg.

Wien, 14. December 1886.

Der Secretär.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Licht und Farbe.

Gemeinfassliche Darstellung der Optik

von Prof. Dr. Fr. Jos. Pisko.

Auszug aus dem Inhalt: *I. Optische Bilder Licht- u. Schattenbilder. Ebener Spiegel. Krummspiegel. Linsen. Farbige Bilder etc. — II. Das Sehen. — III. Optische Instrumente. Stereoskop. Fernrohr. Mikroskop. Farbenlehre und ihre Anwendung. Spectrum und Spectralanalyse. Photographie. Stärke und Geschwindigkeit des Lichtes etc.*

Zweite Auflage. 1876. 8. 560 Seiten Text mit 148 Holzschn. Geh. 6 M., eleg. in Gnzlnwd. geb. 7,20 M.

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Wind und Wetter.

Gemeinfassliche Darstellung der Meteorologie

von Dr. E. Lommel.

Auszug a. d. Inhalt: *I. Sonnenstrahlung, mit 28 Unterabtheilungen. — II. Die Winde, mit 15 Unterabtheilungen. — III. Meeresströme, mit 5 Unterabtheilungen. — IV. Klima, mit 10 Unterabtheilungen. — V. Die elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre, mit 10 Unterabtheilungen — VI. Lichterscheinungen der Atmosphäre, mit 8 Unterabtheilungen.*

Zweite Auflage. 1880. 8. 346 S. m. 66 Holzschn. Geh. 3 M., in Ganzleinwand geb. 4 M.

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Die Erhaltung der Energie als Grundlage der neueren Physik.

212 Seiten mit 65 Holzschn. Preis brosch. 3 M., geb. 4 M.

Von **Dr. G. Krebs.**

Inhalt. Die Veränderungen in der Natur. — Kraft und Masse. — Die Umsetzung der endlichen Bewegungen. — Der Begriff der Arbeit und der Energie. — Die Schallschwingungen. — Die Umsetzung kinetischer Energie in calorische und das mechanische Aequivalent der Wärme. — Die innere Constitution und die drei Aggregatzustände der Körper. — Fortpflanzung der Wärme und des Lichts. — Identität von Licht und Wärme. — Elektricität und Magnetismus. — Die Zerstreuung der Energie.

Die elektrischen

NATURKRAEFTE,

der Magnetismus, die Elektricität und der galvanische Strom mit ihren hauptsächlichsten Anwendungen.

Inhalt. Der Magnetismus. — Die elektrischen Fundamentalerscheinungen. — Der Blitz u. die Blitzableiter. — Der galvanische Strom. — Die Telegraphie. — Inductionsströme u. Inductionsapparate. — Das elektrische Licht. — Der Elektromagnetismus als Triebkraft. — Die Galvanoplastik. — Elektr. Zündungen.

Gemeinfasslich dargestellt von

Dr. Ph. Carl,

Professor an der kgl. Kriegsakademie in München.

Zweite Auflage. 1879. 8. 276 Seiten Text mit 113 Holzschn. Geh. 3 M., eleg. in Gnzlnwd. geb. 4 M.

Im Verlag von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Der vierte Jahrgang 1887

des

Kalender für Elektrotechniker.

Herausgegeben von

F. Uppenborn.

In schwarzes Leder elegant gebunden in Brieftaschenform Preis 4 M.

Der vorliegende Jahrgang wurde in einigen Theilen einer gründlichen Umarbeitung unterzogen. Eine grössere Zahl von Tabellen sind neu berechnet, andere nachgerechnet und nach den neuesten Werthen corrigirt. Die elektrischen Messmethoden haben wiederum Zusätze erhalten. In dem Capitel „Elektrochemie“ erschienen diesmal zuerst die Accumulatoren, bearbeitet von **J. Zacharias.** Die Bearbeitung des elektrometallurgischen Theiles hatte Herr Dr. **Kiliani** die Güte zu übernehmen. Ferner ist ganz neu aufgenommen ein Artikel über Blitzableiter.

Der aus der Praxis heraus entstandene und für die Praxis bestimmte Fachkalender wird in seinem neuen aufs sorgfältigste berichtigten und ergänzten Jahrgang seine Aufgabe in erhöhtem Maasse erfüllen, ein praktisches Hilfsmittel allen Denen zu sein, die in der Elektrotechnik thätig sind.

[illegible]

Bezeichnung der Firma		Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., [illegible]	[illegible]	Fabrik [illegible] Maschinen für [illegible]
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., [illegible] 40	[illegible]	Physikal. und chem. [illegible] Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

[illegible] gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

[illegible] R. Oldenbourg [illegible] München [illegible]

Hülfstafeln für barometrische Höhenmessungen

[illegible]

von

Ludwig Neumeyer.

[illegible]

Supplement zu Carl's [illegible] Bd. 13. *Preis M. 4. 50.*

DREHBÄNKE

[illegible]

J. G. [illegible]

[illegible]

[illegible]

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und [illegible] Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate**, sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit Töpler'scher **Dämpfung.** (21a 2)

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

, Ц.28,

XXIII. Band. 3. Heft.

HARVARD COLLEGE
MAY 11 1887
LIBRARY.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

D^R F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 3. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

Das Mechanische Atelier

von **F. MILLER** in **Innsbruck**

hält vorräthig und verfertigt auf Bestellung

physikalische und mathematische Instrumente,

vorzüglich die von Prof. Dr. Pfaundler neu construirten und verbesserten Apparate.
Specialität: Spektrometer (optischer Theodolit), Spektralapparate, Cathetometer, Luftthermometer, Apparate zur Bestimmung der Wärmecapacität von Flüssigkeiten und Apparate zur Darstellung der Figuren von Lissajeus, Galvanometer, Taschentheodolite von aussergewöhnlich kleiner Form. (2/3)

Sorgfältige Ausführung bei möglichst niederen Preisen wird zugesichert.

MEYERS VOLKSBÜCHER bringen das Beste aller Litteraturen in mustergültiger Bearbeitung, in vornehmer Gestalt und zu beispiellos billigem Preis. **10 Pf.** jede Nummer

Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig.

Prospekte gratis in allen Buchhandlungen.

= Soeben erscheinen: =

Heinrich Heines

sämtliche Werke.

Mit Einleitungen, erläuternden Anmerkungen und Verzeichnissen sämtlicher Lesarten.

Von Dr. **Ernst Elster.**

= **36 Hefte von je 5 Bogen Text à 30 Pfennig.** =

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/3

S. SCHUCKERT. Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15a/3)

HARVARD COLLEGE
MAY 11 1887
LIBRARY.

Photometrische Untersuchungen über die innere Diffusion des Lichtes[1]).

Von

O. Chwolson.

Im physikalischen Cabinet der Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg habe ich, infolge einer Anregung des Herrn Directors H. Wild, eine experimentelle Untersuchung über die innere Diffusion des Lichtes begonnen. Der Hauptzweck der von mir bisher ausgeführten Arbeiten war — die besten Beobachtungsmethoden aufzusuchen und in diesem noch wenig bearbeiteten Gebiete gewissermaassen mich zu orientiren. Die Ergebnisse dieser vorläufigen Arbeit werden in dem Nachfolgenden auseinandergesetzt.

Ausser den gewöhnlich als durchsichtig oder undurchsichtig bezeichneten Körpern gibt es noch eine, gewissermaassen die Mitte haltende Gruppe von Körpern, in welchen eine innere Diffusion des Lichtes stattfindet. Es sind dies die „trüben“ Medien, welche in Göthe's Farbenlehre eine so hervorragende Rolle spielten. Sie können in gewissem Sinne in zwei Gruppen getheilt werden, wobei jedoch ein und dasselbe Medium je nach der Dicke der durchstrahlten Schicht zu der einen oder der anderen Gruppe gehören würde. Durch gewisse trübe Medien lassen sich die Contouren selbst äusserst intensiver Lichtquellen nicht unterscheiden, auch nicht für den Fall, dass die Oberflächen der durchstrahlten Schichten polirt sind. Wir wollen diese Körper als durchscheinende bezeichnen; hierher gehört z. B. Milchglas in nicht zu dünnen Schichten. Durch andere Medien lassen sich aber die Contouren hellleuchtender Körper wohl unterscheiden, wenn auch nebenbei eine innere Diffusion des Lichtes stattfindet; wir wollen diese Körper als halbdurchsichtige bezeichnen. Hierher gehören gewisse trübe Glassorten, die obige Eigenschaft selbst bei bedeutender Dicke zeigen und äusserst dünne Schichten Milchglas. Bisher sind es nur feste Körper, in denen innere Lichtdiffusion stattfindet, die von mir untersucht worden. Es wird interessant sein, die Untersuchung auf

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bull. de l'Acad. St. Petersbourg XXXI 1886.

Flüssigkeiten auszudehnen und die Resultate mit den bislang erhaltenen zu vergleichen.

Ein Unterschied zwischen durchsichtigen Körpern (im gewöhnlichen Sinne des Wortes, d. h. solchen, in welchen gar keine innere Diffusion stattfindet), halbdurchsichtigen und durchscheinenden muss sich unter anderem auch in dem Gesetz zeigen, nach welchem die Lichtintensität sich weiterhin ändert, nachdem der betreffende Körper durchstrahlt wurde. Es sei L (Fig. 1) eine Lichtquelle, welche das Flächenelement E einer weissen Wand AB mit einer Intensität I beleuchtet. Befindet sich zwischen L und E kein Licht zerstreuendes Medium, so ist I von der Form:

$$I = \frac{A}{R^2},$$

wo $R = LE$. Wird ein, zwar Licht absorbirender, aber nicht zerstreuender Körper MN (Scheibe) in den Weg der Strahlen gestellt, so wird I geschwächt; die Grösse der Schwächung hängt aber nicht davon ab, an welcher Stelle zwischen L und E, die Platte MN eingestellt ist und bleibt also unverändert, wenn dieselbe z. B. nach $M'N'$ verschoben wird. Ist $LD = a$ und $DE = b$, also $R = a + b$, so ist bei allen Lagen von MN stets:

$$I = \frac{B}{(a + b)^2}, \tag{1}$$

wo $\frac{B}{A} = K$ der Schwächungscoefficient der Platte MN ist.

Dies wäre der eine extreme Fall.

Der andere extreme Fall würde einer Platte entsprechen, welche nur durchscheinend wäre, bei welcher alles auffallende Licht innen zerstreut würde. Man ist berechtigt zu vermuthen, dass eine solche Platte weiterhin (nach rechts in Fig. 1) als selbständige Lichtquelle zu betrachten ist, deren Intensität proportional ist der empfangenen Lichtmenge. Ist die Platte sehr klein im Vergleich mit a und b, so dass eine gleichmässige Beleuchtung derselben angenommen werden kann, so muss die Beleuchtung in E offenbar von der Form:

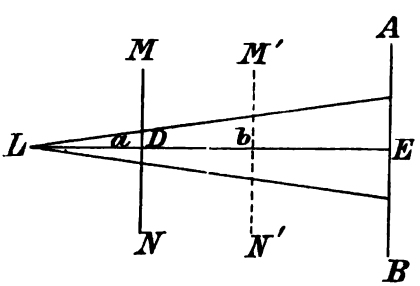


Fig. 1.

$$I = \frac{C}{a^2 b^2} \tag{2}$$

sein, also bei constantem $LE = a + b$ je nach Lage der Platte MN in hohem Grade variiren. Dürfte man das Lambert'sche Gesetz für solche Platten anwenden, so würde die von einem Elemente $\varrho d\varrho \cdot d\theta$ einer grösseren Platte MN, Fig. 2, nach E gelangende Lichtmenge von der Form:

$$\frac{\varrho d\varrho\, d\theta \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta}{p^2 q^2} \tag{3}$$

sein. Einige auf diesen Fall bezügliche Ausrechnungen finden sich weiter unten § 5.

Durch die Gleichungen 1 und 2 sind zwei sozusagen extreme Gesetze ausgedrückt. Es frägt sich, ob erstens diese Fälle in der Natur vorkommen[1]) und wie zweitens die Verbreitung des Lichtes in den zwischenliegenden Fällen stattfindet, wenn wir es z. B. mit halbdurchsichtigen Körpern zu thun haben, wo directes Durchdringen des Lichtes und innere Diffusion gleichzeitig auftreten[2]).

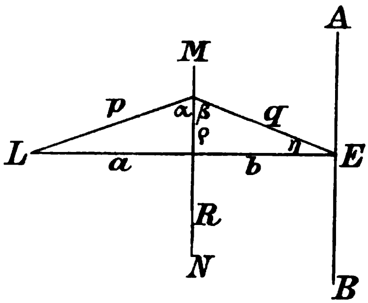


Fig. 2.

Findet innere Diffusion des Lichtes statt, so entsteht die Frage nach der Intensität des in verschiedenen Richtungen austretenden Lichtes und zwar für unter verschiedenen Einfallswinkeln die Platte treffenden Strahlen. Die hierbei an einer etwaig matten Oberfläche beim Ein- und Austritt hinzutretende äussere Diffusion müsste sorgfältig von der inneren Diffusion getrennt werden.

§ 1.

Die Apparate und ihre Aufstellung.

Das benutzte Photometer. Die sämmtlichen photometrischen und polarimetrischen Messungen wurden mit dem von Herrn Director H. Wild construirten Uranophotometer ausgeführt, nachdem

1) Zöllner vermuthet, dass für Milchglas, wenn es durchscheinend beleuchtet wird, das Lambert'sche Emanationsgesetz genau erfüllt sei. Photometrische Untersuchungen S. 24.

2) Eine analoge Frage lässt sich, nebenbei bemerkt, auch für die Reflexion des Lichtes aufstellen. Ein Spiegel möge sich in der Entfernung a von einer Lichtquelle befinden; die reflectirten Strahlen beleuchten in einer Entfernung b vom Spiegel ein Wandelement E. Für einen gut polirten Spiegel wird die Lichtintensität in E durch Gl. 1 ausgedrückt; für eine weisse, matte Fläche, begabt mit möglichst vollständiger äusserer Diffusion, würden wir die Gl. 2 erhalten. Zwischen diesen extremen Fällen muss es zwischenliegende gebén — halbreflectirende Oberflächen, analog den halbdurchsichtigen Medien.

dasselbe in ein gewöhnliches Photometer verwandelt worden war. Eine ausführliche Beschreibung desselben findet sich in den Mélanges phys. et chim., tirés du bulletin de l'Acad. Imper. des sciences de St. Petersb., t. IX. p. 443, wo auch auf S. 473 bereits die Verwandlung desselben in ein gewöhnliches Photometer und die Benutzung und Theorie desselben mitgetheilt sind. Die wesentlichsten Theile desselben sind in Fig. 3 skizzirt. *F* ist die runde, allseitig geschlossene, innen matt-schwarze Messingbüchse; *A* die aus 10 nahe 0,5 mm dicken Glasplatten bestehende Glassäule, deren Drehung um eine zur Ebene der Zeichnung senkrechte Achse vermittelst eines an dieser Achse angebrachten Zeigers und einer

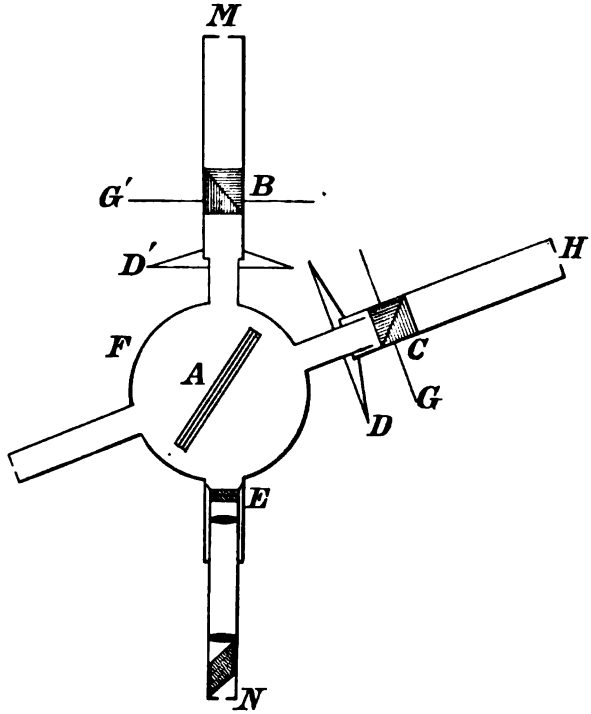


Fig. 3.

auf dem Deckel der Büchse befindlichen Kreistheilung gemessen werden konnte. *B* und *C* sind Senarmont'sche Kalkspath-Prismen, *E* ein Savart'sches Polariskop. Die Röhre *H* ist so eingestellt, dass das von *H* kommende Licht die Säule *A* unter dem Polarisationswinkel trifft, wenn das reflectirte Licht in der Richtung der Axe der Röhre *N* geht. *D* ist ein unbeweglicher Kreis mit Theilung (Grade) am Rande. Die Röhre *H* sammt Polarisator darin kann mit Hilfe einiger Griffe *G* gedreht und die Grösse der Drehung durch einen an *H* befestigten Zeiger auf *D* abgelesen werden.

Die Röhre B wurde stets gegen die zu untersuchende Platte, die Röhre H gegen eine unveränderliche Hilfs-Lichtquelle gerichtet.

Sollte der Apparat als Photometer dienen, so wurde der Hauptschnitt des Polarisators in B unter 45° zur Einfallsebene auf die Glassäule orientirt (nach der a. a. O. S. 458 angegebenen Methode) und dann A so eingestellt, dass die von H kommenden Strahlen nach N reflectirt wurden.

Durch Drehung der Röhre H konnten die in N beobachteten Farbfransen zum Verschwinden gebracht werden. Dies geschehe bei einem Winkel α zwischen dem Hauptschnitt von C und der Einfallsebene auf die Glassäule, welcher an dem Kreise D abgelesen wurde.

Blieb die durch H eintretende Lichtmenge constant, so war die zu messende Intensität I des durch M eintretenden Lichtes proportional $\cos^2\alpha$. Es war nämlich bei allen Versuchen die erstere, I_1, unpolarisirt, während die zweite, I, aus einem unpolarisirten Theile I_0 und einem, stets in der Einfallsebene der Glassäule A, polarisirten Theile P bestand. Es war also:

$$I = I_0 + P.$$

Das durch C hindurchgegangene Licht hatte die Intensität $\frac{K_1}{2} I_1$, wo K_1 ein Schwächungscoefficient wenig kleiner als 1, und konnte in die zwei Componenten:

$$\parallel \frac{K_1}{2} I_1 \cos^2\alpha \qquad \perp \frac{K_1}{2} I_1 \sin^2\alpha$$

$\parallel$ und $\perp$ zur Einfallsebene der Glassäule zerlegt werden. Nach der Reflexion werden wir haben:

$$\parallel \frac{K_1}{2} I_1 \cos^2\alpha \cdot x^2 \qquad \perp \frac{K_1}{2} I_1 \sin^2\alpha \cdot y^2,$$

wo x^2 und y^2 zwei Constante repräsentiren (a. a. O. S. 463 und 464).

Das von M eintretende Licht $I_0 + P$ wird in B auf $\frac{K}{2}(I_0 + P)$ reducirt, dessen entsprechende Componenten sind, wegen der obenerwähnten Einstellung von B:

$$\parallel \frac{K}{4}(I_0 + P) \qquad \perp \frac{K}{4}(I_0 + P)$$

und nach dem Durchgange durch die Glassäule:

$$\parallel \frac{K}{4}(I_0 + P) \cdot s^2 \qquad \perp \frac{K}{4}(I_0 + P) \cdot t^2.$$

Die Bedingungsgleichung für das Verlöschen der in N beobachteten Fransen ist:

$$\frac{K_1}{2} I_1 \cos^2\alpha \cdot x^2 + \frac{K}{4}(I_0 + P) \cdot s^2 = \frac{K_1}{2} I_1 \sin^2\alpha \cdot y^2 + \frac{K}{4}(I_0 + P) \cdot t^2.$$

Treffen die von H kommenden Strahlen die Säule A genau unter dem Polarisationswinkel, so ist $y^2 = 0$ (a. a. O. S. 464). Da ferner $I_0 + P = I$ ist, erhalten wir:

$$I = 2 \frac{x^2 K_1}{(t_2 - s_2) K} I_1 \cos^2 \alpha = C \cos^2 \alpha. \tag{4}$$

Der Bruch $\frac{x^2 K_1}{(t^2 - s^2) K}$ ist jedenfalls sehr nahe gleich Eins (a. a. O.).

Jedenfalls ist bei constantem I_1 die Lichtstärke I proportional $\cos^2 \alpha$ und dies genügt für unsere Zwecke, da wir lediglich die Variationen von I zu beobachten hatten. Sollte der Apparat als Polarimeter dazu dienen, das Verhältnis von P zu I_0 zu bestimmen, so wurde H geschlossen, die Röhre M durch eine andere ohne Polarisator ersetzt und durch Drehung der Säule A um einen gewissen Winkel φ, bis zum Verlöschen der Streifen, das Verhältnis:

$$\frac{P}{I} = A_\varphi \tag{4a}$$

nach der a. a. O. S. 465 angegebenen Weise bestimmt.

Die Werthe der Function A_φ sind zwar a. a. O. S. 481 gegeben; doch hat Herr Director H. Wild seitdem nach genauerer Methode eine Neubestimmung der Function A_φ ausgeführt und habe ich die so erhaltenen Zahlen weiterhin benutzt.

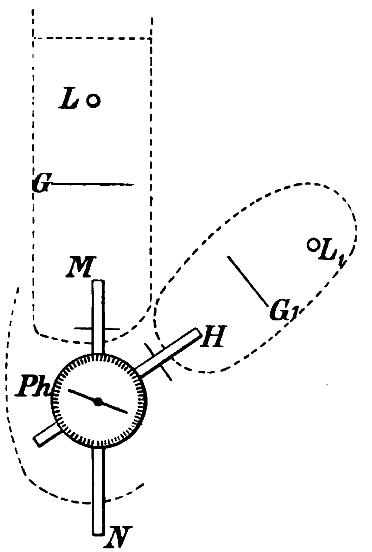


Fig. 4.

Die Aufstellung. Es sind zwei Aufstellungen benutzt worden, welche kurz als erste und zweite bezeichnet werden sollen. Die erste Aufstellung, bei welcher nur photometrische Messungen ausgeführt wurden, ist in Fig. 4 skizzirt. Das Photometer war auf einen verticalen Fuss so aufgesetzt, dass die in Fig. 3 als Ebene der Zeichnung angenommene Einfallsebene der Glassäule horizontal lag. In der Richtung der Achse der Röhre M stand eine eiserne optische Bank, auf welcher zwei Plattformen sich verschieben liessen. Die erste trug die untersuchte Platte G, auf der zweiten stand die Lampe L. Die Platte G steckte in einem Rahmen, welcher beiderseits eine runde Oeffnung von 88 mm Diameter frei liess. Die meisten Platten wurden durch Schrauben an einen anderen Rahmen so befestigt, dass sie einen rechteckigen Ausschnitt von 70 mm Länge (horizontal) und 35 mm Breite bedeckten. Dieser Rahmen wurde von einem kleinen Theodoliten getragen, welcher Drehungen der Platte G sowohl um die verticale als auch um die horizontale (in der Platte liegende) Achse gestattete, wobei die Drehungswinkel genau gemessen werden konnten.

Die Hilfsplatte G_1 war stets von derselben Sorte, wie G. Die Lampen L und L_1 enthielten Oleofin und zeigten die Versuche, dass bei richtiger Behandlung der Lampen eine genügende Constanz der Lichtintensitäten erreicht werden konnte. Uebrigens wurde in allen Fällen folgendermaassen manipulirt: während der Beobachtungen, sowohl bei dieser ersten, als auch bei der gleich zu besprechenden zweiten Aufstellung, blieben G_1 und L_1 unverändert; dagegen wurden die Stellungen von G und L verschiedenen Veränderungen unterworfen. Der Vergleich der von G ausgestrahlten Lichtintensitäten (entsprechend diesen verschiedenen Stellungen) untereinander, war eben Zweck einer jeden einzelnen Beobachtungsreihe. Es wurde von einer Normalstellung ausgegangen und nach jeder Messung der Lichtintensität in anderer Stellung oder höchstens nach zwei solchen, wurde auf die Normalstellung zurückgegangen. Auf diese Weise konnte der Einfluss geringer Aenderungen in der Leuchtkraft der Lampen eliminirt werden; fanden grössere Aenderungen statt, so wurden die betreffenden Beobachtungen verworfen.

Die Lage von G und L wurde selbstverständlich so justirt, dass bei allen Verschiebungen längs der optischen Bank die Centra der Flamme und der Platte G in der Verlängerung der Röhrenaxe MN blieben.

Die grösste Sorgfalt wurde verwandt, um durch richtige Aufstellung von Schutzwänden (aus matt geschwärzter Pappe, 83 cm hoch) fremdes Licht und Reflexe zu vermeiden. Die Versuche wurden in einem Zimmer ausgeführt, in welchem bei Abwesenheit der Lampen L und L_1 völlige Finsternis herrschte; selbst die Nebenzimmer waren verdunkelt worden. Die Stellung der hauptsächlichsten Schutzwände ist in Fig. 4 punktirt angedeutet. Wurden zwischen L und G Schutzwände eingefügt, um etwaiges von den Seitenwänden reflectirtes und G treffendes Licht abzuhalten, so wurde keine merkbare Aenderung in der Photometereinstellung beobachtet. Das von den schwarzen Wänden reflectirte Licht war also jedenfalls zu vernachlässigen. Zwischen G und M erwies sich eine Schutzwand gleichfalls als überflüssig und zwar aus Gründen, die weiter unten (s. Prüfung des Photometers) erläutert sind. Der von den Schutzwänden eingeschlossene Raum wurde auch von oben, so weit thunlich, bedeckt um das von der Decke reflectirte

Licht abzuhalten und im Zimmer den möglichsten Grad von Dunkelheit zu erreichen.

Bei der ersten Aufstellung konnten die Entfernungen *L G* und *G M* beliebig variirt und auch die Platte *G* gedreht werden, doch bildeten die beobachteten austretenden Strahlen stets die gerade Verlängerung der einfallenden. Bei der zweiten Aufstellung konnten Einfallswinkel und Austrittswinkel beliebig und messbar variirt werden; zugleich wurden auch polarimetrische Messungen gemacht. Diese Aufstellung ist in Fig. 5, 6 und 7 skizzirt. Das Photometer ist an eine

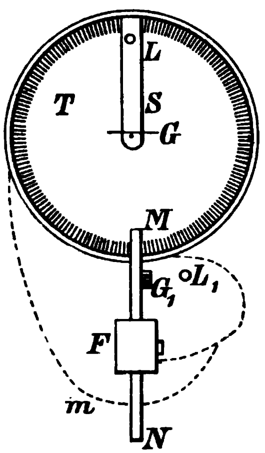


Fig. 5.

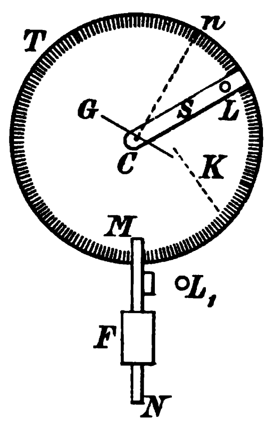


Fig. 6.

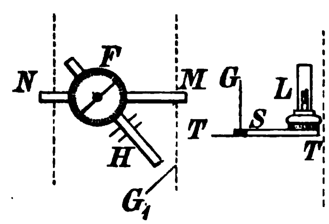


Fig. 7.

horizontale Achse befestigt, die Ebene der Zeichnung Fig. 3 liegt also hier vertical. Die Röhren *M* und *N* bleiben horizontal, die Röhre *H* (Fig. 3) ist nach unten gerichtet. Fig. 5 und 6 gibt eine Ansicht von oben, Fig. 7 eine Seitenansicht. *T* ist ein massiver eiserner Tisch (Theil eines grossen Steinheil'schen Spectrometers), dessen runde Oberplatte einen Diameter von 67 cm hat. Durch das Centrum des Tisches geht eine Achse, um welche sich der Messingstreifen *S*, auf der Tischplatte schleifend, drehen lässt. Eine am Rande des Tisches *T* angebrachte Theilung liess die Grösse dieser Drehung messen. Durch Holzblöcke war die Lampe L mit dem Streifen S fest verbunden. Der die Platte G tragende Theodolit war gleichfalls mit diesem verbunden und nahm also an der Drehung desselben Theil. Sollte, wie dies ja meist der Fall war, bei constantem Einfallswinkel nur der Austrittswinkel verändert werden, so wurde der Streifen S mitsammt der Lampe L und dem Theodoliten gedreht; um den Einfallswinkel zu ändern wurde G um die verticale Achse auf dem Theodoliten gedreht. So konnten beide Winkel völlig beliebig eingestellt werden. In Fig. 6 ist eine solche veränderte Stellung angegeben; Cn ist die Normale zur Platte G; in Fig. 7 sind T, G, S und L in der Stellung skizzirt, welche der Fig. 5 entspricht. F ist die Seitenansicht der Büchse des Photometers; die Einfallsebene der Glassäule ist bei dieser Stellung vertical. M und N haben dieselbe Bedeutung, wie in Fig. 3 und 4. Die Röhre H ist nach unten gerichtet. Die Ebene der Hilfsplatte G_1 bildet mit der Achse der Röhre H und mit der Ebene der Zeichnung Fig. 7 einen Winkel von etwa 45°; sie wird auf der anderen Seite von der Hilfslampe L_1 beleuchtet. Was die Justirung dieser Aufstellung betrifft, so kam es vor allem darauf an, eine richtige Ausgangslage zu erhalten, und wurde als solche die Lage angenommen, welche in Fig. 5 skizzirt ist: Axe von NM, Centra des Tisches T und der Lampe L in einer geraden und Ebene von G senkrecht dazu. Letzterer Umstand konnte auf drei Weisen verificirt werden: 1. der Streifen S wurde mit Lampe und Theodolit um 60° zuerst nach rechts, dann nach links gedreht, sodass der Austrittswinkel + 60° und — 60° wurde; 2. dasselbe, aber die Platte G um den gleichen Winkel zurückgedreht, so dass der Einfallswinkel + 60° und — 60° wurde; 3. bei unveränderter Lampenstellung wurde die Platte G allein zuerst nach rechts, dann nach links um 60° gedreht. Bei jedem dieser Versuche mussten bei den je zwei Stellungen gleiche Lichtintensitäten beobachtet werden.

Die Stellung der Schutzwände ist in Fig. 5 punktirt angegeben; bei Seitenstellungen der Lampe wurde noch eine Wand K (Fig. 6) benutzt. Das Drehen der Röhre H und Ablesen der Winkel auf dem Kreise D (Fig. 3), war nicht ohne Schwierigkeit; es dienten dazu besondere Einschnitte in den Schutzwänden.

Prüfung des Photometers. Die mit dem Photometer nach der Gl. 4 gemessene Grösse I soll ein Maass sein für die Intensität der von G in der Richtung der Röhrenaxen MN ausgestrahlten Lichtmenge (also nicht etwa ein Maass der gesammten Beleuchtungskraft der Platte G als Lichtquelle betrachtet). Durch zwei Versuche liess sich nachweisen, dass das Photometer in der That dieser Bedingung in hohem Grade genügte.

Erster Versuch. Bei der ersten Aufstellung (Fig. 4) wurden Lampe L und Platte G zusammen verschoben. Zuerst befand sich die Platte in einer Entfernung von 0,1 bis 0,2 m von der Röhrenöffnung M und hierbei wurde das Photometer eingestellt (die Fransen zum Verlöschen gebracht). Bei einer Verschiebung von G und L um fast einen ganzen Meter war noch keine Aenderung in der Einstellung zu bemerken; erst bei noch grösserer Entfernung begann die beobachtete Lichtintensität langsam zu sinken.

Zweiter Versuch. Die Platte G (Milchglas) wurde ohne den obenerwähnten Rahmen frei aufgestellt; sie war 80 mm breit, 120 mm hoch und stellte eine nicht ganz gleichförmig (in der Mitte stärker) leuchtende Fläche dar. Das Photometer wurde eingestellt und dann die Platte mit schwarzem Papier bedeckt, welches in der Mitte einen kreisförmigen Ausschnitt hatte. Bei einem Radius dieses Ausschnittes von 9 mm war noch keine Aenderung der im Photometer beoachteten Lichtintensität I zu bemerken. Es wurden ferner von der Seite her über die Platte schwarzes Papier geschoben und der Moment bestimmt, wo sich I zu ändern anfing. Es zeigte sich, dass die Aenderung eintrat, wenn das Papier von irgend einer Seite her bis auf 4 mm dem Centralpunkt genähert wurde.

Es ist also unzweifelhaft, dass nur die von einer kleinen Fixirungsfläche ausgehenden, parallelen Strahlen in dem Photometer zur Wirksamkeit gelangen. Von der Seite herkommende Strahlen bleiben ohne Einfluss. Dies der Grund, weshalb zum Schutz des Photometers keine Wände aufzustellen nöthig war; ein anfänglich benutztes complicirtes System von Wänden, welche zwischen G und dem Photometer aufgestellt wurden, ist später als offenbar überflüssig weggelassen worden. Selbst in dem Fig. 6 skizzirten Falle, wo die Lampe L direct hätte die Oeffnung der Photometerröhre M beleuchten können, war die Zwischensetzung der Wand K von kaum merklichem Einflusse.

§ 2.

Methoden der Untersuchung.

Die Verbreitung des Lichtes nach dem Durchgange durch die Platten konnte auf verschiedenen Wegen untersucht werden. Es wurden überhaupt die folgenden Beobachtungsarten benutzt, wobei ein für allemal β den Einfallswinkel, γ den Austrittswinkel des Lichtes bei der Platte G (Fig. 8) darstellen soll. Liegen β und γ in derselben Ebene, so sollen beide Winkel nach derselben Seite von der Normalen aus positiv gerechnet werden.

1. Bei der ersten Aufstellung (Fig. 4) wurde die Platte G unbeweglich gelassen und nur die Lampe L verschoben, also die Entfernung GL verändert; es war also $\beta = \gamma = o$.

Es ist wichtig zu bemerken, dass die erste Aufstellung und ebenso die Normalstellung der zweiten (Fig. 5) nur dann zu benutzen waren, resp. Photometer, Platte und Lampe nur dann in einer geraden Linie liegen konnten, wenn die Platte G durchscheinend, nicht aber wenn sie halbdurchsichtig war (s. Einleitung). In letzterem Falle erblickte man bei erwähnter Stellung der Lampe im Gesichtsfelde des Photometers die Contouren der ungleichförmig hellen Flamme; von einer Einstellung des Photometers konnte also keine Rede sein. Wurde aber die Lampe durch eine gleichmässig selbstleuchtende Fläche ersetzt, so konnte eine derartige Untersuchung auch für halbdurchsichtige Körper ausgeführt werden.

2. Bei der ersten Aufstellung wurden G und L auf ihren Plätzen gelassen und nur G um die verticale Achse gedreht. Die austretenden Strahlen bildeten also die gerade Fortsetzung der einfallenden. Obwohl dies nur ein specieller Fall des allgemeineren ist, der gleich erwähnt werden soll, schien es doch interessant, ihn einer besonderen Untersuchung zu unterwerfen. Es ist hier $\gamma = -\beta$.

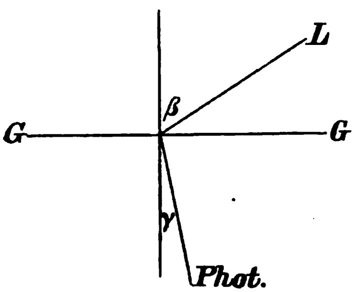


Fig. 8.

3. Bei senkrechter Incidenz der beleuchtenden Strahlen wurde die Intensität der nach verschiedenen Richtungen austretenden Strahlen bestimmt. Es ist in diesem Falle $\beta = o$ und γ veränderlich.

4. Dasselbe bei schiefer Incidenz d. h. für ein gegebenes β. Hierbei konnten für positive γ andere (kleinere) Werthe als für negative erwartet werden. Interessant müsste es sein, für diesen Fall die Intensität der nicht horizontal, oder allgemeiner, nicht in der Einfallsebene austretenden Strahlen zu bestimmen. Eine solche Bestimmung ist aber bisher nur einmal ausgeführt worden und zwar für den Fall $\delta = 90^{\circ}$, wo δ der Winkel zwischen Einfallsebene und Austrittsebene.

Die Drehung des die Platte G einschliessenden Rahmens um eine horizontale Achse ermöglichte es, die Platte in solcher Stellung zu fixiren, dass die drei Winkel:

$$\beta \qquad \gamma \qquad \delta$$

drei gegebene Werthe annahmen.

Um dies zu erreichen wurde von der Normallage (Fig. 5) ausgegangen. Es sei, Fig. 9, T der Tisch und OM der zum Photometer führende Radius desselben. Der Streifen S (Fig. 5) wurde zuerst mit Lampe und Theodolit um einen Winkel $\theta = \sphericalangle HOL$ gedreht; hierauf der Rahmen allein um die verticale Achse um einen Winkel $\psi = \sphericalangle LOG$

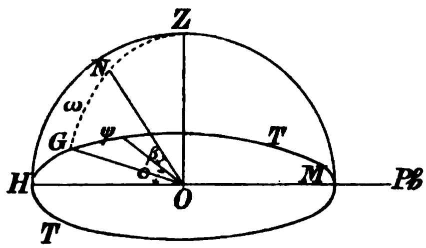


Fig. 9.

zurückgedreht und endlich die Platte G um die horizontale Achse um einen Winkel $\omega = \sphericalangle GON$ geneigt; NO ist also die Normale zur Platte G. — Es ist in diesem Falle:

$$\beta = \sphericalangle LON$$
$$\gamma = \sphericalangle NOH$$
$$\delta = \sphericalangle (\text{Ebene } NOL, \text{ Ebene } NOH).$$

Man hat nun die drei Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \cos\beta &= \cos\psi\cos\omega \\ \cos\gamma &= \cos(\theta - \psi)\cos\omega \\ \cos\theta &= \cos\beta\cos\gamma + \sin\beta\sin\gamma\cdot\cos\delta, \end{aligned}\right\} \qquad (5$$

aus welchen die Winkel ψ, θ und ω, welche den gegebenen β, γ und δ entsprechen, berechnet werden können. Hier müssen β und γ beide immer als positiv und kleiner als 90° genommen werden, während δ von 0° bis 360° variirt.

Es gibt vier Stellungen, welche den gegebenen Bedingungen entsprechen, indem die erste Drehung des Streifens S (um den Winkel θ) nach der einen oder anderen Seite ausgeführt werden kann und ebenso die Neigung des Rahmens (um den Winkel ω) vorn oder hintenüber erfolgen kann, wobei die Normale ON über (wie in Fig. 9) oder unter die horizontale Ebene zu liegen kommt.

Für den besonders interessanten Fall $\delta = 90°$ hat man die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \cos\beta &= \cos\psi\cdot\cos\omega \\ \cos\gamma &= \cos(\theta - \psi)\cos\omega \\ \cos\theta &= \cos\beta\cdot\cos\gamma. \end{aligned}\right\} \qquad (6$$

Für $\beta = \gamma = 60°$ erhält man z. B. $\cos\theta = \frac{1}{4}$; $\psi = \frac{\theta}{2}$ und $\cos\omega = \sqrt{0{,}4}$, d. h. $\theta = 75{,}5°$, $\psi = 37{,}75°$ und $\omega = 50{,}8°$.

5. Um die äussere Diffusion von der inneren zu trennen, wurden unter gleichen Umständen matte und polirte Platten miteinander verglichen.

6. Auf die vertical aufgestellte Platte liess man vollständig polarisirtes Licht horizontal einfallen und bestimmte für das austretende Licht den Bruch $\frac{P}{I}$ nach Gl. 4 a.

Auch hierbei wurden der Einfallswinkel β und der Austrittswinkel γ in weiten Grenzen variirt. Das Licht war bei allen Messungen senkrecht zur Einfallsebene der Platte G d. h. in verticaler Ebene, also in der Einfallsebene der Glassäule des Photometers polarisirt. Die dabei gebrauchte Einrichtung ist in Fig. 10 skizzirt. S ist der Messingstreifen (Fig. 5), L die Lampe, G die untersuchte Platte. Ein doppelarmiges Holzstativ trug die Linse e und den Nicol n, welcher unschwer richtig einzustellen war.

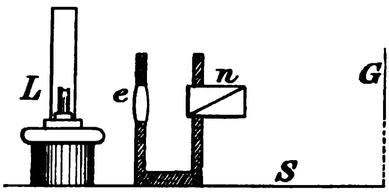


Fig. 10.

Es war zum Mindesten anzunehmen, dass die Bestimmung des Bruches $\frac{P}{I}$ für das in verschiedenen Richtungen austretende Licht wichtige Fingerzeige ergeben würde, obwohl es nicht möglich ist für die wahre Bedeutung dieses Bruches etwas Bestimmtes anzugeben, ohne zugleich von einer bestimmten Vorstellung über die in der Platte bei der Durchstrahlung stattfindenden Vorgänge auszugehen. Darüber das Nähere später.

7. Um die Wirkung der Dicke der Platten zu studiren, wurden dieselben allmählich immer dünner geschliffen.

Beobachtete und wahre Intensitäten. Die Winkel β und γ wurden von 0^0 bis $\pm 60^0$ variirt und nur einmal bis 70^0 gegangen. War γ nicht gleich 0^0, d. h. stand die Platte nicht senkrecht zur Achse des Photometers, so wurde Licht von einem Flächenstück erhalten, welches umgekehrt proportional $\cos \gamma$ war. Um für alle γ die demselben Flächenstück entsprechenden I zu erhalten, müssten die direct beobachteten Intensitäten i mit $\cos \gamma$ multiplicirt werden:

$$I = i \cos \gamma. \tag{7}$$

Im weiteren sind stets die bereits berechneten I angegeben. Bei fast allen Beobachtungen variirte I in Abhängigkeit von γ nach einem Gesetz, welches nicht bedeutend von dem Cosinusgesetz abwich. Die beobachteten i variirten daher überhaupt nur sehr wenig, wenn γ verändert wurde und folglich ebenso auch die am Photometer gemessenen Winkel α (Gl. 4). Es kam daher weniger darauf an, diese Winkel selbst als ihre geringen Differenzen mit möglichster Genauigkeit zu messen.

Was die Genauigkeit der Messungen betrifft, so liessen sich in fast allen Fällen die Winkel α mit einer Genauigkeit von 0,1° einstellen. Vorläufige Versuche hatten nun aber gezeigt, dass die grösste relative Sicherheit in der Einstellung sich erreichen liess, wenn α zwischen 50° und 65° lag. Für die meisten Fälle war α nahe gleich 60° und hier gibt ein Fehler von 0,1° eine Variation von $\cos^2 \alpha$, die 0,6 % beträgt ($= 2 \operatorname{tg} \alpha \cdot \Delta\alpha$). In einigen Fällen, wo die Lichtintensität sehr gering war und das Gesichtsfeld daher sehr dunkel erschien, war die Genauigkeit eine geringere.

§ 3.

Erster extremer Fall. Rauchglas.

In der Einleitung ist als erster extremer Fall derjenige bezeichet, welcher eintrifft, wenn in einem Körper absolut keine Diffusion stattfindet, obwohl die Absorption bedeutend sein kann. Für diesen Fall sendet die durchstrahlte Platte selbst kein Licht aus; visirt man also durch eine solche Platte nach einer Lichtquelle, so muss die Helligkeit der letzteren unverändert bleiben, wenn man die Platte dem

Fig. 11.

Beobachter, oder von ihm weg der Lichtquelle nähert. Dass solche Körper wirklich existiren, zeigte sich bei der Untersuchung zweier Rauchglasplatten von 1,35 mm und 1,5 mm Dicke.

Es sei L die Lampe, G eine Milchglasplatte von 0,607 mm Dicke, R das Rauchglas und MN der Photometer; GM war etwa gleich einem Meter. Die Platte R wurde einmal dicht an G angelegt und dann gegen M hin bis dicht an das Photometer verschoben. Es war nicht die geringste Spur einer Aenderung in der Einstellung des Photometers zu bemerken. Bei allen Stellungen des Rauchglases gingen 28,7 % des von G ausgestrahlten Lichtes durch dasselbe. Genau das gleiche Resultat wurde erhalten, als zwei zusammengelegte Rauchgläser benutzt wurden: bei allen Stellungen derselben empfing das Photometer 6,68 % der von G ausgestrahlten Lichtmenge.

Wir werden später sehen, dass für eine halbdurchsichtige Platte (statt des Rauchglases) ein ebensolcher Versuch eine Variation der Lichtstärke ergab von 1636, wenn die Platte dicht an G anlag, bis herunter zu 40,3 bei einer Entfernung $GR = 320$ mm. Bei der ersteren Lage wurden 53 %, bei der letzten 1,3 % der von G erhaltenen Lichtmenge in der Richtung zum Photometer wieder ausgestrahlt. Ich führe dies hier nur des Vergleiches wegen an und um die Wirkung der inneren Diffusion zu illustriren.

§ 4.

Zweiter extremer Fall. Milchglas.

Als zweiten extremen Fall haben wir den einer vollständigen inneren Diffusion bezeichnet, wo direct durchgehendes Licht nicht vorhanden ist und der durchstrahlte Körper gleichsam als neue Lichtquelle betrachtet werden kann, deren Intensität proportional ist der Beleuchtung, welcher man ihn aussetzt. Für diesen Fall gelten die Gleichungen 2 und 3.

Wie bereits in der Einleitung (Anm.) erwähnt wurde, glaubt Zöllner, dass im Milchglase durch die eingestreuten Partikelchen von phosphorsaurem Kalk (dem Glassatz wird fein gemahlenes Knochenmehl beigemischt) eine totale Zerstreuung des Lichtes stattfinden und daher für das wieder ausgestrahlte Licht das Lambert'sche Cosinus-Emanationsgesetz genau giltig sein müsse. Ich will nun kurz die Resultate einiger Vorversuche mit dickeren Milchglasplatten angeben. Weitere Details von Versuchen, die mit Reihen allmählich dünner werdender Gläser ausgeführt wurden, folgen in den späteren Paragraphen.

1. Das Beleuchtungsgesetz der umgekehrten Quadrate. Es wurde bei der ersten Aufstellung (Fig. 4) die Lampe allein verschoben und für verschiedene GL die Helligkeit I der Platte bestimmt. Dicke der Platte 1,610 mm. Bei der Berechnung (nach der Formel $I = \frac{C}{r^2}$, wo C eine Constante und $r = GL$) wurde die Flammenbreite berücksichtigt und GL von der Platte bis zum Centrum der runden Flamme (Cylinderdocht) gemessen. Da die Richtigkeit dieser Messungsmethode keine unzweifelhafte ist, so könnten geringe Differenzen zwischen Beobachtung und Berechnung hierin eine Erklärung finden. Im Nachfolgenden gebe ich mehrere Beobachtungsreihen; die sinkenden Zahlen für die Intensitäten entsprechen wachsenden Entfernungen GL.

d. 15. Sept. 1884		d. 17. Sept. 1884		d. 19. Oct. 1884		d. 9. Jan. 1885	
Beob.	Berechn.	Beob.	Berechn.	Beob.	Berechn.	Beob.	Berechn.
100	100	100	100	100	100	100	100
13,3	13,4	73,69	72,52	44,92	44,44	42,44	42,97
		59,08	59,24				
		26,47	26,95				
		12,67	12,69				
		4,12	4,53.				

Die vierte von diesen Beobachtungsreihen wurde ausgeführt, als der Photometer an horizontaler Achse befestigt war, d. h. in der zweiten Aufstellung (Fig. 5). Mit dünneren Platten wurden folgende Beobachtungen gemacht:

Dicke der Milchglasplatte 0,607 mm.

d. 12. März 1885.	
Beob.	Berechn.
100	100
35,46	36,00.

Dicke der Milchglasplatte 0,317 mm.

d. 12. März 1885.	
Beob.	Berechn.
100	100
35,78	36,00.

Es wurde ferner das Gesetz geprüft für den Fall nicht senkrechter Incidenz (β nicht Null) und den Fall nicht senkrechter Ausstrahlung (γ nicht Null).

Erster Fall. Senkrechte Incidenz ($\beta = o$), aber seitliche Ausstrahlung ($\gamma = 50^0$ ungefähr).

d. 21. Oct. 1884.	
Beob.	Berechn.
100	100
44,05	44,44.

Zweiter Fall. Schiefe Incidenz ($\beta = 50^0$ ungefähr), senkrechte Ausstrahlung ($\gamma = 0$).

d. 23. Oct. 1884.	
Beob.	Berechn.
100	100
44,36	44,44.

Wir dürfen aus diesen Versuchen wohl folgern, dass für nur durchscheinende aber nicht durchsichtige Milchglasplatten, die dicker als 0,32 mm sind, das Gesetz der Quadrate erfüllt ist.

2. Schiefer Durchgang des Lichtes ($\gamma = -\beta$). Zu den ersten orientirenden Vorversuchen gehörte auch der folgende, welcher entscheiden sollte, ob für die Milchglasplatte überhaupt von einem Durchgange des Lichtes in schiefer Richtung die Rede sein konnte. Die Platte wurde in der Fig. 5 angegebenen Stellung beobachtet, dann um 60° um die verticale Achse gedreht und für diese beiden Stellungen die I bestimmt. Dasselbe wurde dann für eine doppelte und für eine dreifache Platte ausgeführt. Die sechs Fälle sind in Fig. 12 skizzirt. Fände in der Lage II Durchstrahlung in der Richtung des gebrochenen

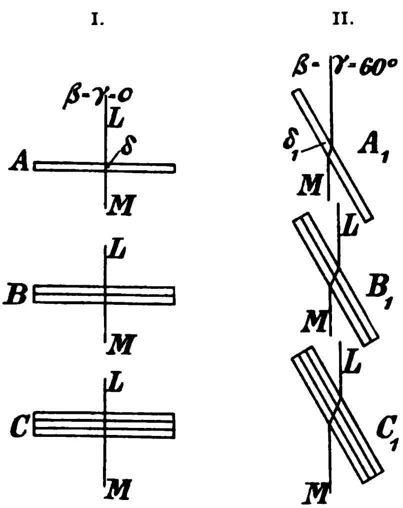


Fig. 12.

Strahles statt, so wäre die durchstrahlte Schicht $\delta_1 > \delta$, wo δ die Dicke der Platte bedeutet und zwar wäre $\delta = \delta_1 \cos\beta_1$, wo $\frac{\sin 60^0}{\sin\beta_1} = \mu =$ dem Brechungsexponent des Glases wäre. Es seien nun die den 6 Fällen I und II entsprechenden beobachteten Lichtintensitäten:

I.		II.	
A . .	I	A_1 . .	I_1
B . .	$I\alpha$	B_1 . .	$I_1\beta$
C . .	$I\alpha^2$	C_1 . .	$I_1\beta^2$.

Dann müsste

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{e^{-\varkappa\delta}}{e^{-\varkappa\delta_1}} = e^{\varkappa(\delta_1-\delta)}$$

sein, wo $\varkappa$ der Schwächungscoefficient des Milchglases. Die Beobachtung zeigte aber, dass die der Stellung II entsprechenden Lichtintensitäten den der Stellung I entsprechenden proportional waren; symbolisch leicht verständlich ausgedrückt war also:

$$\frac{A_1}{A} = \frac{B_1}{B} = \frac{C_1}{C}$$

und hieraus folgt sofort:

$$\beta = \alpha,$$

d. h. die in den Stellungen I und II durchstrahlten Schichten hatten gleiche Dicken.

Die Verbreitung des Lichtes ist also bei schiefem Auffallen nicht durch die Linien LM in Fig. 12, II ausgedrückt. Es findet vielmehr auch bei schiefem Auffallen des Lichtes nur senkrechte Durchstrahlung statt, wie dies in Fig. 13 angedeutet ist. Dies wird durch die weiter unten sub 5 angegebenen Resultate bestätigt.

Um dies Resultat direct zu prüfen, wurde (den 27. Nov. 84) der folgende Versuch gemacht (s. Fig. 14). L ist eine Lampe, H ein Convexglas, FG eine in einer Wand SS steckende Röhre. Das aus dieser hervorkommende Strahlenbündel fiel auf eine 10 mm dicke, aus

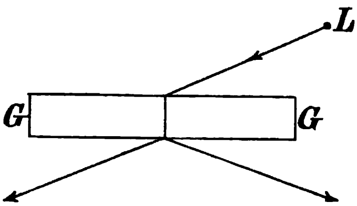


Fig. 13.

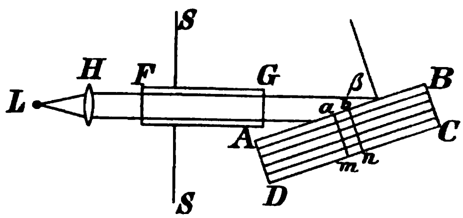


Fig. 14.

mehreren zusammengelegten Scheiben gebildete Milchglasplatte und zwar unter einem Einfallswinkel $\beta = 78{,}4^0$. Die Seite AB war mit schwarzem Papier bedeckt, in welchem sich ein kreisförmiger Ausschnitt befand, dessen Diameter $ab = 15$ mm war. Dies war also das seitwärts beleuchtete Stück der Oberfläche. Auf der entgegengesetzten Seite DC der Platte zeigte sich ein heller Fleck mn völlig genau gegenüber ab. Er blieb unbeweglich auf derselben Stelle, soviel man die Platte $ABCD$ auch hin und her drehte. Der Diameter dieses Fleckes war nicht merklich grösser als 15 mm, nur seine Ränder erschienen verwaschen.

Von analoger Bedeutung ist der folgende Versuch. Schreibt man auf eine Milchglasplatte schwarze Buchstaben oder Figuren, so erscheint auf der anderen Seite ein nur wenig verwaschener Schatten derselben; dieser ändert seinen Ort nicht, wie schief auch das Licht auf die Platte auffallen mag.

Hierher gehört auch der folgende Versuch: eine ziemlich dicke Milchglasplatte ($d = 1,4$ mm), durch welche man natürlich nichts sehen kann (dies ist bereits bei $d = 0,2$ mm nicht mehr möglich) wird auf eine bedruckte Seite direct aufgelegt — man kann die Schrift deutlich lesen.

3. Durchgang von polarisirtem Licht. Auf eine Milchglasplatte von 1,610 mm Dicke liess man, nach der Fig. 10 skizzirten Methode, vollständig polarisirtes Licht einfallen. In dem austretenden Lichte liess sich keine Spur von Polarisation nachweisen. Fiel auf die Platte natürliches Licht, so enthielt das austretende bei $\gamma = 60$ etwa 8% $\perp$ zur Einfallsebene polarisirtes Licht, ungefähr soviel, wie es nach der Fresnel'schen Theorie bei einem Brechungswinkel von 60° enthalten müsste.

4. Das Emanationsgesetz bei senkrechter Incidenz ($\beta = o$). Eine Milchglasplatte von 1,610 mm wurde, wie in Fig. 5 angeben, aufgestellt und dann der Streifen S mitsammt der Lampe L und dem das Glas tragenden Theodoliten um den Winkel γ nach der einen oder anderen Seite gedreht. Die hierbei direct beobachteten Lichtintensitäten sanken, wenn auch langsam; hieraus folgt nach Gl. 4, dass die I schneller als nach dem Cosinus-Gesetz abnehmen. Als charakteristische Zahl wurde das Verhältnis a der Intensität bei $\gamma = 60^0$ zu der bei $\gamma = o$, in Procenten ausgedrückt, betrachtet. Es ist also symbolisch geschrieben:

$$a = \left(\frac{\gamma = 60^0}{\gamma = 0^0}\right) \cdot 100 = \frac{A}{B} \cdot 100 \text{ (Fig. 15).} \qquad (8$$

Wäre, wie Zöllner vermuthet, für Milchglas das Cosinus-Gesetz giltig, so müsste

$$a = 50$$

sein. Es wurde aber bei der untersuchten Platte für a ein Werth gefunden zwischen 43 und 44. Dass dies nicht etwa ein Mittelwerth

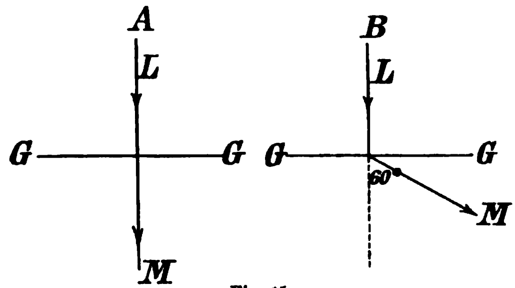


Fig. 15.

ist, welcher für dickere Platten dem Grenzwerth 50 zustrebt, zeigte sich später, als Platten von verschiedener Dicke untersucht wurden. Für a

wurde stets ein und derselbe Werth gefunden, obwohl die Dicke der Platten von 0,3 mm bis 3,33 mm (Doppelplatte) variirte. Nur für noch dünnere Platten wurde ein anderes Resultat erhalten. Wir sind also wohl berechtigt auszusprechen, dass für Milchglas

$$44 > a > 43 \tag{9}$$

ist. Das Lambert'sche Emanationsgesetz ist für Milchglas nicht giltig, die Intensität sinkt schneller, als es nach diesem Gesetz der Fall sein müsste. Die für $\gamma = 60^0$ giltige charakteristische, zwischen 43 und 44 liegende, Zahl a scheint von allgemeinerer Bedeutung zu sein und nicht etwa bloss für den speciellen untersuchten Körper Giltigkeit zu haben, wie wir später sehen werden. Es wurde dasselbe a erhalten, gleichviel ob die Milchglasplatte glatt oder mattgeschliffen war.

5. Das Emanationsgesetz bei schiefer Incidenz. Allgemein zeigte es sich, dass für dickere Platten bei schiefer Incidenz fast genau dasselbe Emanationsgesetz gilt, wie bei senkrechter. Da bei wachsendem Einfallswinkel β die Abweichungen von dem Cosinus-Gesetz, also die Aenderungen in der direct beobachteten Lichtintensität, nur sehr langsam auftreten, wurde als charakteristisch für die meisten Platten nur der Fall $\beta = 60^0$ untersucht. Das Maximum ist bei $\gamma = o$, und nach beiden Seiten sinkt I und zwar stets schneller als nach dem Cosinus-Gesetz. Bei einer Platte von 2,56 mm Dicke war nach beiden Seiten das Sinken gleich schnell und für $\gamma = +60$ und $\gamma = -60$ war I durch 43,3 ausgedrückt (100 bei $\gamma = o$). Für dünnere Platten war I bei negativen γ grösser, als bei positiven. Als Maass dieses Ueberwiegens wurde eine zweite charakteristische Grösse, b, eingeführt, das Verhältnis der Lichtstärke bei $\gamma = -60$ zu der bei $\gamma = +60^0$ (immer $\beta = 60^0$ vorausgesetzt) in Procenten ausgedrückt. Es war also:

$$b = \left(\frac{\gamma = -60^0}{\gamma = +60^0}\right) \cdot 100 = \frac{C}{D}\ 100 \text{ (Fig. 16).} \tag{10}$$

Für dickere Platten war $b = 100$, für dünnere grösser als 100. In diesem Falle war (s. Fig. 16):

$$\frac{D}{E} < a \qquad \text{und} \qquad \frac{C}{E} > a.$$

So wurde für eine Platte von 1,114 mm Dicke

$$\frac{D}{E} = 42{,}43 \qquad \text{und} \qquad \frac{C}{E} = 45{,}32$$

gefunden, während für dieselbe $a = 43{,}85$ war.

Die Grösse b war gleich:

$$b = \frac{45{,}32}{42{,}43} \cdot 100 = 106{,}81.$$

Es überwiegt also C über D (Fig. 16) um 6,8%. Nach der § 2, 4 angegebenen Methode wurde noch die Intensität I für Strahlen bestimmt, welche nicht in der Einfallsebene austreten, sondern in einer zu dieser senkrechten. Es wurden die I verglichen für

$$\beta = \gamma = 60^0, \ \delta = 0^0$$

und $\beta = \gamma = 60^0$, $\delta = 90^0$. (Letzteres, wenn die Platte nach der einen und dann wenn sie nach der anderen Seite geneigt war.)

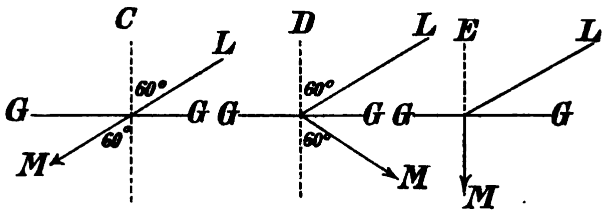


Fig. 16.

Es war nicht der geringste Unterschied zu bemerken. Fasst man die Resultate der vier in diesem Paragraphen summarisch angegebenen Beobachtungen zusammen, so darf man wohl sagen:

Durchscheinend beleuchtetes Milchglas, sowohl mattes, als auch polirtes, kann als selbständige Lichtquelle betrachtet werden, deren Intensität proportional ihrer Beleuchtung ist. Mit wachsendem Emanationswinkel sinkt die Intensität I des ausgestrahlten Lichtes schneller, als nach dem Lambert'schen Cosinus-Gesetz ($I = I_0 \cos \gamma$) Für $\gamma = 60^0$ ist $I = 0{,}435\ I_0$, statt $I = 0{,}5\ I_0$, wie es bei der Giltigkeit dieses Gesetzes sein müsste.

(Schluss folgt.)

Ein Wasserthermometer zum Vorlesungsversuch.

Von

A. Kurz.

Ein gewöhnliches Kolbenglas wird mit Wasser gefüllt, das gekocht worden und zur gewöhnlichen Temperatur erkaltet ist, und mit einem Kork verschlossen, durch welchen ein etwa 1 m langes Capillarrohr luftdicht eingesteckt wird. In der Hülle von schmelzendem Schnee oder Eis zeigt alsdann dieses Rohr ein constantes Niveau, welches durch angeklebtes Papier markirt wird.

Hernach stellt man den Kolben in Wasser von etwa 8^0 (wie hier die Wasserleitung aufweist) und beobachtet ein Sinken des Niveaus, anfangs zusehends rasch, dann langsam bis auf einen tiefsten Stand, der ebenfalls mit Papier markiert wird, und von dem aus noch innerhalb derselben Vorlesungsstunde das Steigen bemerkt werden kann.

In dem fraglichen Rohr betrug der Niveauabstand, welcher der Temperatur Null und dem scheinbaren Minimum des Wasservolums entspricht, 70 mm. Das Kaliber des Rohres war durch Wägung eines eingeleiteten Quecksilberfadens gleich 1,20 mm im Lichten bestimmt worden. Der Kolben fasst 325 cbcm Wasser. Daraus berechnet sich das Volumenverhältnis

$$70 \cdot 1{,}20^2 \frac{\pi}{4} : 325000 \text{ gleich } 0{,}00024.$$

Dieses Verhältnis soll nun auch thermometrisch ausgedrückt werden. Es entspricht da v_0 der oberen Marke und

$$v_t = v_0 \frac{1 - at + bt^2}{1 + \alpha t} = v_0 \left[1 - (a + \alpha)\, t + b t^2\right]$$

der unteren Marke. Darin bedeutet t die noch zu bestimmende (zwischen 0 und 8 liegende) Temperatur des beobachteten Minimums[1]),

1) Wäre das Glas unausdehnsam bei Temperaturwechsel, so wäre jenes t bekanntlich gleich 4^0 C.; wegen der Ausdehnung des Glases ist also dieses t über 4^0 zu suchen.

a und b sind die von mir für die Ausdehnung des Wassers innerhalb solch gewöhnlicher Zimmertemperaturen angegebenen Coefficienten[1]) und α ist der cubische Ausdehnungscoefficient des benutzten Glases. Wir erhalten demnach

$$\frac{v_0 - v_t}{v_0} \text{ oder } (a + \alpha)t - bt^2.$$

für das Verhältnis, welches schon zu 0,000 24 ausgewerthet wurde, so dass sich mittels

$$a = 0{,}000\,060$$
$$b = 0{,}000\,0075$$
$$\alpha = 0{,}000\,026$$

jene Minimumstemperatur berechnen liesse.

Ich ziehe aber vor, den noch offenen Weg der Theorie zur Bestimmung von t zu verwenden, welcher aus

$$a + \alpha - 2bt = 0$$

liefert $t = 86 : 15 \triangleq 5{,}7^0$ C., also

$$\frac{v_0 - v_t}{v_0} \text{ oder } (a + \alpha - bt)t \text{ oder } (a + \alpha - 2bt + bt)t$$

$$\text{oder also } b \cdot t^2 \text{ das ist } 0{,}000\,0075 \cdot 5{,}7^2 \text{ oder } 0{,}000\,24.$$

Der Unterschied dieses Resultates (des thermometrischen) vom vorigen (vom stereometrischen) beträgt nicht ganz 0,000 005, also nicht ganz zwei Procente.

Zusätzlich mag noch bemerkt werden, dass die zuletzt angewandte Methode zur Berechnung von $t = 5{,}7^0$ nicht mehr Mathematik voraussetzt, als ich auch a. a. O. zur Bestimmung von a und b benutzte; dass nämlich am Berggipfel (Maximum) oder tiefsten Punkte des Sees (Minimum) eine kleine Ortsveränderung $t + \tau$ statt t unser

$$\frac{v_0 - v_t}{v_0} \text{ oder } (a + \alpha)t - bt^2$$
$$\text{oder } (a + \alpha)(t + \tau) - b(t + \tau)^2$$
$$\text{oder } (a + \alpha)t - bt^2 + (a + \alpha - 2bt)\tau$$

nicht merklich ändern darf. Daraus geht aber

$$a + \alpha - 2bt = 0$$

hervor.

1) S. Repert. Bd. 21 S. 516 ff. Auch Bd. 22 S. 512 kann verglichen werden, wo die Hülle statt Glases aus Eisen besteht. Ich benütze diesen Anlass, um das daselbst in Zeile 10 und 19 von unten begangene Versehen zu corrigiren, dass nämlich da das lineare statt des cubischen α geschrieben wurde. Gerechnet wurde aber richtig mit dem cubischen α, so dass die weiteren Zahlenangaben keiner Correctur bedürfen.

Zur Ermittlung des Luftwiderstandes nach der kinetischen Theorie[1]).

Von

E. Töpler.

In einem Gase, welches im Sinne der kinetischen Theorie in Ruhe ist, denke man sich eine unbewegte ebene Flächeneinheit (E). Von der einen Seite (R) mag dieselbe in senkrechter Richtung von d Molekeln in der Secunde durchschritten werden. Bezeichnet dann φ den Neigungswinkel gegen, ω den Drehungswinkel um die Normale, so wird die entsprechende Anzahl für die Richtung ($\varphi\omega$) sein

$$d(\varphi) = d \cos \varphi.$$

Durch den Fusspunkt F der Normalen FN ziehe ich für jede von R(echts) nach L(inks) hindurchgehende Molekel eine zu ihrer Bewegungsrichtung parallele Gerade. Die Durchstosspunkte dieser und der um F mit dem Radius 1 gelegten Halbkugelfläche werden auf der letzteren so angeordnet sein, dass, wenn k ihre Dichtigkeit bei N, sodann $k \cos \varphi$ die bei einem Punkte $P(\varphi)$ ist, also

$$k(\varphi) = k \cos \varphi. \tag{1}$$

Die Zone (φ, $\varphi + d\varphi$) enthält dann $2\pi \sin \varphi \, d\varphi \cdot k \cos \varphi$ solche Punkte. Ist N^0 die Gesammtzahl der Molekeln, welche in der Secunde von R nach L durch die Flächeneinheit übertreten, so ist

$$2\pi k \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \sin \varphi \, d\varphi = N_0\,; \text{ daraus } k = \frac{N_0}{\pi}$$

und die Anzahl der aus der Neigung φ kommenden

$$N_0(\varphi) = 2 N_0 \cos \varphi \sin \varphi \, d\varphi. \tag{2}$$

Dasselbe gilt für die von L nach R übertretenden Molekule.

Nun nimmt die kinetische Theorie an, dass an dem Zustande des Gases R von E nichts geändert werde, wenn dasselbe sich nicht mehr durch E hindurch nach L fortsetzt, sondern in dieser Ebene durch einen festen oder flüssigen Körper begrenzt wird. Mit anderen Worten:

1) Vom Herrn Verf. im Sep.-Abdr. mitgetheilt.

An der Grenzfläche muss irgend ein Vorgang für die zurückkehrenden Molekeln dasselbe Vertheilungsgesetz der Richtungen (und Geschwindigkeiten) herstellen, wie es für die hingehenden gilt. Bei relativer Ruhe der beiden Medien ist die Frage nach der Art dieses Vorganges nicht nothwendig, wohl aber bei den Erscheinungen, welche bei deren relativer Bewegung auftreten.

Die nächstliegende Vorstellung ist die, als prallten die Molekeln nach den Gesetzen des elastischen Stosses von der begrenzenden Wand ab, welche man sich rauh oder absolut glatt denken kann. Eine andere Auffassung ergibt sich wie folgt: Unter die aus der Richtung $\alpha\omega$ die Ebene treffenden Molekeln werden nach dem Verlassen die Richtungen irgendwie vertheilt sein, die wie vorhin (Seite 162) erhaltenen Durchstosspunkte mit der Kugelfläche φ auf dieser irgend welche Anordnung haben. Hält man α (die Neigung gegen die Normale) fest und lässt ω von 0 bis 2π variiren, so muss aus der Uebereinanderlagerung der eben angedeuteten Anordnungen auf der Kugel φ eine solche resultiren, bei welcher für gleiche Neigung φ gleiche Dichtigkeit herrscht. Von den $N_0(\alpha) = 2N_0 \cos\alpha \sin\alpha d\alpha$ Molekeln, welche mit der Neigung α auftrafen, wird ein gewisser Bruchtheil mit der Neigung φ zurückgehen. Dieser Bruch kann eine Function von α und φ sein, ist proportional mit der Zonenfläche $(\varphi, \varphi + d\varphi)$; er sei durch $f(\alpha, \varphi) \sin\varphi d\varphi$ bezeichnet. Die Anzahl der unter dem $\measuredangle\,\alpha$ ankommenden und nachher unter dem $\measuredangle\,\varphi$ zurückkehrenden Molekeln schreibt sich dann

$$N_0(\alpha, \varphi) = 2N_0 \cos\alpha \sin\alpha d\alpha \cdot f(\alpha, \varphi) \sin\varphi d\varphi. \tag{3}$$

Integriren wir nach α, so erhalten wir alle mit der Neigung φ austretenden

$$N_0(\varphi) = 2N_0 \cos\varphi \sin\varphi d\varphi = 2N_0 \sin\varphi d\varphi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha, \varphi) \cos\alpha \sin\alpha d\alpha.$$

Da ferner die ganze Halbkugel φ alle $N_0(\alpha)$ Molekeln auffängt, ergibt die Integration nach φ

$$2N_0 \cos\alpha \sin\alpha d\alpha \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha, \varphi) \sin\varphi d\varphi = 2N_0 \cos\alpha \sin\alpha d\alpha.$$

Den beiden so erhaltenen Bedingungen:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha, \varphi) \cos\alpha \sin\alpha d\alpha = \cos\varphi \quad \text{und} \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\alpha, \varphi) \sin\varphi d\varphi = 1 \tag{4}$$

allein hat die gesuchte Function zu genügen. Das kann auf unendlich vielfache Weise geschehen. Eine augenfällige Lösung ist

$$f(\alpha, \varphi) = 2 \cos \varphi, \tag{5}$$

mit welcher Gl. 3 wird

$$N_0(\alpha, \varphi) = 2 N_0 \cos \alpha \sin \alpha \, d\alpha \cdot 2 \cos \varphi \sin \varphi \, d\varphi = 2 N_0 (a) \cos \varphi \sin \varphi \, d\varphi.$$

Darnach sind, wie der Vergleich mit Gl. 2 zeigt, unter die mit der Neigung α auftreffenden Molekeln beim Rückgange die Richtungen so vertheilt, wie es Gl. 1 $k(\varphi) = k \cos \varphi$ für die Totalität der Molekeln ausspricht.

Das Resultat lässt sich physikalisch so deuten: Nach der kinetischen Theorie hat man sich die festen und flüssigen Körper als so lockere Aggregate von Molekeln vorzustellen, dass in die Oberfläche derselben die Molekeln eines angrenzenden Gases einzudringen vermögen. Ist eine solche bis zu einem Punkte I im Innern gelangt, so ist die Wahrscheinlichkeit mit der Neigung φ gegen die Normale die Oberfläche zu verlassen, dem $\cos \varphi$ proportional, weil die Wahrscheinlichkeit anzustossen dem in dieser Richtung gemessenen Wege IP bis zur Oberfläche direct, dem $\cos \varphi$ also umgekehrt proportional ist.

In Bezug auf die Vertheilung der Geschwindigkeiten ergeben sich ähnliche Gleichungen wie 3. Die Anzahl der Molekeln, welche in der Secunde auf die Flächeneinheit mit einer bestimmten Geschwindigkeit c auftreffen, ist nach dem Maxwell'schen Gesetze:

$$N_0(c) = N_0 \frac{4}{\sqrt{\pi}} (km)^{\frac{3}{2}} e^{-kmc^2} c^2 dc, \tag{6}$$

wenn $\dfrac{3}{4k} = \frac{1}{2} m G^2$, der mittleren kinetischen Energie einer Molekel ist.

Ein Theil von $N_0(c)$ wird die Oberfläche mit einer anderen Geschwindigkeit ω verlassen. Wir bezeichnen ihn durch

$$N_0(c) \cdot \varphi(c, \omega) \, d\omega, \tag{7}$$

wo $\varphi(c, \omega) \, d\omega$ eine Function von c und ω ist, welche von 0 bis ∞ integrirt $= 1$ wird. Indem wir zwischen diesen Grenzen den Ausdruck (Gl. 7) nach c integriren, erhalten wir

$$C \cdot d\omega \int_0^\infty \varphi(c, \omega) \, e^{-kmc^2} c^2 \, dc = C e^{-km\omega^2} \omega^2 d\omega \qquad \left(C = \frac{4 N_0}{\sqrt{\pi}} (km)^{\frac{3}{2}} \right)$$

$$\text{oder} \int_0^\infty \varphi(c, \omega) \, e^{-kmc^2} c^2 \, dc = e^{-km\omega^2} \omega^2. \tag{8}$$

Diese Gleichung in Verbindung mit der eben genannten

$$\int_0^\infty \varphi(c, \omega) \, d\omega = 1$$

spricht die Bedingung aus, welcher $\varphi(c, \omega)$ zu genügen hat. Dieselbe kann auf unendlich mannigfaltige Weise erfüllt werden; doch ist auch hier eine Lösung besonders naheliegend. Nimmt man nämlich an, dass die gesuchte Function von c unabhängig sei, so erhält man aus Gl. 8, weil

$$\int_0^\infty e^{-kmc^2} c^2 dc = \frac{\sqrt{\pi}}{4(km)^{\frac{3}{2}}} \text{ ist,}$$

$$\varphi(\omega) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} (km)^{\frac{3}{2}} e^{-km\omega^2} \omega^2.$$

Man kann sich also die Reproduction des früheren Zustandes nach dieser Seite des Phänomens so vorstellen, als ob die Molekeln der getroffenen Oberfläche die von den aufprallenden Gasmolekeln an sie abgegebene kinetische Energie so unter dieselben zurückvertheilte, dass das Maxwell'sche Gesetz erfüllt bleibt.

Ehe ich dazu übergehe, die besprochenen Vorstellungen von dem, was an der Grenzfläche zwischen einem Gase und einem anders aggregirten Medium bei relativer Ruhe vorgeht, innerhalb gewisser Grenzen zu übertragen auf den Fall relativer Bewegung, habe ich eine Beziehung abzuleiten, die mehrfach Anwendung finden wird. Ich habe hierbei — wie überall, wo das Maxwell'sche Gesetz gilt — aus der Gesammtheit der Molekeln zunächst die mit gleicher Geschwindigkeit c ausgestatteten herausgegriffen und nachdem ich an diesen die jeweils vorliegende Frage erledigt, dem Resultate durch Anwendung der Formel (Gl. 6) und Integration die nöthige Allgemeinheit gegeben.

Die vorkommenden Integralwerthe sind:

$$\int_0^\infty \omega^3 N(\omega) = \frac{4}{3} N \Omega G^2 \qquad \int_0^\infty N(\omega) = N$$

$$\int_0^\infty \omega^2 N(\omega) = N G^2 \qquad \int_0^\infty \omega^{-1} N(\omega) = \frac{3}{2} N \frac{\Omega}{G^2}$$

$$\int_0^\infty \omega\, N(\omega) = N \Omega \qquad \int_0^\infty \omega^{-2} N(\omega) = 3 \frac{N}{G^2}$$

Dabei ist $N(\omega) = N \frac{4}{\sqrt{\pi}} (km)^{\frac{3}{2}} e^{-km\omega^2} \omega^2 d\omega$ (vergl. Gl. 6).

Bekanntlich ist, wenn man von den durch die Cohäsion und die Dimensionen der Molekeln bedingten Abweichungen vom Boyle'schen

Gesetze absieht, die Fiction zulässig, dass die Molekeln eines Gases im Inneren des von ihm erfüllten Raumes keine Aenderung der Grösse und Richtung ihrer individuellen Geschwindigkeit erleiden.

Nun sei in einem rechtwinkligen Parallelopiped mit den Flächen AA', BB', CC' und den Kanten α, β, γ eine Gasmenge eingeschlossen. Dieselbe enthalte n Molekeln mit der Geschwindigkeit c, deren Bewegungen wir uns im Inneren nach dem Vorigen ungestört an den absolut glatt gedachten Wänden nach den Gesetzen des elastischen Stosses erfolgend vorstellen können.

Eine dieser Molekeln treffe, von einem Punkte P im Inneren des Raumes R ausgehend, nach einander die Wände A, B, A' etc. in den Punkten $P_1\,P_2\,P_3$ u. s. w. Stellt man sich die Fläche A spiegelnd vor, so wird diese von dem Wegstück $P_1\,P_2$ ein Bild $P_1\,P'_2$ geben, welches die geradlinige Verlängerung von $P\,P_1$ bildet. Denkt man sich das durch A entworfene Bild realisirt und in diesem Raume (R_1) die zunächst getroffene Wand B wieder spiegelnd, so ist das Spiegelbild $P'_2\,P'_3$ die geradlinige Fortsetzung von $P\,P_1\,P'_2$; ferner ist es dem Wegstück $P_2\,P_3$ gleich und hat dieselbe Neigung gegen B.

Fährt man so fort, indem man immer die getroffene Fläche als spiegelnd betrachtet und dann das Bild fixirt, so erhält man die gebrochene Bahn $PP_1P_2P_3\ldots$ der Molekel zur geraden Linie $PP_1P'_2P'_3\ldots$ gestreckt, deren aufeinander folgende Stücke in den Räumen $RR_1R_2\ldots$ den wirklichen Wegstücken im Raume R gleich sind.

Denken wir uns jetzt drei zu den Wänden A, B, C des Parallelopipeds R parallele Systeme von Ebenen gelegt, mit den bezüglichen Entfernungen α, β, γ von einander. Die Bahn PP_1 verlängern wir über P_1 hinaus und machen die ganze Strecke $PQ = c$, dem Wege in der Secunde. Dieselbe wird im allgemeinen alle drei Systeme $AA_1A_2\ldots$, $BB_1B_2\ldots$, $CC_1C_2\ldots$ von Ebenen durchstechen. Die Strecken, welche in den aufeinanderfolgend durchlaufenen Räumen $RR_1R_2\ldots$ liegen, sind den Wegstücken der gebrochenen Bahn gleich. Ausserdem ergibt sich, wie oft jede Wand des Parallelopipeds getroffen worden ist, wenn man beachtet, dass die Durchstosspunkte der Ebenen $AA_1A_2\ldots$ z. B. abwechselnd den Wänden A und A' angehören. Man kann aber hiervon absehen, wenn man gleichzeitig eine in entgegengesetzter Richtung bewegte Molekel in Betracht zieht; es können dann die Punkte auf dem System $A_1A_2\ldots$ für die Ebene A und die auf dem System $A'_1A'_2\ldots$ für die Ebene A' angerechnet werden.

Führt man den Punkt P mit der Geraden PQ, welche die rectificirte Geschwindigkeit darstellt, ohne Aenderung der Richtung in dem Raume R umher, so ist einleuchtend, dass dabei in Bezug auf alle drei Systeme von Ebenen wie die in Frage kommenden Neigungswinkel, so auch die Anzahl der Durchstosspunkte ungeändert bleiben.

Wir ziehen jetzt von einem beliebigen Punkte O des Raumes R (es sei der Mittelpunkt) n gerade Linien, jede $= c$, so dass die Endpunkte Q auf der Kugelfläche mit dem Radius c gleichmässig vertheilt sind. Für die Bestimmung der Durchstosspunkte sind diese n Radien mit den rectificirten Bahnen der n Molekeln gleichwerthig, mit denen sie durch Parallelverschiebung zur Deckung gebracht werden können.

Senkrecht zu A legen wir durch O einen Durchmesser, von welchem aus φ gerechnet werden soll. Das Verhältnis der auf die Doppelzone $(\varphi, \varphi + d\varphi)$ entfallenden Anzahl $n(\varphi)$ Punkte Q zur Gesammtzahl n ist $\frac{n(\varphi)}{n} = \frac{2 \cdot 2c\pi \cdot c \sin\varphi\, d\varphi}{4c^2\pi} = \sin\varphi\, d\varphi$. Der Strahl $c(\varphi)$ durchschneidet $\frac{c\cos\varphi}{\alpha}$ Ebenen A. Für die Doppelzone $d\varphi$ gibt dies $n \sin \varphi\, d\varphi \cdot \frac{c\cos\varphi}{\alpha} = n \cdot \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi$ Durchschnitte und für die ganze Kugel $n\frac{c}{\alpha}\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi = \frac{nc}{2\alpha}$. Dies ist nach dem Obigen die Anzahl der Stösse, welche die Wände A und A' des Parallelopipeds in der Secunde erleiden. Da deren Flächeninhalt zusammen $2\beta\gamma$, so haben wir:

$$2\beta\gamma \cdot n_0 = \frac{nc}{2\alpha} = \frac{nc}{4\alpha\beta\gamma} \cdot 2\beta\gamma = \frac{nc}{4V} \cdot 2\beta\gamma \tag{9}$$

und $n_0 = \frac{nc}{4V}$, wenn n_0 die Anzahl Stösse auf die Flächeneinheit und V das Volumen bezeichnet.

Setzt man Gl. 6 $n = N\frac{4}{\sqrt{\pi}}(km)^{\frac{3}{2}} c^2 dc\, e^{-kmc^2}$ in Gl. 9 ein und integrirt von 0 bis ∞, so wird $N_0 = \frac{N\Omega}{4V}$, wo Ω das arithmetische Mittel der Geschwindigkeiten bezeichnet. Ist $\mathfrak{N}$ die Gesammtzahl der Molekeln in der Volumeneinheit und $\mathfrak{n}$ die entsprechende für alle mit der Geschwindigkeit c begabten, so ist

$$n_0 = \frac{\mathfrak{n}c}{4} \text{ und } N_0 = \frac{\mathfrak{N}\Omega}{4}. \tag{10}$$

Berechnet man in derselben Weise den Gasdruck, so kann man auch einen kugelförmigen Raum oder einen geraden Kreiscylinder wählen. Im ersten Falle tritt an die Stelle der drei Ebenen-Systeme ein solches von concentrischen Kugelschalen mit den Radien $r(1 + 2n)$. Beim geraden Kreiscylinder hat man ein System conaxialer Cylinderflächen mit den Radien $r(1 + 2n)$ und ein System dazu senkrechter Ebenen mit der gegenseitigen Entfernung h zu nehmen [1]).

Stellen wir uns eine ebene Oberflächeneinheit eines festen oder flüssigen Körpers vor, welche mit einem Gase in Berührung ist. Unabhängig von jeder Voraussetzung über das, was zwischen den auftreffenden Gasmolekeln und denen der Oberfläche vorgeht, gilt dann das Folgende: Eine Gasmolekel erreiche die letztere mit einer Geschwindigkeit ω und einer Neigung φ gegen die Normale. Nach einer gewissen Zeit verlasse sie die Oberfläche mit der Geschwindigkeit ω' und der Neigung φ'. Denken wir uns dann die Bewegungsgrössen, sowie die ins Spiel kommenden Kräfte, deren jeweilige Wirkungsdauer durch τ bezeichnet sei, auf die Normale projicirt, so ist

$$m\omega \cos\varphi + m\omega' \cos\varphi' = \Sigma \int_0^\tau f\,dt.$$

Stellt man diesen Ausdruck für jede Molekel auf und summirt, so wird

$$\Sigma m\omega \cos\varphi + \Sigma m\omega' \cos\varphi' = \Sigma\Sigma \int_0^\tau f\,dt. \tag{11}$$

Es ist einleuchtend, dass auf der rechten Seite nur mehr Antriebe von solchen Kräften stehen können, die von Molekeln der Oberfläche ausgeübt werden; denn Glieder, welche etwa von der wechselseitigen Einwirkung der Gasmolekeln herrühren, müssen sich in der Summe paarweise tilgen. Die rechte Seite ist also, wenn man die Summe für eine Secunde bildet, nichts anderes als der Reactionsdruck P der Oberfläche gegen das Gas. Bei relativer Ruhe ist dieser Ausdruck leicht zu berechnen; es ist dann

$$P_0 = 2\Sigma m\omega \cos\varphi. \tag{12}$$

Nach Gl. 2 ist die Anzahl der mit der Geschwindigkeit c und der Neigung φ auftreffenden Molekeln $n_0(\varphi) = 2n_0 \cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi$. Der Beitrag jeder derselben zur Summe ist $2mc\cos\varphi$; das gibt für alle n_0 Molekeln

---

1) Mit Benutzung der Ableitung von Hrn. Prof. Dr. Pfaundler im Sitzungsberichte vom 19. Januar 1871 der Akademie der Wissenschaften zu Wien.

$$p_0 = 4 n_0 m c \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 \varphi \sin \varphi \, d\varphi = \frac{4}{3} n_0 m c \tag{13a}$$

oder

$$p_0 = \frac{1}{3} \mathfrak{n} m c^2$$

nach Gl. 10 und durch Integration über alle Geschwindigkeiten

$$P_0 = \frac{1}{3} \mathfrak{N} m G^2 = \frac{\pi}{2} N_0 m \Omega \tag{13b}$$

$$\left(\text{weil } \mathfrak{N} = \frac{4 N_0}{\Omega}, \text{ nach Gl. 10, und } G^2 = \frac{3\pi}{8} \Omega^2\right).$$

Nun stellen wir uns eine unendlich grosse planparallele Platte vor, deren feste oder flüssige Oberfläche beiderseits mit einer unendlich ausgedehnten Gasmasse von gleicher Temperatur und Dichte sich in Berührung befindet. (Man könnte ebenso von einem unendlich langen gaserfüllten Cylinder mit absolut glatten Wänden sprechen, in welchem ein dicht schliessender Kolben sich bewegt, dessen Endflächen Querschnitte des Cylinders sind.)

Wir ertheilen derselben eine sehr kleine constante Translationsgeschwindigkeit v in der Richtung ihrer Normalen und betrachten zunächst die Vorgänge an der Vorderseite. Bei sehr langsamer relativer Bewegung wird die Annahme erlaubt sein, dass die Gesetze Gl. 1 und 6 giltig bleiben, welche die Vertheilung der Richtungen und Geschwindigkeiten für den Ruhezustand des Gases aussprechen. Dann ist in dem Ausdruck

$$P(v) = \Sigma m \omega \cos \varphi + \Sigma m \omega' \cos \varphi', \tag{14}$$

in welchem unter ω und ω' die relativen Geschwindigkeiten zu verstehen sind, die erste Summe leicht anzugeben. Die Berechnung von $\Sigma m \omega' \cos \varphi'$ jedoch erfordert eine Voraussetzung in Bezug auf die Wechselwirkung zwischen den Molekeln des Gases und der Oberfläche, über welche die — wenn man die Aufnahme von Energie durch die Oberfläche ausschliesst — vorhandene Bedingung

$$\Sigma\left(\frac{1}{2} m \omega^2\right) = \Sigma\left(\frac{1}{2} m \omega'^2\right)$$

nichts aussagt.

Wir denken uns zuerst jene Wechselwirkung als die zwischen vollkommen elastischen Körpern und die Oberfläche vollkommen glatt.

Der Beitrag jeder Molekel zu der Summe $P(v) = \Sigma 2 \mathrm{m} \omega \cos \varphi$ ist nicht mehr $2mc\cos\varphi$, sondern $2m(c\cos\varphi + v) = 2mc\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)$. Auch deren Anzahl vermehrt sich. Um diese Vermehrung zu ermitteln, denken wir uns die mit der Geschwindigkeit c nach der Oberfläche sich hinbewegenden Molekeln in Ruhe und ertheilen dafür dieser jene Geschwindigkeit mit umgekehrtem Sinne. Die Oberflächeneinheit durchstreicht dabei einen Cylinder von der Höhe $c\cos\varphi + v$ und dieser enthält eine Anzahl (d') Molekeln, welche sich zu der (d) in dem geraden Cylinder von der Höhe c verhält wie $(c\cos\varphi + v) : c$. Darnach ist $d' = d\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)$, $k' = k\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)$ und die Anzahl der aus der Richtung φ auf die Flächeneinheit treffenden

$$n'_0(\varphi) = 2\pi k\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi.$$

Bei Berechnung der Gesammtzahl ist zu beachten, dass die Integration nicht mehr wie in Gl. 2 bis $\frac{\pi}{2}$ auszuführen ist. Die Geschwindigkeit c setzt sich zusammen mit der v senkrecht zur Oberfläche. Infolgedessen wird diese von allen den Molekeln getroffen, für deren Richtung $\varphi < arc\left(\cos = -\frac{v}{c}\right)$. Wir haben also

$$n'_0 = 2\pi k \int_0^{arc\left(\cos = -\frac{v}{c}\right)} \left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi = \pi k\left(1 + \frac{v}{c}\right)^2$$

und nach Gl. 2

$$n'_0 = n_0\left(1 + \frac{v}{c}\right)^2. \tag{15}$$

Daraus

$$\frac{n'_0(\varphi)}{n'_0} = \frac{n'_0(\varphi)}{n_0\left(1 + \frac{v}{c}\right)^2} = \frac{2\pi k\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi}{\pi k\left(1 + \frac{v}{c}\right)^2}$$

und $$n'_0(\varphi) = 2n_0\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi.$$

Indem wir diese Zahl mit $2mc\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)$, der Stosswirkung einer Molekel, multiplicieren und zwischen denselben Grenzen wie eben integriren, erhalten wir

$$p(v) = 4 n_0 m c \int_0^{arc\left(\cos = -\frac{v}{c}\right)} \left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)^2 \sin\varphi \, d\varphi = \frac{4}{3} n_0 m c \left(1 + \frac{v}{c}\right)^3 =$$

$$= p_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)^3. \tag{16}$$

Schliesst die Richtung v mit der Normalen einen $\sphericalangle\,\psi$ ein, so ist die Projection der Geschwindigkeit auf die letztere

$$c\left(\cos\varphi = \frac{v}{c}\cos\psi\right).$$

Um den Zuwachs an auftreffenden Molekeln zu ermitteln, betrachten wir wieder die in einer bestimmten Richtung $\varphi\omega$ bewegten Molekeln als ruhend und ertheilen deren Geschwindigkeit c der Oberflächeneinheit in umgekehrtem Sinne. Dieselbe durchstreicht dann einen schiefen Cylinder von der Höhe $c\cos\varphi + v\cos\psi$. Da ferner die obere Integrationsgrenze jetzt ist $arc\left(\cos = -\frac{v}{c}\cos\psi\right)$, so ergibt sich:

$$p_\psi(v) = p_0 \left(1 + \frac{v}{c}\cos\psi\right)^3. \tag{17}$$

Davon entfällt in die Bewegungsrichtung die Componente

$$p_0 \left(1 + \frac{v}{c}\cos\psi\right)^3 \cos\psi. \tag{18}$$

Den Druck auf die Rückseite der bewegten Platte erhält man aus Gl. 16, indem man v das negative Zeichen gibt. Die gleichzeitige Wirkung auf beide Flächen bildet den Widerstand

$$w(v) = p(v) - p(-v) = p_0\left[\left(1 + \frac{v}{c}\right)^3 - \left(1 - \frac{v}{c}\right)^3\right] =$$

$$= 6 p_0 \frac{v}{c}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{v^2}{c^2}\right). \tag{19}$$

Durch Integration erhalten wir hieraus den totalen Widerstand

$$W(v) = P(v) - P(-v) = 6 P_0 \frac{\Omega v}{G^2}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{v^2}{G^2}\right). \tag{20}$$

In seinem Mémoire: „Récherches expérimentales sur la relation, qui existe entre la résistance de l'air et sa température“ leitet Herr G. A. Hirn eine der Gl. 19 entsprechende ab, welche jedoch durch Versehen die nicht correcte Form erhalten hat

$$w\left(= \frac{\varrho}{S}\right) = \frac{8m}{3D^3} U V \left(\text{Mit Weglassung des Quadrates von } \frac{V}{U}\right). \tag{21}$$

Hier bedeutet D den mittleren Abstand der auf einer Geraden bewegten Molekeln, V die Translationsgeschwindigkeit (v) der Platte und U die moleculare Geschwindigkeit (c)[1].

Nach der nöthigen Berichtigung wird

$$\triangle \frac{1}{2} m U^2 = \frac{2 S m V}{D^3} U^2 \left(\sin\delta + \frac{U}{V}\right)^2 2\pi \cos\delta \cdot d\delta$$

und die von der Fläche S auf dem Wege V geleistete Arbeit (Zeile 19 S. 56)

$$S \cdot V \cdot p(V) = \frac{4\pi S m}{D^3} V U^2 \int\limits_{\operatorname{arc}\left(\sin = -\frac{V}{U}\right)}^{\frac{\pi}{2}} \left(\sin\delta + \frac{V}{U}\right)^2 \cos\delta\, d\delta =$$

$$= \frac{4}{3} \frac{\pi S m}{D^3} V U^2 \left(1 + \frac{V}{U}\right)^3.$$

Nach der Definition von D ist $\frac{U}{D} \cdot \frac{1}{D^2}$ nichts anderes als $k = \frac{n_0}{\pi}$ (Gl. 2).

Damit wird Gl. 20 $p(V) = \frac{4}{3} n_0 m U^2 \left(1 + \frac{V}{U}\right)^3 = p_0 \left(1 + \frac{V}{U}\right)^3$ und

$w = p(V) - p(-V) = 6 p_0 \frac{V}{U}\left(1 + \frac{1}{3}\frac{V^2}{U^2}\right)$ oder nach der dortigen

Schreibweise (A S. 57) $\varrho = \frac{8\pi m S}{D^3} \cdot U V$.

Eine auf anderem als dem von mir eingeschlagenen Wege ermittelte Ableitung der Gl. 20 findet sich in der Promotionsschrift von Herrn Will. Benj. Smith „Zur Molecular-Kinematik“ (Göttingen 1879). Für kleine Geschwindigkeiten ist dort (S. 15) in unsere Schreibweise übertragen

$$W(v) = 6 P_0 \frac{\Omega v}{G^2}\left(1 + \frac{3}{4}\frac{v^2}{G^2}\right).$$

Dies Resultat ist durch die genannte Beschränkung aus einem auf S. 13 a. a. O. stehenden Ausdrucke entstanden, welcher — unter

---

1) S. 56, Zeile 5 ist $S \sin\delta$ statt S als von den Molekeln getroffen in Rechnung gezogen. In der Mitte derselben Seite ist $\cos\delta \cdot d\delta$ statt $2\pi \cos\delta \cdot d\delta$ für die Zonenfläche eingeführt. Endlich ist (letzte Zeile) auch auf der Vorderseite nach δ nicht von 0, sondern von $\operatorname{arc}\left(\sin = -\frac{V}{U}\right)$ an zu integriren.

Beibehaltung der Bezeichnung $\alpha^2 = \frac{2}{3} G^2$ und bei Einführung von $\left(\frac{v}{\alpha}\right) = x$ — lautet:

$$W(v) = 2\mathfrak{N}m \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha v}{\sqrt{\pi}} \left(2 - \frac{1}{3} x + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2!} x^2 - \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{3!} x^3 + \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{4!} x^4 - \dots \right) \\ + \frac{2 v^3}{\alpha \sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} - \frac{1}{3 \cdot 4} \cdot x + \frac{1}{5 \cdot 6} \cdot \frac{1}{2!} x^3 - \frac{1}{7 \cdot 8} \cdot \frac{1}{3!} x^2 + \dots \right) \end{array} \right\}$$

Durch Zusammenfassen der beiden Reihen erhält man hieraus

$$W(v) = 2\mathfrak{N}m \frac{\alpha v}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{1!} \cdot \frac{1}{1 \cdot 3} x - \frac{1}{2!} \cdot \frac{1}{3 \cdot 5} x^2 + \frac{1}{3!} \cdot \frac{1}{5 \cdot 7} x^3 - \dots \dots \right).$$

Behält man in dieser Reihe nur die 1. Potenz von $x = \frac{v^2}{\alpha^2}$ bei, so wird $W(v) = 4\mathfrak{N}m \frac{\alpha v}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{v^2}{\alpha^2}\right)$. Setzt man nun $\alpha^2 = \frac{2}{3} G^2 = \frac{\pi}{4} \Omega^2$ ein und multiplicirt mit $1 = \frac{P_0}{\frac{1}{3} \mathfrak{N}m G^2}$, so erhält man Gl. 20.

Es muss also die Gleichung auf S. 15 der Schrift heissen:

$$W(v) = 4\mathfrak{N}m \frac{\alpha v}{\sqrt{\pi}} \left(1 + \frac{1}{3} \frac{v^2}{\alpha^2}\right).$$

Ich lasse nun die Voraussetzung, dass die Oberfläche absolut glatt sei, fallen und denke mir dieselbe bestehend aus unendlich kleinen ebenen Elementen, deren Normalen mit der der Ebene Winkel zwischen 0 und $\frac{\pi}{2}$ einschliessen, und zwar so, dass keine Richtung bevorzugt ist. Um einen Punkt F der Oberfläche sei über derselben eine Halbkugelfläche construirt mit einem Radius, welcher der Bedingung $r^2 \pi = 1$ entspricht. Die Elemente der so herausgeschnittenen Kreisfläche seien durch Parallelverschiebung nach dem Mittelpunkte F gebracht. Die Durchschnittspunkte der zugehörigen Normalen mit der Halbkugelfläche werden auf dieser gleichmässig dicht liegen. Verschiebt man jetzt jedes Oberflächenelement seiner Normalen entlang von F bis zur Oberfläche der Halbkugel, so wird diese hierdurch vollständig bedeckt sein; denn die Elemente sind gleichmässig vertheilt und ihre Projection auf die Ebene gleich der der Halbkugel.

Ist $d\sigma$ ein Element der Oberfläche, ψ die Neigung seiner Normalen gegen die der Ebene, so ist nach Gl. 18 die auf die letztere

Richtung entfallende Druckcomponente, wenn von $\frac{v}{c} = \varepsilon$ nur die erste Potenz beibehalten wird, $d\sigma \cdot p_0 (1 + 3\varepsilon \cos\psi)\cos\psi$. Für unsere Halbkugelfläche ist, da hier $d\sigma = 2\sin\psi\, d\psi$, der von den Molekeln mit der Geschwindigkeit c herrührende Druck

$$2p_0\int_0^{\frac{\pi}{2}}(1 + 3\varepsilon\cos\psi)\cos\psi\sin\psi\, d\psi = p_0\,(1 + 2\varepsilon). \qquad (22$$

Mit derselben Bedeutung wollen wir jetzt die Oberfläche eines Umdrehungsparaboloides nehmen, welches über der Kreisfläche $r^2\pi = 1$ steht. Es ist, wenn $y^2 = 2p(x + h)$ die Gleichung der Parabel, $d\sigma = 2\pi y\, ds$ und da

$$y = p\, tg\, \psi, \text{ sowie } ds\cos\psi = dy = \frac{p\, d\psi}{\cos^2\psi},\quad d\sigma = 2\pi p^2 \frac{\sin\psi}{\cos^4\psi} d\psi.$$

Der Ausdruck $p_0\,(1 + 3\varepsilon\cos\psi)\, 2\pi p^2 \frac{\sin\psi}{\cos^3\psi} d\psi$ ist zu integriren zwischen den Grenzen $\psi_0 = 0$ und $\psi_1 = arc\left(\cos = \frac{p}{w} = \frac{1}{\varkappa}\right)$, wo w die Länge der Normalen für $x = 0$ bezeichnet. Man erhält

$$p(v) = p_0\, 2\pi p^2\left[\frac{1}{2}(\varkappa^2 - 1) + 3\varepsilon(\varkappa - 1)\right].$$

Für $x = 0$ wird $r^2 = 2ph$; daraus $\varkappa^2 = \frac{w^2}{p^2} = \frac{r^2}{p^2} + 1 = \left(\frac{2h}{r}\right)^2 + 1$ und $\pi p^2 = \frac{\pi r^4}{4h^2} = \left(\frac{r}{2h}\right)^2 = \frac{1}{\varkappa^2 - 1}$,

so dass

$$p(v) = p_0\left(1 + \frac{6\varepsilon}{\varkappa + 1}\right). \qquad (23$$

Wählen wir in demselben Sinne die Kegelfläche mit der halben Oeffnung γ, so ist $\cos\psi = \sin\gamma =$ constans und $\Sigma d\sigma\cos\psi = 1$, so dass

$$p(v) = p_0\,(1 + 3\varepsilon\sin\gamma). \qquad (24$$

Dehnt man die Geltung der Gleichungen 22, 23, 24, welche man zusammenfassen kann in $p(v) = p_0\left(1 + l\frac{v}{c}\right)$, durch Integration auf alle Geschwindigkeiten aus, so wird

$$P(v) = P_0\left(1 + l\frac{\Omega v}{G^2}\right) = P_0\left(1 + \lambda\frac{v}{\Omega}\right).$$

Die folgende Tabelle enthält einige Werthe von l. $\frac{h}{r}$ ist das Verhältnis der Höhe der Umdrehungsfläche zu dem Radius des Kreises, über welchem sie steht.

	$\frac{h}{r}$	Kugel	Werthe von l Paraboloid	Kegel	
1.	$\frac{1}{10}$		2,970	2,985	
2.	$\frac{1}{2}$		2,474	2,683	
3.	1	2,000	1,854	2,121	(25
4.	2		1,171	1,342	
5.	4		0,662	0,728	
6.	10		0,289	0,299	

Die Ableitung der Gleichung $p(v) = p_0 \left(1 + l \frac{v}{c}\right)$ ist unter der stillschweigenden Voraussetzung geschehen, dass die Molekeln direct aus dem freien Raume vor der Ebene auf das betreffende Oberflächenelement gelangen. Nun müssen aber Molekeln, deren Bewegungsrichtungen mit v einen Winkel grösser als $\frac{\pi}{2}$ einschliessen, von anderen Oberflächenelementen herrühren.

Eine gerade Linie $A_1 A_2$ sei eine mögliche Bahn zwischen zwei Elementen $d\sigma_1$ und $d\sigma_2$. Setzt man dieselbe bei jedem neu erreichten Flächenelement nach dem Reflexionsgesetze fort, so muss man schliesslich zu einer Bewegungsrichtung kommen, welche die Oberfläche nicht mehr trifft. Die Umkehrung zeigt, dass jedes Element $d\sigma$ von Molekeln erreicht wird.

Nehmen wir an, $d\sigma_1$ werde in einer gewissen Richtung von Molekeln getroffen, welche direct aus dem freien Raume kommen. Ein Theil derselben trifft, in der Richtung $A_1 A_2$ reflectirt, auf einen Theil $d\sigma'_2$ von $d\sigma_2$. Diese letzteren Molekeln bewegen sich in einem Cylinder, der von $d\sigma'_1$ und $d\sigma'_2$ begrenzt ist. Sind φ_1 und φ_2 die Reflexionswinkel bei A_1 und A_2, so ist $d\sigma'_1 \cos\varphi_1 = d\sigma'_2 \cos\varphi_2 = q$, dem Querschnitte des genannten Cylinders. Ist $k_1 d\sigma'_1$ die Anzahl der Molekeln, welche in der Zeiteinheit auf $d\sigma'_1$ treffen, so trifft diese selbe Zahl auf $d\sigma'_2$, aber mit einer anderen Dichtigkeit k_2, so dass $k_2 d\sigma'_2 = k_1 d\sigma'_1$. Wir haben also

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{d\sigma'_2}{d\sigma'_1} = \frac{\cos\varphi_1}{\cos\varphi_2}. \tag{26}$$

Ist k die Dichtigkeit der beim Gase im Normalzustande mit der Geschwindigkeit ω senkrecht auftreffenden Molekeln, so ist $k_1 = k \frac{\omega_1}{\omega} \cos\varphi_1$

und nach Gl. 26 $k_2 = k_1 \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = k \frac{\omega_1}{\omega} \cos \varphi_2$. Die Stosswirkung auf das Element $d\sigma'_2$ ist also

$$\frac{2mk}{\omega} \omega_1{}^2 \cos{}^2 \varphi_2 \cdot d\sigma'_2 \tag{27}$$

Nach der für die zulässige Neigung der Elemente $d\sigma$ gegen die Ebene gemachten Voraussetzung kann der Winkel φ_1, welchen eine Bewegungsrichtung ω_1 vor dem Auftreffen mit v einschloss, durch Reflexion nur vergrössert werden.

Die Geschwindigkeit ω_2, mit welcher die Molekeln aus dem freien Raume in der Richtung $A_1 A_2$ auf $d\sigma'_2$ stossen würden, ist demnach kleiner als ω_1, also die nach Gl. 27 gebildete Grösse

$$\frac{2mk}{\omega} (\omega_1{}^2 - \omega^2{}_2) \cos{}^2 \varphi_2 d\sigma'_2 \tag{28}$$

stets positiv. Es folgt daraus, dass die Zahlen, welche bei Gl. 25 für l berechnet stehen, als Minimalwerthe genommen werden müssen. Dabei sind die Zuwachse Gl. 28 um so beträchtlicher, je rauher die Ebene, d. h. die kleinsten Werthe von l werden den grössten Ausgleich erfahren.

Es wurde früher bemerkt, dass man bei relativer Ruhe den Vorgang an der Grenzfläche eines Gases so auffassen könne, als ob dessen Molekeln, unter Aufgabe alles individuellen in Bezug auf die Bewegung, ihre kinetische Energie beim Auftreffen an die Molekeln der Oberfläche abgeben; dass dann beim Verlassen der letzteren die Gasmolekeln mit Richtung und Geschwindigkeit aus diesem Reservoir so ausgestattet werden, wie es Gl. 1 und 6 verlangt. Dieselben dringen nach dieser Vorstellung in die Oberfläche ein und es wird immer eine gewisse Anzahl dort verweilen, welche bei der Bildung der Summe Gl. 12 nicht in Rechnung zu ziehen ist. In Gl. 13 $p = \frac{1}{3} n m c^2 = \frac{n}{3V} m c^2$ haben wir demnach von n einen Bruchtheil abzuziehen, welcher offenbar mit On_0, der Anzahl der Molekeln, proportional sein muss, welche in der Secunde die ganze Oberfläche O treffen. Dann ist

$$p = \frac{1}{3V} (n - \varkappa O n_0) m c^2 = \frac{mc^2}{3V} \left(n - \varkappa O \frac{nc}{4V}\right) = \frac{nmc^2}{3V} \left(1 - \frac{\varkappa c}{4V} O\right)$$

und durch Integration

$$PV = \frac{1}{3} Nm G^2 \left(1 - \frac{\varkappa \Omega}{3} \cdot \frac{O}{V}\right). \tag{29}$$

Ich nehme nun an, dass, auch wenn das Gas eine Translationsgeschwindigkeit v relativ zur Oberfläche besitzt, seine Molekeln mit der Vertheilung der Richtungen und Geschwindigkeiten (Gl. 1 und 6) zurückgehen, wie sie dem Ruhestand entspricht.

Unter der genannten Annahme lässt sich zunächst die „äussere Reibung" der Gase einfach ermitteln. Das Gas bewege sich in einer zur Oberfläche parallelen Richtung mit der gemeinsamen Geschwindigkeit v jener Schicht, aus welcher Molekeln auf die Oberfläche gelangen. Nach der vor (Gl. 17) gemachten Bemerkung ist die Zahl derselben, welche bei einer Neigung ψ der Richtung von v die Flächeneinheit treffen

$$n_0(v, \psi) = 2n_0 \int_0^{arc\left(\cos = -\frac{v}{c}\cos\psi\right)} \left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\cos\psi\right) \sin\varphi \, d\varphi = n_0\left(1 + \frac{v}{c}\cos\psi\right)^2.$$

Für $\psi = \frac{\pi}{2}$ ist demnach $n_0(v, \psi) = n_0$ und $N_0(v, \psi) = N_0$.

Die Summe der auf die Richtung v projicirten Bewegungsgrössen dieser N_0 Molekeln war vor dem Auftreffen $N_0 \cdot mv$; nachher ist sie gleich Null. Für die Geschwindigkeit 1 ist also die eingebüsste Bewegungsgrösse $\frac{\mathfrak{N}\Omega}{4} m$. Dieser Ausdruck für den Coefficienten der äusseren Reibung entspricht der experimentell begründeten Forderung, dass er der Dichtigkeit $\mathfrak{N}m$ proportional sein soll.

Gehen wir jetzt auf den früher behandelten Fall zurück, in welchem die Translationsgeschwindigkeit v senkrecht ist zu der ebenen Oberfläche. In der Gl. 14 für den Gasdruck

$$\Pi(v) = \Sigma m\omega \cos\varphi + \Sigma m\omega' \cos\varphi'$$

ist nach der jetzt angenommenen Auffassungsweise der erste Theil $\Sigma m\omega\cos\varphi$ die Hälfte des Druckes $P(v)$, welchen man durch Integration von Gl. 16 erhält. Es ist dann bei Weglassung höherer Potenzen von $\frac{v}{c}$

$$P(v) = \int_0^\infty p_0\left(1 + 3\frac{v}{c}\right) = \frac{m}{3}\int_0^\infty (\mathfrak{n}c^2 + 3v\mathfrak{n}c) = \frac{m}{3}(\mathfrak{N}G^2 + 3v\mathfrak{N}\Omega) =$$

$$= \frac{1}{3}\mathfrak{N}mG^2\left(1 + \frac{\Omega^2}{G^2}\cdot\frac{v}{\Omega}\right) = P_0\left(1 + \frac{8}{\pi}\frac{v}{\Omega}\right). \quad \text{(29b}$$

Der zweite Theil $\Sigma m\omega' \cos\varphi'$ bezieht sich auf die die Oberfläche verlassenden Molekeln und ist nach Gl. 13b zu berechnen:

$$\Sigma m\omega' \cos\varphi' = \frac{1}{2} P'_0 = \frac{1}{6}\mathfrak{N}' m\, G_1^2 = \frac{\pi}{4} N_0' m\, \Omega_1.$$

Zur Ermittlung von G_1, resp. Ω_1 dient der Umstand, dass die Summe der lebendigen Kräfte in der relativen Bewegung für die $N_0\,(v)$ Molekeln vor dem Auftreffen und nach dem Verlassen der Oberfläche dieselbe ist.

Da $c_r^2 = c^2 + 2cv\cos\varphi + v^2$, so ist die kinetische Energie der mit der Neigung φ ankommenden Molekeln

$$dL = 2n_0\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi \cdot \frac{1}{2} m\,(c^2 + 2cv\cos\varphi + v^2).$$

Mit Weglassung höherer Potenzen von $\frac{v}{c}$ gibt dies

$$dL = n_0 m c^2\left(1 + 2\frac{v}{c}\cos\varphi\right)\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi,$$

$$L = n_0 m\, c^2 \int_0^{arc\left(\cos = -\frac{v}{c}\right)} \left(\frac{v}{c} + \cos\varphi + 2\frac{v}{c}\cos^2\varphi\right)\sin\varphi\, d\varphi = \frac{1}{2} n_0\, m c^2 \left(1 + \frac{10}{3}\frac{v}{c}\right) =$$

$$= \frac{m}{8}\,\mathfrak{n}\, c^3\left(1 + \frac{10}{3}\frac{v}{c}\right)$$

$$\Sigma L = \frac{m}{8}\int_0^\infty \left(\mathfrak{n} c^3 + \frac{10}{3} v\,\mathfrak{n} c^2\right) = \frac{m}{8}\left(\frac{4}{3}\mathfrak{N}\Omega G^2 + \frac{10}{3} v\mathfrak{N} G^2\right) =$$

$$= \frac{1}{6} m\mathfrak{N}\Omega G^2\left(1 + \frac{5}{2}\frac{v}{\Omega}\right) = \frac{2}{3} m\frac{\mathfrak{N}\Omega}{4} G^2\left(1 + \frac{5}{2}\frac{v}{\Omega}\right) =$$

$$= \frac{2}{3} N_0\, m\, G^2\left(1 + \frac{5}{2}\frac{v}{\Omega}\right) = \frac{2}{3} N_0 m\, G^2 \cdot r_1^2. \qquad (30$$

Es sei ferner n'_0 die Zahl der Molekeln, die mit der Geschwindigkeit c_1 die Oberfläche verlassen; dann ist

$$n'_0 \cdot \frac{1}{2} m c_1^2 = \frac{\mathfrak{n}' c_1}{4} \cdot \frac{1}{2} m c_1^2 = \frac{m}{8}\,\mathfrak{n}\, c_1^3$$

$$\text{und } \frac{m}{8}\int_0^\infty \mathfrak{n}' c_1^3 = \frac{m}{8}\,\frac{4}{3}\mathfrak{N}'\,\Omega_1\, G_1^2 = \frac{2}{3} N'_0\, m\, G_1^2\, \Sigma L\,(\text{Gl. } 30) \qquad (31$$

die kinetische Energie nachher.

Von N'_0 wissen wir, dass es $= N_0\,(v)$ ist. Wir hatten Gl. 15

$$n_0\,(v) = n^0\left(1 + \frac{v}{c}\right) = \frac{\mathfrak{n} c}{4}\left(1 + 2\frac{v}{c}\right);$$

daraus folgt

$$N_0(v) = \frac{1}{4}\int\limits_0^\infty (\mathfrak{n}c + 2v\mathfrak{n}) = \frac{1}{4}(\mathfrak{N}\Omega + 2\mathfrak{N}v) = \frac{\mathfrak{N}\Omega}{4}\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}\right) =$$

$$= N_0\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}\right) = N_0 r_2^2. \tag{32}$$

Indem wir für $N'_0 = N_0(v)$ diesen Werth in Gl. 31 einsetzen und dann letzteren Ausdruck mit Gl. 30 vergleichen, erhalten wir

$$\frac{2}{3} N_0 m G^2 r_1^2 = \frac{2}{3} N_0 m G_1^2 r_2^2;\quad G_1^2 = \frac{r_2^2}{r_1^2} G^2 \text{ und } \Omega_1 = \frac{r_2}{r_1}\Omega.$$

Somit ist

$$P'_0 = \frac{\pi}{2} N'_0 m \Omega_1 = \frac{\pi}{2} N_0 m \Omega \cdot r_2^2 \cdot \frac{r_1}{r_2} =$$

$$= \frac{\pi}{2} N_0 m \Omega \sqrt{\left(1 + \frac{5}{2}\frac{v}{\Omega}\right)\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}\right)} = P_0\left(1 + \frac{9}{4}\frac{v}{\Omega}\right)$$

und

$$\Pi(v) = \frac{1}{2}(P[v] + P'_0) = \frac{1}{2}P_0\left(2 + \left[\frac{8}{\pi} + \frac{9}{4}\right]\frac{v}{\Omega}\right) = P_0\left(1 + 2{,}40 \cdot \frac{v}{\Omega}\right). \tag{33}$$

Die Formel $P(v) = P_0\left(1 + \lambda\frac{v}{\Omega}\right)$, welche wir als allgemeinen Ausdruck für die Pression gefunden haben, welche eine in Richtung der Normalen mit der Geschwindigkeit v verschobene ebene Flächeneinheit erleidet, wollen wir jetzt auf die Compression der Gase anwenden

In einem cylindrischen Gefäss vom Querschnitte 1 und der Höhe y_0 seien N Molekeln eingeschlossen. Der eine Querschnitt werde mit constanter Geschwindigkeit v dem anderen genähert; ihr variabler Abstand sei y, also $-dy = v\,dt$. Durch die Verschiebung um die Strecke $v\,dt$ empfängt die Gasmasse eine der geleisteten Arbeit $P(v) \cdot v\,dt$ gleiche Menge Energie. Bezeichnen wir letztere mit L und den Factor $\left(1 + \lambda\frac{v}{\Omega}\right)$ vorübergehend mit r, so haben wir

$$dL = P(v) \cdot v\,dt = P_0 \cdot r \cdot v\,dt = \frac{\pi}{2} N_0 m \Omega r v\,dt.$$

Setzen wir hierin $N_0 = \frac{N\Omega}{4y}$ und $v\,dt = -dy$ ein, so wird

$$dL = -\frac{\pi}{2}\frac{N\Omega}{4y} m \Omega r\,dy = \frac{\pi}{8} N m \Omega^2 r \frac{dy}{y} = -\frac{1}{3} N m G^2 r \frac{dy}{y}. \tag{34}$$

Ist die Compression eine isothermische, d. h. bleibt G resp. Ω constant, so ergibt sich, wenn das Gas bis zum Volumen y_1 zusammengedrückt wurde,

$$L_1 - L_0 = -\frac{1}{3} Nm G^2 r\, lg\left(\frac{y_1}{y_0}\right) = y_0 P_0 r\, lg\left(\frac{y_0}{y_1}\right)$$

und

$$Q = \frac{L_1 - L_0}{E} = A y_0 P_0 \left(1 + \lambda \frac{v}{\Omega}\right) lg\left(\frac{y_0}{y_1}\right)$$

als Betrag der abgegebenen Wärmemenge.

Sind die Wände des Gefässes für Wärme undurchdringlich, so verbleibt der erzeugte Ueberschuss an lebendiger Kraft in dem Gase, aber nicht ganz als Energie der fortschreitenden Bewegung. Da das Verhältnis dieser zur totalen Energie constant $= \frac{3}{2}\left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right) = 3\mu$ ist, so kann auch nur ein solcher Bruchtheil in ersterer Form erhalten bleiben. Für diesen Fall ist also die Gl. 34 zu schreiben:

$$dL = -\frac{3}{2}\left(\frac{C_p}{C_v} - 1\right) \cdot \frac{1}{3} Nm G^2 \left(1 + \lambda \frac{v}{\Omega}\right)\frac{dy}{y} =$$

$$= -\mu Nm G^2 \left(1 + \frac{q}{G}\right)\frac{dy}{y} \qquad \left[\lambda \frac{v}{\Omega} = \frac{q}{G}\right. \tag{35}$$

Nunmehr ist G veränderlich. Setzt man links für dL seinen Werth $d\left(\frac{1}{2} Nm G^2\right) = Nm G\, dG$ ein, so ist $dG = -\mu (G + q)\frac{dy}{y}$ und wenn G_0 der Anfangswerth von G war,

$$lg\left(\frac{G + q}{G_0 + q}\right) = \mu\, lg\left(\frac{y_0}{y}\right). \quad G + q = (G_0 + q)\left(\frac{y_0}{y}\right)^{\mu}.$$

In Gl. 35 ist G durch G_0 auszudrücken. Es ist

$$G(G + q) = (G_0^2 + 2 G_0 q)\left(\frac{y_0}{y}\right)^{2\mu} - G_0 q \left(\frac{y_0}{y}\right)^{\mu},$$

also

$$dL = -\mu Nm \left[A\left(\frac{y_0}{y}\right)^{2\mu} - B\left(\frac{y_0}{y}\right)^{\mu}\right] \cdot \frac{dy}{y},$$

wenn $G_0^2 + 2 G_0 q$ mit A und $G_0 q$ mit B bezeichnet wird.

Da dies geschrieben werden kann

$$dL = \frac{1}{2} Nm A\, d\left(\frac{y_0}{y}\right)^{2\mu} - Nm B\, d\left(\frac{y_0}{y}\right)^{\mu},$$

so wird

$$L_1 - L_0 = \frac{1}{2} Nm A \left[\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{2\mu} - 1\right] - Nm B \left[\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} - 1\right].$$

Wir haben demnach

$$L_1 = \left(\frac{1}{2}\, Nm\, G_0^2 + Nm\, G_0 q\right)\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{2\mu} - Nm\, G_0 q \left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} =$$
$$= \frac{1}{2}\, Nm\, G_0^2 \left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{2\mu} + Nm\, G_0 q \left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} \cdot \left[\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} - 1\right].$$

Bezeichnen T_1 und T_0 die absoluten Temperaturen, so ist

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{L_1}{L_0} = \left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} + \frac{2q}{G_0}\left[\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} - 1\right]\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} =$$
$$= \left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{2\mu} + 2\lambda\, \frac{v}{\Omega_0}\left[\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu} - 1\right]\left(\frac{y_0}{y_1}\right)^{\mu}.$$

Ist z. B. das Endvolumen die Hälfte des ursprünglichen, $v = 1$ cm und nimmt man (nach Gl. 29 b) $\lambda = \frac{8}{\pi}$, so wird für atmosphärische Luft, deren Anfangstemperatur 0° war, wegen $3\mu = 0{,}615$ und $\Omega_0 = 447$ m

$$\frac{T_1}{T_0} = 2^{0{,}410} + 2 \cdot \frac{8}{\pi} \cdot \frac{0{,}01}{447}\,[2^{0{,}205} - 1] \cdot 2^{0{,}205} = 1{,}3287 + 1{,}95 \cdot 10^{-5}.$$

Das erste Glied bedeutet eine Temperaturerhebung um 89,73°, das zweite eine solche um etwa 0,005°.

Was bis hierher über den Widerstand gesagt ist, welchen ein Gas der Normalverschiebung einer Ebene entgegensetzt, beruht auf der Annahme, dass die relative Geschwindigkeit v der beiden Medien constant bleibt. Nun liegt es auf der Hand, dass die der Ebene benachbarten Gasschichten auch bei der langsamsten Fortschiebung jener eine translatorische Geschwindigkeit mit der Zeit erhalten müssen. Aus diesem Grunde wird die nun folgende Darstellung eine genauere Beschreibung des fraglichen Vorganges sein und wohl auch Anspruch auf ein weiteres Giltigkeitsgebiet erheben dürfen.

Wir betrachten wieder zunächst, was vorgeht an der Seite der unendlich ausgedehnten ebenen Platte, nach welcher sie sich bewegt. Ertheilt man derselben eine momentane Verschiebung in der Richtung der Normalen, so wird dadurch den während dessen auftreffenden Molekeln ein Ueberschuss an lebendiger Kraft mitgetheilt, welcher (wie wir wissen) von derselben weitergegeben, mit einer Geschwindigkeit

$$u = \Omega \sqrt{\frac{\pi}{8}\,\frac{Cp}{Cv}}$$

sich von der Platte entfernt und zwar so, dass er stets zwischen zwei zu dieser parallelen äquidistanten Ebenen bleibt, welche mit dieser Geschwindigkeit fortschreiten.

Es ist für unseren Zweck besser, von dem auf die Normale projicirten Ueberschuss an Bewegungsgrösse zu sprechen, welchen die von der Flächeneinheit in die vorliegende Gasmasse geschleuderten Molekeln dieser mittheilen. Bei oscillirender Bewegung der Platte wird derselbe nach jeder vollendeten ganzen Schwingung gleich Null.

Anders wenn die Verschiebung der Platte, sagen wir wieder mit constanter Geschwindigkeit v, fortdauert. Während im ersten Falle der Werth der auf die Normale projicirten Bewegungsgrössen für die zwischen zwei einander sehr nahen, der Platte parallelen, Ebenen befindlichen Molekeln eine momentane Ausbiegung von Null nach der positiven Seite machte, bei schwingender Bewegung der Platte aber um den Werth Null oscillirt, wird er hier auf ein constantes positives Niveau gehoben.

Die von der fortschreitenden Oberfläche zurückkehrenden Gasmolekeln werden alsbald mit anderen zusammentreffen und diesen von dem aufgenommenen Ueberschuss an Bewegungsgrösse abgeben. Nicht ein Procent legt die fünffache mittlere Weglänge ohne anzustossen zurück. Die vorliegende Gasschicht erfährt auf diese Weise eine Verringerung ihrer relativen Translationsgeschwindigkeit v. Diese Aenderung wird annähernd stetig vor sich gehen. Um zu einer Uebersicht zu gelangen, wollen wir jedoch den Vorgang in Abschnitte von gleicher sehr kleiner Dauer τ eintheilen, innerhalb welcher in gleicher Entfernung von der Platte die Translationsgeschwindigkeit als constant angesehen werden soll.

Betrachten wir was vorgeht in einem geraden Cylinder vom Querschnitte 1 und der Höhe $u \cdot \tau$, welcher auf der Oberfläche senkrecht steht (u ist die Schallgeschwindigkeit). Während in Wirklichkeit der durch die Bewegung der Oberfläche der Gasmasse mitgetheilte Ueberschuss an Bewegungsgrösse von dieser ausgehend nach der Zeit τ eben den anderen Querschnitt erreicht hat, nehmen wir an, die Translationsgeschwindigkeit, mit welcher der obere Querschnitt durchschritten, der untere getroffen wird, bleibe während des genannten Zeitelementes τ gleich und unverändert, um bei Beginn des folgenden seinen neuen Werth plötzlich anzunehmen. Der durch die Seitenwände des Cylinders stattfindende Molekelaustausch ändert an der jeweils in demselben enthaltenen Anzahl nichts.

Der gedachte Raum enthielt anfänglich $\mathfrak{N} u \tau$ Molekeln. Während der Zeit τ treten (nach Gl. 32) oben ein

$$\frac{\mathfrak{N}\Omega}{4}\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}\right)\tau$$

und aus

$$\frac{\mathfrak{N}\Omega}{4}\left(1-2\frac{v}{\Omega}\right)\tau, \tag{36}$$

so dass die Vermehrung $\mathfrak{N}v\tau$ beträgt, die Dichte also $\mathfrak{N}_1=\mathfrak{N}\left(1+\frac{v}{u}\right)$ wird.

Die Bewegungsgrösse war $\mathfrak{N}u\tau\cdot mv$. Dazu kommt von oben $\mathfrak{N}v\tau\cdot mv$. Was ihre Aenderung durch den Vorgang am unteren Querschnitte angeht, welcher der Oberfläche angehört, so wollen wir zunächst die letztere als absolut glatt und die Gesetze des elastischen Stosses als giltig voraussetzen. Die Aenderungen, welche nöthig werden, wenn man diese Voraussetzung fallen lässt, sind an dem Resultate leicht vorzunehmen. Beim Auftreffen auf die Oberfläche verliert jede der $N_0(v)$ Molekeln mv und gewinnt $-mv$, wodurch ein Zuwachs von $-N_0(v)\tau\cdot 2mv=-\frac{\mathfrak{N}\Omega}{4}\left(1+2\frac{v}{\Omega}\right)\tau\cdot 2mv$ resultirt. Die gesammte Vermehrung der Bewegungsgrösse ist also

$$\mathfrak{N}v\tau\cdot mv-\frac{\mathfrak{N}\Omega}{2}\tau\cdot mv-\mathfrak{N}v\tau\cdot mv=-\frac{\mathfrak{N}\Omega}{2}\tau\cdot mv$$

und der Bestand am Ende von τ

$$\mathrm{N}u\tau\cdot mv-\frac{\mathfrak{N}\Omega}{2}\tau\cdot mv=\mathfrak{N}u\tau\left(1-\frac{\Omega}{2u}\right)\cdot mv. \tag{37}$$

Derselbe vertheilt sich (nach Gl. 36) auf $\mathfrak{N}_1u\tau=\mathfrak{N}u\tau\left(1+\frac{v}{u}\right)$ Molekeln, so dass für das zweite Element τ die mittlere Translationsgeschwindigkeit (in der Richtung der Normalen) ist

$$v_1=v\cdot\frac{1-\frac{\Omega}{2u}}{1+\frac{v}{u}}\quad\text{oder}\quad v_1=v\left(1-\frac{\Omega}{2u}\right)$$

wenn man 1 für $1+\frac{v}{u}$ setzt[1]).

Für das zweite Zeitelement τ gelten dieselben Ueberlegungen, nur treten $\mathfrak{N}_1$ und v_1 an die Stelle von $\mathfrak{N}$ und v, so dass

$$\mathfrak{N}_2=\mathfrak{N}\left(1+\frac{v}{u}+\frac{v_1}{u}\right)\text{ und }v_2=v\left(1-\frac{\Omega}{2u}\right)^2.$$

Allgemein ist nach der Zeit $k\tau$, wenn man noch $\mu\Omega$ für u einführt,

$$v_k=v\left(1-\frac{1}{2\mu}\right)^k=v\varepsilon^k \tag{38}$$

1) Für Luft z. B. ist $u=\frac{3}{4}\Omega=\frac{3}{4}\,.\,447$ m. Mit $v=1$ cm gibt das $v_1=\frac{1-\frac{1}{3}}{1,000029}$.

und

$$\mathfrak{N}_k(v) = \mathfrak{N}\left(1 + \frac{v}{u} + \frac{v_1}{u} + \frac{v_2}{u} + \ldots\ldots + \frac{v_{k-1}}{u}\right)$$

$$= \mathfrak{N}\left(1 + \frac{v}{u}[1 + \varepsilon + \varepsilon^2 + \ \ldots\ + \varepsilon^{k-1}\right)$$

$$= \mathfrak{N}\left(1 + \frac{v}{\mu\Omega}\cdot\frac{1-\varepsilon^k}{1-\varepsilon}\right) = \mathfrak{N}\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}[1-\varepsilon^k]\right).$$

Da 2μ soweit bekannt für alle Gase grösser als 1 (und zwar nahe 1,5 ist, nähert sich v_k mit wachsendem k der Grenze 0 und $\mathfrak{N}_k(v)$ dem Werthe $\mathfrak{N}\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}\right)$. Die Gleichung 29b für den Druck auf die Vorderseite wird mit diesen Werthen

$$P_k(v) = \frac{1}{3}\mathfrak{N}_k(v)\cdot m\,G^2\left(1 + \frac{8}{\pi}\frac{v_k}{\Omega}\right). \tag{39}$$

Für die Rückseite der Platte erhalten wir aus Gl. 38 und 39

$$-v_k = -v\cdot\varepsilon^k \qquad\qquad \lim(-v_k) = 0 \tag{40}$$

$$\mathfrak{N}_k(-v) = \mathfrak{N}\left(1 - 2\frac{v}{\Omega}[1-\varepsilon^k]\right) \quad \lim\left(\mathfrak{N}_k(-v)\right) = \mathfrak{N}\left(1 - 2\frac{v}{\Omega}\right)$$

$$P_k(-v) = \frac{1}{3}\mathfrak{N}_k(-v)\cdot m\,G_2\left(1 - \frac{8}{\pi}\frac{v_k}{\Omega}\right). \tag{41}$$

Der gesammte Widerstand wird nach Gl. 39 und 41

$$W_k(v) = P_k(v) - P_k(-v) = \frac{1}{3}m\,G^2\left([\mathfrak{N}_k(v) - \mathfrak{N}_k(-v)] + \right.$$

$$\left. + \frac{8}{\pi}\frac{v}{\Omega}\varepsilon^k[\mathfrak{N}_k(v) + \mathfrak{N}_k(-v)]\right).$$

Nun ist nach Gl. 38 und 40

$$\mathfrak{N}_k(v) + \mathfrak{N}_k(-v) = 2\mathfrak{N} \text{ und } \mathfrak{N}_k(v) - \mathfrak{N}_k(-v) = \mathfrak{N}4\frac{v}{\Omega}(1-\varepsilon^k);$$

daher

$$W_k(v) = \frac{1}{3}\mathfrak{N}m\,G^2\left(4\frac{v}{\Omega}(1-\varepsilon^k) + \frac{16}{\pi}\frac{v}{\Omega}\varepsilon^k\right) =$$

$$= 4P_0\frac{v}{\Omega}\left(1 + \left[\frac{4}{\pi} - 1\right]\varepsilon^k\right), \tag{42}$$

$$W(v) = \lim[W_k(v)] = 4P_0\cdot\frac{v}{\Omega}. \tag{43}$$

Wir haben bei Ableitung dieser Gleichung die Voraussetzung gemacht, dass die Oberfläche absolut glatt sei und die Gesetze des elastischen Stosses zwischen ihr und den auftreffenden Molekeln in Wirksamkeit treten. Lassen wir jetzt auch die anderen Vorstellungen zu, aus denen Gl. 25 und 33 hergeleitet sind, welche Gleichungen mit Gl. 29b zusammengefasst werden können in

$$P(v) = P_0\left(1 + \lambda \frac{v}{\Omega}\right), \text{ wo } \lambda \overline{\overline{<}} \frac{8}{\pi}.$$

Wir haben dann zunächst die Aenderung der Bewegungsgrössen der auftreffenden Molekeln zu bestimmen. ω bezeichne die relative, c die absolute Geschwindigkeit einer Molekel. Die Summen der Projectionen der relativen Bewegungsgrössen auf die Normale sind Gl. 13

$$\Sigma m\omega \cos\psi + \Sigma m\omega' \cos\psi' = P(v). \qquad (44$$

Würde die bewegte Platte so wie die ruhende nur die Bewegung der Molekeln reproduciren, wie sie dem Ruhezustande des Gases entspricht, so erhielte man eine andere Summe

$$\Sigma 2mc \cos\varphi = P_0(v) \qquad (45$$

welche aber nicht identisch ist mit P_0, weil hier nicht N_0, sondern $N_0(v) = N_0\left(1 + 2\frac{v}{\Omega}\right)$ Molekeln in der Secunde auftreffen und unter diesen letzteren nicht das Vertheilungsgesetz (Gl. 1) der Richtungen, sondern $k'(\varphi) = k\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)$ gilt.

Die Differenz $P(v) - P_0(v)$ zwischen Gl. 44 und 45 ist nun offenbar der Zuwachs der auf die Normale projicirten Bewegungsgrösse.

Bei der Berechnung von $P_0(v)$ kommen auf die Zone $d\varphi\, 2n_0 \left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\sin\varphi\, d\varphi$ Molekeln jede mit $2mc\cos\varphi$ als Factor:

$$d\,[p_0(v) = 4n_0 mc\left(\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)\cos\varphi \sin\varphi\, d\varphi,$$

$$p_0(v) = 4nmc\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{2}\frac{v}{c}\right) = \frac{4}{3}n_0 mc\left(1 + \frac{3}{2}\frac{v}{c}\right)$$

und durch Integration (vergl. Gl. 29b)

$$P_0(v) = P_0\left(1 + \frac{4}{\pi}\frac{v}{\Omega}\right).$$

Wir haben jetzt

$$P(v) - P_0(v) = P_0\left(1 + \lambda\frac{v}{\Omega}\right) - P_0\left(1 + \frac{4}{\pi}\frac{v}{\Omega}\right) = P_0\left(\lambda - \frac{4}{\pi}\frac{v}{\Omega}\right) =$$

$$= \frac{\pi}{2}N_0 m\Omega\left(\lambda - \frac{4}{\pi}\right)\frac{v}{\Omega} = \frac{\pi}{2}\left(\lambda - \frac{4}{\pi}\right)N_0 mv.$$

Da nun $\lambda \overline{\overline{<}} \frac{8}{\pi}$, können wir, mit θ einen echten Bruch bezeichnend, schreiben $\lambda = \theta \frac{8}{\pi}$, so dass

$$P(v) - P_0(v) = \frac{\pi}{2}(2\theta - 1)\frac{4}{\pi} \cdot N_0 m v = \theta_1 \mathfrak{N}_0 2 m v =$$

$$= \theta_1 \frac{\mathfrak{N}\Omega}{2} m v \quad \theta_1 = 2\theta - 1$$

Damit wird Gl. 37 unter Vernachlässigung der zweiten Potenz von v

$$\mathfrak{N} u \tau \cdot m v - \theta_1 \cdot \frac{\mathfrak{N}\Omega}{2} \tau \cdot m v = \mathfrak{N} u \tau \left(1 - \theta_1 \frac{\Omega}{2u}\right) m v.$$

Ferner wird

$$v_k = v\left(1 - \frac{\theta_1}{2\mu}\right)^k \equiv \varepsilon_1^k \text{ und } \varepsilon_1 = 1 - \frac{\theta_1}{2\mu} = 1 - \frac{2\theta - 1}{2\mu} \tag{46}$$

Nach Gl. 38 findet man

$$\mathfrak{N}_k(\pm v) = \mathfrak{N}\left(1 \pm \frac{v}{\mu\Omega} \cdot \frac{1 - \varepsilon_1^k}{1 - \varepsilon_1}\right) = \mathfrak{N}\left(1 \pm 2\frac{v}{\Omega}\frac{1 - \varepsilon_1^k}{2\theta - 1}\right)$$

und da hiernach

$$\mathfrak{N}_k(v) - \mathfrak{N}_k(-v) = \mathfrak{N}\, 4\frac{v}{\Omega} \cdot \frac{1 - \varepsilon_1^k}{2\theta - 1},$$

so ist

$$W_k(v) = P_0\left(4\frac{v}{\Omega}\frac{1 - \varepsilon_1^k}{2\theta - 1} + \frac{16}{\pi}\frac{v}{\Omega}\varepsilon_1^k\right) =$$

$$= 4 P_0 \frac{v}{\Omega}\left(\frac{1}{2\theta - 1} + \left[\frac{4}{\pi} - \frac{1}{2\theta - 1}\right]\varepsilon_1^k\right).$$

Dieser Ausdruck nähert sich der Grenze

$$W_1(v) = \frac{4}{2\theta - 1} P_0 \frac{v}{\Omega} = \frac{10}{\pi\lambda - 4} P_0 \cdot \frac{v}{\Omega},$$

wenn $\lim(\varepsilon_1^k) = o$, d. h. Gl. 46

$$0 < \frac{2\theta - 1}{2\mu} < 1 \text{ oder } \frac{1}{2} < \theta < \mu + \frac{1}{2} \text{ ist.}$$

Diese Bedingung trifft zu bei Gl. 33. Dagegen entsprechen allerdings die letzten Zahlenangaben für $l = \frac{3\pi}{8}\lambda = 3\theta$ in der Tabelle (25) Werthen von $\theta < \frac{1}{2}$, für welche $W_1(v)$ divergirt; aber nach der Bemerkung (Gl. 28), sind alle Zahlen dieser Tabelle Minimalwerthe, welche um so erheblichere additive Correctur erfahren, je kleiner sie sind.

Das Ergebnis lässt sich — ich wähle der Einfachheit wegen die Gleichungen 38 bis 43 — so aussprechen: Wenn die Platte sich zu bewegen anfängt, beginnt das Gas auf der Vorderseite sich zu verdichten und v_r abzunehmen, so dass P_0 und v_r zu Grenzen haben $P_0\left(1+2\frac{v}{\Omega}\right)$ und Null. Auf der Rückseite nimmt gleichzeitig der Druck ab von P_0 bis $P_0\left(1-2\frac{v}{\Omega}\right)$, während die relative Geschwindigkeit zunimmt von $-v$ bis zur Grenze 0.

Ist die Platte von endlichen Dimensionen, so wird der entstehende Druckunterschied sich durch Strömungen ausgleichen, welche von der Vorderseite um die Kanten herum nach der Rückseite hin sich einrichten. Nehmen wir dieselbe kreisförmig an (und die Beschaffenheit ihrer Oberfläche $=1$ überall dieselbe), so wird der Druck auf die Vorderseite im Mittelpunkt O am grössten sein und nach dem Rande zu (in allen Richtungen gleichmässig) abnehmen. Tragen wir in jedem Punkte den zugehörigen Druck als Ordinate auf, so werden die Endpunkte eine Rotationsfläche bilden, deren Achse die Normale in O ist. Da das Abfliessen nach den Rändern von Beginn der Bewegung an stattfindet, wird der Maximalwerth P_m in O kleiner als $P_0\left(1+2\frac{v}{\Omega}\right)$ sein. Der über der Oberfläche stehende, durch die genannte Rotationsfläche begrenzte cylindrische Raum $R(v)$ repräsentirt dann den Gesammtdruck. Auf der Rückseite erhalten wir ebenso eine concave Druckfläche, deren Minimalwerth $P_{-m} > P_0\left(1-2\frac{v}{\Omega}\right)$ ist und welche das Volumen $R(-v)$ abschliesst, das den Druck vorstellt. Der Widerstand $W(v) = R(v) - R(-v)$ wird durch einen scheibenförmigen Rotationskörper dargestellt, welcher vom Rande nach der Mitte zu sich verdickt bis zu $P_m - P_{-m}$. Dem durch Gl. 43 unter der Voraussetzung einer unendlich ausgedehnten ebenen Platte angegebenen Widerstande entspricht der Cylinder von der Höhe $4P_0\frac{v}{\Omega}$.

Unsere Gleichungen, als deren Repräsentanten ich wieder Gl. 43 wähle, geben den absoluten Werth des Widerstandes. So ist z. B. für atmosphärische Luft bei 0° und 760 mm Quecksilberdruck pro qcm Fläche und cm Geschwindigkeit der Widerstand in Grammen

$$W(1\,\mathrm{cm}) = 4\cdot 10^{-4}\cdot 10334\cdot 10^{3}\cdot\frac{10^{-2}}{447} = 0{,}0925\,(\text{conventionelles Syst.})$$

Dieser Gleichung haften zwei beschränkende Voraussetzungen an: 1. dass v sehr klein und 2. dass die Platte unendlich gross sei, wodurch die oben erwähnten Strömungen ausgeschlossen sind. Eine Annäherung an dieselbe würde von den bei experimenteller Bestimmung der Constanten des Luftdruckes erhaltenen Resultaten um so mehr zu erwarten sein, je kleiner die gewählten Geschwindigkeiten und je grösser die Platten sind. Die mir bekannt gewordenen Versuche, welche in dieser Richtung angestellt worden sind und der ersten Bedingung genügen, sind alle mit sehr kleinen Platten ausgeführt.

Cornu und Baille, Comptes rendus, t. 86, p. 571—574.

Braun und Kurz, Sitzungsberichte der math.-physik. Classe der kgl. bayer. Akademie der Wissenschaften 1881, Heft II, S. 165—195.

E. Boedeker, „Versuche zur Bestimmung des Luftwiderstandes bei kleinen Geschwindigkeiten". Inaugural-Dissertation, Göttingen 1881.

Es lässt sich von denselben nur erwarten, dass sie kleinere Resultate liefern als Gl. 48 angibt. In der That ist nach der Zusammenstellung von Braun und Kurz (S. 193)

Geschwindigkeit in cm	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
Widerstand in Milliontel-Grammen . .	2,9	3,1	3,4	3,9

Welche Aenderungen unsere Gleichung $W(v) = a P_0 \frac{v}{\Omega}$ erleidet, wenn man die genannten einschränkenden Bedingungen fallen lässt, erfordert natürlich eine besondere Untersuchung, so z. B. den Nachweis, ob auch dann noch der Widerstand von Ω, d. h. auch der Temperatur, abhängig ist. Wenn daher Herr G. A. Hirn in dem früher genannten Memoire aus den dort mitgetheilten Versuchen, welche beiden Bedingungen nicht entsprechen, findet, dass der Luftwiderstand von der Temperatur unabhängig sei und mit Beziehung auf seine ebenda (p. 57) entwickelte Gl. 21 vorliegender Schrift), welche die letztere implicite enthält, schliesst „que la pression et la température des gaz ne sont point constitués par les mouvements, de quelque genre qu'on veuille, des atomes matériels", so mangelt diesem Schlusse die zureichende Begründung.

Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens. II.[1])

Von

Viktor v. Lang.

I.

Ich habe vor einiger Zeit [2]) eine Methode angegeben, nach welcher der Widerstand einer Leitung gemessen werden kann, auch während ein Strom in derselben circulirt. Diese Methode habe ich dann angewandt, um die elektromotorische Kraft eines von Kohlenspitzen gebildeten Lichtbogens zu bestimmen. Ein derartiger, am 8. April 1885 ausgeführter Versuch ergab für diese Gegenkraft die Grösse von 39 *V*. Natürlich fühlte ich das Bedürfnis, diesen einmaligen Versuch zu wiederholen und womöglich auch den Lichtbogen zwischen Metallspitzen zu untersuchen.

In der That habe ich diesen Versuch, trotz seiner Umständlichkeit am 25. Juni 1885 wiederholt und dabei auch Elektroden aus Kupfer untersucht.

Die Anordnung des zweiten Versuches war genau dieselbe, wie die des ersten, nur wurden diesmal 64 Bunsenelemente angewandt, und zur Ersetzung der Lichter standen jetzt Widerstände zur Verfügung, die aus spiralig in Luft ausgespanntem Neusilberdrahte von 1,6 mm Durchmesser bestanden. Auch die Herren Professoren K. und F. Exner und Dr. Lecher hatten wieder die Güte, mir dieselbe Hilfe zu leisten wie das erste Mal.

Die einzelnen Messungen zerfallen in solche, die mit den Kohlenspitzen, mit Kupferspitzen und mit den dafür eingeschalteten Widerständen ausgeführt wurden. Diese Beobachtungen wurden in keiner bestimmten Ordnung, sondern durcheinander vorgenommen.

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 94 S. 84 (1887).

2) Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. 91, II. (1885) S. 844 und dieses Repert. Bd. 21 S. 537.

Ich beginne mit den Messungen, wo statt der beiden elektrischen Lichter beiderseits gleiche Widerstände eingeschaltet waren, deren beiläufiger Werth in der zweiten Columne der nachfolgenden Uebersicht angegeben ist.

Nr.		I	W	
1	11 SE	3,62 A	7,82 Ω	+ 72
2	7	4,76	5,94	32
11	7	4,68	5,66	— 5
12	7	3,95	6,60	+ 2
13	11	3,45	7,32	— 10
14	11	3,39	7,44	9
15	11	3,45	7,35	7
18	5	5,63	4,86	4
19	3	7,30	3,75	22
20	2	8,57	3,38	14
23	2	8,93	3,35	6
24	3	7,48	3,77	14
25	4	6,28	4,37	10

Die erste Columne gibt die Ordnungszahl der Beobachtung, die dritte die beobachtete Stromstärke I und die vierte den beobachteten Gesammtwiderstand W. Letzterer muss eine lineare Function der reciproken Stromstärke sein, wenn die elektromotorische Kraft der Batterie constant bleibt. Das constante Glied der linearen Function ist gleich dem Widerstande der Leitung von den beiden äquipotentialen Punkten A, B bis zur Messbrücke. Dieser Widerstand war beiläufig 0,89 Ω, so dass das Mittel aus den vorstehenden Zahlen die Gleichung gibt:

$$W = \frac{22{,}89}{I} + 0{,}89. \tag{1}$$

Berechnet man nach dieser Gleichung die den angegebenen Stromstärken entsprechenden Gesammtwiderstände, und zieht die so berechneten Werthe von den beobachteten ab, so erhält man die in der fünften Columne bemerkten Differenzen in Einheiten der zweiten Decimalstelle.

Was die Beobachtungen mit Kohlenspitzen betrifft, so wurden hierzu dieselben Kohlen von 5 mm Durchmesser wie das erste Mal benutzt, und folgende Werthe von I und W' erhalten.

Nr.	I	W'	W	$2(W-W')$	D
3	3,46 A	2,65 Ω	7,29 Ω	9,28 Ω	32,11 V
4	4,44	1,67	5,95	8,56	38,01
5	4,36	1,53	6,04	9,02	39,33
6	4,71	1,53	5,66	8,26	38,90

Nr.	I	W'	W	$2(W-W')$	D
7	4,13 A	1,70 Ω	6,34 Ω	9,28 Ω	38,33 V
8	3,82	1,81	6,79	9,96	38,05
9	3,60	2,32	7,15	9,66	34,78
10	4,00	2,10	6,62	9,04	36,16
				Mittel	36,96

Die vierte Columne der vorstehenden Tabelle enthält den nach der Gl. 1 berechneten Gesammtwiderstand, wie er der beobachteten Stromstärke entsprechen würde; subtrahirt man hiervon den wirklich beobachteten Widerstand und multiplicirt mit 2, so erhält man die Zahlen der fünften Columne. Diese Zahlen geben schliesslich mit der Stromstärke multipliciert, sechste Columne, die gesuchte elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens, welche im Mittel 37,0 V beträgt.

Das Ergebnis dieses Versuches ist also recht befriedigend und die Uebereinstimmung mit dem Resultate des ersten Versuches, welcher eine elektromotorische Gegenkraft von 39 V ergab, besser als erwartet werden konnte. Ja, die Uebereinstimmung wird noch grösser, wenn man den ersten Versuch auf dieselbe Weise berechnet, wie es bei dem vorliegenden Versuch geschah, und sich nicht damit begnügt, nur das Mittel der Beobachtungen zur Berechnung der elektromotorischen Kraft zu benutzen, was für die Zwecke, welche ich in meiner ersten Abhandlung verfolgte, wohl genügend war. Die genauere Rechnung gibt nämlich für den Gesammtwiderstand die Gleichung

$$W = \frac{22{,}41}{I} + 0{,}89 \tag{2}$$

und für die 13 Beobachtungen mit den Kohlenlichtern

I	E
*7,21 A	31,08 V
4,27	38,24
4,27	38,24
4,49	36,19
4,27	36,30
4,14	38,25
4,49	36,51
*8,21	31,53
4,49	36,19
*3,46	51,00
4,27	35,70
4,27	34,07
Mittel	36,94

Dieses Mittel stimmt also vollkommen genau mit dem der zweiten Versuchsreihe überein. Würde man bei Bildung des Mittels die drei mit einem Sternchen bezeichneten Beobachtungen nicht berücksichtigen, wie dies in meiner ersten Abhandlung geschah, so würde das Mittel noch immer 36,64 betragen. Die elektromotorische Gegenkraft dürfte also für die von mir benutzte Kohle mit 5 mm Durchmesser und bei einer mittleren Stromstärke von 4,3 *A* nahezu 37 *V* betragen.

II.

Ich komme nun zu den Beobachtungen mit den Kupferstäben, welche ebenfalls 5 mm Durchmesser hatten. Da nach Edlund's Untersuchungen für Kupfer von vornherein eine kleinere elektromotorische Gegenkraft zu erwarten stand, so hoffte ich, dass die Beobachtungen mit den Kupferlichtern leichter auszuführen sein würden, als mit den Kohlenlichtern. Allein es zeigte sich das Gegentheil; es hatte grosse Schwierigkeit, die beiden Kupferlichter gleichzeitig zum ruhigen Brennen zu bringen, so dass im Ganzen nur vier solche Beobachtungen angestellt werden konnten.

Diese sind:

Nr.	I	W'	W	$2(W-W')$	D
16	8,89 A	1,69 Ω	3,41 Ω	3,44 Ω	30,58
17	8,40	2,23	3,57	2,68	22,50
21	7,48	1,90	3,91	4,02	30,07
22	5,82	2,42	4,76	4,68	27,24
				Mittel	27,60

Wir erhalten also für die elektromotorische Gegenkraft des Kupferbogens den Betrag von 27,6 *V* und es ist das Verhältnis dieser Kraft zu der des Kohlenbogens gleich 0,75.

Edlund[1]) hat, indem er den Widerstand des Lichtbogens bei verschiedenen Längen mass, folgende elektromotorische Gegenkräfte in willkürlicher Einheit ausgedrückt erhalten:

$D =$ 5,15 harte Kohle,
5,48 Batteriekohle,
4,58 Kupfer,
2,86 Messing mit 37% Zn.,
2,50 Silber mit 10% Cu.

Das Verhältnis von Kupfer zu Kohle wird also nach Edlund 0,84 — 0,89, was von dem oben gefundenen Werthe nicht allzu sehr abweicht.

1) Pogg. Ann. Bd. 133 (1868) 5353.

III.

Edlund [1]) hat es bei Besprechung der von mir befolgten Methode als wünschenswerth bezeichnet, dass die elektromotorische Gegenkraft für dieselben Kohlenspitzen auch nach seiner ursprünglichen Methode durch Variation der Länge des Lichtbogens ermittelt werde. Eine Differenz in den Resultaten beider Methoden würde nämlich auf einen sogenannten Uebergangswiderstand des Lichtbogens schliessen lassen.

Ich habe deshalb auch solche Versuche ausgeführt und dazu den Strom einer Grammemaschine kleinster Gattung, die durch einen einpferdigen Gasmotor in Bewegung gesetzt wird, benutzt. Die Kohlenspitzen wurden durch dieselbe Regulirungsvorrichtung wie früher in constanter Entfernung gehalten, indem eine Linse das Bild des Lichtbogens auf die Wand projicirte. Die Entfernung der Spitzen wurde dagegen meist durch flache Keile bestimmt, die zwischen sie hineingesenkt wurden, und es hatte Prof. F. Exner die Güte, diese Messungen, welche der Natur der Sache nach nicht sehr genau sein können, auszuführen.

Von den beiden Kohlenspitzen führten Drähte zu einem Voltmeter, bestehend aus einer Tangentenbussole mit ungefähr 75 Windungen und vorgelegtem grösseren Widerstande. Die Ablesung dieses Instrumentes wurde von Dr. E. Lecher besorgt.

Die Stromstärke wurde von mir an der schon früher gebrauchten Tangentenbussole gemessen, welche nach der im April 1855 ausgeführten Messung mit einer Dämpfung versehen worden war. Als dämpfende Flüssigkeit wurde Vaselinöl (Paraff. liqu. Pharm. Germ. II.) verwandt, auf welches ich durch Prof. S. Exner aufmerksam gemacht worden war, und das sich in der That für Dämpfungszwecke wegen seiner Unveränderlichkeit als vorzüglich erweist.

Zur Aenderung der Stromstärke wurden die beiden früher erwähnten Widerstände aus Neusilberdraht benutzt.

Trotzdem nun alle Sorgfalt angewandt wurde, so stimmen die Beobachtungsreihen von verschiedenen Tagen nicht sehr gut untereinander. Es wurden im Ganzen an fünf Tagen zwischen Februar und Juli des Jahres 1886 Messungen ausgeführt, die Resultate der einzelnen Tage schwanken aber zwischen 32 und 36 V für die Gegenkraft des Kohlenlichtes. Bei dieser geringen Uebereinstimmung will ich daher gar nicht die einzelnen Messungen mittheilen, sondern nur das Resultat aus der Berechnung sämmtlicher brauchbarer Beobach-

1) Pogg. Ann. Bd. 26 (1885) 5520.

tungen. Die Rechnung geschah mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate nach der Formel

$$p = a + bli$$

wo p der beobachtete Potentialunterschied der beiden Kohlenspitzen in Volt, l deren Entfernung in Millimeter und i die Stromstärke in Ampère bedeutet. Bei Aufstellung dieser Formel ist natürlich angenommen, dass die Constante b unabhängig sei von der Stromstärke. Bei den geringen Aenderungen in der Stromstärke, welche bei vorliegenden Versuchen stattfinden, kann diese Constanz der Grösse b wohl angenommen werden, wenn dies auch nicht mehr für weitere Grenzen der Stromstärke gelten sollte.

Die Constante a ist die gesuchte elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens.

Ich bemerke noch, dass bei der Rechnung die Beobachtungen der einzelnen Tage mit Hinweglassung ganz abweichender zuerst in einzelnen Gruppen abgetheilt und innerhalb derselben durch Mittelnahme zu Normalbeobachtungen vereinigt wurden. Mit diesen Normalörtern wurde erst die Rechnung ausgeführt.

Es wurden nun an den fünf Beobachtungstagen im ganzen 71 Messungen ausgeführt, und von diesen 58 zu 15 Normalbeobachtungen vereinigt. Die Rechnung gab

$$a = 35{,}07 \pm 1{,}34\ V$$
$$b = 1{,}32 \pm 0{,}11\ \Omega$$

Es gibt also diese Methode um 2 V weniger als die frühere. Die Stromstärke ist allerdings nicht ganz die gleiche, ist aber bei der zweiten Methode doch unbedeutend höher (zwichen 4,0 und 5,4 A). Der Abstand der beiden Kohlenspitzen variirte zwischen 0,4 und 2,5 mm.

IV.

Nach der zuletzt befolgten Methode von Edlund habe ich die elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens auch bei Metallen zu bestimmen versucht. Es fallen diese Versuche der Zeit nach zwischen die früher beschriebenen Messungen an den Kohlenspitzen. Bei den schwerer schmelzbaren Metallen hatte die Anwendung von Edlund's Methode keine besonderen Schwierigkeiten, bei leichter schmelzbaren gelang es mir aber nur mit Cadmium und Zink brauchbare Resultate zu erhalten. Die Messung der Entfernung der Spitzen ist freilich immer schwierig, da sehr oft der Lichtbogen sich nicht an den äussersten Enden bildet.

An den Ablesungen bei diesen Versuchen betheiligte sich auch Dr. P. Czermak.

Die Ergebnisse der Messungen werde ich in derselben Form wie vorher bei der Kohle wiedergeben. Ich bemerke noch, dass sämmtliche Metalle in Form von Drähten von ebenfalls 5 mm Durchmesser angewandt wurden.

Platin. Es wurden an drei verschiedenen Tagen vier Beobachtungsreihen mit 61 Messungen ausgeführt. Davon wurden 56 zu 15 Normalörtern vereinigt der Rechnung zu Grunde gelegt. Dieselbe gab:

$$a = 27{,}41 \pm 1{,}16\ V$$
$$b = 1{,}49 \pm 0{,}19\ \Omega$$

Die Stromstärke variirte zwischen 4,0 und 5,5 A, die Entfernung der Spitzen zwischen 0,3 und 3,2 mm. Während der kurzen Dauer der Versuche konnte nur am negativen Pol eine Längenabnahme des Drahtes constatirt werden, der positive Pol war dagegen der heissere.

Eisen. Zwei Beobachtungsreihen mit 43 Messungen gaben 40 brauchbare Beobachtungen in acht Gruppen eingetheilt. Die Rechnung gab:

$$a = 25{,}03 \pm 2{,}16\ V$$
$$b = 0{,}70 \pm 0{,}06\ \Omega$$

Die Stromstärke varriirte zwischen 2,6 und 5,9 A und die Spitzenentfernung zwischen 0,5 und 3,5 mm. Beide Pole brennen ziemlich gleich langsam ab.

Nickel. 21 Beobachtungen an zwei verschiedenen Tagen angestellt, gaben mit Ausschluss von zwei Messungen neun Normalbeobachtungen und das Rechnungsresultat

$$a = 26{,}18 \pm 2{,}95\ V$$
$$b = 0{,}77 \pm 0{,}13\ \Omega$$

Hierbei war die Stromstärke ziemlich constant gleich 4,5 A, während die Entfernung der Spitzen beträchtlich zwischen 1,6 und 7,3 mm variirte. Verkürzung der Drähte durch Abbrennen konnte nicht beobachtet werden, doch glüht der positive Pol sehr stark.

Kupfer. Aus zwei Beobachtungsreihen mit 45 Messungen wurde nur eine Messung ausgeschieden und zehn Normalbeobachtungen gebildet. Diese gaben:

$$23{,}86 \pm 1{,}33\ V$$
$$0{,}67 \pm 0{,}04\ \Omega$$

Die Stromstärke war zwischen 4,1 und 5,2 *A*. Die Spitzenentfernung zwischen 0,6 und 7,0 mm.

S i l b e r. Drei Beobachtungsreihen mit 45 Einzelbeobachtungen gaben mit Hinweglassung dreier Messungen dreizehn Normalörter und für die Constanten die Werthe

$$a = 15{,}23 \pm 0{,}45\ V$$
$$b = 0{,}96 \pm 0{,}06\ \Omega$$

Die Stromstärke variirte zwischen 3,7 und 5,1 *A*. Die Entfernung der Spitzen zwischen 0,3 und 7,5 mm.

Z i n k. An zwei verschiedenen Tagen wurden im ganzen 42 Beobachtungen angestellt, von diesen eine verworfen, und die übrigen in zehn Gruppen abgetheilt.

$$a = 19{,}86 \pm 2{,}27\ V$$
$$b = 0{,}56 \pm 0{,}28\ \Omega$$

Die Variationen der Stromstärke lagen zwischen 2,6 und 4,3 *A*, die der Spitzenentfernung zwischen 0,5 und 4,0 mm. Bei der ersten Versuchsreihe nahm die Drahtlänge, die an beiden Polen 285 mm betrug, am negativen Pol bis auf 258, am positiven Pol bis auf 93 mm ab. Natürlich war der grösste Theil des Drahtes abgeschmolzen, nicht abgebrannt.

C a d m i u m. Es wurden zwei Versuchsreihen mit 57 Beobachtungen ausgeführt, davon wurden fünf verworfen und die übrigen 52 Beobachtungen zu neun Normalörtern vereinigt. Die Rechnung gab:

$$a = 10{,}28 \pm 3{,}38\ V$$
$$b = 2{,}56 \pm 1{,}27\ \Omega$$

Die Werthe der Stromstärke lagen zwischen 2,5 und 3,5 *A*, die der Spitenentfernung zwischen 0,4 und 1,7 mm. Die Längen der Poldrähte waren vor der ersten Versuchsreihe 275 mm, nach derselben 215 und 235 mm.

Dem Vorhergehenden zufolge sehen wir also, dass bei den Metallen der Werth der elektromotorischen Gegenkraft des Lichtbogens sehr verschieden ausfällt. Auch lässt sicht nicht verkennen, dass dieser Werth für die schwerer schmelzbaren höher ist, wie für die leichter schmelzbaren. Im Einklange damit zeigt die unschmelzbare Kohle den höchsten Werth der Gegenkraft.

Die Uebereinstimmung zwischen Schmelzpunkt und Gegenkraft ist nur für das Silber sehr schlecht, welches seinem Schmelzpunkt zufolge eine viel höhere elektromotorische Kraft des Lichtbogens zeigen sollte.

Nachdem aber neuere Untersuchungen[1]) lehren, dass diese Gegenkraft auch von der Dicke der angewandten Elektroden abhängt und dies ja bei jedem Metalle verschieden sein kann, so ist es möglich, dass gerade durch die Anwendung gleich dicker Elektroden jene Uebereinstimmung zwischen Schmelzpunkt und Gegenkraft verdeckt wird.

Univ. Wien, Phys. Cabinet.

1) S. B. Nebel, Rep. d. Phys. von Exner. Bd. XXII (1886) S. 527.

Einfluss der Bewegung des Mittels auf die Geschwindigkeit des Lichtes[1]).

Von

Albert A. Michelson und **Edward W. Morley**[2]).

Die einzige bedeutende Arbeit über den Einfluss der Bewegung des Mittels auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des hindurchgehenden Lichtes sind die Versuche von Fizeau. Er fand das merkwürdige Resultat, dass die Aenderung in der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes nicht der Geschwindigkeit des Mittels gleichkam, sondern bloss ein Bruchtheil x dieser Geschwindigkeit war, der von dem Brechungsexponenten des Mittels abhing. Dieses Resultat war schon früher von Fresnel auf theoretischem Wege gefunden, von Eisenlohr aber auf die einfachste Art folgendermaassen bewiesen worden:

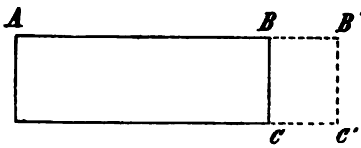


Fig. 1.

Man denke sich das Prisma AC gegen den Aether mit der relativen Geschwindigkeit θ in der Richtung AB bewegt. Die Dichte des Aethers sei 1 im Aussenraum und $1 + \varDelta$ innerhalb des Prismas. In der Zeit dt wird das Prisma um die Strecke $\theta dt = BB'$ weiterrücken. Zu Beginn dieser Zeit ist die Aethermasse im Raum BC', wenn S die Grundfläche des Prismas ist, $S.\theta dt$, — am Ende dieser Zeit ist sie $S\theta dt\ (1 + \varDelta)$. Demnach wurde in dieser Zeit die Aethermenge $S\theta dt\varDelta$ in jenen Raum eingeführt.

Es handelt sich nun darum zu finden, wie grofs die Geschwindigkeit des im Prisma enthaltenen Aethers sein muss, um dasselbe Resultat zu ergeben. Sei $x\theta$ diese Geschwindigkeit. Die eingeführte Aethermenge (Dichte $= 1 + \varDelta$) wird dann $Sx\theta dt\ (1 + \varDelta)$ betragen, was

1) Uebersetzt aus: The American journ. of Science. 3e série vol. XXXI (1886).

2) Diese Untersuchung wurde mit der Beihilfe des „Bache fond“ ausgeführt.

3) Verdet. Conferences de Physique, vol. II. p. 687.

$S\theta dt\Delta$ gleich sein soll, woraus $x = \frac{\Delta}{1+\Delta}$ folgt. Aber das Verhältnis der Geschwindigkeiten des Lichtes im äussern Raum und im Prisma ist der Brechungsexponent n und ist gleich dem verkehrten Verhältnis der Quadratwurzeln aus den Dichten, also $n = \sqrt{1+\Delta}$, woraus sich Fresnel's Gleichung [1] $x = \frac{n^2-1}{n^2}$ ergibt.

---

1) Nachstehende Ueberlegung führt ungefähr zu demselben Resultat und dürfte, wenn auch unvollkommen, nicht ganz ohne Interesse sein, da sie auch eine sehr einfache Erklärung von der Constanz der spezifischen Brechung gibt.

Sei l die mittlere Entfernung, welche ein Lichtstrahl zwischen zwei aufeinanderfolgenden Begegnungen mit Molekülen zurücklegt, dann ist l auch die „mittlere freie Weglänge" eines Moleküls. Die zur Zurücklegung dieses Weges nöthige Zeit ist $t = \frac{a}{v'} + \frac{b}{v}$, wo a der Durchmesser eines Moleküls, $b = l - a$, v' die Geschwindigkeit des Lichtes im Molekül und v die Geschwindigkeit im freien Aether ist, — oder wenn $\mu = \frac{v}{v'}$, $t = \frac{\mu a + b}{v}$. Im Aether würde die Zeit $t' = \frac{a+b}{v}$ sein, also:

$$n = \frac{t}{t'} = \frac{\mu a + b}{a+b}. \tag{1}$$

Wenn nun der Aether in Ruhe bleibt, während die Moleküle sich bewegen, so wird die mittlere Entfernung, welche zwischen zwei Begegnungen des Lichtstrahls mit Molekülen zurückgelegt wird, nicht mehr $a+b$, sondern $a+\alpha+b+\beta$ sein, worin α der Weg ist, den das erste Molekül macht, während das Licht durch dasselbe hindurchgeht und β der Weg, den das zweite Molekül zurücklegt, während das Licht den Zwischenraum der beiden Moleküle übersetzt. Ist θ die gemeinsame Geschwindigkeit der Moleküle, dann ist $\alpha = \frac{\theta}{v'} a$, $\beta = \frac{\theta}{v-\theta} b$. Die hierzu erforderliche Zeit ist also $\frac{a}{v'} + \frac{b}{v-\theta}$ oder $\frac{\mu a}{v} + \frac{b}{v-\theta}$. Der in dieser Zeit zurückgelegte Weg ist $a + b + \left(\frac{\mu a}{v} + \frac{b}{v-\theta}\right)\theta$, woraus sich die Geschwindigkeit $v = \frac{a+b}{\frac{\mu a}{v} + \frac{b}{v-\theta}} + \theta$ ergibt. Substituirt man den Werth von $n = \frac{\mu a + b}{a+b}$ und vernachlässigt die höheren Potenzen von $\frac{\theta}{v}$, so wird daraus:

$$v = \frac{v}{n} + \left(1 - \frac{1}{n^2}\frac{b}{a+b}\right)\theta. \tag{2}$$

$\frac{v}{n}$ ist die Geschwindigkeit des Lichtes im ruhenden Mittel, der Coefficient von θ ist also der Factor

$$x = \frac{n^2-1}{n^2} + \frac{1}{n^2}\cdot\frac{a}{a+b}. \tag{3}$$

Die Fresnel'sche Darstellung läuft auf die Behauptung hinaus, dass der Aether in dem sich bewegenden Körper in Ruhe bleibt, mit Ausnahme jenes Antheils, welcher an den Körpertheilchen verdichtet ist. Wenn man auf diesen verdichteten Aetheratmosphären besteht, kann jedes Theilchen mit seiner Atmosphäre als ein besonderer Körper betrachtet werden und dann läuft diese Darstellung einfach darauf hinaus, dass der Aether durch die Bewegung der Materie, welche er durchdringt, gar nicht afficirt wird,

Man wird sich erinnern, dass Fizeau [1]) ein Lichtbündel, welches von einem im Brennpunkt einer Linse befindlichen Spalt ausging, in zwei parallele Strahlen spaltete. Diese gingen durch zwei parallele Röhren, fielen auf eine zweite Linse, wurden in ihrem Brennpunkt wieder vereinigt und fielen dort auf einen Planspiegel. Hier kreuzten sich die Strahlen, so dass jeder durch die andere Röhre zurückkehrte, und beide durch die erste Linse wieder im Brennpunkt, beim Spalt, vereinigt wurden. Eine planparallele Platte reflektirte dort einen Theil des Lichtes an eine Stelle, wo es mit Hilfe einer Lupe untersucht werden konnte.

Es hat den Anschein, dass dieser Ausdruck genauer ist als der von Fresnel. Denn wenn die Theile des bewegten Mittels sich berühren würden, müsste die Lichtbewegung um den vollen Werth von θ beschleunigt werden, d. h. der Factor müsste 1 sein, während $\frac{n^2-1}{n^2}$ nie 1 sein kann. Der obige Ausdruck gibt jedoch dieses Resultat, wenn sich die Theilchen berühren; denn dann ist $b = 0$, $x = \frac{n^2-1}{n^2} + \frac{1}{n^2} = 1$.

Greifen wir auf Gl. 1 zurück und setzen $a + b = l$, so finden wir $(n-1)\,l = (\mu - 1)\,a$. Aber für dieselbe Substanz sind μ und a wahrscheinlich constant oder wenigstens nahezu. Daher ist $(n-1)\,l$ constant.

Clausius hat nun gezeigt, dass $l = k\frac{\sigma}{\varrho}a$, wenn k eine Constante, σ die Dichte des Moleküls, ϱ die Dichte der Substanz und a den Durchmesser der Wirkungssphäre bedeutet. σ und a sind wahrscheinlich nahezu constant, daher haben wir schliesslich $\frac{n-1}{\varrho} =$ constant.

Merkwürdig genug scheint für verschiedene Substanzen das Product $(n-1)\,l$ einem constanten Werth zuzustreben. Für 25 Gase und Dämpfe, deren Brechungsexponenten und mittlere Weglängen bekannt waren, war die äusserste Abweichung vom Mittelwerth aller $(n-1)\,l$ kleiner als 20%, wiewohl die Factoren im Verhältnis von 1 zu 13 variirten und wenn aus der Reihe die letzten 9 Dämpfe, bezüglich derer einige Unsicherheit herrschte, ausgeschieden werden, so sinkt die äusserste Abweichung vom Mittel auf 10% herab.

1) Ann. de Ch. et de Ph. (3.) LVII. p. 385, 1859.

An dieser Stelle bilden sich verticale Interferenzstreifen wobei der glänzende Centralstreifen den gleichen Wegen entspricht. Wenn nun das Mittel in beiden Röhren in entgegengesetztem Sinne in Bewegung gesetzt und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes durch diese Bewegung beeinflusst wird, so werden die beiden Lichtstrahlen in entgegengesetzter Art afficirt, — der eine verzögert, der andere beschleunigt. Der centrale Streifen muss sich daher verschieben, und eine einfache Rechnung zeigt, ob diese Verschiebung mit der durch die Theorie geforderten Beschleunigung übereinstimmt oder nicht.

Trotz des Scharfsinns, der sich in dieser bemerkenswerthen Anordnung kundgibt, welche augenscheinlich so wunderbar gewählt ist, um eine zufällige Verschiebung der Streifen durch äussere Ursachen zu beseitigen, scheint ein allgemeines Bedenken vorhanden zu sein bezüglich der erhaltenen Resultate, oder jedenfalls bezüglich der Erklärung, welche Fizeau von diesen Resultaten gegeben hat.

Dies, sowie die fundamentale Wichtigkeit der Arbeit, mag deren Wiederholung durch uns entschuldigen. Es muss erwähnt werden, dass wir es versuchten, gegründete Einwendungen gegen die Fizeau'schen Experimente zu erlangen, aber ohne Erfolg. Folgendes waren die einzigen Punkte, welche uns verbesserungsfähig schienen:

1. Die Eliminirung zufälliger Verschiebungen der Streifen, etweder durch Unebenheiten der gläsernen Verschlussstücke der Röhren oder unsymmetrische Dichtigkeitsänderungen der Flüssigkeit u. s. f., hängt von der Voraussetzung ab, dass die zwei Lichtstrahlen identische (und nicht bloss äquivalente) Wege durchwandern. Dass dies nicht der Fall war, zeigte sich beim Versuch, — denn wenn ein Stück einer Glasplatte in den Gang eines Strahls eingeführt und leicht geneigt wurde, verschoben sich die Streifen.

2. Die Anordnung, welche getroffen war, um die Bewegung des Mittels hervorzubringen, erforderte sehr rasche Beobachtungen, denn das Maximum der Geschwindigkeit hielt nur einen Augenblick Stand.

Der Umstand, dass die Röhren einen kleinen Durchmesser haben müssen und bloss ihr axialer Theil verwendet werden darf (weil die Geschwindigkeit gegen die Röhrenwand rasch abnimmt), — dieser Umstand hat einen beträchtlichen Verlust an Licht zur Folge und das Licht war ohnehin schon schwach, da es von einem Spalt herrührte.

4. Müsste man das Verhältnis zwischen dem Maximum der Geschwindigkeit (in der Röhrenaxe) und der mittleren Geschwindigkeit genau kennen. (Fizeau hat aber eingestandenermaassen auf dieses Verhältnis nur gerathen.)

Von diesen Gesichtspunkten liessen wir uns bei der Wahl unserer Einrichtungen leiten, deren Beschreibung nun folgt.

Das Refractometer. Nach mehreren Versuchen wurde folgende Form ersonnen und völlig zufriedenstellend gefunden. Von einer Lichtquelle *a* (Fig. 6) fällt Licht auf eine zur Hälfte versilberte Fläche *b*, wo es sich theilt. Ein Theil verfolgt den Weg *bcdefbg*, der andere den Weg *bfedcbg*. Diese Anordnung hat folgende Vortheile: 1. gestattet sie die Anwendung einer ausgedehnten Lichtquelle z. B. einer Gasflamme; 2. gestattet sie den Röhren eine beliebige Distanz zu geben, 3. wurde sie durch ein vorläufiges Experiment geprüft, wobei eine Glasplatte bei *h* schief aufgestellt war. Sie hatte bloss die Wirkung, entweder die Breite der Streifen oder ihre Neigung zu ändern, aber nie wurde die Mitte des weissen, centralen, Streifens geändert. Nicht einmal das Einschieben eines brennenden Zündhölzchens in den Gang der Lichtstrahlen hatte auf die Lage dieses Punktes einen Einfluss.

Die Messingröhren, welche die Flüssigkeit enthielten, hatten 28 mm inneren Durchmesser und bei der ersten Versuchsreihe etwas über 3 m Länge, bei der zweiten Versuchsreihe etwas über 6 m Länge. Die Enden dieser Röhren waren mit planparallelen Glasplatten verschlossen, jedoch nicht genau unter rechten Winkeln, sondern ein bischen geneigt, so dass das reflectirte Licht am Beobachtungsfernrohr vorbeiging, während es sich sonst dem durch die Röhren gehenden superbonirt hätte. Die Röhren waren auf ein hölzernes Gestell gelegt, welches ganz getrennt war vom Refractometer, das auf gemauerten Pfeilern ruhte.

Um den Wasserstrom zu gewinnen, wurde ein auf dem Dachboden aufgestellter Bottich von 4 Fuss Durchmesser und 3 Fuss Höhe mit Wasser gefüllt. Derselbe stand 23 m höher als unser Apparat, mit dem er durch einen dreizölligen Schlauch verbunden war. Letzterer theilte sich in zwei Arme und jeder Arm wieder in zwei Zweige. Jedes dieser Zweigpaare war mit einer der Röhren verbunden. Die Zweige waren mit grossen Hähnen versehen, bei deren Oeffnung der Wasserstrom in einer bestimmten Richtung durch die Röhren in einen weiten Bottich abfloss, von wo er später zum oberen Bottich wieder aufgepumpt wurde. Der Abfluss dauerte ungefähr 3 Minuten, während deren eine Anzahl Beobachtungen gemacht werden konnte mit wechselnden Stromrichtungen.

Beobachtungsmethode. Bei der ersten Beobachtungsreihe wurde ein einfaches Fadenmikrometer im Ocular des Beobachtungsfernrohrs verwendet, später ein doppeltes. Nachdem die Röhren mit destillirtem Wasser gefüllt worden waren, wurde das Licht einer elektrischen Lampe gegen das mittlere Glas des Refractometers gelenkt und

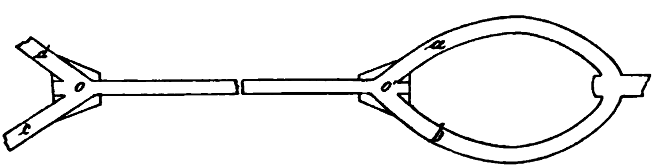


Fig. 2.

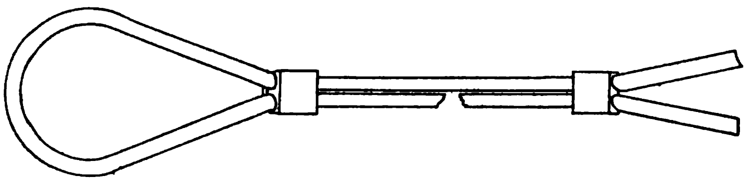


Fig. 3.

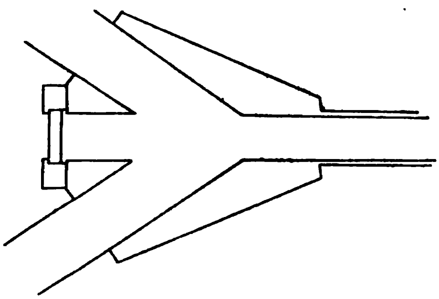


Fig. 4.

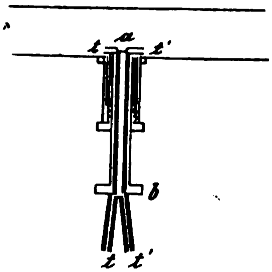


Fig. 5.

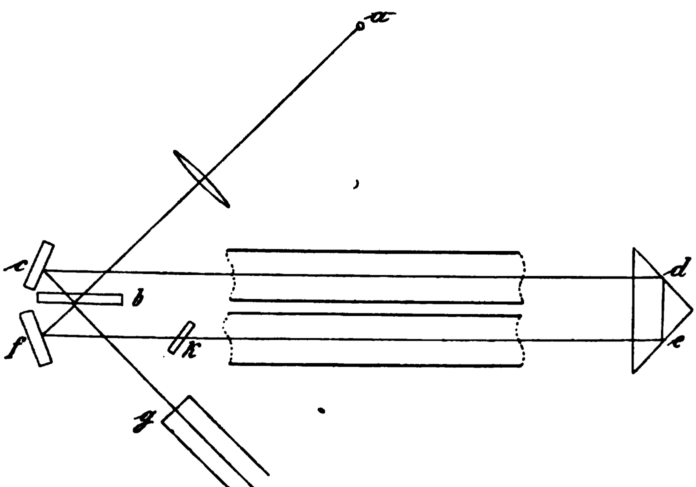


Fig. 6.

Erklärung der Figuren.

Fig. 2. Verticaler Durchschnitt der Röhren. Fig. 3. Ansicht von oben. Fig. 4. Ein Röhrenende mit der gegen die Axe geneigten Glasplatte. Fig. 5. Geschwindigkeitsmesser. Fig. 6. Grundriss des Refractometers.

letzteres mittels Schrauben so eingestellt, dass das Licht durch beide Röhren axial hindurchging. Dann wurde das rechtwinklige Prisma auf der andern Seite so aufgestellt, dass das Licht zurückgelenkt und ins Beobachtungsfernrohr reflectirt wurde, wo man im allgemeinen noch zwei Bilder beobachtete. Diese wurden zur Deckung gebracht und sogleich erschienen die Streifen. Dieselben konnten dann in ihrer Breite und Richtung durch die Schrauben verändert werden, bis man das beste Resultat erreichte. Eine leichte Bewegung eines der Spiegel brachte eine Neigung der Streifen hervor und der horizontale Faden des Mikrometers wurde auf jenen Theil der Streifen eingestellt, welcher trotz der Bewegung des Spiegels fest blieb. Diese Einstellung wurde häufig verificirt und solange sie unverändert war, konnte keine Bewegung der Röhren oder Verzerrung der Gläser einen Einfluss auf die Messungen haben.

Auf ein gegebenes Signal wurde die Strömung eingeleitet, die Mikrometerfäden auf die dunklen Linien zu beiden Seiten des glänzenden Mittelstreifens eingestellt und die Ablesungen notirt. Ihre Differenz gab die Breite des Streifens, ihr Mittelwerth gab die Lage der Mitte des centralen weissen Streifens. Nach nochmaliger Vergewisserung ward das Signal zur Umkehr des Stromes gegeben. Es änderten sich die Streifen und die Messungen wurden wie früher gemacht. Das wiederholte sich, bis das Wasser aus dem oberen Behälter ganz abgeflossen war. Nachstehend eine Probe von einer solchen Beobachtungsreihe.

Nr. 63.

Stromrichtung	+		—	
Mikrometerfaden	l.	r.	l.	r.
	11	34	80	93
	13	35	71	88
	10	40	73	90
	13	38	67	92
	14	40	65	89
	10	35	61	94
Mittel	11.8	37,0	69.5	91,0
Breite des Streifens .	48,8		60,5	
Mittlere Breite . .		54,6 + (3,0 = Fehlerindex)		
Verschiebung . . .	57,7		46,0	
Mittlere Verschiebung		51,8		

$$\Delta = \frac{51,8}{57,6} = 0,899$$

(Lange Röhre, verticale Streifen, voller Strom.)

Geschwindigkeit des Wassers. Die Geschwindigkeit des Wassers in den Röhren wurde gefunden durch Beobachtung der Zeit, welche die Füllung eines gemessenen Volums des (unteren) Bottichs erforderte und durch Multiplikation mit dem Verhältnis des Bottich- und Röhrenquerschnitts. Das gab die mittlere Geschwindigkeit. Um daraus das Maximum der Geschwindigkeit in der Röhrenaxe zu finden, musste die Geschwindigkeitskurve längs eines Radius bestimmt werden. Dies geschah auf folgende Weise. Ein dicht passender Kolben *ab*, (Fig. 5), welcher zwei Röhrchen *tt*, *t' t'* enthielt, wurde an der Wasserröhre angebracht.

Die Enden dieser Röhrchen waren nach entgegengesetzten Richtungen rechtwinklig umgebogen, so dass bei strömendem Wasser der Druck in dem einen grösser war als in dem andern. Die anderen Enden dieser Röhrchen waren mit einer U-förmigen Röhre verbunden, welche Quecksilber enthielt, dessen Niveaudifferenz den Druck mass. Dadurch, dass für eine Anzahl Drucke die entsprechenden Geschwindigkeiten gemessen wurden, konnten dann die Drucke in Geschwindigkeiten umgewandelt werden. Folgendes ist ein Verzeichnis der Resultate:

Druck	Geschwindigkeit	$\frac{v}{\sqrt{p}}$
26	393	77,1
108	804	77,1
190	1060	76,9
240	1190	76,8

Man sieht aus der angenäherten Constanz der letzten Columne, dass innerhalb der Ablesungsfehler die Quadratwurzeln aus den Druckablesungen den Geschwindigkeiten proportional sind.

Um die Geschwindigkeitscurve längs eines Röhrendurchmessers zu erhalten, wurde der Kolben um gemessene Strecken verschoben und der entsprechende Druck abgelesen. Der Durchmesser der Röhre betrug ungefähr 28 mm, jener der Messröhrchen aber 2 mm, so dass die Störung der Geschwindigkeit durch die letzteren ganz gering war, ausgenommen in der Nähe der Röhrenwand. Das Kolbenstück, welches in die Röhre hineinragte, wurde so schmal als möglich gemacht, aber sein Einfluss war immerhin bemerkbar, indem er die Symmetrie der Geschwindigkeitscurve störte.

Im ganzen wurden fünf Beobachtungsreihen durchgeführt, jede mit einem andern Strom. Wenn diese auf eine gemeinsame Geschwindigkeit reducirt wurden, gaben sie sehr constante Resultate mit folgenden Mittelwerthen: (x ist der Abstand von der Axe, in Radien ausgedrückt,

v die zugehörige Geschwindigkeit in Bruchtheilen des Geschwindigkeitsmaximums.)

x	v
0,00	1,000
20	0,993
40	974
60	929
80	847
90	761
95	671
1,00	000

Die mit diesen Zahlen construirte Curve fällt sehr genau mit der Curve

$$v = (1 - x^2)^{0,165}$$

zusammen. Die Abflussmenge per Zeiteinheit ist also

$$2\pi \int_0^1 (1 - x^2)^{0,165} x \cdot dx = \frac{\pi}{1,165}.$$

Da der Röhrenquerschnitt π ist, so ist die mittlere Geschwindigkeit $=$ $= \frac{1}{1,165}$ von dem Geschwindigkeitsmaximum, oder letzteres ist 1,165 mal grösser als die mittlere Geschwindigkeit. Dies ist also die Zahl, mit welcher die aus der Abflusszeit gefundene Geschwindigkeit multiplicirt werden muss, um die wirkliche Geschwindigkeit in der Röhrenaxe zu geben.

Gleichungen.

l sei die Länge der in Bewegung befindlichen Flüssigkeitssäule,
$u =$ Geschwindigkeit des Lichtes in der ruhenden Flüssigkeit
$v =$ „ „ „ im leeren Raum.
$\theta =$ „ „ Wassers in der Röhrenaxe.
$\theta x =$ Beschleunigung des Lichtes.

Die Differenz der Zeiten, welche beide Strahlen brauchen, um durch die Flüssigkeit zu gehen, wird sehr nahe

$$\frac{l}{u - \theta x} - \frac{l}{u + \theta x} = \frac{2 l \theta x}{u^2}$$

sein. Wenn $\varDelta$ der doppelte Weg ist, welchen das Licht in dieser Zeit in der Luft zurücklegt, so ist der Ausdruck hierfür in Wellenlängen

$$\varDelta = \frac{4 l \theta n^2 x}{\lambda v} \text{ woraus } x = \frac{\lambda v}{4 l n^2 \theta} \cdot \varDelta.$$

λ wurde angenommen zu 0,00057 cm
$v = 3{,}10^{10}$ cm
$n^2 = 1{,}78$ „

Die Länge l wurde auf folgende Art erhalten. Der Strom trat in jede Röhre durch zwei Röhren ab (Fig. 2, 3) und verliess sie durch zwei ähnliche dc. Als Anfang der Wassersäule wurde der Durchschnitt o der Axen ab genommen und als Ende der Durchnitt o' der Axen dc, also $l = oo'$. Δ wurde gefunden durch Beobachtung der Verschiebung, welche die Streifen erfuhren. Dabei entspricht eine Verschiebung um einen ganzen Streifen einen Gangunterschied von einer ganzen Wellenlänge.

Beobachtungen der doppelten Wege Δ.

1. Reihe. $l = 3{,}022^{\text{m}}$
$\theta = 8{,}72 \frac{\text{m}}{\text{sec.}}$

Δ = doppelter Weg, ω = Gewicht der Beobachtung.

Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω
0,510	1,9	0,521	0,9	0,529	0,6	0,515	2,5
508	1,6	515	0,9	474	2,0	525	2,7
504	1,7	575	0,6	508	1,4	480	0,8
473	1,4	538	2,1	531	0,8	493	10,6
557	0,4	577	0,6	500	0,5	348	2,8
425	0,6	464	1,7	478	0,6	399	5,7
560	2,8	515	1,2	499	1,0	482	2,1
544	0,1	460	0,4	558	0,4	472	2,0
521	0,1	510	0,5	509	2,0	490	0,8
575	0,1	504	0,5	470	2,1		

2. Reihe. $l = 6{,}151$, $\theta = 7{,}65$

Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω
0,789	4,9	0,891	1,7	0,909	1,0	0,882	6,6
780	3,5	883	2,5	899	1,7	908	5,9
840	4,6	852	11,1	832	4,3	965	2,0
633	1,1	863	1,5	837	2,1	967	3,3
876	7,3	843	1,1	848	1,9		
956	3,6	820	3,4	877	4,7		

3. Reihe. $l = 6{,}151$, $\theta = 5{,}67$

Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω	Δ	ω
0,640	4,4	0,626	11,9	0,636	3,1	0,619	6,5

Wenn diese Resultate auf eine Röhrenlänge von 10 m und die Geschwindigkeit von 1 m in der Secunde reducirt werden, so liefern sie:

Reihe	Δ
1	0,1858
2	1838
3	1800

Der schliessliche, aus allen Beobachtungen gezogene Werth von Δ ist mit Rücksicht auf die Gewichte $\Delta = 0{,}1840$. Durch Substitution in die Gleichung erhalten wir daraus

$$x = 0{,}434 \text{ mit einem möglichen Fehler } \pm 0{,}02$$

$$\frac{n^2 - 1}{n^2} = 0{,}437.$$

Der Versuch wurde auch mit Luft gemacht, die sich mit einer Geschwindigkeit von 25 m in der Secunde bewegte. Die Verschiebung betrug ungefähr $\frac{1}{100}$ eines Streifens, — ein Betrag, der kleiner ist als der wahrscheinliche Beobachtungsfehler. Der aus $\frac{n^2 - 1}{n^2}$ berechnete Werth würde 0,0036 sein.

Offenbar sind die Resultate die gleichen für lange und kurze Röhren, für grosse und mässige Geschwindigkeiten. Das Resultat zeigte sich auch unabhängig von einer Aenderung des Azimuths der Streifen, um 90°, 180° oder 270°. Es ist äuserst unwahrscheinlich, dass dies stattfinden könnte, wenn ein bedeutender constanter Fehler vorhanden wäre, der von einer Verzerrung oder dgl. herrührt.

Das Ergebnis dieser Arbeit ist also, dass das von Fizeau gefundene Resultat im wesentlichen richtig ist, und dass der das Licht fortpflanzende Aether gar nicht beeinflusst wird durch die Bewegung der Materie, welche er durchdringt.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

am 14. December 1886.

Vorsitzender: A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr Dr. Rudolf Benedikt hält den angekündigten Vortrag: „Ueber Oelsulfonsäuren". Hierauf werden die Figuren von Lissajou vermittelst des von Czermak angegebenen neuen Apparates demonstrirt.

Als neue Mitglieder werden aufgenommen Herr Ferdinand Ulser und Herr Rudolf Tinold.

Wien, 18. Januar 1887.

Der Secretär.

Litterarisches.

Meyers Konversations-Lexikon. IV. Auflage, Band V (Distanzgeschäft — Faidherbe), mit 81 Illustrationsbeilagen und 252 Abbildungen im Text.

Mit gewohnter Pünktlichkeit gesellte sich wieder ein neuer Band zu den andern bereits erschienenen dieses berühmten Werkes. Fünf Bände im schmucken Gewand blicken jetzt stolz, sich ihres reichen Inhalts bewufst, aus den Reihen unsrer Bibliothek, als beanspruchten sie ein gewisses Vorrecht vor allen ihren Bücherschwestern. Und in der That, an reichem Wissen wie an äufserer Ausstattung kommt ihnen keines gleich! — Der neu erschienene fünfte Band bringt uns wiederum eine Menge Pläne und Kunstblätter von unanfechtbarem Werte, Tafeln, die durch ihre bis jetzt unerreichte Vollendung geradezu die Bewunderung herausfordern. Unter anderem sei es uns gestattet, die Pläne von „Dresden", „Elberfeld", und „Barmen" hervorzuheben, die mit einer Präzision und Übersicht bearbeitet sind, denen jeder Einheimische und Sachkundige volles Lob spenden mufs. Achtunggebietend überrascht uns die Tafel der „Edelsteine", mit welcher in der That das Edelste von Menschenhänden, „die Kunst", hervortritt. Wir glauben nicht zu weit zu gehen, wenn wir behaupten, dafs eine Tafel in dieser Ausführung, selbst in Fachwerken, nicht zu finden ist. In naturgetreuester Wiedergabe sind gewifs Eiersammlern die dargebotenen 2 Eiertafeln willkommen, eine Gabe, die fast eine Eiersammlung ersetzt. Den Artikel „Embryo" begleitet eine ebenfalls in Aquarell mit Wissenskunde und Geschicklichkeit entworfene Tafel, die uns das Werden des Menschen veranschaulicht, und auch diese wird von dem Laien wie auch von dem Gelehrten willkommen geheifsen werden. — Mit dem Fortschreiten solcher Meister- und Musterleistungen, die nicht nur unübertroffen, sondern auch unerreicht dastehen, hat der „Meyer" durch diese Eigenschaften eine dominierende Stellung eingenommen und ist wiederum aus dem harten Wettkampf als Sieger hervorgegangen. Keine Arbeit und Mühe, kein Opfer und keine Anspannung der geistigen und materiellen Kräfte ist aber auch der Verlagshandlung zu grofs, um die Oberherrschaft auf ihrem Gebiet mit festen Zügeln zu erhalten. Im vollen Sinn des Worts müssen wir mit der „Kölnischen Zeitung" übereinstimmen, die da sagt: „Wenn das Werk vollendet ist, wird das deutsche Volk in ihm einen Schatz besitzen, den zu hüten und für die allgemeine Bildung fruchtbar zu machen jedermann sich zur Pflicht und Ehre rechnen mufs". (31/3)

= Populäre Anthropologie. =

In gemeinverständlicher Darstellung und künstlerischer Ausstattung sich an „Brehms Tierleben" anschließend erscheint soeben:

Der Mensch.

Von Professor Dr. Johannes Ranke.

Mit 991 Textabbildungen, 16 Karten und 32 Chromotafeln.

2 Saffianbände 32 M. — 26 Hefte à 1 M.

Prospekte gratis. — Erstes Heft und Band I durch alle Buchhandlungen zur Ansicht.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/3

DREHBÄNKE

und Werkzeuge empfehlen:
J. G. WEISSER SÖHNE
St. Georgen, Baden

(10a/3)

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (16a/3)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/3)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

Herder'sche Verlagshandlung in Freiburg (Breisgau).

Soeben ist erschienen und durch alle Buchhandlungen zu beziehen: (7/3)

Jansen, Dr. K., Methodischer Leitfaden der Physik und Chemie. Für höhere Töchterschulen, Lehrerinnenseminarien und Fortbildungsanstalten. Mit 200 in den Text gedruckten Abbildungen. gr. 8°. (XII u. 252 S.) M. 3; in Original-Einband, Halbleder mit Goldtitel M. 3.35.

Verzeichnis unserer Lehr- und Hilfsbücher für Gymnasien, Realschulen und andere höhere Lehranstalten. gr. 8°. (24 S.) Gratis.

— **für höhere Töchterschulen und weibliche Erziehungsanstalten.** gr. 8°. (12 S.) Gratis.

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate,** sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit **Töpler'scher Dämpfung.** (21a/3)

Soeben sind erschienen und durch jede Buchhandlung zu beziehen:

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1881. Dargestellt von der Physikal. Gesellschaft zu Berlin. XXXVII. Jahrgang redigirt von **Prof. Dr. Neesen.** Zweite Abtheilung, enthaltend: **Optik, Wärmelehre, Elektricitätslehre.** Preis 18 M.

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1881. Dargestellt von der Physikal. Gesellschaft zu Berlin. XXXVII. Jahrgang redigirt von **Prof. Dr. B. Schwalbe.** Dritte Abtheilung, enthaltend: **Physik der Erde.** Preis 12 M.

Schellbach, K. H., Ueber die Zukunft der Mathematik an unseren Gymnasien. Preis 80 Pf.

Verhandlungen der Physikal. Gesellschaft zu Berlin im Jahre 1886. Fünfter Jahrgang. Redigirt von **Dr. E. Rosochatius.** Preis 2,50 M.

Berlin, Ende Februar 1887. (5/3)

Georg Reimer.

Soeben erschien und ist durch alle Buchhandlungen (auch zur Ansicht) zu beziehen:

Lellmann, Eugen, Privatdocent an der Universität Tübingen), **Principien der Organischen Synthese.** 8°. 33 Bogen. geh. M. 10, in Leinen geb. M. 11.

Verlag von **Rob. Oppenheim** in **Berlin.** (6/3)

Neumeyer, L., Hülfstafeln für barometrische Höhenmessungen. 194 S. gr. 8°. 1877. M. 4.50.

Verlag von **R. Oldenbourg** in **München.**

2:N

XXIII. Band. 4. Heft

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 4. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 2).

Jahrgang 1887 Nr. 4 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 5 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 6 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 7 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg,* *Verlagsbuchhandlung.

MAY 23 1887

Photometrische Untersuchungen über die innere Diffusion des Lichtes.

Von

O. Chwolson.

(Schluss.)

§ 5.

Berechnung der Leuchtkraft durchscheinender beleuchteter Platten, wenn sie dem Lambert'schen Gesetz genügen.

Wir sahen, dass beleuchtetes Milchglas, den äussersten Gegensatz zum Rauchglas bildend, als selbstleuchtende Lichtquelle betrachtet werden kann. Obwohl das Lambert'sche Gesetz für dasselbe nur annähernd Giltigkeit hat, schien es doch nicht uninteressant, für den Fall der Giltigkeit desselben die Beleuchtung eines Punktes E (Fig. 2) zu berechnen, wenn eine durchscheinende Platte MN zwischen diesen und die Lichtquelle L gebracht würde. Die Platte sei rund und habe den Radius r. Bei Zugrundelegung der Elementarformel (3) erhält man für die gesammte von der Platte MN zum Punkte E gelangende Lichtmenge i den Ausdruck:

$$i = K \int_{=0}^{r} \int_{\Theta=0}^{2\pi} \frac{\varrho\, d\varrho \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot d\theta}{p^2 q^2} = 2\pi K a b \int_{\varrho=0}^{r} \frac{\varrho\, d\varrho}{(a^2+\varrho^2)^{\frac{3}{2}} (b^2+\varrho^2)^{\frac{3}{2}}}. \quad (11$$

Die Beleuchtung eines Elementes E der Wand AB erhält man dagegen nach der Formel (s. Fig. 2):

$$I = K \int_{\varrho=0}^{r} \int_{\Theta=0}^{2\pi} \frac{\varrho\, d\varrho \sin\alpha \cdot \sin\beta \cdot \cos\eta \cdot d\theta}{p^2 q^2} =$$

$$= 2\pi K a b^2 \int_{\varrho=0}^{r} \frac{\varrho\, d\varrho}{(a^2+\varrho^2)^{\frac{3}{2}} (b^2+\varrho^2)^{2}}. \quad (12$$

K ist ein von L und MN abhängiger constanter Factor.

Für eine **sehr kleine Platte**, wenn r im Vergleiche mit a und b verschwindend ist, erhält man, da $\cos \eta$ (Fig. 2) gleich eins wird:

$$I = i = K \frac{\pi r^2}{a^2 b^2}, \tag{13}$$

also einen Ausdruck von der Form 2.

Behält man die erste auftretende Potenz der Brüche $\frac{r}{a}$ und $\frac{r}{b}$ bei, so erhält man (s. Fig. 17):

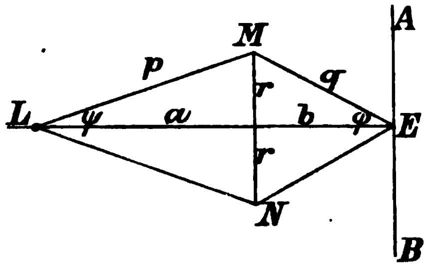


Fig. 17.

$$\left.\begin{aligned} i &= K \frac{\pi r^2}{a^2 b^2}\left\{1 - \frac{3}{4}\left(\frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{b^2}\right)\right\} = K \frac{\pi r^2}{a^2 b^2}\left\{1 - \frac{3}{4}\left(\operatorname{tg}^2\psi + \operatorname{tg}^2\varphi\right)\right\} \\ I &= K \frac{\pi r^2}{a^2 b^2}\left\{1 - \left(\frac{3}{4}\frac{r^2}{a^2} + \frac{r^2}{b^2}\right)\right\} = K \frac{\pi r^2}{a^2 b^2}\left\{1 - \left(\frac{3}{4}\operatorname{tg}^2\psi + \operatorname{tg}^2\varphi\right)\right\} \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

Für eine **unendlich grosse Platte** MN erhält man den merkwürdigen Ausdruck ($r = \infty$):

$$i = \frac{2\pi K}{(a+b)^2}. \tag{15}$$

Die gesammte nach E hingelangende Lichtmenge ist also in diesem Falle umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung von der ursprünglichen Lichtquelle L und unabhängig von der Lage der Platte MN. Unter i könnte man physikalisch die Gesammtbeleuchtung einer in E befindlichen sehr kleinen Kugeloberfläche verstehen.

Die Beleuchtung I eines Flächenelementes E der Wand AB wird dagegen durch die viel verwickelteren Ausdrücke:

$$I = \frac{\pi K}{(a+b)^2}\left\{\frac{2b^2 + a^2 - \frac{3ab^2}{\sqrt{b^2-a^2}} \arcsin \frac{\sqrt{b^2-a^2}}{b}}{(b-a)^2}\right\} \ldots b > a \tag{16}$$

und

$$I = \frac{\pi K}{(a+b)^2}\left\{\frac{2b^2 + a^2 - \frac{3ab^2}{\sqrt{a^2-b^2}} \lg \frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{b}}{(a-b)^2}\right\} \ldots b < a \tag{17}$$

dargestellt.

Für $a = b$ ist:

$$I = \frac{8\pi K}{5(2a)^2}. \tag{18}$$

Wird die Entfernung LE verändert und zugleich die unendlich grosse Platte MN so verschoben, dass $\frac{b}{a}$ unverändert bleibt, so ändert sich I umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung LE, wie man ohne weiteres aus Gl. 16 und 17 sieht.

Was endlich den Fall einer beliebig grossen Platte betrifft, wo r weder sehr klein, noch unendlich gross ist, so erhält man sehr verwickelte Formeln.

Es ist (s. Fig. 17):

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{2\pi K}{(a+b)^2}\,\frac{pq(a^2+b^2)-ab(p^2+q^2)}{pq(a-b)^2} \text{ oder} \\ i &= \frac{2\pi K}{(a+b)^2}\,\frac{(\cos\psi-\cos\varphi)(a^2\cos\varphi-b^2\cos\psi)}{\cos\varphi\cos\psi(a-b)^2} \end{aligned}\right\} \tag{19}$$

und

$$\left.\begin{aligned} I &= \frac{\pi K}{(a+b)^2(a-b)^2}\cdot\Big\{a^2+2b^2-\frac{(2q^2+p^2)ab^2}{q^2p}- \\ &\quad -\frac{3ab^2}{\sqrt{b^2-a^2}}\arcsin\frac{p-a}{bq}\sqrt{b^2-a^2}\Big\}\ldots b>a \\ I &= \frac{\pi K}{(a+b)^2(a-b)^2}\cdot\Big\{a^2+2b^2-\frac{(2q^2+p^2)ab^2}{q^2p}- \\ &\quad -\frac{3ab^2}{\sqrt{a^2-b^2}}\lg\frac{(p-\sqrt{a^2-b^2})\,b}{(a-\sqrt{a^2-b^2})\,q}\Big\}\ldots b<a \end{aligned}\right\} \tag{20}$$

Für den Specialfall $a = b$, also auch $p = q$ und $\varphi = \psi$ erhält man bei beliebig grosser Platte:

$$\left.\begin{aligned} i &= \frac{2\pi K}{(2a)^2}[1-\cos^4\psi] \\ I &= \frac{8\pi K}{5(2a)^2}[1-\cos^5\psi] \end{aligned}\right\} \tag{21}$$

Man sieht aus diesen Gleichungen, dass der Schwächungscoefficient solcher Platten nicht etwa ohne weiteres durch Einsetzen derselben zwischen eine Lichtquelle und eine beleuchtete Oberfläche bestimmt werden kann. Selbst bei sehr grossen Platten, deren Randwirkung vernachlässigt werden kann, hängt die erwähnte Beleuchtung von der Stellung der Platte ab.

Wird die ursprüngliche Lichtquelle von einer hohlkugelförmigen Masse aus dem betreffenden Stoffe umgeben, so ist die äussere Beleuchtung unabhängig von dem Radius der Kugel, auch für den Fall, dass die Entfernung der Wand von der Kugel von derselben Ordnung ist, wie dieser Radius. In diesem Falle kann die Grösse der äusseren Beleuchtung dazu dienen den Schwächungscoefficient des Stoffes, aus dem die Kugel besteht, zu bestimmen.

Dasselbe kann geschehen durch directes Aneinanderlegen von zwei oder mehreren Platten.

§ 6.

Erste Versuchsreihe mit successive dünner geschliffenen Platten.

Da die erste Versuchsreihe, was Vollständigkeit und Genauigkeit der Beobachtungen betrifft, hinter der zweiten weit zurücksteht, sollen die Resultate nur summarisch angegeben werden. Sie sind in der folgenden Tabelle enthalten:

d	a	b	
2,560 mm	43,3	100	Ist das senkrecht auffallende Licht polarisirt, so ist im austretenden Licht keine Spur von Polarisation nachweisbar.
1,990 „	43,5	106 (?)	
1,537 „	44,6	106	
0,987 „	44,3	107	

Die Abweichung vom Lambert'schen Gesetz ($a = 50$) ist für alle Platten nahe dieselbe. Sämmtliche Platten hatten matte Oberflächen. Der für die zweite Platte gefundene Werth b ist wohl unzweifelhaft zu gross.

§ 7.

Zweite Versuchsreihe mit successive dünner geschliffenen Platten. Allgemeine Uebersicht.

Aus einer grösseren Milchglasplatte wurden (vom Mechaniker des Cabinets H. Petermann) successive immer dünnere Platten geschliffen, im ganzen 10. Die Dicke von Nr. 1 betrug 2,129 mm, die von Nr. 10 nur 0,162 mm. Die Oberflächen wurden abwechselnd matt gelassen oder polirt. Einer Platte — Nr. 4 — wurde künstlich eine möglichst rauhe Oberfläche gegeben.

In der folgenden Tabelle befindet sich eine Uebersicht der wesentlichsten bei der Untersuchung jener 10 Platten erhaltenen Resultate. Die Platte Nr. 10 wird weiter unten ausführlich behandelt werden.

I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII	IX.	X.
Nr.	Oberfl.	d	a	b	Das auffallende Licht ist $\perp$ zur Einfallsebene vollständig polarisirt.				
			$\left(\frac{\gamma=60^0}{\gamma=0^0}100\right)_{\beta=0}$	$\left(\frac{\gamma=-60^0}{\gamma=+60^0}100\right)_{\beta=60}$	$\beta=0^0$ $\gamma=0^0$	$\beta=0^0$ $\gamma=60^0$	$\beta=60^0$ $\gamma=0^0$	$\beta=60^0$ $\gamma=60^0$	$\beta=60^0$ $\gamma=-60^0$
		mm							
1	matt	2,129	—	100	—	—	—	—	—
2	pol.	1,967	—	102,6	—	—	—	—	—
3	matt	1,114	43,85	106,8	—	—	—	—	—
4	rauh	0,803	43,59	100	—	—	—	—	—
5	pol.	0,775	43,88	109,8	—	—	—	—	—
6	matt	0,607	43,33	106,9	—	—	—	—	—
7	matt	0,383	42,62 (?)	107,8	11,0	10,0	—	—	—
8	pol.	0,317	44,02	123,5 $\left[\frac{38,62}{43,98}\right]$	22,0	21,0	14,4	13,3	22,0
9	matt	0,306	43,38	110,3 $\left[\frac{49,01}{44,12}\right]$	17,3	15,5	11,5	7,5	16,0
10	pol.	0,162	32,1	238 $\left[\frac{28,8}{68,6}\right]$	58,5	39,0	39,0	21,0	50,8

Colonne I enthält die fortlaufenden Nummern der Platten, Colonne II — Angaben über ihre Oberflächen, Colonne III — ihre Dicken in Millimetern. Colonne IV und V geben die oben besprochenen charakteristischen Zahlen a und b; Colonne VI—X die Grösse $\frac{P}{I}100$, (s. 4, a), den polarisirten Antheil im auftretenden Lichte, wenn das auffallende $\perp$ zur Einfallsebene der Platte (also in der Einfallsebene der Photometer-Glassäule) polarisirt ist.

Die Platten können in 3 Gruppen getheilt werden, wie es die horizontalen Querstriche in der Tabelle andeuten; doch wollen wir schon jetzt aus den gesammten Zahlen einige naheliegende Folgerungen ziehen.

1. Die Abweichung vom Lambert'schen Emanationsgesetz, charakterisiert durch die Grösse a, ist bereits bei einer Platte von 0,306 mm Dicke dieselbe, wie für die dicksten Platten (vergl. die Tabelle im vorigen Pharagraph). Der Zustand der Oberfläche (polirt, matt oder rauh hat hierbei keinen Einfluss. Im Mittel ist $a = 43{,}4$.

2. Die Grösse b welche die, zwischen den Fällen C und D (Fig. 16) obwaltende Verschiedenheit misst, ist in auffallendster Abhängigkeit von dem Zustand der Oberfläche. Durch Mattschleifen der Oberfläche wird jener Unterschied bedeutend reducirt, oder gar völlig aufgehoben, wie es bei der rauhen Platte Nr. 4 der Fall war. Bei Nr. 6 und 7 ist b kleiner, als bei Nr. 5 und ebenso bei Nr. 9 kleiner als bei Nr. 8.

Bei den drei letzten Platten (Nr. 8—10) sind neben b die den Fällen C und D (Fig. 16) direct entsprechenden I beigefügt; I für den Fall E gleich 100 gesetzt.

3. Fällt polarisirtes Licht auf die Platte, so tritt im ausgestrahlten Lichte die erste Spur von Polarisation bei einer Plattendicke zwischen 0,4 mm und 0,6 mm auf. Ueber die erste Gruppe von Platten, Nr. 1—6, lässt sich nichts weiteres angeben. Sie ist charakterisirt durch das gänzliche Fehlen von durchgehendem polarisirten Lichte.

§ 8.

Die zweite Gruppe der Milchglasplatte ($d = 0{,}306$ mm bis $d = 0{,}383$ mm). Das durchgehende polarisierte Licht.

Bei der Platte Nr. 7 wurde zum erstenmale durchscheinendes polarisirtes Licht beobachtet und hier zeigte sich bereits das unerwartete Resultat, das die Polarisation nicht etwa nur bei $\gamma = o$, sondern bei jedem γ d. h. also auch in dem seitlich ausgesandten Lichte auftrat. Bei $\beta = 60^\circ$, war die Lichtstärke zu gering und Polarisation nicht messbar. Wir wenden uns zu den genauer untersuchten

Platten Nr. 8 und 9, die von fast gleicher Dicke, aber die erste polirt, die zweite matt, waren.

Die bedeutende Grösse von b, Assymetrie bei schiefem Auffallen beweisend, steht in bester Uebereinstimmung mit dem Auftreten bedeutender Mengen durchgehenden polarisirten Lichtes. Jene Assymetrie und dies Durchgehen sind bei der matten Platte bedeutend verringert.

Da die polirte Platte mehr Interesse erwecken muss, als die matte Platte, wenden wir uns speciell zur Betrachtung des durch Nr. 8 hindurch gegangenen polarisirten Lichtes. Nr. 9 ergab analoge, nur weniger scharf ausgeprägte Resultate.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate zusammengestellt.

Platte Nr. 8 ($d = 0{,}317$ mm), polirt.

Werthe von $\frac{P}{I}\,100$.

γ:	—60°	45°	—30°	0°	30°	45°	60°
β							
0	**21,0**	—	—	**22,0**	—	—	**22,0**
30	24,0	—	**22,0**	18,0	15,5	—	16,5
45	24,0	**21,4**	—	18,0	—	—	15,5
60	**22,0**	—	19,5	14,4	—	—	13,3

Zwei Bemerkungen sind es nun vor allem, die sich bei Betrachtung dieser Zahlen sofort aufdrängen.

1. Bei senkrechtem Auffallen des polarisirten Lichtes ($\beta = 0$) findet sich der gleiche Bruchtheil $\frac{P}{I}$ polarisirten Lichtes in allen, nach verschiedenen Richtungen ausgesandten Strahlen, wenn man in einer Ebene bleibt, die $\perp$ ist zur Polarisationsebene des Lichtes.

2. Für alle Winkel $\gamma = -\beta$ wird derselbe Werth für $\frac{P}{I}$ erhalten.

§ 9.

Die Milchglasplatte Nr. 10 ($d = 0{,}162$ mm). Allgemeine Uebersicht.

Die sämmtlichen photometrischen und polarimetrischen Beobachtungen an dieser Platte sind in der nachfolgenden Uebersicht angegeben. Der Einfallswinkel β und der Austrittswinkel γ hatten die Werthe 0°, 15°, 30°, 45° und 60°. Die Polarisation ist jedoch nicht für alle γ gemessen worden.

I. I.

$\gamma =$ $100 \cos \gamma =$	−60° 50	−45° 70,7	−30° 86,6	−15° 96,6	0° 100	15° 96,6	30° 86,6	45° 70,7	60° 50
β									
0°	32,1	51,6	69,1	85,1	**100**	85,1	69,1	51,6	32,1
15	41,8	67,0	87,5	**111**	100	88,5	68,3	49,0	31,6
30	51,8	76,1	**102,9**	100,8	100	83,0	63,6	47,1	28,3
45	60,3	**95,8**	104	108	100	84,5	66,7	47,3	27,9
60	**68,6**	96,8	116,8	113	100	86,2	67,4	47,6	28,8

II. $\frac{P}{I} \cdot 100$.

$\gamma =$	−60°	−45°	−30°	−15°	0°	15°	30°	45°	60°
β									
0°	39,0	42,5	48,5	51,5	**58,5**	51,5	48,5	42,5	39,0
15	49,0	53,0	54,2	**58,1**	56,8 (?)	49,4	—	39,0	34,5
30	53,0	53,0	**57,8**	—	49,0	—	37,2	—	26,6
45	51,7	**58,0**	—	—	43,5	36,0	—	26,3	22,0
60	**50,8**	—	46,8	—	39,0	—	—	—	21,0

Die Zahlen der zweiten Tabelle geben für das austretende Licht die Grösse $\frac{P}{I}$ in Procenten ausgedrückt. Das einfallende ist senkrecht zur Einfallsebene polarisirt.

Die Tab. I zeigt die Vertheilung der Lichtintensitäten für senkrechte und geneigte Incidenzen. Die Zahlen, welche $\gamma = -\beta$, also den Fällen entsprechen, wo das beobachtete austretende Licht die Richtung des einfallenden hat, sind in beiden Tabellen hervorgehoben. Bei grossen Einfallswinkeln entsprechen sie in I nicht mehr den Maximis ($\beta = 45^0$, 60^0) der Lichtstärke. Es ist, als hätte man es bei schiefer Incidenz mit zwei übereinander gelagerten Lichtvertheilungen zu thun, von denen die eine ihr Maximum bei $\gamma = 0$, die andere bei $\gamma = -\beta$ hat.

Für positive γ ist die Lichtvertheilung bei allen Einfallswinkeln β ziemlich die gleiche.

Zu wichtigen Folgerungen führt die nähere Betrachtung der in der Tab. II angegebenen Zahlen.

§ 10.

Erste Folgerung aus den Zahlen der Tabelle II.

Es sei δ der Winkel zwischen den einfallenden und den beobachteten austretenden Strahlen (Fig. 18), also $\delta = 0^0$, wenn $\gamma = -\beta$ ist, oder allgemein:

$$\delta = \beta + \gamma. \tag{22}$$

Die in einer, von rechts oben nach links unten verlaufenden Diagonalreihe, stehenden Zahlen beziehen sich auf constante δ. Es

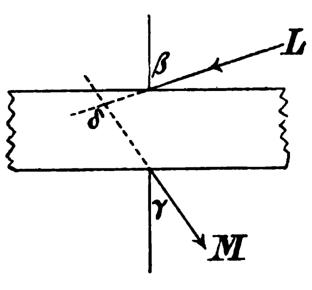


Fig. 18.

ist nun im höchsten Grade auffallend, dass die, gleichen δ entsprechenden, Zahlen ziemlich nahe constant sind. Um dies deutlicher zu zeigen, ordnen wir die Zahlen der Tab. II nach dem δ in folgender Tabelle:

III.

-55°	-30°	-15°	$=\delta=$	0° $(\gamma=-\beta)$	30°	55°	60°	90°	120°
			γ						
42,5	48,5	51,5	0°	58,5	48,5	42,5	39,0	—	—
49,0	53,0	54,2	15	58,1	49,4	—	39,0	—	—
—	53,0	53,0	30	57,8	49,0	—	37,2	26,6	—
—	—	51,7	45	53,0	—	43,5	36,0	26,3	—
—	—	—	60	50,8	46,8	—	39,0	28,5	21,0

Gleiche δ entsprechen gleichen Ablenkungen der Strahlen und es scheint daher, dass man für diese Platte sagen kann, dass gleich stark abgelenkte Strahlen gleiche relative Quantitäten polarisierten Lichtes behalten haben.

Bei $\delta = 0^{\circ}$, wo die Ablenkung Null ist, zeigt sich eine grössere Inconstanz, aber hier könnte es sonderbar erscheinen, dass die Zahlen nicht noch viel schneller sinken. Die Zahlen der Colonne $\delta = 0^{\circ}$ entsprechen dem Falle, dass die Platte um ihre verticale Axe gedreht wird, bei der Fig. 5 skizzirten Anfangsstellung. Geht man von der Ansicht aus, dass für diesen Fall P der direct (ohne Diffusion) durchgegangene Theil des Lichtes ist, so ist es nicht unmöglich, dass die von

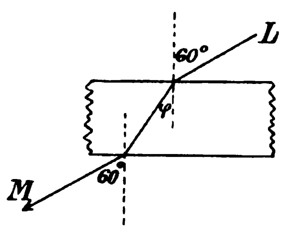


Fig. 19.

uns gefundene Zahl (50,8) darin ihre Erklärung findet, dass die durchgehenden Strahlen für den betrachteten Fall den Fig. 19 angegebenen Weg nehmen. Bei einem Brechungscoefficienten $\frac{3}{2}$ wäre der Winkel $\varphi = 35^{\circ}20'$, $\cos\varphi = 0{,}82$ und folglich $\frac{d'}{d} = 1{,}22$. Das Verhältnis der in den Richtungen d und d' durchgehenden relativen Quantitäten $\frac{P}{I}$ ist aber gleich $\frac{58{,}5}{50{,}8} = 1{,}15$; setzt man $\mu = 1{,}6$, so erhält man $\frac{d'}{d} = 1{,}19$.

Um das gefundene Resultat deutlicher hervorzuheben, sind in Fig. 20 noch die, den Zahlen der Colonne $\delta = \beta + \gamma = 60^0$ entsprechenden Strahlenwege gezeichnet.

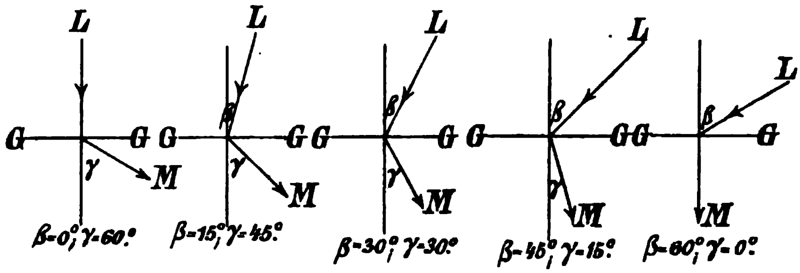


Fig. 20.

Wollte man an dies Resultat weitere Folgerungen knüpfen, so müsste man die in den Momenten des Eintritts und Austritts der Strahlen stattfindenden Brechungen in Betracht ziehen. Die innerhalb der Platte stattfindende Ablenkung der Strahlen ist viel geringer als $\beta + \gamma$.

Die Zahlen, welche in Tabelle II links von den fetten stehen, entsprechen Ablenkungen nach der anderen Seite, als sie in Fig. 19 skizzirt sind. Hier finden sich in den Diagonalreihen bedeutende Abweichungen (die betreffenden Zahlen stehen in Tab. III links von den γ), die aber ihre vollständige Erklärung finden, wenn man statt der Gesammtablenkung $\beta + \gamma$ nur die eben erwähnte innere in Betracht zieht.

Der Winkel δ' zwischen dem bereits eingetretenen und dem eben austretenden Strahl ist (s. Fig. 21):

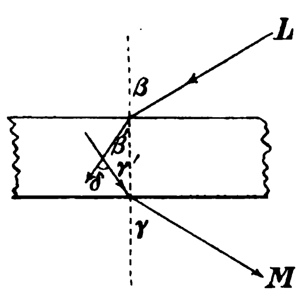


Fig. 21.

$$\left.\begin{array}{c} \delta' = \beta' + \gamma' \\ \sin\beta' = \frac{1}{n}\sin\beta;\ \sin\gamma' = \frac{1}{n}\sin\gamma. \end{array}\right\} \quad (23$$

Betrachtet man $\frac{P}{I}$ in Abhängigkeit von δ' statt von δ, so wird die Uebereinstimmung jedenfalls noch grösser. Die Zahlen der Tab. III, welche $\delta = 60^0$ entsprechen und welche bei Fig. 20 nochmals in einer horizontalen Reihe angeführt sind, entsprechen z. B. folgenden Werthen von δ' (wenn $n = \frac{3}{2}$ angenommen wird).

$$35{,}2^0 \qquad 38^0 \qquad 39^0 \qquad 38^0 \qquad 35{,}2^0.$$

Die mittleren, scheinbar zu kleinen Zahlen jener Reihe entsprechen also in der That grösseren δ' d. h. grösseren inneren Ablenkungen.

Die drei Zahlen:

$$26{,}6 \qquad 26{,}3 \qquad 28{,}5$$

der nächsten Colonne in Tab. III ($\delta = 90^0$) entsprechen den δ':

$$47{,}5^0 \qquad 47{,}5^0 \qquad 45{,}2^0.$$

Für das Sinken der, $\delta = o$, also auch $\delta' = o$ entsprechenden, Zahlen bleibt aber nur die oben bereits angeführte Erklärung des längeren Weges.

Was nun endlich die oben erwähnten Zahlen in der Tab. III, welche negativen δ entsprechen, betrifft, so ergeben sie, mit den entsprechenden δ' verglichen:

$\delta = -55^0$	-30^0	-15^0	δ'		
42,5	48,5	51,5	28^0	$19{,}5^0$	10^0
49,0	53,0	54,2	25	18	9,5
	53,0	53,0		15,7	8,5
		51,7			7,2

(24

Grösseren δ' entsprechen kleinere $\frac{P}{I}$; nur die letzten Zahlen sind zu klein, offenbar analog dem Falle $\delta = o$, wegen des längeren Weges. Aus demselben Grunde wird auch die letzte Zahl (46,8) der Colonne $\delta = 30^0$ in Tab. III zu klein sein.

Den oben ausgesprochenen Satz über die Abhängigkeit der übrigbleibenden polarisirten Strahlen von der Grösse der Ablenkung δ können wir jetzt mit relativ grösserem Rechte so fassen: Strahlen, welche innerhalb der Platte gleich grosse Ablenkungen δ' erfahren haben, behalten gleiche relative Quantitäten $\frac{P}{I}$ polarisierten Lichtes. Bei geringen Ablenkungen (bis etwa $\delta' = 16^0$) wird das Verhältnis $\frac{P}{I}$ verringert, wenn β gross ist, weil dann der durchlaufene Weg jedenfalls ein grösserer sein muss.

§ 11.

Zweite Folgerung aus den Zahlen der Tabelle II.

Wir sahen, dass mit wachsender Ablenkung δ das Verhältnis $\frac{P}{I}$ kleiner wird. Ein Blick auf die Tab. III genügt, um den auffallenden Umstand zu bemerken, dass dies Sinken von $\frac{P}{I}$ nahe proportional den δ verläuft.

In abgerundeten Zahlen haben wir nämlich:

δ	$\frac{P}{I} \cdot 100$
0^0	60
30	50
60	40
120	20,

d. h. eine Verminderung des Bruches $\frac{P}{I}$ um je $\frac{1}{6}$ seines Anfangswerthes bei jedem Wachsen von δ um 30^0. Dies führt zu dem Werthe $\frac{P}{I} = o$ gerade bei $\delta = 180^0$. Das Verhältnis $\frac{P}{I}$ wäre somit proportional dem Winkel $180^0 - \delta$ oder proportional dem Winkel zwischen dem eintretenden und dem beobachteten austretenden Strahle, diesen Winkel gleich 180^0 gerechnet, wenn die beiden Strahlen dieselbe Richtung haben. Die erwähnte Proportionalität ist aber nur ganz roh vorhanden. Dem Winkel $\delta = 180^0$ d. h. $\beta = \gamma = 90^0$ entspricht $\delta' = \beta' + \gamma' = 41{,}8^0 + 41{,}8^0 = 83{,}6^0$. Bei diesem $\delta' = 83{,}6^0$ wäre also $P = o$.

Ordnet man die $\frac{P}{I}$ nicht nach den δ, sondern nach den δ', so findet sich innerhalb der Beobachtungen, welche nur bis $\delta' = 70{,}4^0$ (entsprechend $\delta = 60^0 + 60^0 = 120^0$) reichen, ebenfalls in roher Annäherung Proportionalität zwischen der Verminderung von $\frac{P}{I}$ und dem Winkel δ'. Hier würde man aber $\frac{P}{I} = o$ erst für den physisch un-möglichen Winkel $\delta' = 105^0$ erhalten. Fernere Versuche müssen entscheiden, ob die $\frac{P}{I}$ den δ oder den δ' proportional sind — falls überhaupt eine derartige Gesetzmässigkeit existirt.

§ 12.

Polariskopische Untersuchung des durchgehenden polarisirten Lichtes.

Bei allen polarimetrischen Versuchen war das auffallende Licht ⊥ zur Einfallsebene polarisiert und das austretende Licht wurde nur in dieser selben Ebene untersucht.

Ueber die anderen Fälle, wenn das einfallende Licht ‖ der Einfallsebene polarisirt, oder das austretende in einer zu dieser senkrechten Ebene liegt, wurden, behufs vorläufiger Orientierung nur polariskopische Vorversuche gemacht, deren Resultate hier kurz angegeben werden sollen. Die Versuche wurden an der Milchglasplatte Nr. 8 (s. § 7) ausgeführt; ihre Dicke ist 0,317 mm. Fällt auf die Platte natürliches Licht, so ist das, sehr schief austretende, Licht stets ⊥ zur Austrittsebene polarisirt; auch für den Fall schiefer Incidenz, wenn die Austrittsebene ⊥ ist zur Einfallsebene.

Zur Abkürzung wollen wir die erstere die A.-Ebene, die letztere die E.-Ebene und die Polarisationsebene P.-Ebene nennen. Da die Platte bei allen Versuchen vertical und die E.-Ebene horizontal war, so dürfte es bequem sein, die Lagen der P.-Ebene durch vertical oder horizontal zu bezeichnen.

I. Das polarisirte Licht fällt senkrecht auf die Platte. Die P.-Ebene ist vertical.

a) Horizontale A.-Ebene. Dies ist der Fall, auf welchen sich die Zahlen der Colonnen VI und VII (Platte Nr. 8) im § 7 beziehen. Die P.-Ebene des austretenden Lichtes ist vertical.

b) Verticale A.-Ebene. Mit wachsendem Austrittswinkel γ wird die Polarisation schnell geringer, dann Null und bei grossem γ ist die P.-Ebene horizontal, das Licht also ⊥ zur A.-Ebene polarisirt.

II. Das polarisirte Licht fällt schief auf die Platte; der Einfallswinkel ist etwa 65^0. Die E.-Ebene ist horizontal.

A. Die P.-Ebene ist vertical d. h. ⊥ zur E.-Ebene.

a) Horizontale A.-Ebene. Dies ist der Fall, auf welchen sich die Zahlen der Colonnen VIII, IX und X beziehen. Die P.-Ebene ist vertical.

b) Verticale A.-Ebene. Mit wachsendem γ wird die Polarisation schwächer; die P.-Ebene dreht sich und bei grossem γ ist die P.-Ebene horizontal d. h. ⊥ zur A.-Ebene.

B. Die P.-Ebene ist horizontal, also das Licht in der E.-Ebene polarisirt. Dieser Fall kam bei den polarimetrischen Versuchen nicht vor.

a) Horizontale A.-Ebene. Für $\gamma = o$ ist die P.-Ebene horizontal. Mit wachsendem γ wird die Polarisation schnell geringer. Bei grossem positiven γ ist sie Null, bei grossem negativen fast Null.

b) Verticale A.-Ebene. Das Licht bleibt in der E.-Ebene d. h. also $\perp$ zur A.-Ebene polarisirt und wird die Polarisation mit wachsendem γ immer grösser.

§ 13.

Untersuchung eines halbdurchsichtigen „Ueberfangglases" (verre plaqué).

Das Rauchglas (§ 3) und das dickere Milchglas bilden die extremen Fälle, von welchem im § 1 die Rede ist und welche durch die Gl. 1 und 2 charakterisirt sind. Ich habe noch zwei Körper untersucht, welche zu den nicht extremen Fällen gehören und nach dem im § 1 Gesagten, als durchscheinend bezeichnet werden konnten. Der erste Körper war eine aus zwei Schichten bestehende Glasplatte, sog. Ueberfangglas (verre plaqué), belgischer Fabrikation. Die dickere Schicht bestand aus gewöhnlichem farblosen Glas; die dünnere aus einem, oberflächlich rein weiss erscheinenden, Glasflusse. Die Dicke dieser Schicht wurde durch Abschleifen derselben als gleich 0,390 mm gefunden.

Die Platte ist entschieden durchscheinend; ein Theil des auffallenden Lichtes wird zerstreut, ein anderer geht frei durch. Hält man die Platte dicht vor eine Flamme, so ist diese nicht zu sehen, weil die intensiv beleuchtete Platte zu viel zerstreutes Licht gibt.

Entfernt man die Platte von der Flamme, so treten zuerst die Conturen der letzteren hervor. Desto weiter man die Platte entfernt, desto deutlicher sieht man alle Details der Flamme, des Dochtes etc. Das erste Sichtbarwerden der Flammenconturen findet, unabhängig von der Leuchtkraft der Flamme, stets bei einer und derselben Entfernung statt, worin eine hübsche Bestätigung des Fechner'schen psychophysischen Gesetzes sich nachweisen lässt.

Eine Milchglasplatte von der Hälfte der Dicke dieser weissen Schicht ist noch völlig undurchsichtig.

Wir haben es also jedenfalls hier mit einem anderen Stoffe zu thun in welchem die zerstreuende Masse minder dicht vertheilt ist.

Doppelplatte. Zwei Platten wurden mit den weissen Seiten zusammengelegt. Die so entstandene Doppelplatte war nur durchscheinend und konnte man keine Flammenconturen durch dieselbe erkennen.

Die photometrische Untersuchung derselben ergab:

$\beta = 0$		$\beta = 60^0$	
γ	I	γ	I
0	100	0	100
$\pm 60^0$	44,09	$\pm 60^0$	44,34

also nach unseren früheren Bezeichnungen (Gl. 8 und 10):

$$a = 44{,}09 \qquad b = 100.$$

Fiel auf die Platte vollständig polarisirtes Licht, so war in dem normal ausgestrahlten Lichte keine Spur von Polarisation zu bemerken.

Das Resultat stimmt also sehr gut mit dem für dickes Milchglas erhaltenen, insbesondere was die Grösse der Zahl a betrifft.

Einfache Platte. Da man bei gerader Durchsicht ($\gamma = -\beta$) das Bild der Flamme im Gesichtsfelde sah, konnte bei dieser Lage von Einstellung des Photometers keine Rede sein. Die dadurch entstandenen Lücken in der Beobachtung sind in der folgenden Tabelle durch + ausgefüllt. Bei der ersten Beobachtungsreihe, welche der senkrechten Incidenz ($\beta = o$) entspricht, fehlte der, $\gamma = o$ entsprechende, Vergleichwerth von I, welcher oben stets gleich 100 angenommen wurde. Es wurden daher die I mit dem, $\gamma = 15^0$ entsprechenden Werthe verglichen und dieser hierbei gleich $96{,}6 = 100 \cos 15^0$ gesetzt, womit aber nicht etwa gesagt sein soll, dass $I = 100$ bei $\gamma = o$ sei.

Ein Vergleich zwischen den Zahlen dieser Tab. IV und denen der Tab. I § 9 zeigt einen enormen Unterschied in der Verbreitungsart des Lichtes im dünnen Milchglas und in dem jetzt untersuchten weissen Glas. Dieser Unterschied lässt sich dahin formuliren, dass sich beim Milchglas ein, von der Richtung des geraden Strahlendurchganges nach beiden Seiten stark ausdehnender Lichtüberschuss zeigt, während bei dem Ueberfangglas dieser Ueberschuss auf einen sehr schmalen Raum concentrirt bleibt. In Tab. I überwiegen die Zahlen der linken Seite sehr bedeutend, während in Tab. IV der Unterschied nur ein geringer ist.

Für $\beta = 45^0$ finden wir bei $\gamma = -60^0$ und $\gamma = +60^0$ in Tab. I die Zahlen 60,3 und 27,9; in Tab. IV dagegen 46,3 und 42,9.

IV.

-60^0	-45^0	-30^0	-15^0	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	$=\gamma$
									β
43,0	66,5	—	96,6	+	96,6	—	66,5	43,0	0^0
45.0	68,1	+	98,5	100	94,0	83,6	64,1	42.8	30
46,3	+	88,9	96,8	100	93,3	81,0	64,6	42.9	45
+	70,3	88,6	98,1	100	94,1	80,1	64,9	42,7	60

Der Bruch $\frac{P}{I}$ bei, $\perp$ zur Einfallsebene polarisirtem, auffallenden Lichte ist bei $\beta = 0$, 30^0 und 60^0 gemessen worden.

Bei $\beta = 0$ wurde gefunden:

γ	$\frac{P}{I} \cdot 100$
$\pm 0^0$	25,7
10	19,5
30	17,5
50	18,7
60	20,0

und ferner bei $\beta = 30^0$ und $\beta = 60^0$:

V.

$\left(\frac{P}{I} \cdot 100\right)$.

-60^0	-45^0	-30^0	-15^0	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	$=\gamma$
									β
20,0	19,5	+	18,0	16,2	15,4	13,3	13,8	15,4	30^0
+	19,3	18,6	--	14,3	11,4	9,3	9,5	12,1	60

§ 14.

Untersuchung einer halbdurchsichtigen Milchglasplatte.

($d = 1,841$ mm).

Diese Platte war noch bedeutend durchsichtiger, als die zuletzt betrachtete. Trotz ihrer Dicke konnte man durch sie hindurch mittelmässig beleuchtete Gegenstände erkennen. Das durchscheinende Licht war rötlich, das reflectirte schwach bläulich gefärbt.

Die Platte diente unter anderem dazu, die Wirkung der Oberflächendiffussion zu untersuchen. Es wurden zwei Platten aus einem Stück nebeneinander ausgeschnitten. Nr. I blieb mit glatter Oberfläche; Nr. II wurde matt geschliffen. Nr. II war nur durchscheinend; die Conturen selbst heller Flammen waren, wie bei allen matten Gläsern, nicht zu unterscheiden. Die Dicke von Nr. II war 1,723 mm.

Vergleich der polirten Platte I mit der matten Nr. II. Bei der polirten Platte konnte die Intensität des in gerader Richtung durchgehenden Lichtes wieder nicht bestimmt werden, da man im Gesichtsfelde das sehr intensive Bild der Flamme sah. Eine sichere

Messung war für den Fall $\beta = 0$ erst bei $\gamma = 7^0$ auszuführen. Es wurden nun für verschiedene γ die von I und II ausgestrahlten I_p und I_m (p = polirt, m = matt) verglichen. Folgendes sind die Resultate:

$\beta = 0.$

γ	$\frac{I_p}{I_m}$
0^0	Sehr grosse Zahl.
7	1,11
10	0,921
15	0,972
30	1,08
60	1,09.

Die Zahl für $\gamma = 0^0$ liess sich, wie gesagt, nicht bestimmen, doch muss sie über 20 gewesen sein. Die angeführten Zahlen zeigen, dass die Lichtmenge, welche mit hoher Intensität, aber in Form eines schmalen Centralbündels die polirte Platte durchsetzt und für das Auge das deutliche Bild gibt, bei der matten Platte in einen Conus mit breiter Oeffnung aus einander gezogen wird. Infolge dessen überwiegt schon bei geringem Emissionswinkel γ die Helligkeit der matten Platte, es wird $I_m > I_p$. Bei grösseren Winkeln wird aber I_p wieder etwas grösser als I_m. Das gesammte hindurch gelassene Licht ist aber bei beiden Platten nahe dasselbe. Legt man nämlich die beiden Platten nacheinander an eine durchscheinend hell leuchtende Milchglasplatte (Nr. 6, s. § 7, $\delta = 0{,}607$ mm) und beobachtet die Intensität bei $\beta = \gamma = o$, so erhält man fast ganz gleiche Werthe. Es ergeben nämlich bei senkrecht durchgehendem Lichte:

$$\left.\begin{array}{l} \text{Milchglas Nr. 6 + Nr. II (matt)} \ldots I_m = 100 \\ \text{Milchglas Nr. 6 + Nr. I (polirt)} \ldots I_p = 102{,}9. \end{array}\right\} \quad 25)$$

Während also das concentrirte Licht einer entfernten Flamme bei $\beta = \gamma = o$ für $\frac{I_p}{I_m}$ eine sehr grosse Zahl gibt über 20), gibt das breite dicht an die Platten angelegte leuchtende Milchglas für diesen Bruch eine kaum von Eins unterschiedene Zahl.

Hierin mag vielleicht ein Fingerzeig liegen, der auf eine nicht unmögliche Quelle von Fehlern bei photometrischen Untersuchungen hinweist. Verglich man I_m und I_p wie sie in Gl. 25 gegeben sind mit dem I, welches die Milchglasplatte Nr. 6 allein gab, so zeigte es sich, dass die Platten Nr. I und Nr. II im Mittel 53,4 % des Lichtes durchgehen liessen — wohlverstanden ist hier von dem gesammten, in allen Richtungen durchgehenden Lichte die Rede. In gerader

Richtung geht bei der polirten Platte unvergleichlich mehr Licht hindurch, als bei der matten.

Von wie grosser Wichtigkeit dieser Umstand ist, wenn es sich um die Bestimmung des Schwächungscoefficienten handelt, braucht wohl kaum ausführlich hervorgehoben zu werden. Sowohl die polirte, als auch die matte Platte wurden photometrisch und polarimetrisch untersucht; es sollen zuerst die Resultate angegeben werden, welche für die, an und für sich weniger interessante, matte Platte gefunden wurden.

§ 15.

Die matte halbdurchsichtige Milchglasplatte Nr. II.

Bei den photometrischen Messungen zeigte es sich, dass bei schiefer Incidenz, $\beta > o$, die Lichtvertheilung auf der positiven Seite $(\gamma > o)$ ganz den Charakter hat, der bei dicken durchscheinenden Milchglasplatten (§ 7) gefunden wurde. Bei Vergrösserung der γ sank die beobachtete Intensität nur ganz langsam; die I sanken also etwas schneller, als es nach dem Cosinus-Gesetz sein müsste. Bei schiefer Incidenz und positiven γ wurde daher, wie bei dickeren Milchglasplatten (§ 7) nur der Werth für $\gamma = + 60^0$ bestimmt.

VI. I.

-60^0	-45^0	-30^0	-15^0	0^0	15^0	30^0	45^0	60^0	$=\gamma$
									β
32,3	46,0	61,0	74,8	**100**	74,8	61,0	46,0	32,3	0^0
46,0	77,0	**110,4**	108,0	100	—	—	—	41,5	30
50,7	81	91,9	—	100	—	—	—	43,4	45
56,6	—	—	—	100	—	—	64,2	42,4	60

VII. $\frac{P}{I} \cdot 100$.

	-60^0	-45^0	-30^0	0^0	30^0	45^0	60^0	β
β								
0^0	8,8	—	9,0	**29,8**	9,0	—	8,8	
30	14,3	21,0	**25,0**	6,7	—	—	2,7	
45	17,0	**20,0**	15,0	0	—	—	0	
60	**16,5**	—	0	0	—	—	0	

Vergleicht man Tab. VI mit Tab. I (§ 9), so zeigt sich in der ersten Reihe fast völlige Gleichheit, in den weiteren aber, besonders für positive γ totale Verschiedenheit; dasselbe findet man bei Vergleich der Tabellen II und VII.

§ 16.

Die polirte halbdurchsichtige Milchglasplatte Nr. I.

In gerader Richtung konnten photometrische Untersuchungen nicht ausgeführt werden; die Werthe von I bei $\gamma = -\beta$ waren sehr gross im Vergleiche mit allen übrigen. Polarimetrische Messungen sind aber doch gemacht worden; sie ergaben eine enorme Quantität (72,5%) durchgehenden, polarisirten Lichtes. Bei schiefer Incidenz erhielt man für $\gamma = +60^\circ$ wiederum eine 43 nahe Zahl und polarisirt unverändert durchgegangenes Licht nur in nächster Nähe der Linie des geraden Durchganges.

Die photometrische Untersuchung ergab folgende Werthe der I:

VIII.

$\gamma =$	-60°	-48°	-45°	-35°	-30°	-12°	0°	12°	30°	35°	45°	48°	60°
β													
0°	43,6	—	65,2	—	—	100	+	100	—	—	62,5	—	43,6
45	49,7	—	+	—	87,0	—	100	—	82,1	—	—	—	42,7
60	+	72,0	—	83,8	—	—	100	—	—	78,3	—	62,5	43,2

Die sehr grossen Zahlen, welche $\gamma = -\beta$ entsprechen, sind durch + ersetzt.

Die polarimetrischen Messungen ergaben folgende Werthe $\frac{P}{I} \cdot 100$:

IX

$\gamma =$	-60°	-45°	-30°	-15°	0°	15°	30°	45°	60°
β									
0°	14,2	—	—	9,3	72,5	9,3	—	—	14,2
45	22,7	72,5	9,3	—	0	0	—	—	9,3
60	72,5	—	—	—	—	—	—	—	—

Bei allen $\gamma = -\beta$ wurde derselbe enorm hohe Werth von $\frac{P}{I} \cdot 100$

beobachtet. Die Seitenzerstreuung des polarisirten Lichtes war aber nur eine geringe.

Mit der polirten Platte Nr. I sind noch weitere Versuche ausgeführt worden, um das im Glase zerstreute Licht von dem direct durchgehenden zu trennen.

Erste Versuchsreihe (Fig. 22). Als Lichtquelle diente die beleuchtete Milchglasplatte Nr. 6 (s. § 7, $d = 0{,}607$ mm Radius $\sigma = 20$ mm); sie ist in Fig. 21 durch M bezeichnet. Nach dieser Lichtquelle wurde mit dem Photometer P visirt und zwar durch die polirte halbdurchsichtige

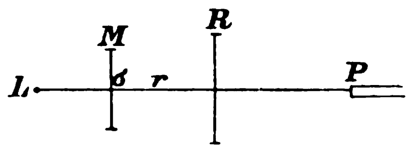


Fig. 22.

Platte Nr. I hindurch; diese ist durch R, die Lampe durch L bezeichnet. Die Entfernung $MR = r$ wurde von 40 mm bis zu 320 mm variirt. Die directe Beobachtung ergab für die Intensitäten I die folgenden Werthe:

X.

r	I
40 mm	231
80 „	100
120 „	68,59
160 „	57,00
200 „	48,34
240 „	43,84
320 „	40,30.

Bei weiterer Aenderung von r blieb I wesentlich constant.

Wurde die Platte R ganz fortgenommen, so wurde

$$I = 3064$$

erhalten. Da wir nun früher gefunden haben, dass die Platte R dicht an M angelegt 53 % des von M ausgehenden Lichtes weiter ausstrahlt, so folgt, dass, wenn wir $r = o$ gemacht hätten, wir $I = 3064 \cdot 0{,}53 = 1636$ gefunden hätten. Wir können also der Tab. IX noch die Zahlen:

r	I	
0 mm	1636	(26

hinzufügen.

Beim Entfernen der Platte R von der Platte M sinkt also die beobachtete Lichtstärke zuerst enorm schnell, dann langsamer, um sehr bald fast constant zu werden.

Das nach P gelangende Licht besteht aus zwei Theilen. Der erste, durchgehende, bleibt (bei allen Entfernungen r) constant, wie wir es im § 3 beim Rauchglase gesehen haben; wir wollen diesen Theil durch A bezeichnen. Der zweite Theil wird von der Platte R ausgesandt und ist proportional der Beleuchtung derselben durch die Platte M. Bei grossem r ist der zweite Theil nur gering; bei kleinem r dagegen überwiegt er den anderen um das 40fache.

Wäre die Platte M gleichförmig leuchtend, so würde die im Centrum von R stattfindende Beleuchtung umgekehrt proportional der Grösse $r^2 + \sigma^2$ sein, wo σ der Radius von M ist. Für $r > 100$ mm kann σ^2 im Vergleich mit r^2 füglich vernachlässigt werden. Da M aber nicht gleichförmig beleuchtet ist, so wird es ungefähr wie eine Scheibe leuchten, deren Radius etwas kleiner als $\sigma = 20$ mm ist.

Wir setzen also:

$$I = A + \frac{B}{r^2 + x^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27$$

Um auch für r = 40 mm einigermaassen Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung zu finden muss $x < \sigma$ angenommen werden und setzen wir:

$$x = 16 \text{ mm.}$$

Die Werthe der Tab. X ergeben nach der Methode der kleinsten Quadrate für A und B die Werthe:

$$\left.\begin{aligned} A &= 35{,}36 \\ B &= 457\,300. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (28$$

Diese Werthe setzen wir in Gl. 27 ein und finden:

r	I. Beob.	I. Berechn.
40	231	282,5
80	100	102,8
120	68,59	67,32
160	57,0	53,8
200	48,34	47,47
240	43,84	44,02
320	40,30	40,57.

Für $r = o$ erhält man $I = 1822$, während 1636 beobachtet wurde. Zum Mindesten also Grössen einer Ordnung. Für kleine r liess sich Uebereinstimmung zwischen Beobachtung und Rechnung auch nicht erwarten, da die Beleuchtung von R durch M sich verwickelter, als durch Gl. 27 ausdrücken muss.

Die Zahlen Gl. 28 zeigen, dass 35,36 Lichteinheiten (bei $r = 80$ mm haben wir $I = 100$ gesetzt) durch die Platte frei hindurchgehen. Etwa bei $r = 112$ mm ist dieser Theil gleich dem von der Platte direct ausgestrahten; bei $r = 80$ mm ist er nur noch wenig über ein Drittel (35 %), bei $r = 40$ mm bildet er etwa $\frac{1}{7}$ und bei $r = o$ nur noch $\frac{1}{45}$; dagegen bei $r = 320$ mm bereits 87 % des ganzen I.

Zweite Versuchsreihe (Fig. 23). Es sind einige Versuche gemacht worden bei umgekehrter Anordnung der Platten; R und M haben dieselbe Bedeutung wie früher. Es wurde also die Intensität I

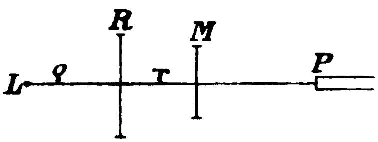


Fig. 23.

der, durch die Platte R hindurch beleuchteten Milchglasplatte M beobachtet. Dies I muss wiederum aus zwei Theilen bestehen, deren Form durch Gl. 1 und 2 im § 1 gegeben ist, wo $a = \varrho$, $b = r$ ist. Wir setzen also, allerdings nur annäherungsweise:

$$I = \frac{A}{(r + \varrho)^2} + \frac{B}{r^2 \varrho^2} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29$$

Werden r und ϱ miteinander vertauscht, so muss I unverändert bleiben und dies wurde in der That beobachtet. Folgendes sind die gefundenen Resultate:

XI.

ϱ	r	I Beob.	I Berechn.
100 mm	50 mm	120,2	114,7
75 „	75 „	100	99,7
75 „	100 „	63,86 . . .	63,3
100 „	75 „		
75 „	125 „	43,27 . . .	44,2
125 „	75 „		
150 „	75 „	28,40 (?) .	34,2

Die letztere Zahl ist sehr unsicher, das Gesichtsfeld war äusserst dunkel und die Einstellung des Photometers sehr schwierig. Setzt man

$$A = 1500, \; B = 4700,$$

so erhält man für drei mittlere Zahlen eine ziemliche Uebereinstimmung, wie aus den obigen unter I berechnet stehenden Zahlen erhellt.

§ 17.

Vergleich der an vier Platten erhaltenen Beobachtungsresultate.

Die vier Platten sind: das dicke Milchglas (§ 7), das dünnste Milchglas Nr. 10 (§ 9 – § 13), das Ueberfangglas (§ 14) und die polirte halbdurchsichtige Milchglasplatte (§ 17). Als fünfte kann die matte halb durchsichtige Milchglasplatte erwähnt werden, welche aber nur zum Studium der Oberflächendiffusion Material gibt.

I. Die dicke Milchglasplatte. Sie ist als Grenzfall zu betrachten und durch folgende Eigenschaften ckarakterisirt:

1. Mit wachsendem Emanationswinkel γ sinkt die Lichtintensität I schneller als nach dem Cosinns-Gesetz. Bei $\gamma = 60^{0}$ ist I der 0,435. Theil von der bei $\gamma = 0^{0}$.

2. Die Emanation ist unabhängig von dem Einfallswinkel des Lichtes.

3. Fiel völlig polarisirtes Licht auf die Platte, so war das austretende Licht völlig unpolarisirt.

II. Die dünne Milchglasplatte Nr. 10 ($d = 0{,}162$ mm). Das ausgestrahlte Licht kann als aus zwei Theilen bestehend betrachtet werden, deren erster den sub I angegebenen Eigenschaften entspricht. Zu diesem kommt aber ein bedeutender Ueberschuss hinzu, der sich nach beiden Seiten von der Richtung der einfallenden Strahlen bedeutend ausbreitet und vielleicht bis zu den grössten γ reicht. Bei schiefer Indigenz entsteht hierdurch ein sehr bedeutendes Ueberwiegen der I auf der einen Seite der Normale gegen die auf der andern.

Polarisirtes Licht geht bei allen Incidenzen und bei allen γ in bedeutender Menge hindurch.

III. Ueberfangglas. Die wirksame Schicht ist 0,390 mm dick. Man sieht das Bild einer Flamme hindurch. In der Richtung der auffallenden Strahlen geht eine grosse Lichtmenge hindurch; der Ueberschuss ist nur wenig nach den Seiten verbreitet, in Folge dessen bei schiefer Incidenz die eine Seite nur wenig die andere überwiegt — ausser, natürlich, nahe der Richtung der einfallenden Strahlen. Bei schiefer Incidenz erhält man für positive γ eine Lichtvertheilung, wie sie in I, 1 charakterisirt ist. Das letztere ist auch mit den polarisirten durchgehenden Strahlen der Fall; doch findet man für diese nicht unerhebliche, aber fast für alle γ constante Werthe. Man kann daher auf das Vorhandensein eines über alle γ fast gleichförmig vertheilten Ueberschusses schliessen.

IV. Polirte halbdurchsichtige Milchglasplatte. Der Ueberschuss ist fast völlig in der Richtung der einfallenden Strahlen concentrirt. Polarisirtes Licht geht auch fast nur in dieser Richtung hindurch. Bei schiefer Incidenz und positivem γ erhält man dasselbe, wie Nr. III.

Sämmtliche Platten bestehen aus wesentlich gleichem Stoffe — gewöhnliche Glasmasse, welcher fein vertheiltes Knochenmehl, also phosphorsaurer Kalk beigemengt ist. Die Dichtigkeit dieser Beimengung ist bei den Platten I und II am grössten, bei III geringer und bei IV noch geringer.

§ 18.

Allgemeine Bemerkungen.

Ursache der Diffusion. Zöllner weist („Photometrische Untersuchungen" S. 24 ff.) auf das Milchglas als auf einen Körper hin, für welchen das Lambert'sche Cosinus-Emanationsgesetz gelten müsse. Dieses wird auf bekannte Weise theoretisch für den Fall abgeleitet, dass das Licht aus einer gewissen Tiefe des Körpers dringe. Beim Milchglas sind nun, nach Zöllner's Ansicht, durch die in der Masse gleichmässig vertheilten, das Licht nach allen Seiten zerstreuten Partikelchen von phosphorsaurem Kalk, die theoretisch geforderten Bedingungen gewissermaassen künstlich erfüllt. Für die Richtigkeit des Emanationsgesetzes spricht die in der Mitte und am Rande gleichförmige Helligkeit halbkugelförmig über die Flamme gewölbter Lampenschirme aus Milchglas. „Aus diesem Umstande wird man nun auch auf die Richtigkeit des Emanationsgesetzes für den Fall schliessen dürfen, wo das Milchglas, anstatt von durchgehendem, von auffallendem Lichte erleuchtet wird."

Wir sahen, dass bei den Platten III und IV, in welchen die Dichte der eingestreuten Partikelchen eine verhältnismässig geringe ist, der Lichtüberschuss sich um die Richtung der einfallenden Strahlen concentrirt; in der etwas dichteren Platte III scheint er etwas weiter und ausser der erwähnten Richtung, ziemlich gleichförmig verbreitet zu sein. In der viel dichteren Platte II findet sich ein, sozusagen intensiver Ueberschuss mit starker Verbreitung nach beiden Seiten.

Das Lambert'sche Emanationsgesetz. Wie in diesem Paragraph bereits angeführt wurde, hat Zöllner vermuthet, dass für Milchglas das Lambert'sche Gesetz richtig sein müsse. Wir fanden in allen Fällen eine Abweichung, und zwar sinkt die Intensität des ausgestrahlten Lichtes in dem Falle, wo die Platte so dick und dicht ist, dass sicher die Grenze weiterer Aenderung des Emanationsgesetzes erreicht ist, schneller als nach dem Lambert'schen Cosinus-Gesetze. Was den Zöllner'schen Hinweis auf die Lampenglocken betrifft, so dürfte der Contrast gegen den dunkeln Hintergrund eine Rolle spielen. Projectirt man den Rand einer Glocke auf die Mitte einer anderen, so erscheint, mir wenigstens, in der That der Rand weniger hell als die Mitte. Ob dies seitlichen Beleuchtungen oder anderen störenden Ursachen zuzuschreiben war, müsste durch genauere Messungen entschieden werden.

E. Lommel hat das Emanationsgesetz für den Fall durchsichtiger glühender Körper aufgestellt und so eine Verallgemeinerung des Lambert'schen Gesetzes durchgeführt[1]), doch lassen sich seine Endformeln wohl kaum auf unseren Fall anwenden.

Für beleuchtete Oberflächen fand Bouguer bekanntlich eine sehr grosse Abweichung von dem Lambert'schen Gesetz und zwar bei mattem Silber, Gyps und holländischem Papier („eher $\cos^2\varphi$, als $\cos\varphi$" sagt Zöllner, a.a. O. S. 22). Aehnliche Resultate erhielt Kononowitsch für weisses Papier (Carton) und Marmor. Bei der theoretischen Begründung des Emanationsgesetzes, besonders für den Fall des Milchglases, müsste auf folgende Umstände Gewicht gelegt werden. Beim Austritt der Strahlen findet Brechung derselben statt, begleitet von entsprechender Schwächung (Lommel, a. a. O. S. 458, 459); die Strahlen, welche den sämmtlichen, zwischen den Werthen e und $e + \Delta e$ liegenden inneren Einfallswinkeln entsprechen, werden nach dem Austritt auf einen breiteren und längeren Raum vertheilt. Eine bedeutende Menge Licht wird total reflectirt und verändert den Charakter der inneren Beleuchtung der Grenzschicht. Theoretische Untersuchungen und weitere Versuche nach den früheren und nach neuen, noch nicht angewandten Methoden werden hoffentlich über das Wesen der inneren Diffusion weitere Aufklärung schaffen.

1) Wied. Ann. Bd. 10 S. 453 (1880).

Ein einfacher Apparat zur Destillation des Quecksilbers im Vacuum.

Von

Dr. B. Nebel.

Der bisherige Quecksilberdestillationsapparat des physikalischen Instituts der technischen Hochschule Stuttgart hatte, abgesehen von seiner grossen Zerbrechlichkeit, eine Menge technischer Fehler, welche die Ursache waren, dass bei der geringsten Unaufmerksamkeit der Apparat gebrauchsunfähig wurde, weshalb er nur selten zur Verwendung kam. Bei der Construction des vorliegenden Apparates sollte die Zerbrechlichkeit auf ein Minimum reducirt, die technischen Fehler alle beseitigt und die Leistungsfähigkeit bei selbstthätigem continuirlichen Betriebe auf ein Maximum gesteigert werden.

Der vorliegende Apparat entspricht nunmehr allen Anforderungen und functionirt tadellos. Um aber nicht schon Dagewesenes zu wiederholen, hielt ich in der mir zu Gebot stehenden Literatur Umschau und fand auch einen, dem hier zu beschreibenden sehr ähnlichen Destillationsapparat von A. W. Wright[1]), dem jedoch mehrere technische Fehler anhaften, auf welche ich später zurückkommen werde. Dieser Wright'sche Apparat ging aus demjenigen von Leonhard Weber[2]) hervor und besitzt dieselben Vortheile des viel complicirteren Apparates von Weinhold[3]), der theils von Bosscha[4]), theils von Weinhold[5]) selbst mehrfache Abänderungen erfahren hat. — Was den Apparat von H. N. Morse[6]) betrifft, so ist derselbe nicht sehr einfach, benutzt sechs Gasbrenner und lässt das gereinigte Quecksilber mit Kautschukstopfen in Berührung, was gewiss nicht von Vortheil ist, zumal das Quecksilber sehr oft noch heiss ist.

1) A. W. Wright, American Journal of Science (3) vol. XXII p. 479; Zeitschrift für Instrumentenkunde 2. S. 461. (1882.)

2) Leonhard Weber, Rep. d. Physik 15. S. 52. (1879.)

3) A. Weinhold, Rep. d. Physik 9. S. 69. (1873.)

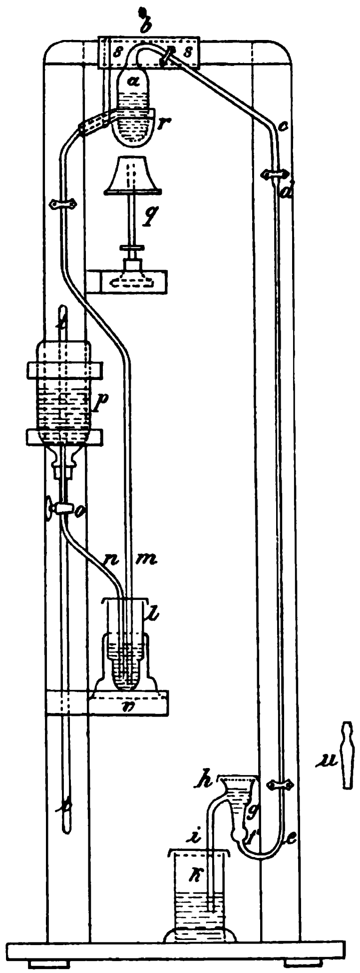
4) Bosscha, Catalogue of the Loan Collaction, London 1876 Nr. 2423.

5) A. Weinhold, Rep. d. Physik 15. S. 1. (1879.)

6) H. N. Morse, American Chem. Journ. 7. 60. (1885); Chemikerzeitung 9². S. 964. (1885.)

Beschreibung des Apparates.

Auf einem Gestell von Rahmenschenkeln (s. Fig.) wird mittels vier Messingklammern der aus einem Stück bestehende Glasapparat *maceg h* befestigt. Das 6,5 mm weite Rohr *m* endigt oben in ein weiteres Gefäss *a*, das einen mittleren Durchmesser von 42 mm und eine Länge von 95 mm besitzt. Daran schliesst sich das 6,5 mm weite Rohr *b c d* an, welches direct über *a* in einem spitzen Winkel umgebogen ist; zwischen *d* und *f* ist ein 1,3 mm weites Rohr, welches am unteren Ende die 15 mm weite Kugel, den 33 mm langen Schliff und das 30 mm lange Glasgefäss *h* mit dem Ausflussrohre trägt. *p* ist eine gewöhnliche, umgestürzte Säureflasche, welche 7 kg Quecksilber aufnehmen kann; sie wird von einem in Paraffin gekochten Kork abgeschlossen, welcher vorsichtshalber mit einem Draht an den Hals der Flasche angebunden ist. Die Flasche ruht in zwei Holzringen, die sich in dem Schlitz *tt* so verschieben lassen, dass das Ende der Röhre *n*, welche 5 mm weit ist und einen Glashahn *o* enthält, 20—30 mm über dem unteren Ende der Röhre *m* eingestellt werden kann. Das Glasgefäss *l*, welches eine Länge von 110 mm, einen oberen Durchmesser von 46 mm und einen unteren von 29 mm hat, sitzt in einem mit einem verticalen Schlitz versehenen Holzgefäss, welches in dem verstellbaren Brett *v* eingelassen ist. Der Schlitz gestattet, das Quecksilberniveau controliren, sowie die Röhren *m* und *n* richtig einstellen zu können. Ebenso ist der Bunsen-Brenner *q* in ein verschiebbares Brett eingelassen; das Kamin des Brenners ist mit Draht an dem Herabfallen gehindert. Dem Glas *k*, eingelassen in einen Holzring, wird durch einen kleinen Gummischlauch das destillirte Quecksilber zugeführt, damit das Umherspritzen des Quecksilbers beim Herabfallen



verhindert werde. *ss* ist eine Lage Asbestpappe, um das Holz wegen des heissen Glases vor dem Verkohlen zu schützen. Der untere Theil vom Gefäss *a* und die Einmündungsstelle des Rohres *m* in dasselbe sind zunächst mit Asbestpappe umgeben, welche im feuchten Zustand um das Gefäss gelegt wurde, damit sie dessen Gestalt annehme; dann folgt das Drahtgaze *r*, welches mit einem Draht an den Querrahmen befestigt ist. Die Gefässe *l*, *h* und *k* sind durch hölzerne Deckel gegen Staub geschützt. *u* ist ein Glasrohr, welches in den Schliff *g* luftdicht passt und oben wellenförmig sich verjüngt, um den mit der Luftpumpe verbundenen Schlauch aufzunehmen. — Die Höhendifferenz zwischen der Mitte von Gefäss *a* und dem unteren Ende der Röhre *n* muss gleich dem mittleren Barometerstand des betreffenden Ortes sein (für Stuttgart 740 mm); die Röhre *de* ist dagegen 850 mm lang.

Gebrauch des Apparates.

Will man den Apparat in Thätigkeit setzen, so nimmt man die Flasche *p* aus ihrem Gestell heraus und füllt sie mittels eines Trichters durch die Röhre *n* mit Quecksilber, oder man löst den Kork und hat somit ein bequemeres und schnelleres Füllen. Hierauf schliesst man den Glashahn *o*, stürzt die Flasche um und bringt sie wieder an ihren Platz, so dass sich nach Oeffnen des Hahns das Gefäss *l* theilweise mit Quecksilber füllt. Nun wird das Rohr *u* mit dem Schlauch der Luftpumpe verbunden und dann *u* in den Schliff *g* eingesetzt. Sollte der Schliff nicht luftdicht abschliessen, so muss in das Gefäss *h* etwas reines Quecksilber eingegossen werden. Wird *a* luftleer gemacht, so steigt das Quecksilber in *m* und füllt *a* ungefähr bis zur Hälfte, worauf mit der Destillation begonnen wird. Ist die Kugel *f* mit destillirtem Quecksilber gefüllt, so gestattet man der Luft langsam den Zutritt durch die Pumpe, wodurch sich das Rohr *u* sehr leicht entfernen lässt. *def* ist dann gleichfalls ein Barometer. Der Querschnitt von *de* wurde aber so klein gewählt, dass nun *cde* als Sprengel'sche Quecksilberluftpumpe wirkt, somit *abc* während der Destillation stets luftleer gemacht wird.

Kann der Apparat nicht so lange an der Luftpumpe bleiben, bis die kleine Kugel *f* sich mit destillirtem Quecksilber gefüllt hat, so muss man vor dem Auspumpen das Rohr *fe* mit reinem Quecksilber füllen. Das Abflussrohr am Gefäss *h* soll nicht zu eng gewählt werden, da sonst das Quecksilber nur dann ausfliesst, wenn der Ueberdruck des Quecksilbers in *h* ein gewisses Maass erreicht hat, so dass nur eine zeitweise Entleerung von *h* stattfindet. Der Apparat bedarf nunmehr keiner weiteren Wartung; morgens zündet man den Brenner an und abends löscht man die Flamme. Ungefähr alle zwei Tage ist das

Gefäss p wieder frisch zu füllen, was aber ohne jede Störung der Destillation vor sich geht. Die Flammengrösse ist so zu wählen, dass das Quecksilber in a nicht zum Sieden kommt, aber dem Siedepunkt möglichst nahe liegt. Die Erfahrung lehrt, dass, wenn a beinahe ganz gefüllt ist, das Quecksilber bei der gleichen Flammengrösse leichter zum Sieden gelangt, als wenn es nur den halben Raum einnimmt. Der Apparat liefert, in den oben angegebenen Dimensionen ausgeführt, bei einer mittleren Flammengrösse 500—600 g destillirtes Quecksilber pro Stunde.

Den Schliff g hätte man dadurch umgehen können, dass man das Rohr u direct an die Kugel f angeblasen und das Abflussrohr an der Kugel angebracht hätte, welch' letzteres man während des Auspumpens mit etwas Klebwachs verschlossen hätte. Indessen wiegt diese kleine Ersparnis nicht die Festigkeit des Apparates in der anderen Form auf; denn der Schlauch, welcher den Apparat mit der Luftpumpe verbindet, ist meistens sehr steif und lässt sich besser in das Rohr u eindrücken, wenn letzteres frei vom Apparat ist. Der grösseren Haltbarkeit wegen kann man den rechten Rahmenschenkel unten etwas breiter machen, so dass fgh auf dem Holz befestigt wird, dann muss aber das Abflussrohr nach vornen gehen.

Der Bogen fe soll womöglich halbkreisförmig sein, jedenfalls ist jede rasche Biegung sehr zu vermeiden, da bei dem Sprengel'schen Auspumpprocess sich an der Biegung die Luftbläschen so stark festsetzen, dass das Quecksilber nicht mehr nach f gelangen kann, sondern allmählich das Rohr cde anfüllt. Abhilfe wird durch Erschütterung des Rohres geschaffen, jedoch ist es besser, die Biegung herauszuschneiden und ein besser gebogenes Glas einzusetzen.

Verfügt man nur über Wasserstrahlluftpumpen, wie es z. B. in den meisten chemischen Laboratorien der Fall ist, so ist nach meinen hier angestellten Versuchen die gläserne Wasserstrahlluftpumpe der metallenen vorzuziehen; indessen genügt jede derartige Pumpe, wenn sie nicht gar zu schlecht functionirt, weil das vollständige Auspumpen nachher bei der Destillation durch die am Apparat befindliche Sprengel'sche Quecksilberluftpumpe besorgt wird. Sollte die Wasserstrahlluftpumpe nicht stark genug auspumpen, so macht man das Gefäss l länger, füllt es ganz mit Quecksilber, so dass die Höhendifferenz von der Mitte des Gefässes a und dem Quecksilberspiegel in l der Leistungsfähigkeit der Pumpe entspricht. Das Rohr m soll bis zur Mündung in a ganz mit Quecksilber gefüllt sein, sonst findet keine Destillation nach dem Rohre bcd statt.

Vorzüge des Apparates bei eventuellen Betriebsstörungen.

Da der Apparat aus einem Stück besteht, so sind dadurch Schliffe, Hähne, Fett, Verbindungen mit Kautschukschläuchen und dergleichen mehr vermieden, was bei den bisherigen Apparaten, die nicht haltbarer waren, als der vorliegende, als lästige Beigabe vorhanden war.

Um das Geräusch und das damit verbundene Stossen, welches allerdings keinen Schaden bringt, bei dem Aufsteigen der Luft durch *no* nach *p* zu vermeiden, wurde neuerdings ein zweites engeres Rohr durch den Kork gesteckt, dessen eines Ende bis zum oberen Boden von *p* reicht, während das andere das Niveau des Quecksilbers in *l* angibt, wobei das Rohr *n* bis zum Boden von *l* geführt werden kann. Abgesehen von der grossen Einfachheit besitzt dieser Apparat den früheren gegenüber noch sonstige bedeutende Vorzüge.

Dadurch, dass das Rohr *m* seitlich in *a* mündet, kommt die Flamme nicht direct an die Anschmelzstelle, was immer ein gefährlicher Punkt ist, sodann ist in *a* stets Quecksilber, selbst wenn aus irgend einem Grunde kein Vacuum mehr vorhanden, d. h. in *m* kein Barometer mehr wäre, wodurch ein Schmelzen des Glases ausgeschlossen ist, weil in diesem Fall das im unteren Theil von *a* enthaltene Quecksilber bei der Destillation immer zurückfliesst und nicht nach *bcd* hinüberdestillirt. Ist die Flamme seitlich, wie beim Wright'schen Apparat, so ist einmal die erwärmte Stelle sehr klein, sodann, wenn das Barometer sinkt oder der Gasdruck zu gross wird, kommt die Flamme an das vom Quecksilber befreite Glas; es wird weich und vom äusseren Luftdruck, weil innen ein Vacuum vorhanden ist, eingedrückt. Hier ist man vom Gasdruck sozusagen unabhängig, da Drahtnetz und Asbestpappe die Wärme gleichmässig vertheilen, ein Stossen des Quecksilbers somit kaum eintreten kann.

Die Knickung *b* ist unmittelbar bei *a*, so dass nur äusserst wenig Quecksilber zurückfliesst, was beim Wright'schen Apparat nicht der Fall ist, dort ist zwischen *a* und *b* ein ziemlich langes Rohr. Wright hat zwischen *b* und *c* ein seitliches Rohr, das mit der Luftpumpe in Verbindung gesetzt und nachher zugeschmolzen wird, dies ist aber für die Reinigung u. s. w. gewiss umständlicher. An unserem früheren Apparate war zwischen *b* und *c* ein Rohr mit Glashahn, das zur Luftpumpe führte. Wurde nun bei der Destillation das Rohr heiss, so war der Hahn nicht mehr luftdicht, deshalb wurde er immer weiter von *bc* entfernt, d. h. das Rohr für die Luftpumpe immer länger gemacht, so dass der Apparat immer zerbrechlicher wurde und schliesslich doch nicht Luftleere bewahrte.

Die Sprengel'sche Quecksilberluftpumpe, die vorzüglich functionirt, fehlt bei dem Weber'schen Apparat, weshalb bei letzterem nach längerem Betrieb kein reines Vacuum mehr vorhanden ist; auch muss man bei ihm schon zu Anfang über eine ziemliche Menge reinen Quecksilbers verfügen, was bei unserem Apparat durchaus nicht der Fall ist.

Will man den Apparat nicht mehr gebrauchen, so darf man nur die Flamme löschen, man hat dann zwei Barometer, die verhältnismässig wenig Quecksilber beanspruchen, zumal das Gefäss *l* mit Rücksicht hierauf unten verengt wurde.

Um den Apparat behufs Reinigung auseinanderzunehmen, darf man das Gestell nur langsam nach links neigen, dann fliesst das Quecksilber sowohl aus *m*, als aus *h*. Die Reinigung selbst kann dann leicht durch Salpetersäure besorgt werden.

Für ein tadelloses Destillat ist es rathsam, das zu destillirende Quecksilber zuerst einige Tage mit concentrirter Schwefelsäure zu behandeln. Die ca. 2 cm über dem Quecksilber stehende concentrirte Schwefelsäure wird zeitweise mit dem Quecksilber durchschüttelt, dann wascht man das Quecksilber mit destillirtem Wasser aus, von welchem es wieder mit Filtrirpapier getrocknet wird.

Sollte aus irgend einem Anlass der Apparat zu Grunde gehen, so thut man gut daran, den Boden des Apparates mit Holz oder Pappe zu umgeben, um des Quecksilbers nicht verlustig zu werden. Der Apparat ist so einfach gebaut, dass Jeder, der am Blastisch einige Uebung hat, sich ihn selbst herstellen kann, jedenfalls bietet er einem Glasbläser keinerlei Schwierigkeiten. Die Kosten des Apparates dürften sich nach meinen Erfahrungen höchstens auf 15 Mark erstrecken.

Was den Weinhold'schen Apparat betrifft, so wird ihm nachgerühmt, dass er gut functionire und alle vier Stunden frisch gefüllt werden müsse; jedenfalls passt er bei seiner Complicirtheit nur in ein Laboratorium, wo ihm die nöthige Aufmerksamkeit von Sachverständigen geschenkt wird, keineswegs in Fabriken, wo der Apparat einem Arbeiter überlassen wird. Das meiste Quecksilber wird aber heutigen Tages bei der Glühlampenfabrikation verwendet und dabei ist es von grossem Werthe, einen Apparat für die Destillation zu besitzen, der einfach zu handhaben ist und möglichst geringer Wartung bedarf.

Schliesslich möchte ich noch auf die elektrischen Entladungen aufmerksam machen, die namentlich im Dunkeln zeitweise in dem Rohre *bcd* mit grünem Lichte auftreten. Jedenfalls sind diese Erscheinungen auf die Reibung der kleinen Quecksilberkügelchen an den Glaswänden zurückzuführen.

Stuttgart, Technische Hochschule, Februar 1887.

Ueber das Schallleitungsvermögen der Körper.

Vorlesungsversuche [1])

von

N. Hesehus.

1. In Bezug auf das Leitungsvermögen des Schalles verschiedener Körper wird in den Lehrbüchern der Physik nur Weniges angeführt. Dagegen ist kein Grund, diese Frage ohne Beachtung za lassen; der Frage über das Schallleitungsvermögen müsste man augenscheinlich eine den Fragen über das Wärme- und Elektricitätsleitungsvermögen entsprechende Stelle einräumen. Es versteht sich, dass es von grosser Wichtigkeit ist, die einander ähnlichen auf verschiedene Gebiete der Physik sich beziehende Erscheinungen zu vergleichen. Daher müsste auch der Frage über das Schallleitungsvermögen ein besonderes Kapitel gewidmet werden, indem man dieselbe womöglich von allen Seiten und in solcher Form betrachtet, dass ihre Analogie mit dem Wärme- und Elektricitätsleitungsvermögen in schärfster Weise hervortritt.

2. Das Schallleitungsvermögen fester Körper. In den Lehrbüchern wird gewöhnlich zum Beweise dessen, dass feste Körper den Schall gut leiten, angeführt: dass das Klopfen einer an das eine Ende eines Balkens gehaltenen Taschenuhr am anderen Ende desselben gut zu hören ist; dass man das Pferdegetrampel in weiter Entfernung hört, wenn man das Ohr an die Erde legt; dass der Schall vermittelst einer angezogenen Schnur geleitet wird u. s. w. Aber man braucht sich nicht auf die Mittheilung solcher Facta zu beschränken, da man direct durch Experimente ganz einfach nicht nur beweisen kann, dass feste Körper den Schall leiten, sondern auch das Schallleitungsvermögen verschiedener Körper miteinander vergleichen kann.

Zu diesem Zweck ist es hinreichend, mehrere gleichlange Stäbchen aus verschiedenem Material herzustellen, sie mit der Hand festhaltend entweder auf einen Tisch oder besser auf einen Resonanzkasten hinzustellen und abwechselnd ihr oberes Ende mit einer tönenden Stimm-

---

1) Die beschriebenen Versuche wurden in der Sitzung der Russ. Phys.-Chem. Ges. den 30. October 1884 gezeigt.

gabel zu berühren; sodann wird der Unterschied in der Stärke des Schalles bei den verschiedenen Stäbchen deutlich zu merken sein. Besser freilich ist es, im Voraus diese Stäbchen nach wachsendem Schallleitungsvermögen zu ordnen, damit beim aufeinanderfolgenden Berühren derselben mit der Stimmgabel sich der Schall allmählich verstärkt; bei Zurückführung der Stimmgabel in umgekehrter Ordnung wird der Schall abnehmen; man kann die Stimmgabel zwei oder drei Mal hin und herführen. Der Bequemlichkeit halber muss man je mehrere Stäbchen vermittelst Kautschukröhren vereinigen, damit man sie, auf den Resonanzkasten gestellt, alle auf ein Mal mit zwei Fingern halten kann. Ich hatte sechs Stäbchen, etwas kleiner als ein gewöhnlicher Bleistift, in zwei Gruppen zu je drei Stäbchen vermittelst Gummiröhren vereinigt; sie bestanden aus:

1. Kautschuk,	4. Holz,
2. Kork,	5. Glas,
3. Guttapercha,	6. Stahl.

Die ersten drei Stäbchen Vertreter vergleichungsweise schlechter Schallleiter, die drei letzteren Vertreter guter Leiter. Wie gesagt waren je drei Stäbchen miteinander durch vier dünne Gummiröhrchen vereinigt, welche letztere paarweise mit Gummiringen (abgeschnittene Stücke von den Röhren) zusammengepresst waren. Ausserdem war noch das Kautschukstäbchen zwischen zwei kleine dünne Holzplättchen gedrückt, damit es sich nicht biegt.

Wenn wir die Stimmgabel zuerst an das Kautschukstäbchen legen, hören wir gar keinen Schall, woraus wir schliessen, dass der weiche Kautschuk ein sehr schlechter Schallleiter ist; wenn man dann aber mit der Stimmgabel der Reihe nach alle anderen auf den Resonanzkasten gestellten Stäbchen berührt, so bemerkt man eine stufenweise Steigerung des Schalles, wobei sich Glas und Stahl als die besten Leiter erweisen.

Ebenso kann man beweisen, dass Aluminium ebenso gut den Schall leitet wie Stahl; Blei leitet schlechter als Kupfer u. s. w.

Man konnte auch ebenso das Leitungsvermögen verschiedener Holzarten vergleichen. Es erwies sich z. B., dass Sandel- und Ebenholz den Schall gleich gut leiten, das Holz des Apfelbaumes jedoch, besonders aber das der Birke, merklich schlechter.

3. Besonders scharf erweist sich der Unterschied des Schallleitungsvermögens des Holzes in der Richtung der Fasern und senkrecht zu dieser. Aus einem dünnen Tannenholzbrett sind zwei Stäbchen von gleicher Länge und Dicke ausgesägt, eines in der Richtung der Fasern, das andere senkrecht

dazu. Das Schallleitungsvermögen des ersten Stäbchens ist viel besser als das des zweiten. Man musste die Länge des zweiten wenigstens fünf Mal vermindern, damit es den Schall ebenso leitete wie das erste. Hieraus kann man schliessen, dass im Tannenholz in der Richtung der Fasern das Schallleitungsvermögen etwa fünf Mal grösser ist als in einer dazu senkrechten.

4. Der Zusammenhang des Schallleitungsvermögens und der Geschwindigkeit des Schalles ist aus dem Vorhergehenden deutlich. In den besten Leitern des Schalles hat dieser auch die grösste Geschwindigkeit, welche nämlich im Aluminium = 15,4, im Stahl = 15, im Glas = 15 ist, wenn die Geschwindigkeit des Schalles in der Luft = 1 gesetzt wird. Die Geschwindigkeit des Schalles im Kupfer ist dann = 11, im Blei aber = 3,7. Dem Kautschuk, welcher ein sehr schlechter Schallleiter ist, entspricht auch eine sehr geringe Geschwindigkeit des Schalles und zwar nur etwa 0,1. Die Geschwindigkeit des Schalles in der Fichte den Fasern entlang ist = 13,8, senkrecht zu ihnen aber 4.

5. Offenbar hängt das Schallleitungsvermögen unter anderem davon ab, was für ein Theil der Schallenergie im Körper durch innere Reibung absorbirt wird. Da die elastische Nachwirkung in festen Körpern auch durch die innere Reibung bedingt wird, ist es begreiflich, dass ein Zusammenhang zwischen der elastischen Nachwirkung und dem Schallleitungsvermögen und folglich auch der Geschwindigkeit des Schalles vorhanden sein muss. Und in der That ist es schon längst bemerkt worden, dass die grösste elastische Nachwirkung diejenigen Körper besitzen, in welchen die Geschwindigkeit des Schalles gering ist, wie z. B. der Kautschuk; und umgekehrt — im Glase, Stahl und überhaupt in den Metallen (ausser dem Blei), in welchen die Geschwindigkeit bedeutend ist, ist die Nachwirkung unbedeutend.

6. Der Einfluss der Dimensionen des Körpers auf das Schallleitungsvermögen. Um die Wirkung der Dimensionen der Körper auf das Schallleitungsvermögen zu zeigen, ist es am besten, einige Stäbchen verschiedener Grösse und Form aus Kork herzustellen, und zwar erstens deshalb, weil Kork sich leicht schneiden lässt, zweitens weil er ein ziemlich schlechter Schallleiter ist, infolgedessen die Veränderungen der Stärke des Schalles leichter zu bemerken sind.

Wenn man zwei Korkstäbchen gleicher Höhe und Dicke, aber verschiedener Breite nimmt und sie auf dem Resonanzkasten versucht, so bemerkt man, dass das breitere Stäbchen den Schall besser leitet. Da wir uns vorstellen können, dass das breite Stäbchen aus mehreren untereinander gleichen, dünnen Stäbchen besteht, so schliessen wir daraus, dass das Schallleitungsvermögen dem Querschnitt des Körpers direct proportional sein muss.

Ebenso bemerken wir, dass ein langes Stäbchen den Schall mehr aufhält als ein kurzes bei gleichem Querschnitt.

Wenn wir aber mehrere Stäbchen nehmen, z. B. vier, und sie so auswählen, dass die Länge und Breite des zweiten, dritten und vierten Stäbchens zwei, drei, vier Mal grösser ist als die Länge und Breite des ersten Stäbchens (die Dicke der Stäbchen bleibt in allen Fällen dieselbe), so erweist es sich, dass das Schallleitungsvermögen aller vier Stäbchen vollkommen das gleiche ist und wir werden keinerlei Veränderung der Stärke des Schalles bei Versetzung der Stimmgabel von einem Stäbchen aufs andere bemerken.

Hieraus schliessen wir, dass das Schallleitungsvermögen direct proportional ist der Fläche des Querschnitts und umgekehrt proportional der Länge des Körpers.

Diese Regel gibt uns die Möglichkeit, das Schallleitungsvermögen verschiedener Körper miteinander zu vergleichen und folglich auch über die relative Geschwindigkeit des Schalles in ihnen zu urtheilen.

7. Das Schallleitungsvermögen der Flüssigkeiten. Als Beweis der Fortpflanzung des Schalles durch eine Flüssigkeit macht man gewöhnlich folgenden Versuch: Auf einen Resonanzkasten stellt man ein Glas mit Wasser und taucht in dasselbe den Fuss der Stimmgabel, um welchen ein Ring von Holz oder Kork gelegt ist. Ein Versuch dieser Art ist, meiner Meinung nach, nicht ganz überzeugend. Man kann in der That entgegnen, dass die Tonwellen in diesem Fall nur auf die Oberfläche der Flüssigkeit übertragen werden und sich nicht in die Tiefe verbreiten. Zur Vermeidung jeglichen Zweifels muss dieser Versuch auf folgende Weise gemacht werden: man nimmt zwei Gläser mit Wasser, das eine stellt man auf eine Gummiröhre, das andere aber auf einen Resonanzkasten; wenn man die Stimmgabel anschlägt und erst in das erste Glas taucht und dann in das zweite, wird man einen starken Schall nur im zweiten Falle hören. Unter solchen Bedingungen wird der Versuch überzeugend sein.

Ausser Wasser kann man auf ebensolche Weise auch Quecksilber, Spiritus und andere Flüssigkeiten untersuchen. Man kann sich dabei überzeugen, dass das Quecksilber den Schall etwas besser leitet als Wasser, Spiritus und Schwefeläther.

Einfachstes Spiegelgalvanometer (Taschen-Spiegelgalvanometer).

Von

Dr. **M. Th. Edelmann.**

Das nachstehend beschriebene Galvanometer wurde in besonderer Rücksicht auf möglichste Einfachheit und Transportabilität construirt, ohne dabei der für elektrotechnische oder allgemeinere Messzwecke nothwendigen Stabilität und Empfindlichkeit Abbruch zu thun.

Das zunächst Charakteristische an diesem Galvanometer ist, dass es auf keinem Dreifusse steht, also zur Aufstellung auch keines Consols oder dergl. bedarf, sondern dass ihm eine sog. Baumschraube Y beigegeben ist, durch welche es irgendwo in Holz, z. B. an einen Thürpfosten, Baum etc. angeschraubt werden kann. Diese Baumschraube endigt vorne bei ***mn*** in eine Gelenkskugel, an welcher universal beweglich das Galvanometer sitzt. Letzteres erscheint in der Zeichnung durch einen verticalen Halbirungsschnitt geöffnet. Die beiden Backen ***mn***, welche durch zwei Schrauben — eine davon ist in q dargestellt, die andere wegen des Querschnittes weggeblieben — einander genähert werden können, halten in halbkugeligen Aushöhlungen die Gelenkskugel zwischen sich fest; man kann aber auch durch Lösen dieser beiden Schrauben q das Instrument in zwei Theile zerlegen, wodurch es in der Westentasche genügend Platz hat. Gesammtgewicht: 230 g. Grösse der Zeichnung: etwa halb natürliche Grösse.

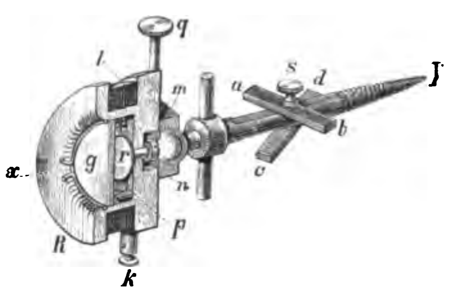


Fig. 1.

An der Baumschraube sind zwei kleine Magnete ***ab*** und ***cd*** drehbar angebracht, durch deren Verstellung man die Empfindlichkeit und Ruhelage innerhalb weiter Grenzen verändern kann.

Die Galvanometerrolle R, aus Ebenholz gedreht, nimmt wegen Luftdämpfung in ihrem Innern eine flache Messingdose p auf, welche vermittelst einer Schraube von rückwärts ihre Befestigung findet. Der Rand dieser Dose ist eingekerbt wegen Aufnahme des Suspensionsfadens für den Spiegel *r* (dünnes Planparallelglas mit rückwärts angekittetem, magnetisirten Uhrfederabschnitte), und ein über die Dose *p* geschobener, um dieselbe drehbarer Ring, an welchen der Coconfaden eingeknüpft wird, dient dazu, die freie Länge des Fadens so zu verändern, dass entweder der Spiegel frei veränderlich, oder zum Transporte schlaff gemacht werden kann.

Das Planparallelglas *g*, durch einen federnden Drahtring *x* in der Rolle gehalten, dient als Fenster für die Beobachtung; die Drahtwindungen *l* endigen in zwei Klemmschrauben (*k*, ...).

Was die Empfindlichkeit des Galvanometers anbelangt, so liest man ohne Benutzung der astasirenden Magnete bei 600 Windungen eines 0,1 mm dicken Drahtes und einer Stromstärke von 0,000001 *A* eine Ablenkung von etwa 1 mm an einer 1 m entfernten Scala ab; also hat man eine Empfindlichkeit, die für die meisten Zwecke, auch für die Nullmethoden, ausreicht. Bei Nullmethoden kann übrigens statt des gewöhnlichen Fensters *g* ein zur Hälfte belegter Spiegel eingesetzt werden, und man bemerkt dann die kleinsten Lageveränderungen des Spiegels mit freiem Auge durch die Beobachtung beider Spiegelbilder irgend eines Gegenstandes, z. B. des in die Spiegel blickenden Auges.

Soll das Instrument transportirt werden, dann lässt man zunächst den Coconfaden herab und legt zwischen den Spiegel *r* und das Deckglas *g* das beigegebene Korkplättchen ein. Ein besonderes Transportkästchen (11 × 8 × 6 cm äusserlich) wird dem Galvanometer nur auf specielles Verlangen beigegeben, da an demselben nichts Zerbrechliches vorhanden, und es, wie oben bemerkt, in der Westentasche Platz findet.

Das Instrument ist nicht allein für das Montiren, sondern besonders auch zum Gebrauche im Laboratorium sehr empfehlenswerth. Preis 60 M.

Aperiodisches Fernrohr-Galvanometer.

Von

Dr. **M. Th. Edelmann.**

Für manche Zwecke erscheint es als vortheilhaft, das Spiegelgalvanometer mit dem zugehörigen Scalenfernrohre auf einem Gestelle zu vereinigen[1]). Man verzichtet zwar dadurch, dass man in diesem Falle nur einen kürzeren Lichtzeiger zur Verfügung hat, auf die grösstmögliche Empfindlichkeit des Spiegelgalvanometers; auch bringt die grössere Annäherung des Beobachters insoferne, als man sich jedesmal vor dem Beginne der Arbeit sozusagen erst unmagnetisch machen muss, eine kleine Unbequemlichkeit mit sich. Diese Nachtheile werden aber unter Umständen reichlich aufgewogen durch die Constanz des Abstandes von Fernrohr und Scala, wodurch sich die Aichung des Instrumentes auf irgend ein Strommaass leicht unveränderlich erhalten lässt, und ferner durch die leichte Transportabilität und einfachere Aufstellung. Im Vergleiche mit einem Zeigergalvanometer treten als Vortheile die grössere Empfindlichkeit und die Proportionalität zwischen Ablesung und Stromstärke auf.

Die Einrichtung des Instrumentes ist folgende: Entlang eines runden horizontalen Messingstabes *A* (Fig. 1), der mit Führungsnute versehen ist, verschiebt sich die Galvanometerrolle *R*. Ihre Stellung ist an einer Millimetertheilung abzulesen und mit der Schraube *a* zu sichern. Die Rolle besitzt in zweien in sie eingedrehten Rillen eine dick- und eine dünndrähtige Windung. Das vordere Ende des Messingstabes *A* ist in ein Querstück *B* eingelagert und ruht infolgedessen auf den beiden Stellschrauben *C* und *D*. Das Querstück *B* bildet zugleich den Fuss für das Fernrohr *F*, das vermittelst der Correctionsschraube *b* um horizontale, durch Schraube *c* um verticale Achse gedreht werden kann. In das nämliche Querstück sind die beiden verticalen Stangen *G* und *H* mit den Schrauben *d* und *e* eingeklemmt und mit ihnen ist die quer darüber befestigte Scala *S* in ihrer Höhenlage zu verändern;

1) Vgl. **Lamont**, Handbuch des Magnetismus S. 94. Carl's Rep. Bd. 3 S. 248.

beide Schrauben g und h gestatten die Verschiebung in ihrer Längsrichtung.

Am hinteren Ende der Führungsstange A, die hier durch den Fuss K auflagert, ist unter Vermittelung eines Messingwinkels L die Spiegelbussole M und ein runder Stab T befestigt, an dem sich der astasirende Magnet NS (um Schraube n drehbar) in beliebiger und an Centimetertheilung abzulesender Entfernung anbringen lässt.

Die Spiegelbussole, welche in Fig. 2 im Durchschnitt dargestellt ist, besteht aus einer dicken Kupferkugel N mit cylindrischer Ausbohrung, innerhalb welcher ein Glockenmagnet M aperiodisch schwingt. Die Kupferkugel ist nach vorn konisch ausgedreht, mit dem planparallelen Fenster P verschlossen und gestattet hier dem Fernrohr die Durchsicht auf den Spiegel p, der in den Glockenmagnet eingesetzt ist. Vermittelst des Wirbels W kann der Coconfaden, an dem die Nadel hängt, aufgezogen werden.

Das Instrument eignet sich zu allen galvanometrischen Arbeiten und wird durch den astasirenden Magneten für die Nullmethoden genügend empfindlich. In meinem Laboratorium verwende ich das Fernrohrgalvanometer seit längerer Zeit als Normalapparat zur Aichung der Voltmeter. Preis 180 M.

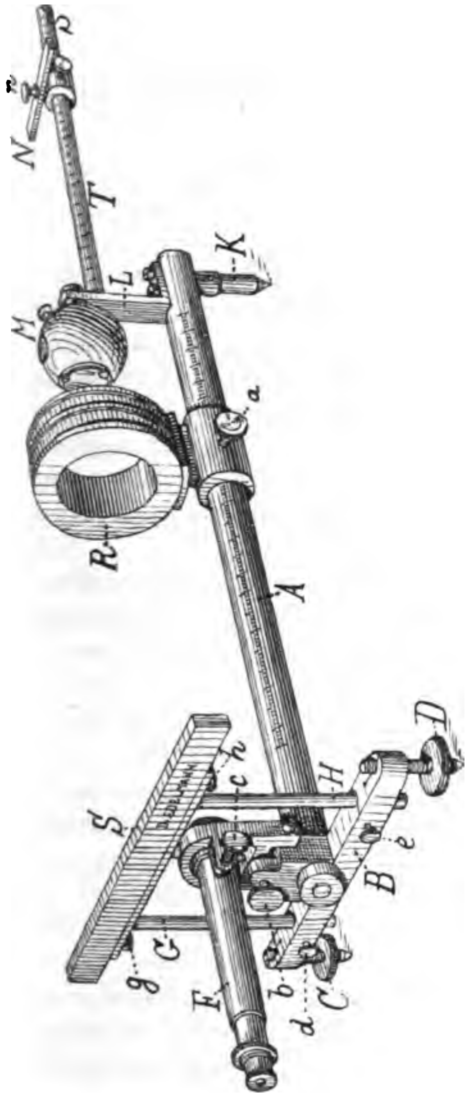


Fig. 1.

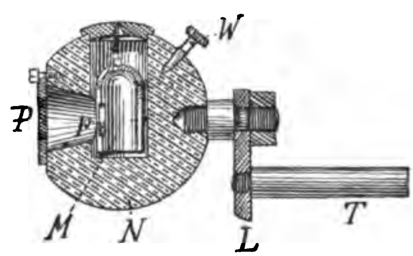


Fig. 2.

Ueber eine allgemeine Methode der Krystallisation durch Diffusion[1]).

Von

Ch. Guignet.

Die Arbeit, die wir bezüglich dieser Frage unternommen haben (im Laboratorium des Herrn Chevreul), ist eine Verallgemeinerung der schönen Versuche von Becquerel (Vater) über die langsamen Wirkungen, welche zwei Flüssigkeiten aufeinander ausüben, wenn sie durch eine Membrane, durch eine poröse Scheidewand oder selbst durch eine mit einem Sprung oder einer capillaren Mündung versehene Glasröhre getrennt sind. Die merkwürdigen Resultate, welche dieser berühmte Gelehrte bei Beobachtung dieser elektro-capillaren Phänomene (wie er sie nannte) fand, sind bekannt.

Die Methoden, die wir anwandten, lassen sich bei einer grossen Anzahl von Körpern benutzen und gestatten Krystalle von beliebiger Grösse zu erhalten, da diese letztere nur eine Frage der Masse und der Zeit ist.

I. Diffusion eines festen Körpers in einer Flüssigkeit.

1. Physikalische Wirkung. Die Einführung eines festen Körpers A in eine gesättigte Lösung eines anderen festen Körpers B veranlasst die Niederschlagung dieses letzteren (sehr häufig in sehr deutlichen Krystallen), wenn der erste Körper in der Flüssigkeit lösbar ist. Beispiel: Legt man Paraffin in mit Schwefel gesättigten Schwefelkohlenstoff, so schlägt sich der Schwefel in schönen Oktaëdern nieder, oder umgekehrt, gibt man gepulverten Schwefel in mit Paraffin gesättigten Schwefelkohlenstoff, so schlägt sich das Paraffin in langen glänzenden Nadeln nieder (namentlich wenn man die Lösung bis gegen 0° abkühlt).

2. Chemische Wirkung. Krystallisirtes unterschwefligsaures Natron und eine Lösung von schwefelsaurem Kupferoxydammoniak: Bildung von unterschwefligsaurem Kupferammoniak in schönen violetten

1) Aus C. R. T. CIII. p. 873. Nov. 1886.

Nadeln. In ähnlicher Weise erhält man auch andere ammoniakalische Sulfite. Krystallisirtes schwefelsaures Natron (mit 10 aqu.) und eine gesättigte Lösung von Chlorbarium: Das Salz wird nach und nach opak mit Beibehaltung der gewöhnlichen Krystallform, aber zerbricht man diese Krystalle, so findet man, dass jeder von ihnen im Inneren mit Krystallen von schwefelsaurem Baryt angefüllt ist. Umgekehrt löst sich das krystallisirte Chlorbarium sehr rasch in einer Lösung von schwefelsaurem Natron, gibt aber nur amorphen schwefelsauren Baryt, was ohne Zweifel von der grossen Lösbarkeit des Chlorbariums herrührt. Phosphorsaures Natron in eine Lösung von schwefelsaurer Magnesia gibt krystallisirte phosphorsaure Magnesia.

II. Diffusion einer Flüssigkeit in eine andere.

1. Physikalische Wirkung. Ueber eine mit einem festen Körper gesättigte Lösung giesst man zuerst eine Schicht der lösenden Flüssigkeit, dann eine Schicht einer anderen Flüssigkeit von geringerer Dichte, die fähig ist, sich mit der ersten zu mischen und in welcher der feste Körper ebenfalls, aber in geringerem Grade, lösbar ist. Die beiden Flüssigkeiten diffundiren nach und nach ineinander und der gelöste feste Körper schlägt sich in sehr schönen Krystallen nieder. Eine mit Schwefel gesättigte Lösung von Schwefelkohlenstoff wird zuerst mit einer Schicht derselben Flüssigkeit bedeckt und sodann mit einer der folgenden: Oel, absoluter Alkohol, Essigsäure, Benzin, gewöhnliches Petroleum, leichtes Petroleum. Man erhält auf diese Weise sehr schöne Oktaëder von Schwefel, welche sich an senkrechten in der Mischung befindlichen Holzstäbchen niederschlagen. Giesst man leichtes Petroleum direct auf den mit Schwefel gesättigten Schwefelkohlenstoff, so entstehen sogleich lange Schwefelnadeln, welche sich nach kurzer Zeit in Reihen von Oktaëdern verwandeln. Eine gesättigte Lösung von Bleichlorid in Salzsäure, bedeckt mit angesäuertem Wasser, gibt sehr schöne Krystalle von Bleichlorid etc.

2. Chemische Wirkungen. Concentrirte Lösungen von schwefelsaurem Natron und Calciumchlorid. Um das zu rasche Mischen der Flüssigkeiten zu verhindern, befand sich eine der Lösungen in einer gewöhnlichen Krystallisirschale, die andere dagegen in einer Krystallisirschale mit abgeflachten Rändern, die in die erste eingetaucht war. Die beiden Lösungen sind also getrennt: nun stellt man die Communication durch Eingiessen von Wasser auf die Ränder der inneren Krystallisirschale her, indem man mittels einer Glasscheibe oder eines am Ende eines kleinen Stäbchens befestigten Stückchens Carton jede plötzliche Bewegung der Flüssigkeiten verhütet. Die beiden Lösungen diffundiren langsam durch die Wasserschicht; man erhält in dem oben

angeführten Beispiele lange Nadeln von schwefelsaurem Kalk. — Schwefelsaures Natron und Chlorbarium: es bilden sich wie oben schöne Krystalle von schwefelsaurem Baryt, die mit natürlichen Krystallen identisch sind, wie Herr Jannetaz durch genaue Messungen constatirt hat. — Schwefelsaures Natron und essigsaures Blei: sehr schöne Krystalle von schwefelsaurem Blei, die mit den natürlichen identisch sind (Jannetaz). Kaliumferrocyanür und essigsaures Blei gibt lange blassgelbe Nadeln von Bleiferrocyanür, das unseres Wissens bisher noch nicht krystallisirt erhalten wurde.

Um Versuche in grösserem Maassstabe ausführen zu können, nehme man statt der Krystallirschale eine Holzkiste, die mit Blei ausgefüttert und durch eine Scheidewand von gleichem Material in zwei Abtheilungen getheilt ist, letztere muss etwas niedriger sein als die Wände der Kiste. Man giesst nun die beiden Lösungen in diese getrennten Gefässe und bedeckt sie mit einer Schicht Wasser, welche über die Scheidewand reicht. Wenn man mit einer Menge von einigen Kilogramm arbeitet und die Diffusion einige Wochen hindurch stattfindet und zwar in einem Raum von geeigneter gleichmässiger Temperatur, so kann man sehr voluminöse Krystalle erhalten.

Ueber eine experimentelle Bestimmung der Magnetisirungsarbeit[1]).

Von

Prof. Dr. **A. Wassmuth** und Dr. **G. A. Schilling.**

Einleitung.

Was man unter Magnetisirungsarbeit zu verstehen habe, ist unter anderem in besonders klarer Weise von Sir W. Thomson[2]) schon vor längerer Zeit auseinandergesetzt worden.

„Wird nämlich weiches Eisen einem Magnet aus sehr grosser Distanz genähert und hierauf so schnell entfernt, dass dabei der Magnetismus nicht abnimmt, so wird bei der Entfernung mehr Arbeit — sie soll W heissen — verbraucht als an Arbeit (L) bei der Annäherung gewonnen ward, da bei der Entfernung die Anziehung stärker ist. Die Differenz dieser beiden Arbeitsmengen:

$$A = W - L$$

ist der mechanische Werth der im Eisen erregten magnetischen Vertheilung oder die Magnetisirungsarbeit."

Diese Anschauung haben wir benutzt, um einen Werth für die Magnetisirungsarbeit zu erhalten. Dabei soll der Einfachheit wegen — der Uebergang zu dem allgemeinen Fall ist unschwer zu bewerkstelligen — vorausgesetzt werden, dass der permanente Magnet mit einer für alle Theile des Eisens constanten Kraft auf dieses wirke, und dass das Eisen die Form eines verlängerten Rotationsellipsoides besitze, wobei die Richtung der längsten Axe auch die der magnetisirenden Kraft x sei. Das auf diese Art homogen magnetisirte Eisen weise per 1 cmm das Moment μ auf und es handelt sich nun darum, die Grösse der Magnetisirungsarbeit $A = W - L$, ebenfalls per 1 cmm gerechnet, zu bestimmen.

Denkt man sich, wie angegeben, den Magnetismus im weichen Eisen fixirt und letzteres hierauf ins Unendliche entfernt, so gibt das

1) Von den Herren Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 94 S. 280 (1886).

2) W. Thomson, On the mechanical values of distributions of electr. mag. and galv. Phil. Mag. (4) VII. cf. F. d. Phys. 5. 1854. X. Bd. 555.

Potential dieser beiden gewissermaassen permanenten Magnete aufeinander jene Arbeit W an, die hierzu nöthig ist; nach bekannten Grundsätzen hat man aber in diesem speciellen Falle

$$W = x\mu.$$

Die Grösse L hingegen stellt jene Arbeit vor, die bei der Annäherung des Eisens, während dieses immer stärker magnetisch wird, gewonnen wird. Wie wir auf dem Wege des Experimentes, sowie auch durch Rechnung zeigen werden, ist diese Grösse L durch $\int \mu dx$ gegeben. Wir erhalten demnach die Magnetisirungsarbeit

$$A = x\mu - \int \mu dx = \int x d\mu;$$

hätte man ferner statt der Position, bei welcher die Werthe x, μ, W, L, A gelten, eine andere genommen, die der ersteren unendlich nahe liegt, so wäre für diese Position die Gleichung

$$A + dA = W + dW - (L + dL)$$

aufzustellen, oder es müsste die Elementararbeit

$$dA = dW - dL = d(x\mu) - \mu dx = x d\mu$$

sein.

Versuchsanordnung.

Nach dem Gesagten ist die Bestimmung der Magnetisirungsarbeit A zurückgeführt auf die experimentelle Ermittlung jener Arbeit L, welche bei der Annäherung des Eisens an den permanenten Magnet gewonnen wird, und die natürlich auch jener Arbeit gleich ist, welche man aufwenden müsste, um das Eisen von dem Magnet weg bis in die Unendlichkeit zu entfernen.

Wir benutzten als permanenten Magnet einen grossen, von einem constanten Strome umflossenen Elektromagnet, dessen gerade parallele Schenkel in verticaler Lage aufgestellt waren und an ihren oberen Enden a, a zur Erreichung der homogenen Magnetisirung des darüber befindlichen Eisens mit grossen Ankern b, b versehen waren. Die magnetisirten Eisenellipsoide lagen mit ihrer längsten Axe horizontal und in derselben verticalen Ebene, wie die Schenkel des Elektromagnetes. Mit Hilfe einer arretirbaren Wage und eines aus Kupferdraht hergestellten Trägers liess sich so die Anziehung p zwischen Eisen und Elektromagnet für verschiedene Distanzen beider ermitteln.

Die Aenderungen dieser Distanz z — gemessen von der Mittellinie des Eisens bis zur erwähnten horizontalen aa — wurden dadurch erreicht, dass der Elektromagnet mittels untergelegter Brettchen aus altem, wohlgetrocknetem Holze um bestimmte, genau messbare Strecken gehoben wurde, wobei selbstredend die Anziehung p stieg. Die Fläche jener Curve, deren Abscissen die Distanzen s und deren Ordinaten die Anziehungen p vorstellten, lieferte ein Maass für die Aenderung der Arbeit L und sollten sich nun hierfür und für die Aenderung des $\int \mu dx$, soweit dies die Beobachtungen überhaupt erlauben, nach unserer obigen Behauptung gleiche Werthe ergeben.

Um die magnetisirende Kraft x und das magnetische Moment μ zu bestimmen, wurde der Strom des Elektromagnetes wiederholt gewechselt und die absolute Grösse jener inducirten Ströme gemessen, welche in einer fest aufgestellten Rolle J_4 ein Mal ohne, ein Mal mit dem frei darin schwebenden Eisenstab inducirt wurden.

Diese auf ein Glasrohr gewickelte Rolle hatte zwei Lagen von 261 und 260 Windungen und eine Länge von 171,8 mm; mit den Werthen für die Halbmesser

$$r_0 = 8{,}503\,;\; r_1 = 9{,}047$$

berechneten wir die Fläche, die beiden Lagen entspricht:

$$f_4 = \frac{521\,\pi}{3} \cdot \frac{r_1^3 - r_0^3}{r_1 - r_0} = 126050 \text{ qmm.}$$

Die auf die erste Lage entfallende Fläche ist $0{,}47 \times f_4$; in demselben Verhältnisse $1:0{,}47$ standen auch die entsprechenden Inductionsströme.

Bei der Ermittlung der magnetisirenden Kraft x — proportional dem Ausschlage α an einem Spiegelgalvanometer GG — kamen beide Lagen der Rolle J_4, bei der des Momentes μ nur eine Lage — Ausschlag β — zur Anwendung; der dem Moment entsprechende Theil des inducirten Stromes war daher proportional $\beta - 0{,}47\,\alpha$ zu setzen.

Das gebrauchte Spiegelgalvanometer GG stand in einer Entfernung von über 12 m östlich vom Elektromagnet, dessen magnetische Axe im magnetischen Meridian lag. Mit Hilfe eines eisernen Ringes und des Hauy'schen Stabes war dieses Galvanometer hoch astasirt. Da aber der Elektromagnet trotz seiner bedeutenden Entfernung noch immer eine Einwirkung auf das Galvanometer zeigte, wurde ein Theil von dem ihn umfliessenden Strome abgezweigt und durch eine dem Galvanometer gegenüber gestellte Rolle geschickt. Bei dem Wechsel des Hauptstromes kehrte sich auch der Strom in dieser Rolle um; es gelang so, die Einwirkung des Elektromagnetes bis auf eine wahrscheinlich von einem Extracurrent herrührende Ablenkung von rund 1,5 mm, die selbstverständlich mit ihrem Zeichen in Rechnung kam, zu eliminiren.

Auf absolutes Maass wurden die inducirten Ströme dadurch gebracht, dass in die Leitung ein Erdinductor eingeschaltet war.

Bedeutet $F = 9894000$ qmm die Fläche dieses Erdinductors, $H = 2{,}06\ \mathrm{mm}^{-1/2}\ \mathrm{mg}^{1/2}\ \mathrm{Sec.}^{-1}$ die horizontale Componente des Erdmagnetismus, a den am Galvanometer beobachteten Ausschlag, wenn der Erdinductor aus einer zum magnetischen Meridian senkrechten Lage um 180° gedreht wird, und wie oben $f_4 = 126050$ qmm, so rechnet sich die magnetisirende Kraft x nach der Gleichung:

$$x = \frac{F \cdot H}{f_4} \cdot \frac{\alpha}{a}.$$

Eine mit dem Elektromagnet fest verbundene Inductionsrolle J_5, die mit Hilfe eines Commutators in die Leitung zum Galvanometer eingeschaltet werden konnte, liess durch die in ihr inducirten Ströme erkennen, inwieweit das Moment des Elektromagnetes während der Versuche constant blieb; die hierdurch bedingten Correctionen waren sehr gering und war deren Anwendung nur selten nöthig.

Die nach der oben angegebenen Gleichung berechnete magnetisirende Kraft x stellt eine mittlere magnetisirende Kraft dar, wie sie der ganzen Länge der Rolle J_4 entspricht. Um nun darüber Aufschluss zu erhalten, inwieweit der Werth der magnetisirenden Kraft in der Mitte der Rolle von dem am Ende derselben abweicht, wurde das magnetische Feld in horizontaler Richtung mittels eines schmalen, um eine verticale Axe drehbaren Inductionsrolle J_3 untersucht; es blieb dabei gleichgiltig, ob die Rolle um 180° gedreht, oder der Hauptstrom im Elektromagnet gewechselt wurde.

Es zeigte sich, dass infolge der Anwendung der grossen Anker sich die magnetisirende Kraft bei einer nicht zu grossen Verschiebung in horizontaler Richtung nicht beträchtlich änderte. War die Distanz z zwischen der Rolle und dem Elektromagnet grösser als etwa 100 mm, so war die magnetisirende Kraft an den Enden der Rolle J_4 kleiner als in der Mitte; der Sinn dieser Abweichung kehrte sich um, wenn die Entfernung kleiner als 100 mm wurde.

Bei der Berechnung der magnetischen Momente kam für die sehr langen, dünnen Stäbe die Formel von F. Neumann[1]) mit der Voraussetzung, dass die Poldistanz gleich der Länge der Stäbe sei, zur Anwendung; bei den dickeren Stäben, die schon mehr der ellipsoidischen Form nahe kommen, wurde die von Riecke[2]) gegebene Gleichung zur Berechnung des magnetischen Momentes benutzt.

Unter Zugrundelegung der Neumann'schen Formel gilt die Gleichung:

$$\frac{4\pi N}{l}\left[1 - \frac{r}{L}\right]\mu \cdot v = \frac{F \cdot H}{a}(\beta - 0{,}47\,\alpha).$$

1) Pogg. Ann. Bd. 67 S. 43.

2) Pogg. Ann. Bd. 149 S. 446.

Dabei ist für die Rolle $N = 261$, $r = 8{,}5$, $L = 171{,}8$ und bedeutet l die Länge und v das Volumen des Stabes.

Für die ellipsoidischen Stäbe wird

$$4\pi n \Sigma \mu v = \frac{F \cdot H}{a} (\beta - 0{,}47\, \alpha),$$

worin $n = \frac{261}{171{,}8}$ die Zahl der Windungen per Längeneinheit darstellt und

$$\Sigma = \frac{\sigma_{I}}{\sigma_{II}} + \frac{\sigma_{I}}{\sigma_{II}} \left(1 - \frac{\sigma_{I}^2}{\sigma_{II}^2}\right) \left(\frac{1}{5}\frac{1}{\sigma_{II}^2} + \frac{3}{35}\frac{1}{\sigma_{II}^4}\right)$$

ist; darin bedeuten

$$\sigma_{I} = \frac{L}{2\lambda}.$$

$\sigma_{II} > 1$ die eine Wurzel der quadratischen Gleichung

$$\frac{L^2}{4\lambda^2\sigma^2} + \frac{r^2}{\lambda^2(\sigma^2 - 1)} = 1.$$

$L = 171{,}8$ die ganze Länge der Rolle, $r = 8{,}5$ ihren Halbmesser, λ^2 die Differenz der Quadrate der Halbaxen des Ellipsoides.

In allen Fällen verschafften wir uns eine strenge Controle für die so erhaltenen Werthe der Momente durch directe Magnetisirungsversuche, wobei in bekannter Weise die in einer langen Spule homogen magnetisirten Eisenstäbe aus der Ostwestlage auf ein Magnetometer einwirkten, und die Wirkung der Spule selbst durch die einer zweiten compensirt war.

Die Magnetisirungsspule hatte eine Länge von 249,2 mm, einen mittleren Radius $r = 14{,}554$ und enthielt fünf Lagen Draht, von zusammen 421 Windungen. Aus diesen Daten erhält man, falls i die Stromstärke in der Spule bedeutet, die magnetisirende Kraft

$$x = 21{,}09 \times i.$$

Die Rechnung zeigte auch, dass für unsere längsten Stäbe (159,6 mm) die magnetisirende Kraft von der Mitte bis zum Ende derselben nur um 1,7% abnahm, so dass eine homogene Magnetisirung derselben gewiss vorausgesetzt werden konnte.

Die Stromstärke wurde an einem Spiegelgalvanometer, das sich in einer Nebenschliessung befand, und für welches der Reductionsfactor mit Hilfe einer Tangentenbussole von Kohlrausch zur grösseren Sicherheit jedesmal von Neuem ermittelt wurde, gemessen.

Diese controlirenden Versuche haben durchwegs eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen den mit Hilfe der inducirten Ströme und den durch Ablenkungsversuche erhaltenen Momenten unter Voraussetzung derselben magnetisirenden Kraft ergeben; hieraus konnte man umgekehrt den Schluss ziehen, dass das magnetische Feld des grossen Elektromagnetes in horizontaler Richtung als nahe homogen anzusehen war.

Zur Illustration des Gesagten mögen die Resultate, wie sie sich für einen dünnen und einen ellipsoidischen Stab ergaben, hier eine Stelle finden.

So erhielten wir z. B. für den Stab V (Länge 159,0, Dicke etwa 2 mm) falls x die magnetisirende Kraft, μ_1 das durch Inductionsströme nach Neumann's Formel und μ_2 das durch Ablenkungsversuche und Interpolation ermittelte Moment eines Cubikmillimeters bedeutet, die Werthe:

x	μ_1	μ_2	x	μ_1	μ_2
47,5	2650	2549	135,4	7264	7266
54,2	3240	3030	158,1	8056	8103
60,3	3578	3420	183,5	8546	8635
68,4	4028	3938	207,1	9046	9129
78,4	4780	4576	232,3	9451	9577
88,4	5369	5215	262,5	9721	9998
99,6	6017	5794	284,9	9937	10201
113,9	6742	6382			

Ebenso fanden wir für den Stab II (93,8 mm lang, 7 mm dick), falls jetzt μ_1 das nach Riecke's Formel aus der Induction bestimmte Moment bedeutet:

x	μ_1	μ_2	x	μ_1	μ_2
46,4	262	237	113,9	663	599
53,1	297	272	130,9	750	693
58,1	328	298	152,0	857	809
68,1	391	351	174,1	953	927
76,5	442	397	197,8	1085	1051
85,4	505	446	224,0	1189	1206
99,1	576	518	247,2	1296	1306

Aus den gegebenen Daten sieht man, was auch durch die übrigen Stäbe bestätigt wird, dass für kleinere x stets μ_2 unter μ_1 liegt und für grössere x das umgekehrte Verhältnis eintritt. Es dürfte diese Erscheinung mit dem schon oben erwähnten Umstande zusammenhängen, dass für Distanzen $z \lesseqgtr 100$ mm die magnetisirende Kraft in der Mitte der Stäbe grösser, resp. kleiner als die an den Enden war.

Wir hielten es für angezeigt, aus μ_2 und μ_1 das Mittel zu nehmen und den so erhaltenen Werth μ der Rechnung zu Grunde zu legen.

Theoretisches.

Nach dem in der Einleitung Gesagten hat die Theorie den Nachweis zu liefern, dass jene Arbeit, welche bei der Annäherung eines (stets homogen magnetisirten) Eisens gewonnen wird, durch $\int \mu\, dx$ gegeben ist.

Dieser Nachweis kann mit Rücksicht auf unsere Versuchsanordnung in einfacher Weise folgendermaassen erbracht werden.

Die nachtägliche Berechnung unserer Versuche zeigte uns, dass es gestattet sei, den ganzen Magnetismus m_1 des Elektromagnetes sich in den Polen desselben in der Distanz $2L$ concentrirt zu denken; diese Pole lagen nach Versuch und Rechnung in der früher erwähnten horizontalen *aa*, welche die beiden Schenkelenden verband und von wo aus auch die verticalen Distanzen z zwischen Eisen und Elektromagnet gezählt wurden.

Nennt man nun v das Volumen des magnetisirten Eisens, $2l$ die Distanz der Pole, m_2 das Quantum Magnetismus in jedem derselben und setzt man

$$2m_2 l = \mu v = M_2,\ 2m_1 L = M_1$$
$$\beta^2 = L^2 + l^2,$$

so erhält man für die mittlere, der ganzen Länge $2l$ entsprechende magnetisirende Kraft

$$x = \frac{m_1}{l}\left[\frac{1}{[z^2+(L-l)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[z^2+(L+l)^2]^{1/2}}\right]$$

oder mit Hilfe einer Reihenentwicklung

$$x = \frac{M_1}{(\beta^2+z^2)^{3/2}}\left[1 + \frac{5}{2}\frac{l^2 L^2}{(\beta^2+z^2)^2} + \dots\right]$$

für die Anziehung p zwischen Eisen und Elektromagnet ergibt sich leicht:

$$p = 2m_1 m_2 z\left[\frac{1}{[z^2+(L-l)^2]^{3/2}} - \frac{1}{[z^2+(L+l)^2]^{3/2}}\right]$$

oder

$$p = \frac{3M_1 M_2 z}{(\beta^2+z^2)^{5/2}} + \frac{35}{2}\frac{M_1 M_2 l^2 \cdot L^2 z}{(\beta^2+z^2)^{9/2}} + \dots$$

Will man hieraus die Arbeit berechnen, welche einer Verschiebung des Eisens entspricht, so hat man zu bedenken, dass das Moment des Eisens (M_2) von der Distanz z, resp. dem jeweiligen x abhängig ist. Wenn nun auch der Zusammenhang zwischen dem Moment M_2 und x nicht genau bekannt ist, so ist es doch zweifellos, dass für die vorliegenden Versuche eine empirische Näherungsformel, wie z. B.

$$M_2 = k_1 x - k_2 x^3,$$

worin k_1 und k_2 Constante bedeuten, ausreicht. Denkt man sich hierin x durch z ausgedrückt, und das so erhaltene M_2 in den Ausdruck für p

substituirt, so findet man schliesslich nach einfacher Integration für die Arbeit L_z, welche geleistet werden muss, um das Eisen, das sich dabei fortwährend entmagnetisirt, von der Stelle z bis ins Unendliche zu bringen, den Werth:

$$L_z = \int_z^\infty p\,dz = \frac{k_1}{2} M_1^2 \frac{1}{(\beta^2 + z^2)^3} + \frac{5}{2} k_1 M_1^2 l^2 L^2 \frac{1}{(\beta^2 + z^2)^5} -$$

$$- \frac{1}{4} k_2 M_1^4 \cdot \frac{1}{(\beta^2 + z^2)^6} + \dots$$

Genau denselben Ausdruck für L_z hätte man nun auch erhalten, wenn man

$$\int_z^\infty M_2\,dx = \left| k_1 \frac{x^2}{2} - \frac{k_2}{4} x^4 \right|_z^\infty$$

gebildet und darin die Werthe für x substituirt hätte; setzt man noch $M_2 = v\mu$, so ergibt sich

$$\frac{1}{v} \int_z^\infty p\,dz = \int_0 \mu\,dx,$$

wie es die obige Behauptung ausspricht.

Berechnet man hingegen $\int x\,dM_2$, so sieht man sofort, dass der dafür erhaltene Ausdruck von L_z abweicht; nur für den Fall, dass $k_2 = 0$ ist, dass also auch die Magnetisirungsfunction als constant vorausgesetzt ist, liefert sowohl $\int M_2\,dx$ als $\int x\,dM_2$ denselben Werth, nämlich: $\frac{1}{2} x M_2$.

Man sieht übrigens unmittelbar durch Vergleichung der geschlossenen Ausdrücke für x und p, dass

$$\frac{p}{M_2} = \frac{dx}{dz}$$

ist, woraus wiederum:

$$p\,dz = M_2\,dx$$

folgt.

Am Schlusse unserer Untersuchung erhielten wir Kenntnis von einer Arbeit von G. Adler[1]), in der unter anderem die Energie magnetisch polarisirter Körper berechnet wird. Um in Kürze den Grundgedanken, der darin zur Anwendung kommt, zu skizziren, sei an den einfacheren Fall der homogenen Magnetisirung eines Ellipsoides erinnert.

---

1) Sitzungsber. d. k. Akad. II. Abth. XCII. Bd. Wien.

Hier gilt die Gleichung

$$x - C\mu - \frac{\mu}{k} = 0,$$

worin μ das Moment per Cubikmillimeter, x die magnetische Kraft, k die Magnetisirungsfunction und C eine Constante vorstellt. Entsprechend diesen drei Kräften x, $-C\mu$, $-\frac{\mu}{k}$ lassen sich nach G. Adler drei Antheile der Energie berechnen; der eine: $x\mu$ stellt die Arbeit vor, welche gegen die äusseren Kräfte, diese als unveränderlich gedacht, verrichtet werden muss; der zweite: $-\frac{C}{2}\mu^2$ bezieht sich auf die freien Magnetismen, der dritte: $-\frac{\mu^2}{2k}$ auf die magnetische Molecularkraft und ist unter der Voraussetzung eines constanten k berechnet.

Man erhält so, nach Adler, für die erzielte Energie per Volumseinheit

$$E = x\mu - \frac{C}{2}\mu^2 - \frac{\mu^2}{2k} = x\mu - \frac{\mu}{2}\left(C\mu + \frac{\mu}{k}\right) = \frac{x\mu}{2}.$$

Lassen wir hingegen die Voraussetzung, dass die Magnetisirungsfunction constant sei, fallen und fassen vielmehr, wie es in der Wirklichkeit der Fall ist, k als eine Function von μ auf, so finden wir für die Energie

$$E = x\mu - \frac{C}{2}\mu^2 - \int_0^\mu \frac{\mu}{k}\, d\mu$$

und mit Rücksicht auf die Relation

$$\frac{\mu}{k} = x - C\mu$$

$$E = x\mu - \frac{C}{2}\mu^2 - \int_0^\mu (x - C\mu)\, d\mu$$

$$E = x\mu - \int_0^\mu x\, d\mu = \int \mu\, dx.$$

Die Energie E nach einer Richtung, z. B. nach z differentiirt, gibt (a. a. O. 1447) die Kraft, mit der der magnetische Körper in dieser Richtung afficirt wird und es ist daher umgekehrt die Energie die Arbeit, welche bei einer Verschiebung in dieser Richtung geleistet wird. Dieselbe ist, wie oben gezeigt auch nach dieser Adler'schen Deduction, falls sie nur allgemeiner gehalten wird, gleich $\int \mu\, dx$ zu setzen.

In einer Reihe von anderen Schriften ist ebenfalls μ proportional dem x gesetzt. Da in diesem Falle beide Integrale den gleichen Werth $\frac{1}{2} x\mu$ annehmen, so soll deshalb auf diese Arbeiten nicht näher eingegangen werden.

In einzelnen Fällen[1]) wird in der That $\int \mu dx$ als Arbeit für die Lagenänderung gefunden, dieselbe aber unrichtig als „Magnetisirungsarbeit“ bezeichnet.

Bemerkt mag noch werden, dass man in dem allgemeinsten Fall, wenn X, Y, Z die Componenten der von dem permanenten Magnete herrührenden Kräfte und μ_x, μ_y, μ_z die Componenten der Momente vorstellen, als Ausdruck für die Magnetisirungsarbeit:

$$A = \int [X d\mu_x + Y d\mu_y + Z d\mu_z]$$

erhält.

Versuchsresultate.

In den nachfolgenden Angaben bedeuten:

z die Distanz in Millimeter zwischen der Mitte des horizontal liegenden Eisenstabes und der die Schenkelenden des Elektromagnetes verbindenden horizontalen *aa*,

p die Anziehung zwischen Eisen und Magnet in Milligramm,

x die mittlere magnetisirende Kraft,

μ das magnetische Moment per Cubikmillimeter (als Mittel aus Inductions- und Ablenkungsversuchen).

$\Sigma p \Delta z$ bringt Glieder von der Form:

$$\frac{p_n + p_{n+1}}{2} (z_n - z_{n+1})$$

entsprechend der Arbeit, welche beim Uebergang von einer Distanz z_n zur kleineren z_{n+1} gewonnen wird; jede solche Grösse ist zur Reduction auf absolutes Maass mit 9808 multiplicirt und durch das Volumen des Stabes dividirt; Dimension mm^{-1} mgr $Sec.^{-2}$.

$\Sigma \mu \Delta x$ enthält in gleicher Weise Glieder von der Form:

$$\frac{\mu_{n+1} + \mu_n}{2} (x_{n+1} - x_n)$$

und $\Sigma x \Delta \mu$ Posten von der Form:

$$\frac{x_{n+1} + x_n}{2} (\mu_{n+1} - \mu_n).$$

Nach der mehrfach erwähnten Behauptung sollte, abgesehen von den nicht weiter zu beseitigenden Schwierigkeiten des Versuches und

1) So z. B. bei Warburg, Magnetische Untersuchungen. Wied. N. F. Bd. 13, S. 141, der die Arbeit für die Drehung eines Magnetes ermittelt, u. s. w. und Wied. Ann. N. F. Bd. 20 1883.

der Interpolation, zwischen den beiden Ausdrücken $\Sigma p \Delta z$ und $\Sigma \mu \Delta x$ für grössere oder kleinere Intervalle der z-Gleichheit bestehen; es enthält deshalb die letzte horizontale Reihe zum besseren Vergleiche auch die Summe der einzelnen Theilarbeiten.

Die Versuche wurden mit sechs Eisenstäben ausgeführt, wobei an den Stäben I, III, V die Neumann'sche Formel und an den Ellipsoiden II, IV, VI die Riecke'sche Formel zur Berechnung der magnetischen Momente zur Anwendung kam.

Stab I.

Länge 153,8 mm, Dicke 3,2 mm, Gewicht 8534,3 mg, Dichte 7,678.

Nr.	z	p	x	μ	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
1	241,9	102	48,9	1457	13908	9269	11822
2	227,7	120	54,8	1685	16317	14831	17404
3	213,9	148	62,9	1976	21066	17692	20853
4	200,1	198	71,2	2287	29130	24041	29127
5	186,3	280	80,9	2670	40352	34096	38104
6	172,4	378	92,7	3109	55241	46745	50622
7	158,3	510	106,6	3617	71651	69834	75850
8	144,3	650	124,3	4274	91988	73000	76336
9	130,4	850	140,3	4851	140100	132364	129160
10	114,6	1160	165,4	5696	161290	139430	129490
11	100,7	1470	188,4	6428	192100	219350	157060
12	86,7	1640	220,6	7196	208510	200000	151100
13	72,8	1760	247,2	7842	209450	210379	129840
14	59,0	1680	273,2	8341			
					1251103	1191031	1016768

Stab II.

Länge 93,8 mm, Dicke 7 mm, Gewicht 22485 mg, Dichte 7,8164.

Nr.	z	p	x	μ	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
1	241,3	50	46,4	250	2643	2327	1741
2	227,2	60	53,1	285	2823	1495	1557
3	213,4	60	58,1	313	2942	3420	3660
4	199,6	65	68,1	371	3529	3322	3540
5	185,8	85	76,4	420	4978	3983	4450
6	171,9	125	85,4	475	6850	7001	6642
7	157,8	160	99,1	547	8831	8717	8946
8	143,8	210	113,9	631	11412	11492	11016
9	130,0	275	130,9	721	16277	16395	15842
10	114,6	345	152,0	838	17536	19591	17446
11	100,7	395	174,1	940	20406	23795	23802
12	86,7	460	197,8	1068			
					98227	101538	98642

Stab III.

Länge 159,6 mm, Dicke 2,35, Gewicht 5253,2 mg, Dichte 7,718.

Nr.	z	p	x	μ	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
1	241,8	70	41,2	1732			
					15893	12240	16028
2	228,1	90	47,6	2093			
					20383	16051	20440
3	214,3	115	54,6	2493			
					26038	18907	24170
4	200,4	145	61,6	2909			
					34540	22950	30600
5	186,3	195	68,9	3378			
					46220	41960	45208
6	172,2	260	80,3	3984			
					60020	55220	51440
7	158,2	335	93,2	4577			
					79040	57060	67518
8	144,4	460	104,8	5259			
					104650	98680	86300
9	130,5	585	122,3	6019			
					162630	144770	110980
10	113,4	735	144,8	6850			
					158920	154100	109160
11	99,7	875	166,2	7552			
					183450	206170	113680
12	85,9	970	192,4	8186			
					201300	190369	66640
13	72,0	1040	215,2	8513			
					204770	278380	149890
14	58,0	990	246,7	9162	1297854	1296857	892054

Stab IV.

Länge 90,7 mm, Dicke 5,7 mm, Gewicht 14755,7 mg, Dichte 7,6892.

Nr.	z	p	x	μ	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
1	241,3	40	40,6	260			
					7031	4107	4399
2	213,8	60	54,0	353			
					10738	6355	7040
3	185,8	90	69,5	467			
					16526	9112	10764
4	157,7	140	86,5	605			
					25495	25112	23400
5	130,0	220	121,5	830			
					21435	15005	17790
6	113,4	285	138,2	967			
					21541	22367	20413
7	99,7	330	159,8	1104			
					24874	28849	25291
8	85,9	375	184,3	1251			
					27186	37349	36666
9	72,0	390	212,1	1436			
					26845	37125	27389
10	58,0	360	236,9	1558	181671	185881	173152

Stab V.

Länge 159 mm, Dicke 2 mm, Gewicht 3338,2 mg, Dichte 7,718.

Nr.	z	p	x	μ	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
1	242,1	50	47,5	2600	18640	19212	27205
2	228,4	70	54,2	3135	25034	20237	20896
3	214,6	90	60,3	3500	32306	30306	31086
4	200,7	115	68,4	3983	45240	43305	51013
5	186,7	170	78,4	4678	61550	49850	51208
6	172,6	215	88,4	5292	77780	62709	57716
7	158,6	275	99,6	5906	97790	89150	70028
8	144,8	350	113,9	6562	124500	148640	87628
9	130,9	440	135,4	7265	188940	174166	119600
10	114,4	570	158,1	8080	189500	211709	87109
11	100,7	650	183,5	8590	214350	208600	97253
12	86,9	720	207,1	9088	232460	234385	93592
13	73,0	755	232,3	9514	230170	292547	85604
14	59,0	695	262,5	9860	199210	223200	57203
15	45,0	560	284,9	10069	1737470	1808021	937141

Stab VI.

Länge 86,5 mm, Dicke 11 mm, Gewicht 41234,8 mg, Dichte 7,371.

Nr.	z	p	x	μ	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
1	200,0	80	67,2	182,8	5567	4290	4417
2	172,5	140	87,5	239,9	9756	7079	7992
3	144,6	240	112,8	319,7	15256	15264	14258
4	116,5	350	153,7	426,7	20647	24124	26609
5	88,8	460	201,8	576,4	14576	18515	20365
6	72,3	500	231,5	670,4	65802	69272	73641

Wie man durch graphische Construction leicht findet, ist bei den dicken Stäben (II, IV, VI) das magnetische Moment μ nahezu proportional der magnetisirenden Kraft x. Man erwartet demnach, dass $\int \mu dx$ und

$\int x d\mu$ nicht allein unter sich, sondern auch dem Werthe $\int p dz$ gleich seien.

In der That erhält man z. B. für den Stab IV, diesen Grössen entsprechend die Zahlen:

185381 173152 181671[1])

oder wenn man nur bis zur vorletzten Beobachtung, d. i. bis $z = 72$ mm geht, die Zahlen:

148256 145763 154826.

Ebenso liefert der dickere Stab II für $z = 86,7$ mm die Zahlen:

101538 98642 98227

oder wenn man auch hier nur bis zur vorletzten Beobachtung $z = 100,7$ mm geht

77743 74840 77821;

für den dicksten der angewandten Stäbe, d. i. für den Stab VI lauten die Zahlen:

69272 73641 65802

und bis zur vorletzten Beobachtung:

50757 53276 51226.

Die noch vorhandenen verhältnismässig geringen Abweichungen zwischen Theorie und Experiment erklären sich daraus, dass bei den erwähnten drei Stäben infolge ihrer grösseren Dicke zu der horizontalen Magnetisirung auch noch eine solche in verticaler Richtung hinzukommt.

Es ist ferner zu bedenken, dass diese Stäbe durchgehends bedeutend kürzer waren als die umschliessende 171,8 mm lange Inductionsspule; die mittlere magnetisirende Kraft, wie sie dieser langen Spule entsprach, musste demnach von derjenigen, welche die Magnetisirung bewirkte, in etwas abweichen.

Bei den drei dünnen Stäben I, III, V ging die Magnetisirung immer über den Wendepunkt hinaus und sieht man unschwer aus den obigen Tabellen, dass in diesem Falle nicht allein $\Sigma \mu \varDelta x$ bedeutend grösser ist als $\Sigma x \varDelta \mu$, sondern dass auch die erstere Summe an $\Sigma p \varDelta z$ sehr nahe herankommt.

1) Würde man unter der Voraussetzung, dass $C = 0,16159$ die bekannte Constante für das Rotationsellipsoid bezeichnet, den obigen Berechnungen der Arbeit statt x die Grösse $R = x - C\mu$ zu Grunde legen, so erhielte man für $\int R d\mu = \int \mu d R$ ungefähr 16000, also eine Zahl, die von der beobachteten $\Sigma p \varDelta z = 98227$ vollständig abweicht. Es zeigt also auch der Versuch, dass bei der Berechnung der Integrale nur die äusseren Kräfte in Betracht zu ziehen sind.

So ist für den Stab I:

	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
bis z = 59,0	1251103	1191031	1016768
72,8	1041653	980652	886928
86,7	833143	780652	735828

Ebenso ist für den Stab III:

	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
bis z = 58,0	1297854	1296857	892054
72,0	1093084	1018477	742164
85,9	891784	828108	675524
99,7	708334	621938	561844

und schliesslich für den Stab V:

	$\Sigma p \Delta z$	$\Sigma \mu \Delta x$	$\Sigma x \Delta \mu$
bis z = 45,0	1737470	1808021	937141
59,0	1538260	1584816	879938
73,0	1308090	1292269	794334
86,9	1075630	1057884	700742
100,7	861280	849284	603489
114,4	671780	637575	516380
130,9	482840	463409	396780

Die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment sind nur geringe und liegen unter der durch die Beobachtungsfehler bedingten Grenze.

Da die Magnetisirungsarbeit durch

$$\int x d\mu = \int\left(C\mu + \frac{\mu}{k}\right) d\mu = \frac{C}{2}\mu^2 + \int \frac{\mu}{k} d\mu$$

gegeben ist, so ersieht man daraus, dass zur Erzielung einer bestimmten Magnetisirung eine um so kleinere Arbeit aufgewendet werden muss, je kleiner C, d. h. je gestreckter das Ellipsoid ist; das Minimum an Arbeit würde man für einen unendlich langen Stab oder einen Ring nöthig haben, da hier eben keine freien Magnetismen auftreten.

Das zweite Glied in dem obigen Ausdruck für $\int x d\mu$ gibt jenen Betrag an Arbeit an, welcher zur Ueberwindung der magnetischen Molecularkraft aufgewendet wird; es lässt sich indes nicht behaupten, dass diese Arbeit unter Voraussetzung gleicher μ für alle Eisensorten gleich ist.

Es ist begreiflich, dass für die Magnetisirungsarbeit: $\int x d\mu$ ein Maximum besteht. Dasselbe wurde von uns für die Stäbe V und III[1])

1) Diese Stäbe wiesen die Maximalmomente 12645, resp. 12824 auf.

auf die Art bestimmt, dass die Arbeiten als Abscissen[1]) und die Werthe der Magnetisirungsfunction als Ordinaten dargestellt wurden; diese Curve geht schliesslich unzweifelhaft in eine gerade Linie über, deren Schnittpunkt mit der Abscissenaxe die Maximalarbeit liefert. Unter Aufstellung der Gleichung der genannten Geraden erhielten wir so aus den letzten Punkten für den Stab V die Maximalwerthe

1640631, 1640968, 1649164, 1642952, 1639549

woraus sich als Mittel

$$A_5 = 1642653$$

ergibt.

Ebenso lieferte der Stab III die Werthe

1674424, 1668174, 1656334, 1665824, 1645064

und das Mittel

$$A_3 = 1649964.$$

Die Maximalarbeit per Kilogramm wäre demnach

$$\frac{1{,}65 \times 10^3}{9808 \times 7{,}8} = 0{,}0216 \text{ kg}.$$

Auf den nachgewiesenen Satz, dass die Arbeit zu einer Verschiebung des Eisens der Aenderung des Integrals $\int \mu dx$ entspricht, lässt sich eine Methode zur Bestimmung der magnetisirenden Kraft x in einem magnetischen Felde gründen. Bringt man nämlich an die zu untersuchende Stelle ein kurzes, dickes Ellipsoid und bestimmt mit Hilfe einfacher Wägungen in gemessenen Distanzen die Arbeit L, die angewendet werden muss, um das Eisen aus dem Magnetfelde zu bringen, so wird diese Arbeit L dem Quadrate der magnetisirenden Kraft strenge proportional sein. Bei einem derartigen Ellipsoid ist nämlich das Moment μ proportional dem x, d. h. in der Gleichung

$$x = (C + \frac{1}{k})\,\mu$$

ist k als Constante anzusehen und es wird die Arbeit

$$L = \int \mu dx = \tfrac{1}{2} x\mu = \frac{x^2}{2(C + \frac{1}{k})} = \frac{x^2}{g}$$

oder es ist: $x^2 = gL$, woraus x zu bestimmen ist.

So wurde z. B. für den Stab II (Länge 93,8 mm, Dicke 7 mm) die Constante $g = 0{,}35$ aus der zehnten Beobachtung berechnet und nach der Formel

$$x = \sqrt{0{,}35 \times L}$$

erhalten:

1) Bei der Berechnung der Anfangsglieder von $\int \mu dx$ etc. wurde ein Dreieck zu Grunde gelegt.

Nr.	L	x berechnet	x beobachtet
4	14208	70,5	68,1
6	22715	89,2	85,4
7	29565	101,7	99,1
8	38396	115,9	113,9
10	66085	152,1	152,0
12	104027	190,8	197,8

In ganz gleicher Weise ergab sich für den Stab VI (Länge 86,5 mm, Dicke 11 mm) aus der fünften Beobachtung:

$$x = \sqrt{0{,}71 \times L}$$

und es wurde erhalten

Nr.	L	x berechnet	x beobachtet
1	6142	66,0	67,2
2	11709	91,2	87,5
3	21465	123,4	112,8
4	36721	161,5	153,7
5	57368	201,8	201,8
6	71944	226,0	231,5

Wendet man kürzere Stäbe an, so wird die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Beobachtung jedenfalls noch besser.

Die Vortheile dieser Methode liegen darin, dass der Fehler in der Messung der Arbeit auf die Hälfte herabgedrückt wird, und dass auf diese Art nicht nur sehr grosse, sondern auch in ihrer Richtung wechselnde magnetisirende Kräfte gemessen werden können.

Fasst man die Resultate der vorstehenden Untersuchung zusammen, so kann man unter der Voraussetzung, dass bei homogener Magnetisirung die magnetisirende Kraft x per Volumseinheit das Moment μ erzeuge, sagen:

1. Die Arbeit für die Lagenänderung des Eisens ist gleich der entsprechenden Zu- und Abnahme von $\int \mu \, dx$;

2. die eigentiche Magnetisirungsarbeit ist durch die Aenderung von $\int x d\mu$ gegeben, und nur in jenem Falle, dass μ proportional x bleibt, liefern $\int \mu dx$ und $\int x d\mu$ denselben Werth $\frac{1}{2} x\mu$;

in welchem Falle man auch die Arbeit dem Quadrate von x proportional setzen kann.

Es sei uns schliesslich noch gestattet, hier zu erwähnen, dass zu dieser Untersuchung eine Reihe von Apparaten hierorts von den Directoren des physikalischen, mineralogischen und chemischen Institutes und aus dem k. k. Gymnasium entlehnt wurden; wir erlauben uns hierfür an dieser Stelle unseren Dank abzustatten.

Nachschrift von Prof. Dr. A. Wassmuth.

Nach dem Auseinandergesetzten unterliegt es wohl keinem Zweifel, dass die einer Verschiebung des Eisens (um ds) entsprechende Magnetisirungsarbeit durch $x d\mu$ dargestellt wird. Das Potential $x\mu$ von Magnet und Eisen erleidet eben dabei eine Aenderung:

$$d(x\mu) = \mu dx + x d\mu,$$

wovon der erste Theil sich auf die Arbeit der Lagenänderung, der zweite auf die der Magnetisirung bezieht.

Aber auch in jenem Falle, wo das Moment μ bei constanter magnetisirender Kraft x etwa infolge von Druck- oder Temperaturänderungen um $d\mu$ wächst, ist die aufzuwendende Magnetisirungsarbeit durch $x d\mu$ gegeben; um diesen Betrag nimmt aber das gegenseitige Potential $x\mu$ zu.

Ich war daher wohl berechtigt, die Grundgleichung der mechanischen Wärmetheorie in ihrer Anwendung auf die Magnetisirung [1]) in der Form:

$$dQ = dU - x d\mu$$

aufzustellen und hieraus eine Formel für die Temperaturänderung bei dem Magnetisiren abzuleiten. Auch standen hiermit die bekannten Versuche von Herwig, wie ich später [2]) nachwies, in befriedigender Uebereinstimmung, soweit dies überhaupt bei so heiklen experimentellen Untersuchungen zu erwarten war.

1) Sitzungsber. der k. Akad. zu Wien LXXXVI. S. 546.
2) Sitzungsber. der k. Akad. zu Wien LXXXIX. S. 104.

Es war somit nicht zulässig, wenn Warburg und Hönig[1]) für die Grundformel die Form:

$$dQ = dU - \mu dx$$

annahmen und hieraus den unrichtigen Schluss zogen, dass die ungleiche Magnetisirbarkeit des Eisens bei verschiedenen Temperaturen auf die Wärmeerzeugung beim Magnetisiren keinen wesentlichen Einfluss ausübe.

Selbstredend räume ich gerne ein, dass ausser der erwähnten Ursache noch andere Factoren bei der Wärmeerzeugung mitwirken können.

1) Wied. Ann. Bd. 20 (1883).

Notiz über die Durchsichtigkeit des Platins[1].

Von

Edmond van Aubel.

In den Jahren 1884 und 1885 hat Kundt[2] in den Berichten der Berliner Akademie zwei Abhandlungen veröffentlicht, worin er die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes untersucht, welches entweder durch durchsichtige Schichten von Eisen, Nickel und Cobalt gegangen oder an ihrer Oberfläche reflectirt worden ist.

In seiner ersten Arbeit[3] gibt der Strassburger Physiker auf eingehende Art das Verfahren an, dessen er sich bei der Herstellung seiner Spiegel bediente.

Man kann zu diesem Behuf eine versilberte Glasplatte anwenden, dieselbe als negative Elektrode benutzen und die Elektrolyse geeigneter Eisen-, Nickel- und Cobaltlösungen einleiten.

Späterhin hat Kundt dieses Verfahren durch ein bequemeres ersetzt, wobei der durchsichtige Silberspiegel durch einen Platinspiegel ersetzt ist — von jener Art, wie sie König in Paris zu akustischen Experimenten verwendet.

Kundt meint, dass die so erhaltenen Metallschichten durchsichtig sind, und gibt sogar für Eisen, Nickel und Cobalt die Farbe des durchgelassenen Lichtes an. Er sagt hierüber[4]:

„Die Metallschichten kann man leicht so dünn erhalten, dass dieselben und das Platin zusammen noch durchsichtig sind".

„Einfallendes weisses Licht ist nach dem Durchgang durch Eisen braun, durch Cobalt grau, durch Nickel grau mit einem Stich ins Blaue".

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Bull. de. l'Acad. royale de Belgique. 3e série, vol. XI No. 5 (1886).

2) Sitzb. d. Akad. d. Wissenschaften zu Berlin, Juli 1884 oder Phylosophical Magazine 5e série, vol. XVIII p. 308 (1884). — Sitzb. der Akad. d. Wiss. zu Berlin, November 1885. — Annalen der Physik Bd. 23 S. 228 (1884); Bd. 27 S. 59 (1886).

3) Philos. Magaz. a. a. O. S. 310.

4) Philos. Magaz. a. a. O. S. 311. — Annalen der Physik S. 232 (1884).

Als ich die Absorptionsspectra von Eisen, Nickel und Cobalt untersuchen wollte, und den Einfluss des Magnetismus auf diese Spectra[1]), — musste ich solche Spiegel nach dem gleichen Verfahren herstellen.

Zu dem Behuf wurden die so erhaltenen Nickelschichten in ein Bündel paralleler Lichtstrahlen eingeschoben, das im Spectroskop beobachtet wurde.

Unter diesen Verhältnissen konnte man keinen Streifen, keinerlei besondere Absorption constatiren, sondern nur eine allgemeine Trübung im ganzen Spectrum.

Dieses Versuchsergebnis wurde zuerst einer allzugrossen Dicke der Nickelschicht zugeschrieben, welche die metallische Belegung des Spiegels undurchsichtig machen konnte.

Es wurden daher neue Platten mit einer viel dünneren Nickelschicht hergestellt, aber es zeigten sich dieselben Erscheinungen.

Als dann die metallische Seite des Spiegels gegen den Spalt des Spectroskops gestellt wurde, war das Spectrum der Lichtquelle von longitudinalen Streifen durchzogen, welche auf der ganzen Länge des Spectrums[2]) einander parallel und ausserordentlich nahe sind und identisch mit jenen, welche man beobachtet, wenn Staubkörnchen zwischen die zwei Spaltränder des Spectroskops eingeklemmt sind[3]).

Angesichts dieser Resultate ging ich daran, auf dieselbe Art einen Platinspiegel zu untersuchen, der nicht mit Nickel bedeckt war und noch nie zu einer Elektrolyse gedient hatte. Ich habe auf die angegebene Art alle Theile eines grossen Platinspiegels[4]) untersucht und auch da zeigten sich die früher beobachteten Erscheinungen.

Alles zusammengefasst, zeigen die Platinspiegel im parallelen Lichte eine allgemeine Absorption; welche für alle Farben gleich bleibt; vor den Spalt des Spectroskops gestellt, hat die Platinschicht dieselbe Wirkung wie undurchsichtige Staubkörner.

---

1) Fievez hatte bereits den Einfluss des Magnetismus auf die Emissionsspectra untersucht (Bulletins de l'Academie royale de Belgique, 3e série vol. IX No. 5 (1885).

2) Wenn die Längsstreifen in einem Theil des Spectrums sich mehr genähert hätten, hätte man eine Absorption in einem Theile der metallischen Belegung annehmen können.

3) Mehrere Physiker haben sich mit den Längsstreifen im Spectrum beschäftigt. Siehe speciell: Fortschritte der Physik Bd. 3 S. 126, Bd. 4 S. 163 und 164, Bd. 5 S. 154, Bd. 6 S. 411 und 412. — Archives des sciences physiques et naturelles de Genève vol. XII p. 43 etc.

4) Die Platinspiegel, von denen in dieser Arbeit die Rede ist, wurden mir von Lohmann in Berlin geliefert, von dem auch Kundt die bei seiner zweiten Arbeit gebrauchten Spiegel bezog (vergl. Ann. d. Phys. Februar 1886 S. 193). Das ist die einzige Stütze für die Meinung, dass meine Spiegel jenen von Kundt ähnlich waren.

Das beweist nach meinem Dafürhalten zur Genüge die Undurchsichtigkeit der Platinschicht meiner Spiegel, ein Resultat, das ich beim Beginn meiner Arbeit nicht erwartete, als ich daran ging, den Einfluss des Magnetismus auf die Absorptionsspectra des Eisens, Nickels und Cobalts zu studiren.

Weiters ist wohl klar, dass um so mehr Eisen-, Nickel- und Cobaltspiegel ebenfalls mit undurchsichtigen, metallischen Theilchen bedeckt sind.

Diese Belegungen erscheinen wohl in Wirklichkeit als durchsichtige Spiegel, wenn man eine Lichtquelle durch sie hindurch betrachtet. Das Licht durchdringt das Glas und geht zwischen den undurchsichtigen, metallischen Theilchen hindurch.

Beim Eisen erscheint das durchgelassene Licht braun, aber diese Farbe kann von einer Reflexion des Lichtes an den inneren Flächen kleiner Eisentheilchen herrühren. Dasselbe gilt für Nickel- und Cobaltschichten.

Könnte man weiters nicht auch die Erscheinungen der elektromagnetischen Drehung der Polarisationsebene des Lichtes beim Durchgang durch Eisen, Nickel und Cobalt, wie sie Kundt beobachtet[1]) hat, als blosse Erscheinungen von Lichtreflexion an kleinen Theilchen betrachten, welche in einem magnetischen Felde vertheilt sind.

Ich habe noch auf die oben beschriebene Art einen Aluminiumspiegel untersucht, welchen Herr Fievez die Güte hatte mir zu leihen und welcher dadurch gewonnen worden war, dass man in einer Geissler-schen Röhre mit Aluminiumelektroden[2]) eine elektrische Entladung vor sich gehen liess.

Wiewohl dieser cylindrische Spiegel durchsichtig zu sein schien und im durchgelassenen Lichte braun, so hat er doch dasselbe Resultat wie der Platinspiegel geliefert.

Bei meinen Versuchen habe ich mich nicht auf die Angaben eines einzigen Instrumentes verlassen; ich habe nacheinander das Young-sche Spectroskop, wo die Dispersion durch zwei Flintglasprismen erzeugt wird, und ein anderes Spectroskop mit sehr grosser Dispersion[3]) verwendet, welches ein Rutherfurd'sches Gitter combinirt mit einem Christie'schen Prisma enthielt.

---

1) Philos. Magaz. a. a. O. S. 311.

2) Wright hat es dahin gebracht, auf diese Art dünne Belegungen verschiedener Metalle auf Glasplatten zu erhalten. Silliman Journal, Januar und September 1877.

3) Die Beschreibung dieses Instrumentes findet sich in den Annales de l'Observatoire royale de Bruxelles vol. IV nouvelle série (Fievez, Étude du spectre solaire).

Im ersten Falle war die Lichtquelle eine Oellampe, im zweiten wurde Sonnenlicht verwendet.

Ich habe den Platinspiegel von Lohmann auch aufmerksam mit dem Mikroskop untersucht, indem ich 80—680-fache lineare Vergrösserungen gebrauchte, und ich habe neuerdings die Undurchsichtigkeit des den Spiegel bildenden Metalls constatirt.

Die discontinuirliche Belegung besteht aus Metall in drei verschiedenen physikalischen Zuständen:

1. Aus Platin in der Form des Platinschwarz, wie man es durch das Liebig'sche Verfahren oder auf anderem Wege erhält. Dasselbe ist absolut undurchsichtig.

2. Aus Platin, das mehr zertheilt ist als das Platinschwarz. Es ist undurchsichtig und sendet durch Reflexion ein bläulichschwarzes Licht aus.

3. Aus Platin in zusammenhängender Masse. Dasselbe ist absolut undurchsichtig und reflectirt weisses Licht.

Das Licht, welches einen solchen Spiegel durchdringt, geht durch die beträchtlichen Lücken, welche in der metallischen Belegung immer vorkommen, was auch ihr Zustand sei.

Die Fläche dieser Lücken macht manchmal ein Drittel der metallisch belegten Fläche aus.

Ich habe die Absicht, in einer neuen Arbeit solche Metallspiegel einer spectralen Untersuchung zu unterwerfen, welche man durch elektrische Entladungen in Geissler'schen Röhren erhält, wenn man Elektroden verwendet, die aus anderen Metallen als Aluminium bestehen, — wegen der Nützlichkeit durchsichtiger Spiegel für das Studium des Kerr'schen Phänomens[1]).

1) Auch um das Faraday'sche Phänomen mit der Entdeckung von Kerr zu vergleichen. Eine neue Arbeit von Kundt (Wied. Ann. d. Physik, Januar 1886 S. 59) über die doppelte Brechung des Lichtes in metallischen Schichten, welche durch Pulverisirung einer Kathode gewonnen werden, vermehrt noch das Interesse, das diese Untersuchung darbietet.

Eingesendete Bücher.

H. Gravelius, Fünfstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln für die Decimaltheilung des Quadranten. Berlin bei G. Reimer. 1886. 6 Mk. Das Erscheinen dieser Tafeln muss als eine wesentliche Förderung für die Einführung der Decimaleintheilung des Kreises angesehen werden, da die älteren derartigen Tafeln kaum mehr zu haben sind, jedenfalls aber in ihrer Anordnung den gegenwärtigen Ansprüchen nicht mehr entsprechen. Den Tafeln ist auch eine Umsatztafel vom alten in das neue System sowie eine Tafel der gewöhnlichen Logarithmen beigegeben. Anordnung und Ausstattung derselben ist eine vorzügliche.

W. Zenker, Meteorologischer Kalender für 1887, Berlin bei A. Asher & Co. Enthält nebst gewöhnlichem Kalender für alle Tage vorgedruckte Formulare zum Eintragen der Beobachtungen der wichtigsten meteorologischen Elemente. In einem ausführlichen Anhange findet sich die Anleitung zur Anstellung derartiger Beobachtungen, sowie eine Behandlung einzelner wichtiger Fragen der Meteorologie.

C. Jelinek, Psychrometer-Tafeln für das hunderttheilige Thermometer nach H. Wild's Tafeln. 3. Aufl. Wien 1887. 102 S. 3 Mk. Das Werk enthält: 1. Kurze Psychrometertafeln zum Auffinden der Werthe der einzelnen Glieder der Psychrometerformel. 2. Die ausführlichen Psychrometertafeln; dieselben geben direct den Dunstdruck und die relative Feuchtigkeit für alle Temperaturen des feuchten Thermometers von — 25,0 bis + 39,9 und zwar von zehntel zu zehntel Grad. 3. Correctionstafeln zu den vorstehenden wegen des Einflusses des Barometerstandes für die Seehöhen von 500—3000 m.

Den Tafeln geht eine ausführliche theoretische Begründung, sowie eine durch vielfache Beispiele erläuterte Gebrauchsanweisung voraus.

J. Finger, Elemente der reinen Mechanik. Wien bei A. Hölder. 1886. 792 S. mit 200 Abb. 18 Mk. Das Werk ist für die ersten Stufen des höheren Unterrichtes bestimmt und stellt dem entsprechend an den Leser in mathematischer Hinsicht nicht so hohe Anforderungen als z. B. die denselben Gegenstand behandelnden Vorlesungen von G. Kirchhoff. Der Inhalt des Werkes zerfällt in folgende Theile: I. Einleitung. II. Statik des materiellen Punktes. III. Dynamik des materi llen Punktes. IV. Statik des linearen materiellen Punktsystems. V. Allgemeine Principien der Mechanik sämmtlicher materieller Punktsysteme. VI. Elemente der Kinematik eines unveränderlichen (starren) Punktsystems. VII. Statik des starren Körpers. VIII. Dynamik des starren Punktsystems. IX. Principien der Hydromechanik.

Druck und Ausstattung sind vorzüglich.

E. Gerland, Die Anwendung der Elektricität bei registrirenden Apparaten. Wien bei A. Hartleben. 1887. 255 S. mit 119 Abb. 3 Mk. Das Buch bildet den 36. Band der elektrotechnischen Bibliothek und schliesst sich in Bezug auf Ausstattung vollkommen den früheren an. Der Inhalt ist: I. Die astronomischen Registrirapparate oder Chronographen. II. Technische und physikalische Apparate. III. Meteorologische Apparate. IV. Apparate zur Beobachtung am Erdkörper.

Lisser & Bennecke, Zeitschrift zur Förderung des physikalischen Unterrichtes 1886. Heft 7 und 8.

F. Braun, Ueber Gesetz, Theorie und Hypothese in der Physik, akademische Antrittsrede. Tübingen bei F. Fues. 1886. 23 S. 60 Pf.

= Soeben erscheinen: =

Heinrich Heines sämtliche Werke.

Mit Einleitungen, erläuternden Anmerkungen und Verzeichnissen sämtlicher Lesarten.

Von Dr. **Ernst Elster.**

= 36 Hefte von je 5 Bogen Text à 30 Pfennig. =

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/4

= Populäre Anthropologie. =

In gemeinverständlicher Darstellung und künstlerischer Ausstattung sich an „Brehms Tierleben" anschließend erscheint soeben:

Der Mensch.

Von Professor Dr. **Johannes Ranke.**

Mit 991 Textabbildungen, 16 Karten und 32 Chromotafeln.

2 Saffianbände 32 M. — 26 Hefte à 1 M.

Prospekte gratis. — Erstes Heft und Band I durch alle Buchhandlungen zur Ansicht.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/4

Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.

Achtzig Aquarelltafeln.

Soeben erscheint in gänzlich neuer Bearbeitung

MEYERS KONVERSATIONS-LEXIKON

VIERTE AUFLAGE.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

3000 Abbildungen im Text.

256 Hefte à 50 Pfennig. — 16 Halbfranzbände à 10 Mark.

3¹/4

MEYERS VOLKSBÜCHER

Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig.

☛ Prospekte gratis in allen Buchhandlungen.

bringen das Beste aller Litteraturen in mustergültiger Bearbeitung, in vornehmer Gestalt und zu beispiellos billigem Preis.

10 Pf. Jede Nummer

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (16a/4)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/4)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

DREHBANKE
und Werkzeuge empfehlen:
J. G. WEISSER SÖHNE
St. Georgen, Baden.
(10a 4)

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für **Lehranstalten.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15a 4)

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate**, sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit Töpler'scher **Dämpfung.** (21a/4)

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

Hierbei eine Beilage von der **Physikalischen Gesellschaft** in **Berlin.**

XXIII. Band. 5. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 5. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 2).

Jahrgang 1887 Nr. 8 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 9 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 10 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 11 enthält:

München und Leipzig.

***R. Oldenbourg,** Verlagsbuchhandlung.*

JUL 12 1887

Ein Wasserbarometer.

Von

A. Steinhauser.

Durch längere Zeit angestellte Beobachtungen an einem nicht einmal vollkommen ausgeführten Instrument der nachfolgend beschriebenen Art, haben mir fast die sichere Ueberzeugung verschafft, dass es möglich sein wird, mittels solcher Instrumente bei tadelloser Ausführung ganz befriedigende Resultate zu erhalten.

Ich nehme daher keinen Anstand, das Princip und die Theorie des Instrumentes hier zu veröffentlichen, insbesonders in der Hoffnung, dass es einem Praktiker gelingt, die Detaile desselben so zu construiren, dass ein in der wissenschaftlichen Praxis brauchbares Instrument entsteht.

Da ich aber nur dann erwarten kann, dass sich ein Praktiker mit der Ausführung des ja nur im Principe angegebenen Instrumentes beschäftigen wird, wenn nicht bloss die Richtigkeit des Principes, sondern auch die praktische Ausführbarkeit erwiesen, überdies alles angegeben wird, was zur praktischen Ausführung und beim Gebrauche des Instrumentes zu wissen nöthig ist, so konnte ich nicht umhin, im folgenden etwas weitläufig zu werden und bitte daher dies mit den angeführten Gründen zu entschuldigen.

Die Existenzberechtigung des als Standbarometer gedachten Wasserbarometers, glaube ich in der Eigenschaft desselben zu erblicken, ohne besondere Messvorrichtung eine Ablesung auf $^1/_{10}$ mm, durch Abschätzen auf $^1/_{100}$ mm zu gestatten.

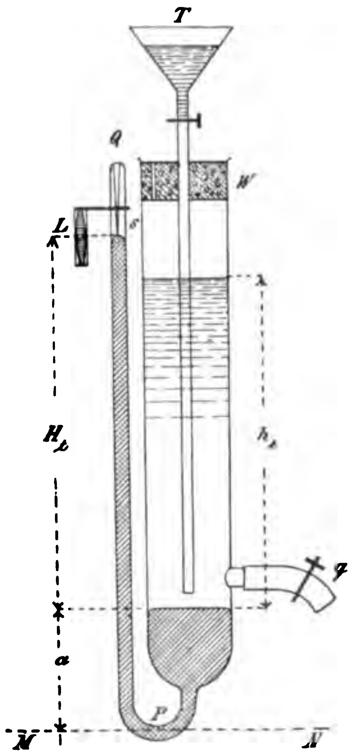
Auch der Preis dürfte sich relativ billig gestalten.

A. Princip des Wasserbarometers.

Ein gewöhnliches Barometerrohr Q ist mit einem weiteren Rohre W, dem Wasserrohr, wie die umstehende Figur zeigt, **U** förmig verbunden.

Das Rohr Q ist mit Quecksilber gefüllt, welches auch den untersten Theil des Wasserrohres erfüllt. Am oberen Ende des selbstverständlich geschlossenen Quecksilberrohres ist ein in der Torricelli'schen Leere nach abwärts gekehrter spitz zulaufender und wenigstens an der Spitze dunkler Glasstift *s* angeschmolzen mit dem durch Einfliessenlassen von destillirtem Wasser im Wasserrohr (durch den Trichter *T* mit langem Rohr) das Quecksilber sehr genau zur Coincidenz gebracht werden kann, namentlich wenn man sich einer leicht anzubringenden Loupe *L* bedient.

S i n k t nun beispielsweise der Barometerstand, so muss zur neuerlichen Herstellung der Coincidenz bei *s*, Wasser im Wasserrohr zugegossen werden und wird dadurch die Höhe der Wassersäule um ein Stück zunehmen, welches u n g e f ä h r 13,6 mal grösser wie jenes ist, um welches das Quecksilber im Rohre *Q* sank.



Bei einer Z u n a h m e des Barometerstandes hingegen steigt das Quecksilber über die Spitze des Glasstiftes empor und muss durch Ablassen von Wasser mittels des Quetsch- oder Glashahnes *q* der Druck der Wassersäule so lange vermindert werden, bis die Coincidenz neuerlich hergestellt ist.

Es sinkt hierbei der Wasserstand um ein Stück, welches wieder u n g e f ä h r 13,6 mal grösser wie jenes ist, um welches das Quecksilber stieg, da ja das Quecksilber ca. 13,6 mal schwerer wie destillirtes Wasser ist.

Wird durch entsprechende Regulirung des Wasserstandes im Wasserrohr die Coincidenz bei *s* genau hergestellt, sodann die Stelle des Wasserrohres, bis zu welcher das Wasser reicht, mit jener Anzahl von Millimetern beziffert, welche gleichzeitig, also auch bei jener Temperatur, welcher das Wasserbarometer ausgesetzt ist, ein Normalbarometer zeigt, so kann dann am Wasserrohr eine Scala angebracht werden, an welcher nach stets vorausgegangener Herstellung der Coincidenz durch Regulirung des Wasserstandes der Barometerstand abgelesen werden kann. Diese Scala muss aber, wie leicht zu ersehen, nach abwärts zunehmend sowie im Einklang mit dem einen bereits empirisch bestimmten Scalenpunkt beziffert werden und Theile erhalten, welche, wenn sie einem Millimeter Barometerstandsänderung entsprechen sollen, so viele Millimeter lang genommen werden müssen, als wie vielmal das Quecksilber bei der herrschenden Temperatur schwerer wie Wasser ist. Nachdem auf diese Weise die einem Millimeter Barometerstand entsprechenden Scalentheile ungefähr eine Länge von 13,6 mm erhalten, so können sie leicht in Zehntel getheilt und von diesen noch Zehntel abgeschätzt werden.

B. Theorie des Wasserbarometers.

Bezeichnen bei t^0 C.
δ_t und d_t die Dichten des Quecksilbers bezw. destillirten Wassers,
H_t die Höhe der drückenden Quecksilbersäule, sowie
h_t „ „ „ „ Wassersäule,
so besteht, wenn b_t den bei t^0 herrschenden (also nicht auf Null reducirten) mithin am Normalbarometer gleichzeitig abgelesenen Barometerstand darstellt, für den Fall des Gleichgewichtes offenbar die Gleichung

$$H_t \cdot \delta_t = b_t \cdot \delta_t + h_t \cdot d_t. \tag{1}$$

Berührt unter den obwaltenden Umständen die Quecksilberkuppe gerade die Spitze des Glasstiftes und beziffert man, wie bereits angegeben, die Stelle des Wasserrohres bis zu welcher das Wasser reicht, als Scalenpunkt mit b_t, trägt man ferner der Lage des dadurch empirisch bestimmten Scalenpunktes entsprechend, sowie nach abwärts zunehmend beziffert am Wasserrohr eine Scala auf, deren je einem Millimeter Barometerstand entsprechende Theile eine Länge von $\frac{\delta_t}{d_t}$ Millimeter erhalten, so wird vorerst bei gleichbleibender Temperatur und bloss geändertem Barometerstande die Höhe der Quecksilbersäule im Rohre Q eine Aenderung erleiden, somit die Coincidenz bei s zu bestehen aufhören. Geht nämlich der Barometerstand von b_t in β_t über, wo das Normalbarometer eine Ablesung von β_t Millimeter gibt, steigt also beispielsweise der Barometerstand um $\beta_t - b_t = m$ Millimeter, so steigt im Rohre Q, wenn 1 dessen Querschnitt, der des Wasserrohres hingegen f ist, das Quecksilber um eine vorläufig noch nicht bekannte Anzahl von x Millimetern, während es im Wasserrohr um $\frac{x}{f}$ Millimeter sinkt. Es erhöht sich dadurch die drückende Quecksilbersäule um $x + \frac{x}{f}$ oder $\frac{f+1}{f} \cdot x$ Millimeter, die offenbar gleich sein müssen den m Millimetern, um welche der Barometerstand stieg. Aus der Gleichung

$$m = \frac{f+1}{f} \cdot x \tag{2}$$

folgt

$$x = \frac{f}{f+1} \cdot m.$$

Um nun das Quecksilber wieder auf den ursprünglichen Stand zu bringen, mit anderen Worten die Coincidenz wieder herzustellen, muss offenbar der Wasserdruck um das vermindert werden, um was der Luftdruck zunahm.

Dies geschieht, wenn man eine $m \cdot \frac{\delta_t}{d_t}$ Millimeter hohe Wassersäule abfliessen lässt, da deren Druck dem einer m Millimeter hohen Quecksilbersäule von t^0 C. entspricht. Eine $m \cdot \frac{\delta_t}{d_t}$ Millimeter hohe Wassersäule ist aber gleich einer Wassersäule von m Scalenmillimeter, deren jeder ja eine Länge von $\frac{\delta_t}{d_t}$ Millimeter besitzt, es sinkt somit nach Herstellung der Coincidenz die Wassersäule um m Scalenmillimeter und wird daher ein um m Millimeter höherer Barometerstand d. i. also jener abgelesen, welcher gleichzeitig vom Normalbarometer angezeigt wird.

Es stimmen somit die Angaben des Wasser- und Normalbarometers bei allen Barometerständen so lange überein, als die Temperatur sich nicht über die Graduirungstemperatur t erhebt oder unter diese sinkt.

Anders gestalten sich die Verhältnisse, wenn sich die Temperatur oder gleichzeitig Temperatur und Barometerstand ändern.

Bevor dieser Fall eingehend besprochen wird, möge noch auf einen gewissen Umstand aufmerksam gemacht werden.

Der durch die Gl. 1 ausgedrückten Bedingung kann selbst bei bestimmter Temperatur t und bestimmtem Barometerstande b_t auf unendlich viele verschiedene Arten entsprochen werden, da noch zwei einer näheren Bestimmung bedürftige Grössen, nämlich H_t und h_t, vorhanden sind. Erst wenn eine dieser Grössen einen bestimmten Werth annimmt, ist der Werth der anderen durch die Gleichung zweifellos bestimmt. Der Natur der Sache nach ist es nun zweckmässig, ja sogar nothwendig, für die Wassersäulenhöhe eine Annahme zu machen, da von dieser offenbar der höchste am Wasserbarometer ablesbare Barometerstand abhängig ist. Ist nämlich sämmtliches Wasser abgelassen und steigt der Barometerstand noch weiter, so kann kein Wasser mehr abgelassen, also auch die Coincidenz nicht mehr hergestellt werden. Da nun an einem und demselben Ort der Barometerstand erfahrungsgemäss nicht leicht um mehr als 25 mm über, auch nicht leicht um mehr als 35 mm unter den mittleren Barometerstand desselben steigen, bezw. sinken wird, einer 25 Scalenmillimeter entsprechenden Wassersäule aber eine Länge von ca. $25 \times 13{,}6 = 340$ mm zukömmt, so wird es zweckmässig sein, die Länge der drückenden Quecksilbersäule so zu wählen, dass zur Herstellung der Coincidenz beim mittleren

Barometerstande β_m des Ortes, für den das Barometer bestimmt ist, eine etwas mehr als 340 mm hohe Wassersäule h_t erforderlich ist, damit selbst beim vorkommenden höchsten Barometerstand das Wasser noch etwas über der Ausflussöffnung bei q stehen bleibt. Es ist somit anzunehmen

$$h_t = 350 \text{ für } b_t = \beta_m$$

und wird dann aus Gl. 1

$$H_t \delta_t = \beta_m \delta_t + 350 d_t, \text{ folglich } H_t = \beta_m + 350 \cdot \frac{d_t}{\delta_t}. \qquad (4$$

Die Länge des Quecksilberrohres von unten bis zur Glasspitze hinauf gerechnet beträgt dann

$$L_t = H_t + a = a + \beta_m + 350 \frac{d_t}{\delta_t} \qquad (5\,\text{a}$$

wo, wie aus der Figur ersichtlich, a die Höhe der Quecksilbersäulen darstellt, welche sich im Quecksilber und Wasserrohr das Gleichgewicht halten.

Die Länge des Quecksilberrohres ist somit von dem mittleren Barometerstande des Ortes abhängig, für welchen das Wasserbarometer bestimmt ist. Die Länge des Wasserrohres wird, wenn noch 35 mm unter dem mittleren liegende Barometerstände sollen abgelesen werden können, mindestens betragen

$$W = a + 350 + 35 \times 13{,}6 = a + 350 + 476$$

oder

$$W = a + 826 \text{ mm} \qquad (5\,\text{b}$$

da dann ober dem den mittleren Barometerstand β_m entsprechenden Scalenpunkte am Wasserrohr noch 35 Scalenmillimeter aufgetragen werden müssen, welche sehr nahe eine Gesammtlänge von $35 \times 13{,}6 = 476$ mm erhalten.

Die Wasserrohre aller Wasserbarometer erhalten somit eine gleiche Länge, wenn, was angenommen werden möge, a bei allen gleich lang gemacht wird.

Mit dem Vorhergehenden möge nun nicht etwa gesagt sein, dass die Graduirung der Wasserbarometer immer bei dem mittleren Barometerstande erfolgen müsse. Sie kann bei jedem beliebigen Barometerstande b_t vorgenommen werden, wenn nur das Quecksilberrohr von unten bis zur Glasspitze hinauf die sich aus Gl. 5a ergebende, die drückende Quecksilbersäule hingegen die um a kleinere, aus Gl. 4 entnehmbare Länge besitzt, da dann von selbst sich beim mittleren Barometerstand eine Wassersäulenhöhe von 350 cm ergeben muss, bei anderem Barometerstande b_t aber eine Höhe h_t, die aus Gl. 1 nach Substitution von H_t berechnet werden kann. Es ist dann nach Gl. 1

$$\left(\beta_m + 350\frac{d_t}{\delta_t'}\right) \cdot \delta_t = b_t \delta_t + h_t \cdot d_t$$

folglich nach kleiner Umformung

$$h_t = 350 + (\beta_m - b_t)\frac{\delta_t}{d_t}. \tag{6}$$

Es wird daher behufs Graduirung bei der Temperatur t und dem am Normalbarometer gleichzeitig abgelesenen Barometerstande b_t das dem mittleren Barometerstande entsprechend lang gewählte Quecksilberrohr unter den bei der Füllung von Barometerröhren zu beobachtenden Vorsichten gefüllt, so dass in verticaler Stellung noch eine a nicht ganz erreichende Quecksilbersäule im Wasserrohr verbleibt, sodann eine Wassersäule aufgegossen von der aus Gl. 6 zu berechnenden Höhe, und die Quecksilbermenge so regulirt durch Zugabe von Quecksilber, bis die Coincidenz bei s hergestellt ist. Endlich wird die nach abwärts zunehmend bezifferte Scala, deren Theile die Länge $\frac{\delta_t}{d_t}$ besitzen, so aufgetragen, dass beim Niveau des Wassers am Wasserrohr der gleichzeitig am Normalbarometer abgelesene Barometerstand abzulesen ist.

Um nun in Erfahrung zu bringen, was an einem in der vorstehend beschriebenen Weise graduirten Wasserbarometer für eine Ablesung A gemacht wird, wenn vorläufig noch bei der Graduirungstemperatur t der Barometerstand von b_t in β_t übergeht, also beispielsweise um $m = \beta_t - b_t$ Millimeter steigt, hierauf die Temperatur auf t_1 Grade steigt, also um $T = t_1 - t$ Grade zunimmt, hat man vor allem die Veränderungen aufzusuchen, welche im Stande der Flüssigkeiten vor sich gehen. Der geänderte Luftdruck hat zunächst eine Störung des Gleichgewichtszustandes zur Folge, und diese ein Steigen des Quecksilbers im Quecksilberrohr, sowie ein Sinken desselben, wie auch des darauf ruhenden Wassers im Wasserrohr.

Es steigt nun nach Gl. 3, wenn bei gleichbleibender Temperatur der Luftdruck um m Millimeter wächst, die Quecksilbersäule um

$$x = \left(\frac{f}{f+1}\right) \cdot m \text{ Millimeter}$$

über die Glasstiftspitze empor, und sinken im Wasserrohr die Quecksilber- und Wasseroberflächen um den f^{ten} Theil davon, das sind:

$$\frac{x}{f} = \frac{m}{f-1} \text{ Millimeter.}$$

Zur Herstellung der Coincidenz hat man sodann, wie schon erwähnt, eine $m \cdot \frac{\delta_t}{d_t}$ Millimeter, oder m Scalenmillimeter hohe Wassersäule abfliessen zu lassen, wodurch folgende Stände der Flüssigkeitsoberflächen über der durch den tiefsten Punkt P des Barometers gelegt gedachten horizontalen Niveauebene MN erreicht werden, wenn die Temperatur noch ungeändert t^0 C. beträgt.

Höhe der Quecksilberoberfläche im Quecksilberrohre Q nach Gl. 5a:

$$L_t = H_t + a = a + \beta_m + 350 \frac{d_t}{\delta_t}.$$

Höhe der Quecksilbersäule im Wasserrohr: a.

Höhe der Wasseroberfläche im Wasserrohr:

$$y = a + h_t - m \cdot \frac{\delta_t}{d_t} = a + 350 + (\beta_m - b_t) \frac{\delta_t}{d_t} - m \frac{\delta_t}{d_t}$$

mit Rücksicht auf Gl. 6. Man kann nun auch schreiben:

$$y = a + 350 - \left[(b_t + m) - \beta_m\right] \frac{\delta_t}{d_t}$$

oder, da $b_t + m$ nach oben der bei t^0 herrschende Barometerstand β_t ist:

$$y = a + 350 - (\beta_t - \beta_m) \frac{\delta_t}{d_t}.$$

Höhe des mit b_t Millimeter empirisch bezifferten Scalentheiles

$$l_t = a + h_t = a + 350 + (\beta_m - b_t) \cdot \frac{\delta_t}{d_t}.$$

Steigt nun die Temperatur auf t_1 also um T Grade, so dehnen sich die Glasröhren, sowie die in denselben enthaltenen Flüssigkeiten ohne Aenderung ihres Gewichtes aus, es erfolgt daher keine weitere Gleichgewichtsstörung, also auch kein Ueberfliessen aus einem Rohre ins andere, sondern nur eine Veränderung der Flüssigkeitshöhen, welche eine neuerliche Regulirung des Wasserstandes durch Ablassen oder Zugiessen erforderlich macht, wenn die Coincidenz wieder hergestellt werden soll. Man erhält sodann aber ohne Zweifel eine andere Ablesung als jene, welche gleichzeitig am Normalbarometer erhalten würde, wenn auch dessen Temperatur um T Grade gestiegen wäre.

Im Quecksilberrohr gehen nun folgende Veränderungen vor sich, wenn α_g und α_q die Ausdehnungscoefficienten von Glas bezw. Quecksilber und zwar für 1^0 C. darstellen.

Es verlängert sich die L_t lange Glasröhre um $L_t \cdot \alpha_g \cdot T$, die ebenso lange Quecksilbersäule um $L_t \cdot \alpha_q \cdot T$ es schiebt sich daher die Quecksilberoberfläche um

$$L_t \cdot T \cdot (\alpha_q - \alpha_g) = \lambda_1 \text{ Millimeter}$$

über die Glasstiftspitze empor, während

im Wasserrohre sich aus gleichem Grunde die Quecksilberoberfläche um

$$a\, T(\alpha_q - \alpha_g) = \lambda_2 \text{ Millimeter}$$

hebt, überdies die Wassersäule, welche bei t^0 nach früher eine Höhe von

$$\left(h_t - m \cdot \frac{\delta_t}{d_t}\right) = 350 - (\beta_t - \beta_m)\frac{\delta_t}{d_t} = w_t \text{ Millimeter}$$

besass, bei t_1 Grad eine andere Höhe w_{t_1} annimmt. Um diese zu finden, hat man nur zu bedenken, dass der Druck der Wassersäule durch die Temperaturerhöhung keine Aenderung erleidet, mithin $w_t \cdot d_t = w_{t_1} \cdot d_{t_1}$ werden muss, wo selbstverständlich d_{t_1} die Dichte des Wassers bei t_1 Grade bedeutet. Es wird daher die Wasserhöhe bei t_1

$$w_{t_1} = \frac{d_t}{d_{t_1}} \cdot w_t = 350\frac{d_t}{d_{t_1}} - (\beta_t - \beta_m)\frac{\delta_t}{d_{t_1}}$$

und befindet sich der Wasserspiegel im Wasserrohr nun über der Niveauebene um:

$$a + \lambda_2 + w_{t_1} = \left\{a\left[1 + T(\alpha_q - \alpha_g)\right] + 350\frac{d_t}{d_{t_1}} - (\beta_t - \beta_m)\frac{\delta_t}{d_{t_1}}\right\} = \\ = l_1 \text{ Millimeter.}$$

Soll jetzt neuerlich die Coincidenz hergestellt werden, so muss, da das Quecksilber von $t_1{}^0$ um λ_1 Millimeter über die Glasstiftspitze stieg, durch Wasserabfluss der Wasserspiegel im Wasserrohr um eine Höhe gesenkt werden, welche nach Gl. 2 einer $\frac{f+1}{f} \cdot \lambda_1$ hohen Quecksilbersäule von $t_1{}^0$ entspricht. Da bei t_1 Grade das Wasser $\frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}}$ Mal leichter wie Quecksilber von der gleichen Temperatur ist, so entspricht der $\frac{f+1}{f} \cdot \lambda_1$ hohen Quecksilbersäule eine Wassersäule von

$$\frac{f+1}{f} \cdot \lambda_1 \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} = \frac{f+1}{f} \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \cdot T(\alpha_q - \alpha_g) \cdot \left(a + \beta_m + 350\frac{d_t}{\delta_t}\right) = \\ = l_2 \text{ Millimeter Höhe.}$$

Es müssen daher l_2 Millimeter Wasser abgelassen werden und steht nun der Wasserspiegel über der Niveauebene um

$$l_1 - l_2 = \left\{ a \left[1 + T(\alpha_q - \alpha_g) \right] + 350 \frac{d_t}{d_{t_1}} - (\beta_t - \beta_m) \frac{\delta_t}{d_{t_1}} - \right.$$

$$\left. - \frac{f+1}{f} \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \cdot T \cdot (\alpha_q - \alpha_g)(a + \beta_m + 350 \frac{d_t}{\delta_t}) \right\} = l \text{ Millimeter.}$$

Um nun ausfindig zu machen, welcher Scalentheilstrich am Wasserrohr in dieser Höhe liegt, welche Ablesung man machen würde, bedenke man, dass bei t^0 der mit b_t Millimeter bezifferte Scalentheilstrich in einer Höhe von

$$l_t = a + 350 + (\beta_m - b_t) \cdot \frac{\delta_t}{d_t} \text{ Millimetern}$$

über der Niveauebene lag und ein Scalentheil eine Länge von $\frac{\delta_t}{d_t}$ Millimeter besass. Es schiebt sich aber infolge der Ausdehnung der Glasröhren bei der Temperatursteigerung um T Grade dieser Scalentheilstrich um

$$l_t \cdot \alpha_g \cdot T \text{ Millimeter}$$

nach aufwärts und nehmen die Scalentheile am Wasserrohr eine Länge von $\frac{\delta_t}{d_t}(1 + \alpha_g T)$ Millimeter an. Befindet sich nun im Abstande von l Millimetern über der Niveauebene der mit A bezifferte Scalentheilstrich, so besteht offenbar die Gleichung:

$$(A - b_t) \cdot \frac{\delta_t}{d_t} (1 + \alpha_g T) + l = l_t + l_t \cdot \alpha_g \cdot T$$

wo das erste Glied des linksseitigen Theiles angibt, wie viele Millimeter der mit A bezifferte Scalentheilstrich unter dem mit b_t bezeichneten liegt, der rechtseitige die Höhe des mit b_t bezeichneten Scalentheilstriches über der Niveauebene. Es wird nun hieraus:

$$A = b_t + l_t \cdot \frac{d_t}{\delta_t} - \frac{d_t \cdot l}{\delta_t (1 + \alpha_g T)} \tag{7}$$

Substituirt man in diese Gleichung die im Laufe der Entwicklung für die einzelnen Grössen gefundenen Werthe, so erhält man die Formel:

$$A = \beta_m + (a + 350) \frac{d_t}{\delta_t} - \frac{d_t}{\delta_t (1 + \alpha_g T)} \cdot \left\{ a \left[1 + T(\alpha_q - \alpha_g) \right] + \right.$$

$$\left. + 350 \frac{d_t}{d_{t_1}} - (\beta_t - \beta_m) \frac{\delta_t}{d_{t_1}} - \frac{f+1}{f} \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \cdot T \cdot (\alpha_q - \alpha_g)(a + \beta_m + 350 \frac{d_t}{\delta_t}) \right\} \tag{8}$$

welche, wenn man sämmtliche β_m enthaltende Glieder zusammenfasst, auch vorübergehend in nachstehender Form geschrieben werden könnte:

$$A = \beta_m \left[1 - \frac{d_t}{d_{t_1}(1+\alpha_g T)} + \frac{f+1}{f} \cdot \frac{d_t}{\delta_t} \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \cdot \frac{(\alpha_q - \alpha_g) \cdot T}{(1+\alpha_g \cdot T)}\right] +$$
$$+ (a+350)\frac{d_t}{\delta_t} - \frac{d_t}{\delta_t(1+\alpha_g T)} \cdot \left\{a\left[1 + T(\alpha_q - \alpha_g)\right] + 350\frac{d_t}{d_{t_1}} - \right.$$
$$\left. - \beta_t \frac{\delta_t}{d_{t_1}} - \frac{f+1}{f} \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \cdot T \cdot (\alpha_q - \alpha_g)(a + 350\frac{d_t}{\delta_t})\right\}.$$

Eine Betrachtung dieser Gleichung lässt erkennen, dass der Werth der Ablesung A von einer Reihe Grössen abhängig ist, die zum Theil (wie α_q und α_g) als constant, zum Theil (wie t, f, a und die von t abhängigen Werthe d_t und δ_t) als ein für allemal fixirbar, zum Theil (wie β_m, β_t und t_1 sowie die von t_1 abhängigen Werthe d_{t_1}, δ_{t_1} und T) als veränderlich anzusehen sind. Lässt man nun für die Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers und der Glasröhren die bekannten Werthe

$$\alpha_q = 0{,}0001802 \text{ und } \alpha_g = 0{,}0000088$$

gelten und macht man für alle Wasserbarometer folgende Annahmen:

1. Sämmtliche Wasserbarometer werden bei gleicher Temperatur, nämlich bei $t = 20^0$ C. graduirt,
2. bei sämmtlichen Wasserbarometern werden die Wasserrohre viermal weiter wie die Quecksilberröhren gemacht, woraus $f = 16$ resultirt,
3. bei sämmtlichen Wasserbarometern erhalten nach hergestellter Coincidenz und bei der Graduirungstemperatur von 20^0 C. die sich in beiden Röhren das Gleichgewicht haltenden Quecksilbersäulen eine Höhe $a = 80$ mm,

so ist der Werth der Ablesung A nur mehr abhängig von den Variablen β_m, β_t und t_1. Berechnet man für die Temperaturextreme, denen das Wasserbarometer ausgesetzt werde, nämlich für $t_1 = 0$ und $t_1 = 40^0$ C., also für $T = -20$ bezw. $T = +20$ den Werth des in der eckigen Klammer neben β_m stehenden Factors, wobei man nach der Tabelle von Rosetti (enthalten z. B. in Wüllner's Experimentalphysik, 3. Bd.) für die Wasserdichten bei 0^0, 20^0 und 40^0 C. die Werthe

$$d_0 = 0{,}999871,\ d_{20} = 0{,}998259,\ d_{40} = 0{,}99235,$$

und unter der Annahme, dass die Dichte des Quecksilbers bei 0^0 C. $\delta_0 = 13{,}59593$ sei, nach der Tabelle von Dulong und Petit (enthalten z. B. in Hoffmann's mathemat. Wörterbuch Bd. 1) für die Dichten des Quecksilbers bei den Temperaturen 0, 20 und 40^0 C. bezw. die Werthe

$$\delta_0 = 13{,}59593,\ \delta_{20} = 13{,}54712 \text{ und } \delta_{40} = 13{,}49858$$

nimmt, so erhält man in beiden Fällen den Werth (— 0,002 . . .) und ersieht, dass ein mehr oder weniger von 30 mm in β_m, selbst bei den Temperaturextremen von 0 und 40° C. nur einen die hundertel Millimeter der Ablesung berührenden Einfluss übt. Man kann daher für alle Wasserbarometer die für Orte bestimmt sind, deren mittlere Barometerstände β_m zwischen 700 und 760 mm liegen, die Ablesungen nach obiger Formel genügend genau berechnen, wenn man in derselben den Werth von β_m constant gleich 730 mm nimmt. Es kommt daher zu obigen Annahmen noch die dazu, dass $\beta_m = 730$ mm sei. Man kann sonach für den Barometerstand β_t (bei t^0 C.) und die Temperatur $t_1 = 20 + T$ die Ablesung A berechnen, welche das Wasserbarometer gibt. Ist nun A diese Ablesung, welche, um es nochmal zu sagen, bei der Temperatur t_1 und einem Barometerstande gemacht wird, der bei $t = 20°$ C. auf einem Normalbarometer (mit Rücksicht auf dessen Scalenausdehnung) mit β_t Millimeter abgelesen werden würde, so entspricht dieser Ablesung offenbar ein auf Null reducirter Barometerstand

$$b_0 = \frac{\beta_t}{1 + \alpha_q t}$$

und hat man nur zu A eine Correctur C hinzuzugeben, um diesen auf Null reducirten Barometerstand zu erhalten. Es folgt dann aus

$$A + C = b_0, \quad C = b_0 - A = \frac{\beta_t}{1 + \alpha_q t} - A$$

oder, wenn man aus Gl. 8 den Werth von A setzt:

$$C = \frac{\beta_t}{(1 + \alpha_q t)} - \beta_m - (a + 350)\frac{d_t}{\delta_t} + \frac{d_t}{\delta_t(1 + \alpha_g T)} \times$$
$$\times \left\{ a\left[1 + T(\alpha_q - \alpha_g)\right] + 350 \cdot \frac{d_t}{d_{t_1}} - (\beta_t - \beta_m)\frac{\delta_t}{d_{t_1}} - \frac{f+1}{f} \cdot \frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \times \right.$$
$$\left. \times T \cdot (\alpha_q - \alpha_g)\left(a + \beta_m + 350\frac{d_t}{\delta_t}\right)\right\} \tag{9}$$

Setzt man in dieser Formel wie angenommen wurde $\beta_m = 730$, $a = 80$, $f = 16$, $t = 20$, dann für α_g und α_q, $d_t = d_{20}$ und $\delta_t = \delta_{20}$ die bereits angegebenen Werthe, so nimmt diese Formel die nachfolgende Form an, welche zur factischen Berechnung einer Tabelle für die Reduction der an Wasserbarometern abgelesenen Barometerstände auf die Temperatur Null benutzt werden kann.

$$C = \beta_t\left[0,996408 - \frac{0,998259}{(1 + 0,0000088 \cdot T) \cdot d_{t_1}}\right] - 761,68584 +$$
$$+ \frac{5,89504 + T\left(0,00101 - 0,011214\frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}}\right)}{(1 + 0,0000088\, T)} + \frac{754,475828}{(1 + 0,0000088 \cdot T) \cdot d_{t_1}} \tag{10}$$

Es folgt nun auf der folgenden Seite eine solche allerdings gekürzte Tabelle für die Reduction der Barometerstände der Wasserbarometer auf die Temperatur Null, nach der Gl. 10 berechnet und nach dem Vorhergehenden für alle Wasserbarometer giltig, die für Orte besimmt sind, deren mittlere Barometerstände zwischen 700 und 760 mm liegen, vorausgesetzt, dass die Wasserbarometer den gemachten Annahmen entsprechend construirt, oder, wie man sagen könnte, graduirt und dimensionirt sind.

Um jedem Missverständnis in Bezug auf den Gebrauch dieser Reductions-Tabelle vorzubeugen, mögen ein paar Beispiele folgen.

1. Man liest an einem Wasserbarometer bei 25° C. Temperatur einen Barometerstand von 750 mm ab. Wie gross ist in diesem Falle der auf die Temperatur Null reducirte Barometerstand?

Die Tabelle S. 289 gibt für einen Barometerstand von 750 mm und eine Temperatur von 25° C. als Correctur $C = -3{,}44$ mm. Es ist daher der auf Null reducirte Barometerstand $b_0 = 750 - 3{,}44 = 746{,}56$ mm.

2. Man liest bei 2° C. einen Barometerstand von 748 mm ab. Wie gross ist der auf Null reducirte Barometerstand b_0?

Man findet vorerst für einen Barometerstand von 740 mm und eine Temperatur von 0° in der Tabelle eine Correctur von $+ 0{,}35$ mm. Zu derselben kommt laut der vorhandenen Differenzspalte noch hinzu für 2° C. der Werth $2 \times (-0{,}153) = -0{,}306$. Da nun überdies der Barometerstand nicht 740 sondern 748 mm beträgt, so entfallen noch als weitere Correctur laut der Differenzspalte der Barometerstandsänderungen für die 8 mm Barometerstand $8 \times (-0{,}0022) = -0{,}0176$ mm und sind als Gesammt-Correctur C in Rechnung zu stellen:

$$C = +0{,}35 - 0{,}306 - 0{,}0176 = +0{,}0264 \doteq +0{,}03 \text{ mm}.$$

Der auf Null reducirte Barometerstand beträgt daher:

$$b_0 = 748 + 0{,}03 = 748{,}03 \text{ mm}.$$

Ginge man, was zweckmässiger, weil genauer, vom Barometerstand 750 mm aus, so erhielte man, wie leicht erklärlich als Correctur
$$C = +0{,}33 - 2 \times (0{,}152) + 2 \times 0{,}0022 = +0{,}0304 \doteq +0{,}03 \text{mm},$$
was mit dem vorhin gefundenen Werthe stimmt.

Rechnet man endlich aus der Gl. 10 die Correctur für den vorliegenden Fall, so erhält man

$$C = +0{,}030,$$

woraus ersichtlich ist, dass die Tabelle trotz der grossen Temperaturintervalle bei Interpolationen genügend genaue Resultate gibt.

Zum Zwecke der leichten Herstellung von Wasserbarometern mögen noch die nachfolgenden Zahlenangaben dienen.

Tabelle zur Reduction der Barometerstände auf die Temperatur Null.

(Die mit . versehenen Endziffern sind durch Correctur erhöht.)

Temp. t_1° C.	Barometerstand β_t 700	Differenz für 1° C.	710	Differenz für 1° C.	720	Differenz für 1° C.	730	Differenz für 1° C.	740	Differenz für 1° C.	750	Differenz für 1° C.	760	Differenz für 1° C.	Constante Differenz für 1 mm Barometerstandszunahme
0	+ 0,44	— 0,154	+ 0,41	— 0,154	+ 0,39	— 0,153	+ 0,37	— 0,153	+ 0,35	— 0,153	+ 0,33	— 0,152	+ 0,31	— 0,152	— 0,0022 mm
+ 5	— 0,33	— 0,149	— 0,35	— 0,150	— 0,37	— 0,150	— 0,39	— 0,150	— 0,41	— 0,151	— 0,43	— 0,151	— 0,45	— 0,152	— 0,0020
10	— 1,08	— 0,145	— 1,10	— 0,146	— 1,12	— 0,147	— 1,15	— 0,148	— 1,17	— 0,149	— 1,19	— 0,150	— 1,21	— 0,152	— 0,0022
15	— 1,81	— 0,142	— 1,83	— 0,143	— 1,86	— 0,145	— 1,89	— 0,146	— 1,91	— 0,149	— 1,94	— 0,150	— 1,97	— 0,152	— 0,0027
20	— 2,51	— 0,139	— 2,55	— 0,141	— 2,59	— 0,143	— 2,62	— 0,146	— 2,66	— 0,148	— 2,69	— 0,150	— 2,73	— 0,152	— 0,0036
25	— 3,21	— 0,136	— 3,26	— 0,139	— 3,30	— 0,142	— 3,35	— 0,145	— 3,40	— 0,147	— 3,44	— 0,150	— 3,49	— 0,152	— 0,0047
30	— 3,89	— 0,134	— 3,95	— 0,137	— 4,01	— 0,140	— 4,07	— 0,143	— 4,13	— 0,147	— 4,19	— 0,149	— 4,25	— 0,153	— 0,0060
35	— 4,56	— 0,132	— 4,64	— 0,135	— 4,71	— 0,139	— 4,79	— 0,143	— 4,87	— 0,146	— 4,94	— 0,150	— 5,02	— 0,154	— 0,0076
40	— 5,22		— 5,32		— 5,41		— 5,50		— 5,60		— 5,69		— 5,79		— 0,0094

Bei allen Wasserbarometern erhalten die je einem Millimeter Barometerstand entsprechenden Scalentheile bei der Graduirungstemperatur von 20° C. eine Länge von

$$\frac{\delta_t}{d_t} = \frac{\delta_{20}}{d_{20}} = 13{,}57075 \text{ mm}$$

und sind diese Scalentheile direct am Glase aufzutragen.

Unter den gemachten Annahmen $a = 80$ mm und $t = 20°$ C. geht die Gl. 5a für die Länge des Quecksilberrohres von unten bis zur Glasspitze hinauf über in:

$$L_t = 80 + \beta_m + 350 \cdot 0{,}073688 = \beta_m + 113{,}79.$$

Construirt oder dimensionirt man, was vollständig genügt, Wasserbarometer nur für mittlere Barometerstände, die durch 5 theilbar sind, so nimmt β_m innerhalb der angenommenen Grenzen von 700—760 mm nur die Werthe 700, 705, 710, 715, 720 etc. bis 760 an und erhält man sonach für die nachfolgend aufgeführten mittleren Barometerstände und die beigesetzten entsprechenden Seehöhen die nebenstehenden Längen der Quecksilberrohre von unten (Mitte der Röhre) bis zur Glasstiftspitze hinauf gerechnet.

Mittlerer Barometerstand β_m	Entsprechende Seehöhe	Quecksilberrohrlänge	Mittlerer Barometerstand β_m	Entsprechende Seehöhe	Quecksilberrohrlänge	Anmerkung
700 mm	678 m	813,8 mm	735 mm	288 m	848,8 mm	Zur Quecksilberrohrlänge kommt noch hinzu die Länge des Glasstiftes, die beliebig ist.
705	621	818,8	740	234	853,8	
710	564	823,8	745	180	858,8	
715	508	828,8	750	127	863,8	
720	453	833,8	755	74	868,8	
725	397	838,8	760	21	873,8	
730	342	843,8				

Nach Gl. 5b wird die Minimal-Länge des Wasserrohres für alle Wasserbarometer

$$W = 80 + 826 = 906 \text{ mm}.$$

Die Höhe der bei irgend einem während der Graduirung stattfindenden Barometerstand b_t aufzugiessenden Wassersäule ist nach Gl. 6

$$h_t = 350 + (\beta_m - b_t) \cdot \frac{\delta_t}{d_t}. \tag{12}$$

Setzt man $\beta_m - b_t = n$ ist also n die Anzahl Millimeter, um welche der bei der Graduirung herrschende Barometerstand b_t unter dem mittleren Barometerstand β_m für den das Wasserbarometer dimensionirt wurde liegt, also $-n$ die Anzahl Millimeter, um welche derselbe β_m überschreitet, so wird $h_t = 350 + n \cdot \frac{\delta_t}{d_t}$ oder $h_t = 350 + n \times 13{,}57075$ da für die angenommene Graduirungstemperatur von $t = 20^0$ C.

$$\frac{\delta_t}{d_t} = 13{,}57075$$

wird. Setzt man der Reihe nach für n die Werthe 1, 2, 3, 4 etc. dann -1, -2, -3, -4 etc. so erhält man die folgende Tabelle für die Höhen h_t der bei der Graduirung im Wasserrohr auf dem Quecksilber aufruhenden Wassersäulen.

$+n$ (unter β_m)	h_t	$+n$ (unter β_m)	h_t	$-n$ (über β_m)	h_t	$-n$ (über β_m)	h_t	Differenzen für Zehntel Millimeter in n
0	350,0	+11	499,3	0	350,0	−11	200,7	
+1	363,6	+12	512,8	−1	336,4	−12	187,1	$^1/_{10}$, 1,4 mm
+2	377,1	+13	526,4	−2	322,9	−13	173,6	$^2/_{10}$, 2,7
+3	390,7	+14	540,0	−3	309,3	−14	160,0	$^3/_{10}$, 4,1
+4	404,3	+15	553,6	−4	295,7	−15	146,4	$^4/_{10}$, 5,4
+5	417,8	+16	567,1	−5	282,1	−16	132,9	$^5/_{10}$, 6,8
+6	431,4	+17	580,7	−6	268,6	−17	119,3	$^6/_{10}$, 8,1
+7	445,0	+18	594,3	−7	255,0	−18	105,7	$^7/_{10}$, 9,5
+8	458,6	+19	607,8	−8	241,4	−19	92,2	$^8/_{10}$, 10,9
+9	472,1	+20	621,4	−9	227,9	−20	78,6	$^9/_{10}$, 12,2
+10	485,7			−10	214,3			

Die Dimensionirung und Graduirung der Wasserbarometer kann nun entsprechend dem hierüber schon Gesagten und unter Zuhilfenahme der hier angegebenen Tabellen sehr leicht vorgenommen werden, wie dies folgendes Beispiel zeigt.

Beispiel. Es ist für Wien ein Wasserbarometer zu dimensioniren und graduiren. Wie ist der Reihe nach hierbei vorzugehen, wenn im Graduirungslocale wie angenommen eine Temperatur von 20° C. herrscht und an einem derselben Temperatur ausgesetzten Normalbarometer ein Barometerstand von 756,8 mm abgelesen wird?

1. Der dem mittleren Wiener Barometerstand nächstliegende oder der Wiener Seehöhe am meisten entsprechende durch 5 theilbare Barometerstand beträgt 745 mm. Es wird daher für diesen das Wasserbarometer dimensionirt und erhält das Quecksilberrohr sonach laut Tabelle eine Länge von 858,8 mm, zu welcher noch die beliebige

Länge des Glasstiftes hinzuzurechnen ist. Das Wasserrohr bekommt eine Länge von mindestens 906 mm, wobei ein Mehr nicht schaden würde, da bei grösserer Länge des Wasserrohres noch niederer bezifferte Scalentheile als angenommen aufgetragen werden könnten. Nachdem aber nicht leicht Barometerstände vorkommen werden, welche um mehr als 35 mm unter dem mittleren Barometerstande liegen, für welchen Fall noch die angenommene Länge des Wasserrohres ausreicht, so ist eine grössere Länge des Wasserrohres bei Standbarometern überflüssig.

Das Wasserrohr ist viermal weiter wie das Quecksilberrohr zu nehmen.

2. Nun wird das Quecksilberrohr in bekannter Weise gefüllt und Sorge getragen, dass im Wasserrohr bei verticaler Stellung eine Quecksilbersäule von vorläufig etwas weniger als 80 mm Höhe steht.

3. Nachdem das Quecksilber die Temperatur des Graduirungsraumes, nämlich 20° C., angenommen hat, lässt man destillirtes Wasser von 20° C. Temperatur so lange ins Wasserohr fliessen, bis die Wassersäule die aus der letzten Tabelle für den vorliegenden Fall zu entnehmende Höhe h_t angenommen hat. Diese Höhe h_t findet man, da der mittlere Barometerstand $\beta_m = 745$ mm angenommen wurde und ein Barometerstand von $b_t = 756{,}8$ mm herrscht, also der herrschende Barometerstand um $n = -11{,}8$ mm unter nämlich um $n = 11{,}8$ mm über dem mittleren liegt

$$h_t = 200{,}7 - 10{,}9 \text{ mm},$$

wovon 200,7 den 11 und nach der Differenzenspalte — 10,9 mm den $^8/_{10}$ Millimetern des Werthes von n entsprechen.

Hat man also eine Wassersäulenhöhe von $h_t = 189{,}8$ mm erreicht, so wird:

4. durch langsames Einfliessenlassen von Quecksilber ins Wasserrohr die Coincidenz des Quecksilbers im Quecksilberrohr mit der Glasstiftspitze bewirkt. Ist dies erreicht, so muss früheren Auseinandersetzungen zufolge sich von selbst eine Höhe der Quecksilbersäule im Wasserrohr von 80 mm ergeben, vorausgesetzt, dass den gemachten Annahmen und Bedingungen genau entsprochen wurde.

5. Die Stelle des Wasserrohres, bei welchem das Niveau des Wassers nach hergestellter Coincidenz zu stehen kommt, wird nun mit dem am Normalbarometer abgelesenen Barometerstand von 756,8 mm bezeichnet und die nach abwärts zunehmend zu beziffernde Scala, deren je 1 mm entsprechende Theile bekanntlich eine Länge von

$$\frac{\delta_t}{d_t} = \frac{\delta_{20}}{d_{20}} = 13{,}57075 \text{ mm}$$

erhalten, so (direct am Glase) aufgetragen, dass der bereits mit 756,8 mm bezifferte Scalenpunkt hiermit im Einklang steht. Dies kann leicht erreicht werden, wenn man zuerst den mit 757 zu beziffernden Scalenpunkt bestimmt. Derselbe liegt offenbar $0,2 \times 13,57 = 2,71$ mm (nicht Scalenmillimeter) unter dem mit 756,8 mm bezeichneten Punkt da 0,2 mm Quecksilbersäulenhöhe bei 20° C. eine Wassersäulenhöhe von $0,2 \times 13,57$ mm entspricht.

Es bedarf wohl kaum einer Erwähnung, dass die Wasserbarometer auch direct, nämlich ohne Zuhilfenahme eines Normalbarometers graduirt werden könnten, wenn man bei der Graduirungstemperatur von 20° C. nach hergestellter Coincidenz die Höhen der drückenden Quecksilber- und Wassersäule (nämlich H_t und h_t) z. B. mittels eines Kathetometers messen würde.

Kennt man nämlich diese Höhen, so wird aus Gl. 1 der bei der Graduirung stattfindende Barometerstand

$$b_t = H_t - h \cdot \frac{d_{20}}{\delta_{20}} = H_t - 0,073688 \cdot h_t.$$

Man würde nun im vorhergehenden Beispiele, um die empirische Graduirung zu vermeiden, vorerst genau so vorgehen, wie dies in den Punkten 1, 2, 3 und 4 angegeben wurde, immerhin einem guten Barometer, dessen Temperatur desgl. 20° C. sei, den Barometerstand entnehmen, um die Wassersäulenhöhe h_t aus der Tabelle, wie in Punkt 3 angegeben wurde, bestimmen zu können, damit die Scala am Wasserrohr an die gewünschte Stelle kommt.

Anstatt aber, wie dies in Punkt 5 angegeben wurde, einfach die Stelle des Wasserrohres, bis zu welcher das Wasser reicht, mit dem am Normalbarometer abgelesenen Barometerstand (756,8) zu beziffern, würde man nur die Höhen der drückenden Quecksilber- und Wassersäulen (H_t und h_t) genau messen, aus

$$b_t = H_t - 0,073688 \cdot h_t$$

den thatsächlich herrschenden Barometerstand b_t berechnen und mit diesem Werthe (der von dem bereits abgelesenen Barometerstand von 756,8 mm nur sehr wenig abweichen wird) die betreffende Stelle des Wasserrohres beziffern.

Durch diese Modification der Graduirung wird im Weiteren nichts geändert und behält natürlich auch für solche direct graduirte Instrumente die Reductionstabelle ihre Richtigkeit.

Fasst man, um den Einfluss kennen zu lernen, welchen ein etwaiger Fehler in a auf den abgelesenen und auf Null reducirten Barometerstand ausübt, in der Gl. 9 sämmtliche Glieder mit a zusammen, so erhält man

$$C = -a \cdot \frac{d_t}{\delta_t} + a\left[1 + T(\alpha_q - \alpha_g)\right]\frac{d_t}{\delta_t(1+\alpha_g T)} - \frac{f+1}{f}\cdot\frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}} \times$$
$$\times T(\alpha_q - \alpha_g)\cdot a\frac{d_t}{\delta_t(1+\alpha_g T)} + W$$

wo W die Summe sämmtlicher a nicht enthaltender Glieder bedeuten möge.

Der Ausdruck von C kann noch in folgende bessere Form gebracht werden

$$C = a\cdot\left\{\alpha_q - 2\alpha_g - \frac{f+1}{f}\cdot\frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}}(\alpha_q - \alpha_g)\right\}\cdot\frac{d_t\cdot T}{\delta_t(1+\alpha_g T)} + W$$

und ersieht man hieraus, dass das Product der neben a stehenden Factoren offenbar um so grösser wird, je grösser T wird. Die grössten Werthe, welche aber voraussichtlich T annehmen dürfte, sind $T = -20$ für $t_1 = 0$ und $T = +20$ für $t_1 = +40$. Rechnet man nun den Werth unter diesen Annahmen, sowie unter Beibehaltung der bereits fixirten Werthe von α_q, α_g, f, d_t, δ_t, d_{t_1} und δ'_{t_1} so erhält man
wenn $T = -20$, also $t_1 = 0$ ist:

$$C_1 = +0{,}00340\cdot a + W_1,$$

wenn $T = +20$, also $t_1 = 40^0$ C. ist:

$$C_2 = -0{,}00339\cdot a + W_2.$$

Man erkennt jetzt leicht, dass ein Fehler von je 1 mm in a in dem auf Null reducirten Barometerstand in beiden Fällen einen Fehler von 0,003 mm erzeugt, da bei einem Werthe von a, der 80 mm überschreitet oder nicht erreicht, die eben jetzt für den geänderten Werth von a giltige Correctur, also nicht jene in Rechnung zu setzen ist, die aus der, unter der Annahme, dass $a = 80$ mm sei, giltigen Reductionstabelle entnommen wird.

Es kann daher ohne Bedenken in a selbst eine Abweichung um 3 mm von den 80 mm gestattet werden, da der dadurch verursachte Fehler im Barometerstande selbst in den ungünstigen Fällen kaum 0,01 mm beträgt.

Separirt man in der Gl. 9 das f enthaltende Glied, um den Einfluss von f auf die Ablesung und Correctur C zu erfahren, so wird

$$C = -\frac{f+1}{f}\cdot\frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}}\cdot T(\alpha_q - \alpha_g)(a + \beta_m + 350\frac{d_t}{\delta_t})\left[\frac{d_t}{\delta_t(1+\alpha_g T)}\right] + W$$

wo wieder W die Summe der f nicht enthaltenden Glieder vorstellen möge. Substituirt man die speciellen Werthe von den keiner Veränderung unterworfenen Grössen, so wird vorerst:

$$C = -\frac{f+1}{f}\cdot\frac{\delta_{t_1}}{d_{t_1}}\cdot T\left(\frac{0{,}010555}{1+\alpha_g T}\right) + W,$$

und erkennt man wieder leicht, dass das Product der neben dem f enthaltenden Bruch stehenden Factoren mit T wächst, also den Maximalwerth annimmt, wenn $T = \pm 20$ gesetzt wird.

Man erhält sodann für $T = -20$, also $t_1 = 0$:

$$C = +\frac{f+1}{f}\cdot(2{,}87096) + W$$

und für $T = +20$, also $t_1 = 40^\circ$ C.

$$C = -\frac{f+1}{f}\cdot(2{,}87096) + W.$$

Macht man nun den Querschnitt des Wasserrohres statt 16 mal 15 oder 17 mal weiter wie das Quecksilberrohr, so erhält man statt

$$C = \pm\frac{17}{16}\cdot(2{,}87096) + W = \pm 3{,}05039 + W$$

beziehungsweise

$$C_1 = \pm\frac{16}{15}\cdot(2{,}87096) + W = \pm 3{,}06233 + W$$

$$C_2 = \pm\frac{18}{17}\cdot(2{,}87096) + W = \pm 3{,}03984 + W$$

und ergeben sich daher als Unterschiede zwischen den Correcturwerthen, unter der Annahme, dass $f = 15$ oder $f = 17$ statt $f = 16$ sei,

$$C_1 - C = \pm 0{,}01194 \text{ mm}$$

beziehungsweise

$$C - C_2 = \pm 0{,}01045 \text{ mm}.$$

Es kann somit ohne Bedenken in f eine Abweichung um 1, nämlich um einen Quecksilberrohrquerschnitt, gestattet werden, da der dadurch verursachte Fehler in dem, durch die für $f = 16$ berechnete Reductionstabelle auf Null reducirten Barometerstand, selbst unter den ungünstigen Verhältnissen nur 0,01 mm beträgt.

Schon bei der Erläuterung des Principes der Wasserbarometer wurde erwähnt, dass man sich mit Vortheil bei Herstellung der Coincidenz einer Loupe bedienen könne. Um nun auch hierüber ins Klare zu kommen, welche Wirkung von der Loupe gefordert werden muss, sind folgende Erwägungen nöthig. Ist e die Entfernung der Glasstiftspitze von der Quecksilberkuppe und zwar in Millimetern ausgedrückt, so ist $2e$ die Entfernung dieser Spitze von ihrem Spiegelbilde im Quecksilber. Vergrössert die Loupe (linear) v mal, so erscheint diese Entfernung $2ev$ Millimeter gross.

Soll nun, was genügt, die Herstellung der Coincidenz auf $^2/_{100}$ mm genau möglich sein, so muss eine Entfernung des Glasstiftes vom Quecksilber im Betrage von 0,02 mm durch die Loupe noch bemerkt werden.

Diese Entfernung erscheint, da $e = 0{,}02$ mm wird, durch die Loupe $0{,}04\,v$ Millimeter gross. Da sicher angenommen werden kann, dass ein normales Auge noch eine Abweichung des Stiftes vom Quecksilber sehen wird, welche durch die Loupe 0,2 mm gross erscheint, so wird:

$$0{,}04\,v = 0{,}2$$

und hieraus

$$v = 5.$$

Man bedarf daher einer (linear) fünfmal vergrössernden Loupe, um die Coincidenz auf 0,02 mm genau herzustellen.

Nachdem durch diese Abhandlung die durch die Wissenschaft zu beantwortenden Fragen ihre Antwort erhalten haben, könnten noch die Aufgaben angeführt werden, die zu lösen ich dem Praktiker überliess.

Von denselben will ich nur die wichtigsten anführen, nämlich die Sicherung des Instrumentes vor dem Uebertritt von Feuchtigkeit ins Quecksilberrohr, die Construction eines praktischen Verschlusses, welcher nach dem Ablassen des Wassers das Instrument transportfähig macht, endlich eine zweckmässige Placirung des Thermometers, an dem die Instrumenttemperatur abzulesen ist.

Ich zweifle nicht, dass der Praktiker eine zweckmässige Lösung dieser Aufgaben findet, vorausgesetzt, dass er sie sucht.

Wenn er dies thäte, würde es mich freuen.

Wien am 24. Januar 1887.

Ueber die 26tägige Periode der täglichen Schwankung der erdmagnetischen Elemente[1]).

Von

J. Liznar.

In einer früheren Abhandlung[2]) habe ich zum erstenmale nachgewiesen, dass die Störungen der Declination (östliche und westliche) eine 26tägige Periode zeigen, welche bereits früher von Broun und Hornstein aus den absoluten Werthen der erdmagnetischen Elemente ermittelt worden ist. Im Februar dieses Jahres veröffentlichte Herr Dr. P. A. Müller in den „Mélanges physiques et chimiques" der Petersburger Akademie eine Abhandlung: „Die Dauer der Sonnenrotation nach den Störungen der erdmagnetischen Elemente in Pawlowsk", worin derselbe aus den Störungen vom 1. August 1882 bis 31. August 1883 eine Periode von 25,84 Tagen abgeleitet hat.

Von dem Gedanken ausgehend, dass die tägliche Schwankung der erdmagnetischen Elemente die grösste Abhängigkeit von der Stellung der Sonne und der Beschaffenheit ihrer Oberfläche zeigt (jährliche und elfjährige Periode), und weil es mir wünschenswerth schien, noch ein anderes Element zur Bestimmung der 26tägigen Periode der Rechnung zu unterziehen, habe ich schon während des Niederschreibens der obenerwähnten Abhandlung die Idee gefasst, die tägliche Schwankung der erdmagnetischen Elemente auf die 26tägige Periode zu untersuchen. Noch ein anderes wichtiges Motiv bewog mich, die tägliche Schwankung zu benutzen. Meine frühere Berechnung der 26tägigen Periode aus den Störungen hat mir die Ueberzeugung verschafft, dass Relativzahlen, bei

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 94 (1886).

2) Liznar, Ueber den täglichen und jährlichen Gang, sowie über die Störungsperioden der magnetischen Declination zu Wien. Sitzungsber. d. kais. Akad. Bd. 91, S. 454—475.

denen es auf den absoluten Werth gar nicht ankommt, sehr übereinstimmende Resultate geben; solche Relativzahlen sind aber auch die täglichen Amplituden. Das Resultat dieser Untersuchung bildet die vorliegende kleine Abhandlung.

Der Rechnung wurden unterzogen:

1. Die tägliche Schwankung der Declination zu Wien.
2. Die tägliche Schwankung der Declination zu Kremsmünster [1]), beide gemessen durch die Differenz 2^h p. m. — 8^h a. m. (1882 bis 1884).
3. Die tägliche Schwankung der Declination, Horizontal- und Verticalintensität zu Pawlowsk, ausgedrückt durch die Differenz des grössten und kleinsten Werthes eines jeden Tages der Jahre 1878—1884. Diese Daten, die direct den Jahrbüchern des physikalischen Central-Observatoriums in St. Petersburg entnommen werden konnten, zeigen oft sehr grosse Aenderungen von einem Tage zum anderen, daher ich zum Ausgleich dieser Unregelmässigkeiten eine grössere Anzahl von Jahren in Rechnung brachte.

Die Methode, deren ich mich auch diesmal bediente, ist die von Hornstein angegebene [2]), wonach man die Daten nach 24-, 25-, 26-, 27- und 28tägigen Gruppen ordnet, für jede Gruppe das Mittel bildet und dann für das Mittel jeder dieser Gruppen die Constanten der Formel:

$$y = p_0 + p_1 \sin\left(v_1 + \frac{360}{T} x\right)$$

berechnet. Wird die Amplitude als Function der Periode T dargestellt, so ist jener Werth von T, der die Amplitude zu einem Maximum macht, der wahrscheinlichste Werth der gesuchten Periode.

In Tabelle I sind die früher erwähnten Daten für Wien und Kremsmünster gegeben, aus denen die folgenden Gleichungen abgeleitet werden konnten.

---

1) Die Daten für Kremsmünster verdanke ich der Güte des Herrn Directors der Sternwarte P. Coloman Wagner; es sei mir gestattet, für die Ueberlassung derselben, ihm hier nochmals meinen wärmsten Dank auszusprechen.

2) Hornstein, Ueber die Abhängigkeit des Erdmagnetismus von der Rotation der Sonne. Sitzungsber. d. kais. Akad. zu Wien, Bd. 64, S. 62.

Tabelle I.

Tägliche Schwankung der Declination (2^h p. m. — 8^h a. m.)

	Wien					Kremsmünster				
Tag	$T=24$	25	26	27	28	24	25	26	27	28
0	7,111	6,868	7,107	7,350	7,182	7,588	8,126	8,421	7,965	8,603
1	7,004	6,881	7,109	7,203	6,725	8,413	8,058	8,226	8,485	8,662
2	6,989	6,823	7,165	6,631	6,745	8,113	8,319	7,681	8,035	8,508
3	7,314	7,162	7,332	6,863	7,189	8,280	8,149	8,090	8,258	8,108
4	7,409	7,056	6,807	7,341	6,700	8,478	8,710	7,838	8,203	8,138
5	6,707	6,872	6,970	6,988	7,103	8,587	8,886	8,024	8,397	8,503
6	7,093	7,329	7,200	7,541	7,468	8,262	8,840	7,933	8,403	8,837
7	7,364	6,960	7,303	7,462	6,805	7,911	8,588	8,561	8,292	8,439
8	6,936	6,852	7,260	7,292	6,876	7,871	8,417	7,759	8,168	8,405
9	6,731	6,786	7,046	7,208	7,089	8,289	8,188	8,312	8,923	8,072
10	7,100	7,090	7,020	7,293	7,392	8,584	9,024	7,831	8,578	7,680
11	7,328	7,352	7,455	7,043	7,321	8,200	8,474	7,876	8,021	7,664
12	6,660	6,766	7,530	6,713	7,105	8,289	8,276	8,124	7,965	8,267
13	7,207	6,605	7,978	6,738	7,016	8,667	8,481	7,419	8,235	8,269
14	7,042	7,156	7,643	7,356	6,746	7,740	7,891	8,402	8,293	7,618
15	6,814	7,112	7,056	6,697	6,629	8,291	8,442	7,969	9,030	8,615
16	6,611	7,386	7,074	7,051	7,387	8,695	7,870	8,776	8,736	8,287
17	7,133	7,068	6,733	7,215	7,346	8,111	8,405	8,545	8,405	8,131
18	7,029	7,164	6,817	6,633	7,011	8,341	8,042	8,157	8,138	8,285
19	6,984	6,960	7,092	7,343	7,024	8,209	7,644	8,469	8,631	8,343
20	7,027	7,360	6,690	6,940	7,292	8,643	8,605	8,243	8,073	8,464
21	6,859	7,129	6,810	6,985	7,116	8,136	7,700	8,510	8,033	8,274
22	7,121	7,419	7,134	6,890	7,453	7,838	8,054	9,130	7,915	7,308
23	6,693	7,135	7,046	6,725	7,045	8,645	8,477	8,734	8,295	7,715
24		6,881	6,787	6,556	7,141		8,647	8,388	7,918	8,154
25			6,928	6,595	6,905			8,512	7,873	8,223
26				6,651	7,550				8,470	8,246
27					6,532					8,521
Mittel	7,011	7,045	7,119	7,011	7,068	8,258	8,333	8,228	8,287	8,226

Für die tägliche Schwankung der Declination zu Wien:

24 Tage $y = 7{,}011 + 0{,}0812 \sin(\ \ 5^\circ\,31'\,30'' + nx)$
25 „ $y = 7{,}045 + 0{,}1001 \sin(177\ \ 32\ \ 8\ \ + nx)$
26 „ $y = 7{,}119 + 0{,}2262 \sin(307\ \ 43\ \ 20\ \ + nx)$
27 „ $y = 7{,}011 + 0{,}1920 \sin(338\ \ 50\ \ 40\ \ + nx)$
28 „ $y = 7{,}068 + 0{,}0528 \sin(263\ \ 38\ \ 40\ \ + nx)$

Für die tägliche Schwankung der Declination zu Kremsmünster:

24 Tage $y = 8{,}258 + 0{,}0463 \sin(239^\circ\,12'\,50'' + nx)$
25 „ $y = 8{,}333 + 0{,}2942 \sin(339\ \ 36\ \ 20\ \ + nx)$
26 „ $y = 8{,}228 + 0{,}3258 \sin(155\ \ 37\ \ 48\ \ + nx)$
27 „ $y = 8{,}287 + 0{,}1678 \sin(291\ \ 53\ \ 18\ \ + nx)$
28 „ $y = 8{,}226 + 0{,}1620 \sin(\ 55\ \ 38\ \ 44\ \ + nx)$

Zur Berechnung der Constanten der Formel:

$$A = \alpha + \beta\,(T - 25) + \gamma\,(T - 25)^2,$$

welche die Amplitude als Function der Periode T darstellt, hat man also die Gleichungen:

Für Wien:	Für Kremsmünster:
$0{,}0812 = \alpha - \beta + \gamma$	$0{,}0463 = \alpha - \beta + \gamma$
$0{,}1001 = \alpha$	$0{,}2942 = \alpha$
$0{,}2262 = \alpha + \beta + \gamma$	$0{,}3258 = \alpha + \beta + \gamma$
$0{,}1920 = \alpha + 2\beta + 4\gamma$	$0{,}1678 = \alpha + 2\beta + 4\gamma$
$0{,}0528 = \alpha + 3\beta + 9\gamma$	$0{,}1620 = \alpha + 3\beta + 9\gamma$.

Berechnet man aus diesen Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate die Constanten α, β und γ, so erhält man:

Für Wien . . . $A_{\rm I} = 0{,}1483 + 0{,}0716\,(T_{\rm I} - 25) - 0{,}0340\,(T_{\rm I} - 25)^2$
„ Kremsmünst. $A_{\rm II} = 0{,}2385 + 0{,}1101\,(T_{\rm II} - 25) - 0{,}0498\,(T_{\rm II} - 25)^2$

und daraus als wahrscheinlichsten Werth von T:

$$T_{\rm I} = 26{,}05 \text{ und } T_{\rm II} = 26{,}10 \text{ Tage.}$$

Der Werth von A, welcher den Perioden $T_{\rm I}$ und $T_{\rm II}$ entspricht, ergibt sich zu:

$$A_{\rm I} = 0{,}21 \text{ und } A_{\rm II} = 0{,}30.$$

Eigentlich ergibt die Gleichung für $A_{\rm I} = 0{,}186$ mm, da alle Zahlen bei Wien in Millimetern ausgedrückte Ordinaten bedeuten. Da 1 mm = 1,127 beträgt, so folgt daraus der früher angegebene Werth in Minuten.

Die folgenden Tabellen II enthalten die für **Pawlowsk** berechneten Mittelwerthe, aus welchen ich die Gleichungen (S. 302 ff.) abgeleitet habe.

Tabelle II.

Tägliche Schwankung der Declination und der Horizontal-Intensität (Maximum — Minimum).

Petersburg.

Tag	Declination $T=24$	25	26	27	28	Horizontal-Intensität 24	25	26	27	28
$n=0$	13,737	13,757	14,343	14,565	14,048	62514	59794	59184	66149	62769
1	15,065	16,854	14,155	16,147	14,704	62925	73118	58776	94404	60878
2	14,126	16,131	13,529	15,318	17,287	62783	71853	54464	72181	74495
3	14,441	16,296	13,757	14,575	15,436	64198	67802	59908	63559	71066
4	14,739	14,442	15,504	14,238	14,587	63339	62765	67449	64947	64165
5	15,523	14,368	14,136	13,321	13,503	65585	63069	61633	59436	59626
6	15,754	16,527	12,844	13,573	15,256	67217	71402	56735	61404	66451
7	15,517	15,619	14,492	15,095	15,043	84019	68604	76388	66309	66055
8	16,224	15,296	16,368	15,030	15,509	72906	65853	74235	66287	67088
9	15,544	16,239	15,451	14,332	16,022	65267	75412	72784	62191	64286
10	15,801	16,434	15,332	15,917	14,418	70305	74676	67490	63787	62189
11	14,424	15,306	14,207	16,773	14,842	63745	67529	59704	70713	61516
12	13,676	13,512	14,667	14,277	14,436	57733	57225	62908	61915	62571
13	14,696	14,049	15,417	14,597	15,900	62613	58608	69806	61521	68538
14	14,998	14,194	15,358	14,856	15,479	64755	62490	70969	63468	69769
15	15,049	13,882	14,983	15,709	13,604	63755	59853	61337	66659	58472
16	14,741	13,813	15,915	14,973	13,886	63575	61461	72918	65740	57132
17	13,807	15,556	14,427	13,728	14,737	65708	81598	61857	57883	65132
18	14,621	14,669	14,644	15,482	15,810	62717	66578	64235	66542	67407
19	14,253	12,960	15,808	14,583	13,952	64339	57653	70668	58606	61363
20	15,114	13,715	16,666	13,062	15,977	67377	65127	76531	55649	76978
21	13,876	13,416	13,578	14,430	14,414	64660	57912	63122	60245	66571
22	16,194	13,675	14,467	16,092	14,484	71764	60294	62722	70957	63758
23	14,382	15,321	16,962	15,503	13,848	63141	64333	69898	67170	59253
24		14,619	14,842	14,529	14,371		62127	63469	63548	61352
25			14,016	14,398	14,115			63875	64010	60505
26				15,818	13,922				72447	61659
27					16,144					92802
Mittel	14,846	14,826	14,841	14,849	14,448	65498	65485	65500	65471	65494

Tägliche Schwankung der verticalen Intensität. (Maximum — Minimum.)

Petersburg

Tag	$T=24$	25	26	27	28
$n=0$	29577	37020	29281	39484	28077
1	35819	47931	28093	48372	31828
2	36352	45235	27670	45628	42670
3	30371	42178	27714	32043	43233
4	36742	39000	37265	32731	36517
5	36028	35238	30153	25957	29264
6	38038	45020	28592	29957	45011
7	42764	37723	33443	37213	37341
8	40292	37274	48412	34085	35681
9	35769	42545	44567	32798	34879
10	39184	38921	33826	39234	33144
11	35116	37911	30408	40194	31396
12	25886	27843	30704	32330	34341
13	32981	27647	40296	29968	41462
14	31991	34461	36704	33160	36110
15	35981	31158	33776	33426	27582
16	34896	27970	46337	36685	29211
17	28283	34794	31643	28871	33764
18	33226	32529	34917	36839	37522
19	36302	30386	37917	36258	33000
20	38302	30853	45939	26151	46275
21	35057	25804	31877	30419	36578
22	42623	30127	30299	44409	30659
23	33802	35870	45276	37839	34033
24		31396	32125	30011	28989
25			35000	34085	30374
26				41755	32934
27					43633
Mittel	35224	35473	35086	35182	35199

Für die Declination:

24 Tage $y = 14,846 + 0,4404 \sin (349^\circ\, 22'\, 50'' + nx)$

25 „ $y = 14,826 + 0,9627 \sin (\;\;8\;\;51\;\;10 + nx)$

26 „ $y = 14,841 + 0,5491 \sin (226\;\;49\;\;\;1 + nx)$

27 „ $y = 14,849 + 0,9822 \sin (280\;\;49\;\;30 + nx)$

28 „ $y = 14,848 + 0,3100 \sin (\;\;1\;\;49\;\;31 + nx)$

Für die Horizontal-Intensität:

24	Tage	$y = 65498 + 2682 \sin (355^\circ\ 3'\ 15'' + nx)$
25	„	$y = 65485 + 2873 \sin (353\ 25\ 26 + nx)$
26	„	$y = 65500 + 3295 \sin (254\ 30\ 10 + nx)$
27	„	$y = 95471 + 4278 \sin (297\ 15\ 10 + nx)$
28	„	$y = 65494 + 2080 \sin (\ 88\ \ 7\ 35 + nx)$

Für die Vertical-Intensität:

24	Tage	$y = 35224 + 1724 \sin (\ 13^\circ 37'\ 23'' + nx)$
25	„	$y = 35473 + 6173 \sin (\ 22\ 37\ 20 + nx)$
26	„	$y = 35086 + 3239 \sin (240\ \ 9\ 23 + nx)$
27	„	$y = 35182 + 2393 \sin (\ 88\ 45\ 32 + nx)$
28	„	$y = 35199 + 1288 \sin (\ 30\ 24\ 44 + nx)$

Die hieraus sich ergebenden Gleichungen zur Bestimmung der Constanten α, β und γ sind:

bei der Declination:	Horizontal-Intensität:	verticalen Intensität:
$0{,}4404 = \alpha - \beta + \gamma$	$2682 = \alpha - \beta + \gamma$	$1724 = \alpha - \beta + \gamma$
$0{,}9627 = \alpha$	$2873 = \alpha$	$6173 = \alpha$
$0{,}5491 = \alpha + \beta + \gamma$	$3295 = \alpha + \beta + \gamma$	$3239 = \alpha + \beta + \gamma$
$0{,}9822 = \alpha + 2\beta + 4\gamma$	$4278 = \alpha + 2\beta + 4\gamma$	$2393 = \alpha + 2\beta + 4\gamma$
$0{,}3100 = \alpha + 3\beta + 9\gamma$	$2080 = \alpha + 3\beta + 9\gamma$	$1288 = \alpha + 3\beta + 9\gamma$

Woraus sich folgende Gleichungen für die Amplitude A ergeben:

Declination . . $A_1 = 0{,}651 + 0{,}1955\,(T_1 - 25) - 0{,}1098\,(T_1 - 22)^2$
Horizontale Intens. $A_2 = 3323 + 622\,(T_2 - 25) - 301\,(T_2 - 25)^2$
Verticale Intens. . $A_3 = 4072 + 823\,(T_3 - 25) - 644\,(T_3 - 25)^2$

Diese Amplituden werden ein Maximum für die Werthe:

$$T_1 = 25{,}89,\ T_2 = 26{,}03 \text{ und } T_3 = 25{,}64 \text{ Tage.}$$

Die Maximalamplitude aber beträgt:

$$A_1 = 0{,}67,\ A_2 = 3645 \text{ und } A_3 = 3693.$$

Die Zahlen bei der Horizontal- und Vertical-Intensität sind Einheiten der achten Decimale. (C. G. S.)

Im Nachfolgenden stelle ich die erhaltenen Resultate für die Periode zusammen und will sie mit den früher berechneten vergleichen. Es ergab

die tägliche Schwankung der Declination zu Wien . . . $T = 26{,}05$
„ „ „ „ „ „ Kremsmünster $T = 26{,}10$
„ „ „ „ „ „ Pawlowsk . . $T = 25{,}89$
„ „ „ „ Hor. Intens. „ „ . . . $T = 26{,}03$
„ „ „ „ Vert. Intens. „ „ . . . $T = 25{,}64$

Das Mittel $T = 25{,}94$ Tage differirt von jenem, welches ich aus den Störungen in der früher citirten Abhandlung abgeleitet habe ($T = 26{,}0$), nur um 0,06 Tage; das allgemeine Mittel aller von mir berechneten Werthe beträgt $T = 25{,}96$ Tage, so dass wir wohl berechtigt sind, von einer 26tägigen Periode der erdmagnetischen Elemente zu sprechen.

Der von Hornstein aus den erdmagnetischen Elementen berechnete Werth von $T = 26{,}34$ Tagen ist entschieden zu hoch, auch stimmen bei ihm die einzelnen Werthe bei weitem nicht so gut überein, wie die vorhin angeführten. Es kann dies nicht befremden, wenn man berücksichtigt, dass Hornstein Daten von nur einem Jahre verwendet hatte, und dass diese Daten absolute Werthe waren, die immer von den Beobachtungsfehlern der absoluten Messungen abhängen. — Dass Herr Dr. Müller aus den Störungen in Pawlowsk einen etwas kleineren Werth findet, dürfte seine Erklärung in dem geringeren Material (nur ein Jahr) finden, das er den Berechnungen zu Grunde legte. Der von Broun ermittelte Werth von 25,89 Tage differirt gegen den meinigen nur um 0,07 Tage; dieser Forscher hat aber ein ziemlich reichhaltiges Material verwendet.

Zum Schlusse gebe ich noch eine vollständige Zusammenstellung aller bisher aus den magnetischen Messungen abgeleiteten Werthe der 26 tägigen Periode.

Broun: Aus Beobachtungen in Makerstown 1844, 1845 .	25,92[1])
Broun: Aus Beobachtungen in Greenwich 1850—1851, 1868 bis 1870	25,86
Hornstein: Aus der Declination in Prag 1870	26,69
Aus der Declination in Wien 1870	26,39
Aus der Inclination in Prag 1870	26,03
Aus Beobachtungen in Petersburg 1870	26,24
Müller: Aus den Störungen aller Elemente zu Pawlowsk vom 1. August 1882 bis 31. August 1883.	
Aus den westlichen Störungen der Declination . .	25,87
„ „ östlichen „ „ „ . .	25,47
„ „ Gesammtstörungen „ „ . .	25,66
„ „ Störungen der horizontalen Intensität . .	25,79
„ „ „ „ verticalen „ . .	25,86
Mittel, =	25,98

1) Die Werthe Broun's und Hornstein's sind aus der Abhandlung des Letzteren: „Ueber die Abhängigkeit der täglichen Variationen des Barometerstandes von der Rotation der Sonne". Wiener Sitzungsber. Bd. 67, S 414; jene Müller's aus der vorhin citirten Abhandlung desselben.

Liznar: Aus den Störungen der Declination in Wien vom 1. Juli 1882 bis 31. December 1883 und zwar:

Aus den westlichen Störungen		25,95
Aus den östlichen Störungen		26,05
Aus der täglichen Schwankung der Declination in Wien	1882—84	26,05
Aus der täglichen Schwankung der Declination in Kremsmünster	1882—84	26,10
Aus der täglichen Schwankung der Declination in Pawlowsk	1878—84	25,89
Aus der täglichen Schwankung der Horizontal-Intensität in Pawlowsk	1878—84	26,03
Aus der täglichen Schwankung der Vertical-Intensität in Pawlowsk	1878—84	25,64
	Mittel$_{II}$ =	25,96

Mittel$_I$ ist aus den Resultaten von Broun, Hornstein und Müller, Mittel$_{II}$ aus meinen eigenen gerechnet. Der wahrscheinliche Fehler des ersten Mittels beträgt 0,07 Tage, während derselbe für das zweite Mittel 0,04 Tage ist; der wahrscheinliche Fehler des Gesammtmittels

$$T = 25{,}97$$

ist ebenfalls 0,04 Tage.

Wird die 26tägige Periode der erdmagnetischen Elemente durch die Rotation der Sonne bedingt, was mehr als wahrscheinlich ist, so dürfen wir für die synodische Rotationsdauer derselben den Betrag von 26,0 Tagen als den der Wahrheit zunächst stehenden betrachten.

Ueber die Bestimmung der Inclination mittels Ablenkungsbeobachtungen.

Von

J. Liznar.

Die Bestimmung der Inclination bietet, wie Allen, die sich mit dieser Aufgabe befasst haben, zur Genüge bekannt ist, grosse Schwierigkeiten dar. Bisher haben die Messungen mittels Nadel-Inclinatorien die besten und zuverlässigsten Resultate geliefert. In neuerer Zeit hat Herr Director Dr. H. Wild in Petersburg mittels des Weber'schen Erdinductors Werthe der Inclination erhalten, die mit jenen eines Dover'schen Inclinatoriums sehr gut übereinstimmen[1]), so dass man diesen Daten dasselbe Vertrauen schenken muss wie jenen durch ein Nadel-Inclinatorium gewonnenen; doch bleibt die Ermittlung der Inclination auf diesem Wege immer ziemlich umständlich.

Soviel mir bekannt, hat nur Lamont die Inclination durch Ablenkungen gemessen. Als derselbe die magnetische Aufnahme in Bayern beginnen wollte, da fehlte ihm ein Inclinatorium, und er sann auf eine Methode der Inclinationsbestimmung, bei welcher er seinen magnetischen Reisetheodoliten verwenden könnte. Auf diese Weise kam er auf die Idee, die Induction im weichen Eisen zur Messung der Inclination zu verwerthen.

Bringt man einen weichen Eisenstab in die auf die freie Nadel senkrechte Ebene und gibt ihm eine verticale Lage, so inducirt in demselben die Vertical-Componente ein gewisses magnetisches Moment, durch welches die frei bewegliche Nadel eine Ablenkung u erfährt. Zwischen diesem Winkel und der Inclination besteht die Relation

$$\operatorname{tg} i = K \cdot \sin u,$$

wobei K eine Constante bedeutet. Diese Constante K kann nur dann bestimmt werden, wenn man die Inclination auf einem anderen Wege ermittelt hat; denn es ist

$$K = \frac{\operatorname{tg} i}{\sin u}.$$

---

1) Bulletin de l'Académie imp. des sciences de St. Pétersbourg, tome XI.

Beobachtet man an einem Orte, wo die Inclination i_1 und daher der Ablenkungswinkel u_1 ist, so folgt

$$\operatorname{tg} i_1 = K \cdot \sin u_1 = \frac{\operatorname{tg} i}{\sin u} \cdot \sin u_1.$$

Lamont hat aber später die Erfahrung gemacht, dass die Inductionsfähigkeit des weichen Eisens abnimmt, dass also die Constante K eigentlich nicht constant ist.

Abgesehen von diesem grossen Uebelstande liefert die Beobachtung nach dieser Methode nur dann einen absoluten Werth von i, wenn K bekannt ist.

Ich werde im Nachfolgenden eine Methode beschreiben, nach welcher man mittels Ablenkungen in einer horizontalen und verticalen Ebene den absoluten Werth der Inclination ermitteln kann. Denken wir uns in der Horizontalebene den Ablenkungsmagnet senkrecht auf den magnetischen Meridian gelegt, so wird die freie Nadel um einen gewissen Winkel ψ aus ihrer Lage abgelenkt, und es besteht die Gleichung:

$$\frac{H}{M} \operatorname{tg} \psi = \frac{2}{e^3} \left(1 + \frac{p}{e^2} + \cdot \cdot\right) = C, \tag{1}$$

wobei H die Horizontal-Componente des Erdmagnetismus, M das magnetische Moment des Ablenkungsmagnets, e die Distanz der Mitten der beiden Magnete und p eine Constante bedeutet. Der Winkel ψ muss selbstverständlich wegen der Torsion des Aufhängefadens corrigirt worden sein.

Denken wir uns dieselbe Nadel, wie oben, in einer zum magnetischen Meridian senkrechten Ebene um eine Schneide drehbar und legen den Ablenkungsmagnet in derselben Entfernung e so auf, dass er in der Verticalebene der freien Nadel liegt und seine Verlängerung durch die Mitte der letzteren geht, so haben wir ganz analog:

$$\frac{V}{M}\left[1 + \frac{P \cdot l}{m V}\right] \operatorname{tg} \varphi = \frac{2}{e^3}\left(1 + \frac{p}{e^2} + \cdots\right) = C, \tag{2}$$

da auf die freie Nadel nur die Vertical-Componente und das Moment der Schwere drehend wirkt. Hier bedeutet also V die Vertical-Componente, P das Gewicht des auf einer Schneide ruhenden Systems, l die Entfernung des Schwerpunktes dieses Systems von der Schneide und m das magnetische Moment der freien Nadel.

Da in Gl. 1 und 2 e und p denselben Werth hat, so erhält man durch Division von Gl. 2 durch Gl. 1

$$\frac{V}{H} = \operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg} \psi}{\operatorname{tg} \varphi} \frac{1}{1 + \frac{P l}{m V}}$$

Setzen wir
$$\frac{Pl}{mV} = \delta,$$
so ist
$$\operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi}\frac{1}{1+\delta}. \tag{3}$$

In dieser Gleichung kommen zwei Unbekannte i und δ vor. Gibt man der abgelenkten Nadel ein anderes magnetisches Moment m', so wird auch
$$\frac{Pl}{m'V} = \delta'$$
und
$$\operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg}\psi'}{\operatorname{tg}\varphi'}\frac{1}{1+\delta'}.$$

Bezeichnet man $\frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi} = \operatorname{tg} i_0$ und $\frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi'} = \operatorname{tg} i_1$, so hat man die zwei Gleichungen:
$$\left.\begin{aligned}\operatorname{tg} i &= \operatorname{tg} i_0\frac{1}{1+\delta}\\ \operatorname{tg} i &= \operatorname{tg} i_1\frac{1}{1+\delta'}\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Durch Subtraction dieser beiden Gleichungen ergibt sich:
$$\begin{aligned}\operatorname{tg} i_0(1+\delta') &= \operatorname{tg} i_1(1+\delta)\\ \operatorname{tg} i_0(1+\delta\cdot a) &= \operatorname{tg} i_1(1+\delta),\end{aligned} \tag{5}$$
wobei
$$a = \frac{\delta'}{\delta} = \frac{m}{m'}.$$

Das Verhältnis $a = \frac{m}{m'}$ lässt sich durch Ablenkungen ermitteln, daher Gl. 5 nur die eine Unbekannte δ enthält, und man hat:
$$\delta = \frac{\operatorname{tg} i_0 - \operatorname{tg} i_1}{\operatorname{tg} i_1 - a\operatorname{tg} i_0}.$$

Ist δ in dieser Weise ermittelt worden, so ergibt sich aus Gl. 4 die gesuchte Inclination i. Das zweckmässigste ist wohl, δ sehr klein zu machen, damit man für $\frac{1}{1+\delta}$ einfach setzen kann $(1-\delta)$[1]); dann ist:
$$\operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi}(1-\delta) = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi} - \delta\frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi}. \tag{6}$$

---

1) Dies lässt sich dort, wo die Inclination durch anderweitige Messungen bereits bekannt ist, sehr leicht erreichen, indem nur $\operatorname{tg}\varphi = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg} i}$ zu machen ist, was durch Heben des Schwerpunktes des abgelenkten Magnets geschieht.

Aus dem Ausdrucke für δ ersieht man, dass dies einfach dadurch erlangt werden kann, wenn man l nahezu Null macht, d. h. den Schwerpunkt nahe in die Drehungsaxe bringt.

Es ist selbstverständlich, dass man bei den Ablenkungen sowohl die Aenderung der Temperatur als auch jene der Horizontal-Intensität berücksichtigen muss. Die beiden Gl. 1 und 2 lauten dann:

$$\frac{H\left(1+\frac{\varDelta H}{H}\right)}{M_0(1-\mu t)}\operatorname{tg}\psi_1 = \frac{2}{e_0^3(1+3\alpha t)}\left(1+\frac{p}{e^2}+\cdots\right) = \frac{C}{1+3\alpha t}$$

$$\frac{V}{M_0(1-\mu t_1)}\operatorname{tg}\varphi = \frac{C}{1+3\alpha t_1}\cdot\frac{1}{1+\delta}$$

wobei ψ_1 jenen Ablenkungswinkel vorstellt, wie er sich bei der geänderten Horizontal-Intensität $H+\varDelta H$, die dem gleichzeitigen Werthe von V entspricht, ergeben hätte. Durch Division erhält man

$$\operatorname{tg} i = \frac{V}{H\left(1+\frac{\varDelta H}{H}\right)} = \frac{\operatorname{tg}\psi_1}{\operatorname{tg}\varphi}\frac{1}{1+\delta}\Big[1+3\alpha(t-t_1)\Big]\cdot\Big[1+\mu(t-t_1)\Big]$$

und da

$$\operatorname{tg}\psi' = \frac{\operatorname{tg}\psi}{1+\frac{\varDelta H}{H}}$$

oder, wenn man beachtet, dass

$$\frac{\varDelta H}{H} = \omega(n_1-n),$$

wobei ω den Werth eines Scalentheils in Theilen der Kraft am Variations-Apparat für Horizontal-Intensität und n_1 die Lesung an diesem während der Bestimmung von φ, n aber jene dem ψ entsprechende bedeutet, so wird

$$\operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi}\frac{1}{1+\delta}\Big[1+(3\alpha+\mu)(t-t_1)-\omega(n_1-n)\Big].$$

Ist schliesslich δ sehr klein, so kann man auch setzen:

$$\operatorname{tg} i = \frac{\operatorname{tg}\psi}{\operatorname{tg}\varphi}\Big[1-\delta+(3\alpha+\mu)(t-t_1)-\omega(n_1-n)\Big]. \qquad (7$$

Hierin bedeutet α den Ausdehnungs-Coefficienten des Messings und μ den Temperatur-Coefficienten des Ablenkungsstabes.

Die Grösse $\delta = \frac{Pl}{mV}$ ist abhängig von Pl, m und V. Man wird wohl voraussetzen dürfen, dass bei sorgfältiger Behandlung des Magnetes Pl und m sich kaum oder wenigstens sehr wenig ändern werden, daher δ wenigstens für einige Zeit seinen Werth nur mit V ändert.

Bleibt auch dieses constant, d. h. werden Messungen an einem bestimmten Orte ausgeführt, so kann δ als constant (für längere Zeit) angesehen werden; um sich hiervon zu überzeugen hat man nur m mit seinem ursprünglichen Werth zu vergleichen und eine etwaige Verbesserung des δ vorzunehmen.

Wir wollen nun nachsehen, ob sich nach dieser Methode die Inclination mit einer befriedigenden Genauigkeit ermitteln lasse. Zu diesem Zwecke differentiren wir Gl. 7 nach den Variablen i, ψ, φ, δ, $\tau = t - t_1$ und $\nu = n - n_1$. Es ist dann

$$di = \frac{\cos^2 i \operatorname{tg} i}{\cos^2 \psi \operatorname{tg} \psi} d\psi, \qquad di = \frac{\cos^2 i \operatorname{tg} i}{\cos^2 \varphi \operatorname{tg} \varphi} \cdot d\varphi \text{ u. s. w.}$$

Wenn

$$i = 63^0\,23'$$
$$\psi = 45^0$$
$$\varphi = 26^0\,37'$$

angenommen wird, was ungefähr einer Messung in Wien entsprechen würde, so folgt:

$$di = 0{,}82 \cdot d\psi, \quad di = 1{,}03 \cdot d\varphi.$$

Soll also die Inclination auf eine Minute genau bestimmt sein, so genügt es, die beiden Ablenkungswinkel ψ und φ auch nur auf eine Minute genau zu ermitteln, was gewiss keiner Schwierigkeit unterliegt; ja man könnte vielleicht nach dieser Methode eine viel höhere Genauigkeit erzielen, wenn, was ich nicht im Vorhinein weiss, der Winkel φ mit einer grösseren Sicherheit bestimmt werden kann. Bei der Bestimmung von ψ ist eine Genauigkeit bis auf 0',1 oder 0',2 gewiss erreichbar. Dass auch δ, τ und ν mit der nöthigen Sicherheit bestimmt werden können, ist leicht abzuleiten.

Zur Messung des Winkels ψ könnte man den Horizontalkreis eines Theodoliten verwenden, dessen Fernrohr mit Nonien um eine verticale Axe drehbar ist, ohne jedoch mit dem Magnetgehäuse, das die Schiene trägt, in Verbindung zu sein.

Die Messung des verticalen Ablenkungswinkels müsse an einem Verticalkreis erfolgen; es müsse zu diesem Zwecke ein eigener Aufsatz auf den Theodoliten befestigt werden, der die Axenlage, den Kreis und die Schiene trägt. Der abzulenkende Magnetstab müsse endlich so construirt sein, dass man ihn auch horizontal aufhängen und seinen Schwerpunkt vertical und seitlich verschieben könne.

Ich bin leider nicht in der Lage, Versuche nach der beschriebenen Methode ausführen zu können, bin aber der Meinung, dass sie es werth wäre, erprobt zu werden.

Im Februar 1887.

Der Elasticitätsmodul des Kautschuks.

Zwei Vorlesungsversuche.

Von

A. Kurz.

Ich bediente mich eines (schwarzen) Kautschukschlauches von ungefähr $1\frac{1}{2}$ m Länge und zwängte die beiden Enden zusammen in einem Stativ, wobei 1 kg Belastung die Länge 0,79 und 2 kg die Länge 0,90 m des gestreckten (doppelt genommenen) Schlauches zum Vorscheine brachten. Also ist, zunächst ohne Rücksicht auf den tragenden Querschnitt, in der Gleichung

$$\lambda = \frac{1}{E} \cdot P \cdot l \tag{1}$$

einzusetzen

$$0{,}90 - 0{,}79 = \frac{1}{E}(2 - 1) \cdot 0{,}79,$$

woraus $E = 79 : 11 = 7{,}2$ kg.

Als zweiten Versuch liess ich die angehängten 2 kg elastische Schwingungen vollziehen und bestimmte als ganze Schwingungsdauer 1 Secunde (etwa 10 Schwingungen in 10 Secunden zählend). Man hat also in der Formel

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l M}{g E}} \tag{2}$$

einzusetzen $T = 1$, $l = 0{,}9$ m, $M = 2$ kg, $g = 9{,}8$ oder nahe 10 m durch Sec^2. Quadrirt man und setzt annähernd auch $\pi^2 = 10$, so kommt

$$1 = 4 \cdot 0{,}9 \cdot 2 : E \text{ oder } E = 7{,}2 \text{ kg}$$

wie bei dem obigen ersten Versuche.

Will man den Elasticitätsmodul wie gewöhnlich auf den Quadratmillimeter beziehen, so sind noch in dem tragenden Querschnitt

$$q = 2 \cdot \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2)$$

die beiden Durchmesser 11,8 und 8,5 mm des Schlauches einzusetzen, so dass

$$q = 106 \text{ qmm},$$

also $E = \frac{7,2}{106} = 0,068$ oder wenig mehr als $\frac{1}{15}$ kg durch Quadratmillimeter herauskommt. Röntgen fand für zwei Kautschukstäbe Werthe zwischen $\frac{1}{8}$ und $\frac{1}{13}$[1]), so dass die obige Schlauchsorte diesem letzten nahekommt und zwar noch etwas mehr Elasticität als derselbe besitzt.

Die Uebereinstimmung der Resultate beider Formeln habe ich im Jahre 1883 bei Versuchen mittels der Federwage gezeigt[2]); der obige Versuch aber ist zu diesem Zwecke noch einfacher, elementarer, da er nicht die Einrechnung des halben Gewichtes des elastischen Körpers in die obige Grösse M erheischt. Nach diesem Versuche mit dem Kautschukschlauch, wenn man denjenigen mit der Drahtspirale der Federwage folgen lässt, so hat man einen eigenen experimentellen Beweis für das genannte Halbgewicht[3]). Ueberdies ist gewiss Kautschuk der instructivste Körper für solche Versuche.

Tags darauf zeigte mir einer der Schüler, welche ich stets nach Möglichkeit zur Anstellung eigener Versuche ermuntere, einen solchen, nahe $^1/_2$ m langen, Schlauch von 3 und 4,5 mm innerem und äusserem Durchmesser, den er mit 200, 315 und 415 g belastet und wobei er bezw. 60, 40 und 32 Schwingungen in der Minute und die Längen 76, 107, 146 cm gezählt hatte. Die Formel 2 liefert demnach

$$E = 608,\ 600,\ 670 \text{ g}.$$

Der letzte dieser drei Werthe mag auf ungenauer Messung oder aber auch auf Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze beruhen; aus dem vorletzten aber berechnet sich

$$E = \frac{0,600}{8,84} = 0,068 \text{ kg durch Quadratmillimeter},$$

also genau so wie bei dem obigen Versuche mit einem zwölfmal so grossen tragenden Querschnitte, welcher nur mit 2000 g war belastet worden.

---

1) S. meine Note 13 S. 554 des vorigen Bandes. Gelegentlich bitte ich, das Correcturversehen S. 549 Zeile 8 zu corrigiren, nämlich Δp aus dem Nenner in den Zähler zu setzen.

2) S. den betr. Jahrgang des Repertoriums S. 246—248.

3) Hierfür erinnere ich mich einen eigenen Apparat gesehen zu haben, vom Aussehen wie ein elastisches Paternosterwerk, natürlich ohne dessen Bewegungsart.

Elektrometrische Versuche.

Vorläufige Mittheilung.

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

Wir benutzen ein Elektrometer von Edelmann in München, dessen Nadel mit dem negativen Pole einer trockenen Ladungssäule von ungefähr 80 V verbunden ist. Letztere haben wir uns nach Angabe von v. Beetz (Wied. Ann. Bd. 22 (1884) S. 402 und Bd. 26 (1885) S. 13) selbst angefertigt und mit Kittler's Normal-Daniell-Element verglichen. Dieses verdanken wir der Güte des Herrn Prof. Kittler selbst. Vorher hatten wir eine ungefähr doppelt so starke Zamboni'sche Säule benutzt, wie sie Edelmann seinen Elektrometern beizugeben pflegte. Die beiden Quadrantenpaare des Instrumentes wurden mit der zu messenden Potentialdifferenz geladen, eventuell der eine mit der Gasleitung verbunden, wie auch der positive Pol der Ladungssäule. Man kann diese Art der Ladung des Messapparates mit Hallwachs[1]) kurz die „Quadrantenschaltung" nennen; dagegen „Nadelschaltung" diejenige, welche z. B. Exner[2]) bei seinem Branly-schen Elektrometer anwandte, dessen beide Quadranten nämlich mit den Polen der Zamboni'schen Säule, während die Nadel mit dem einen Pole der zu messenden Potentialquelle und der andere Pol mit der Erde verbunden wurden.

Unser Elektrometer ist mittels des beigegebenen Consols an der Wand befestigt. Die Entfernung zwischen Spiegel und der in Doppelmillimeter getheilten Scala beträgt rund 3,5 m. Mittels eines Commutators, der aus vier mit Quecksilber gefüllten und durch Paraffin von einander isolirten Fingerhüten hergestellt wurde, kann jeder Pol der zu messenden Potentialquelle beliebig mit jedem Quadrantenpaare verbunden werden. Wir erhalten so durch einfaches Umlegen des Commutators den doppelten Ausschlag. In den folgenden Versuchen

---

1) „Elektrometrische Untersuchungen", Wied. Ann. Bd. 29, (1886) S. 1.

2) „Zur Theorie des Volta'schen Fundamentalversuches", abgedruckt in diesem Repert. Bd. 17 (1881) S. 428.

ist jedoch bloss der einseitige angegeben. Sämmtliche Zuleitungsdrähte, sowie die Drahtbügel des Commutators, wurden zuerst mit einer Lage Schellack überzogen und dann durch übergesteckte Gummischläuche gut isolirt. Bei dieser Anordnung gibt ein frisch zusammengestelltes Kittler'sches Element[1]) 88 Scalenteile Auschlag. Diese Angabe mag zu einer ungefähren Werthschätzung der in den unten folgenden Versuchen angegebenen Zahlen dienen.

Zweck dieser vorläufigen Mittheilung ist, den Beweis zu führen,

1. dass die Erde kein Glied der Spannungsreihe ist, sondern als Leiter zweiter Klasse wirkt,

2. dass jedes Metall in Berührung mit der Erde allerdings ein ihm eigenthümliches negatives Potential annimmt, dass dieses aber nicht durch eine Contactkraft, deren Existenz wir überhaupt leugnen, sondern lediglich durch die chemische Einwirkung der Bodenfeuchtigkeit auf das Metall hervorgerufen wird. Wir erklären mit anderen Worten die Verbindung Metall-Erde für ein galvanisches Element, dessen negativer Pol das Metall und dessen Erreger die Bodenfeuchtigkeit ist, während der positive Pol durch die festen Theile des Erdkörpers gebildet wird. In Consequenz davon fassen wir auch jenes negative Potential als die elektromotorische Kraft dieses Elementes auf.

Bevor wir zu unseren Versuchen übergehen, mag noch kurz erwähnt werden, was wir mit unserem Elektrometer eigentlich messen. Bekanntlich werden an den Edelmann'schen Instrumenten die Quadrantenpaare durch Ebonitringe getragen, die zugleich als Isolatoren dienen. Es ist bekannte Thatsache, dass Ebonit im Laufe der Zeit leitend wird. (Unser Apparat befindet sich seit ca. 7 Jahren in der Sammlung der kgl. Industrieschule.) Bezeichnen wir den Widerstand der Ebonitringe mit R, den des untersuchten Elementes mit r, so ist nach dem Ohm'schen Gesetze:

$$E = i\,(r + R).$$

Wir messen also die volle elektromotorische Kraft des untersuchten Elementes bloss unter der Voraussetzung, dass r verschwindend klein gegen R ist. In allen anderen Fällen ist die gemessene Potentialdifferenz bloss ein Bruchtheil der wirklich vorhandenen elektromoto-

1) „Die elekromotorische Kraft des Daniell'schen Elementes", Wied. Ann. Bd. 17 (1882) S. 865, insbesondere § 2 S. 871 „Das Normalelement". In der Abhandlung „Ueber Spannungsdifferenzen von Flüssigkeiten", Bd. 12 (1881) S. 572 erwähnt Kittler S. 574, dass der Scalenausschlag eines Kittler 90 Doppelmillimeter betrug, bei einer Entfernung von 3 m zwischen Spiegel und Scala.

rischen Kraft. Die gleiche Beobachtung machte Uppenborn[1]), der unseres Wissens ebenfalls mit einem Edelmann'schen Elektrometer arbeitet, bei der Untersuchung des Normalelementes von Lodge. Die gemessene Potentialdifferenz war nämlich um 20% kleiner als die elektromotorische Kraft.

Im siebenten Absatz der oben erwähnten Abhandlung berichtet Exner von dem Ausschlage des Elektrometers, den er erhielt, als ein Stück Zink in der Hand gehalten die Nadel berührte, wobei man es „mit der Wirkung eines galvanischen Elementes zu thun hatte, das durch das Metall und die Feuchtigkeit der Hand gebildet wird". Die Erde, kann man sagen, ist dabei gleichsam die (positive) Kupfer- oder Platinplatte, wenn man dieses „Element" beispielsweise mit einem Daniell oder Grove vergleichen will.

Nun zu unseren Versuchen!

I. Versuch: Eine Zn Platte wird mit Quadrant II verbunden und mit angefeuchtetem Finger berührt, während Quadrant I zur Gasleitung geführt wurde. Ausschlag rund 40 Scalentheile, und zwar wurde die negativ geladene Nadel von dem ebenfalls negativ gewordenen Quadranten II abgestossen.

Dieser Versuch ist mit dem vorhin erwähnten von Exner gleichbedeutend.

II. Versuch: Quadrant I wurde durch Cu Draht mit der Gasleitung (G), Quadrant II durch Zn Draht mit einer anderen Stelle der Gasleitung, oder mit der ebenfalls eisernen Wasserleitung verbunden. Es erfolgte kein Ausschlag. Als aber der Zn Draht auf eine in den Zimmerboden eingelassene und auf dem Fundamente des Gebäudes ruhende Steinplatte geworfen wurde, beobachteten wir 32 Scalentheile.

Wir haben hier ein Zink-Eisen-Element vor uns und wollen dasselbe, um ja keine Verwechslung mit der contacttheoretischen Bezeichnung Zn | Fe zuzulassen, bezeichnen mit

$$\mathrm{Zn} \,\|\, \mathrm{Fe},$$

so dass die beiden Striche die beiden Metalle bedeuten, deren Namen ihnen in chemischen Zeichen beigesetzt sind, und dass der zwischen ihnen bestehende Raum mit der Flüssigkeit (bezw. Bodenfeuchtigkeit) ausgefüllt gedacht werden muss, d. i. mit der jene Potentialdifferenz der zwei Metalle wesentlich bedingenden Zwischenschichte nach dem alten Grundsatze: corpora non agunt nisi fluida.

---

1) „Neue Apparate der elektrotechnischen Versuchsstation in München", dieses Repert. Bd. 23 (1887) S. 45, Centralbl. für Elektrotechn. Bd. 8, (1886) S. 711. Hiernach beträgt der Uebergangswiderstand zwischen den Quadrantenpaaren das Vierfache des inneren Widerstandes des Lodge-Elementes.

III. Versuch: Um die Analogie der Verbindung Zn-Erde-Gasleitung mit einem Zink-Eisen-Elemente darzuthun, maassen wir die elektromotorische Kraft eines solchen mit Wasserfüllung und erhielten 30 Scalentheile. Die Uebereinstimmung ist nur zufällig, weil die inneren Widerstände r in beiden Fällen total verschieden sind. Näheres hierüber werden die folgenden Versuche enthalten.

Die zweite Bedingung zur Entstehung der Potentialdifferenz M N eines Metalles M mit einem zweiten N, d. i. die Verschiedenheit der mit jener Zwischenschichte in chemischen Rapport tretenden zwei Metalle, veranlasst uns noch statt Zn || Fe für die im II. Versuche gemessene Potentialdifferenz zu schreiben

$$\mathrm{Zn} \,||\, \mathrm{G},$$

wo G die (eiserne) Gasleitung bedeutet, d. i. verrostetes Eisen u. dgl., welches man nicht selten und manchmal auch mit Recht gleichbedeutend „der Erde“ gesetzt hat. Dieser Gedanke führte uns auf die folgenden drei Versuche IV, V, VI.

Hier aber, soll vorher noch einmal betont werden, ist diese Verwechslung von G mit „Erde“ nicht statthaft; denn die „Erde“ bedeutet unsere Zwischenschichte, während G eine Elektrode des Elementes ist.

IV. Versuch: Ein blank geputzter Eisenstab (Fe) wurde statt des Zn Drahtes in II auf die dort genannte Steinplatte gelegt und mit Quadrant II verbunden, während die Gasleitung (G) wieder zu Quadrant I führte. Wie zu erwarten stand, verhielt sich das blanke Eisen negativ gegen das rostige, und wir maassen 7 Scalentheile. Da der Widerstand r der Zwischenschichte jedenfalls nicht verschwindend klein gegen R war, so ist dieser Ausschlag noch mit einem unbekannten Factor $x > 1$ zu multipliciren, um die volle elektromotorische Kraft des Elementes Fe || G zu erhalten. Also ist:

$$\mathrm{Fe} \,||\, \mathrm{G} = x \cdot 7.$$

V. Versuch: Ein Stück Blei statt des Eisenstabes in IV gab 16 Scalentheile, oder

$$\mathrm{Pb} \,||\, \mathrm{G} = x \cdot 16,$$

(vorausgesetzt, dass r in beiden Fällen denselben Werth hatte) wie ja auch das Blei in der bekannten Spannungsreihe vor dem Eisen steht. (Zink, Blei, Eisen, Kupfer.)

VI. Versuch: Die Gasleitung G wurde ausgeschlossen und das galvanische Element mit dem Blei in V und dem Eisen in IV hergestellt (beide Metalle lagen nebeneinander auf der Steinplatte), d. h. diese bezw. mit den Quadranten II und I verbunden. Wir erhielten 7 Scalentheile oder

$$\mathrm{Pb} \,||\, \mathrm{Fe} = y \cdot 7.$$

Es wurde hier absichtlich y statt des x in den beiden Versuchen IV und V geschrieben, in welchen der innere Widerstand r wohl der gleiche war, während er jetzt, obwohl die beiden Metalle einander viel näher lagen, als in IV und V das Fe und Pb bei der Gasleitung, wegen der viel geringeren Feuchtigkeit der Zwischenschichte und der ebenfalls geringeren Oberfläche des Pb und Fe Stückes gegenüber der ausgedehnten Gasleitung viel grösser war. Darum ist auch $y > x$ zu vermuthen. Insoferne hat die Subtraction gemäss IV und V

$$\mathrm{Pb} \| \mathrm{G} - \mathrm{Fe} \| \mathrm{G} = x \cdot (16 - 7) = x \cdot 9$$

einen Sinn; aber statt der linken Seite dieser Gleichung

$$\mathrm{Pb} \| \mathrm{G} + \mathrm{G} \| \mathrm{Fe} \text{ oder } \mathrm{Pb} \| \mathrm{Fe}$$

zu schreiben, ist nur zulässig, wenn das Zwischenmittel $\|$ in den drei genannten Elementen dasselbe ist. Dies aber lässt sich bei Versuch VI nicht wie bei IV und V voraussetzen.

Nimmt man es dennoch an, so erhält man

$$y \cdot 7 = x \cdot 9,$$

also $y > x$, wie vorher schon ausgesprochen wurde. Indessen behalten wir uns Näheres über die Variabilität der Erde (E) für eine eventuell spätere Mittheilung vor. Jedenfalls ist die Erde kein Glied der Spannungsreihe; das Gegentheil anzunehmen erklärt auch Exner a. a. O. S. 432 ausdrücklich für „unstatthaft" und vindicirt dies als eine Nothwendigkeit für die von ihm bekämpfte Contacttheorie.

Ebenso wenig haltbar ist auch die Annahme, „dass jedes Metall in metallischer Leitung mit der Erde ein bestimmtes, ihm eigenthümliches Potential erhält[1]". Ein Metall M in „metallischer Leitung", da ist also im allgemeinen ein anderes Metall N mit der Erde in Berührung, und dieses letztere N bildet mit der Erde ein galvanisches Element

$$\mathrm{N} \| \mathrm{E};$$

setzt man das Potential von E gleich Null, so nimmt N ein von der Zwischenschichte und der Natur des N bedingtes Potential an, welches sich durch Leitung auch auf M ausbreitet. Ganz dasselbe dem Wesen nach findet sich auch in Exner's Abhandlung S. 452, wo er die un-

1) Julius in seiner Entgegnung gegen den in Anm. 2 erwähnten Artikel, Wied. Ann. Bd. 13, (1881) S. 276—289. Eine bloss zwei Seiten lange Entgegnung von Schulze-Berge enthält auch der vorausgehende Bd. 12 (1881) S. 319, worin erwähnt wird, dass derselbe die Potentialdifferenz zwischen der eisernen Gasleitung und bleiernen Wasserleitung „durch galvanische Messung gleich 0,00025 Daniell" gefunden habe. Diesen Werth würden wir getrost gleich 0 setzen und den Mangel einer Erregung den Oxydschichten zuschreiben.

richtige (contacttheoretische) Interpretation der richtigen Versuche von R. Kohlrausch bespricht und „Cu | F | Zn | Cu = Cu | F | Zn = 1 Daniell“ setzt. Kein Wunder also, dass Julius mit der Erde als einem vermeintlichen Gliede der Spannungsreihe und mit der weiteren Annahme solcher specifischer Contactpotentiale für jedes einzelne Metall zu dem Ergebnisse gelangt, als sei die Contacttheorie richtig und hätten gerade die Exner'schen Versuche „das bemerkenswerthe Factum ergeben, dass der Erde eine Stellung in der Spannungsreihe zukommt“.

Um unsere Anschauung nochmals auszusprechen: Das Metall M, welches dasjenige N des galvanischen Elementes

$$N \| E$$

berührt, erhält das specifische Potential $-2n$; wenn M aber selbst in der Erde steckt, also die negative Elektrode des galvanischen Elementes

$$M \| E$$

bildet, dann erhält es das Potential $-2m$, welches wir, um eine kurze Bezeichnung zu gebrauchen, das natürliche Potential des betreffenden Metalles nennen wollen; die Variabilität des m auch für ein chemisch reines Metall M wegen der in der Erde vor sich gehenden Veränderungen und wegen allenfalls das Metall bedeckender Oxydschichten nicht zu vergessen.

Um diese kurze Benennung „natürliches Potential“ noch näher zu erörtern, denken wir uns dieses M mit dem einen und die Gasleitung G mit dem anderen Quadranten verbunden.

Die gemessene Potentialdifferenz ist dann, abgesehen von dem Factor x (s. V und VI),

$$M \| G = -2(m-g),$$

d. h. das Metall für sich bekommt $-m$, die Schichte $\| +m$ (unter Voraussetzung gleicher Capacität)[1]), G bekommt $-g$, die Schichte $+g$, also das Metall M das Potential $-(m-g)$, G bekommt $+(m-g)$, so dass die Differenz $-2(m-g)$ resultirt. Es mag hierbei bemerkt

1) Haben wir nur ein einziges Metall (M) in der erregenden Schichte, so haben die Capacitäten auf die Höhe der Potentiale insofern Einfluss, als der grösseren Capacität das kleinere Potential und umgekehrt entspricht, wobei aber die Differenz constant gleich $-2m$ sein muss. Auf die Potentialdifferenz zweier in der erregenden Zwischenschichte $\|$ befindlichen Metalle (die Capacitäten dieser beliebig vorausgesetzt) hat die Capacität der Schichte keinen Einfluss. Setzen wir nämlich für das Element $M \| E$ das Potential der Schichte $+p$, für das Element $G \| E$ aber $+q$, so ist das von M gleich $-(2m-p)$ und das von G gleich $-(2g-q)$. Im Elemente $M \| G$ hat nun die Schichte $+(p+q)$, demnach $M: -(2m-p-q)$ und $G: -(2g-g-p)$. Folglich ist die Differenz gleich $-2(m-g)$.

werden, dass wir das stärker negative Metall stets vorausschreiben, so dass diese Differenzen negativ ausfallen müssen. Somit stellt sich dann die vorhin mit Vorbehalt gemachte Annahme (gleiches r in beiden Fällen)

$$\mathrm{Pb} \| \mathrm{G} + \mathrm{G} \| \mathrm{Fe} = \mathrm{Pb} \| \mathrm{Fe}$$

mit Weglassung des Factors 2 dar als die Identität

$$p - f = p - f.$$

VII. Versuch: Statt des Zn Drahtes im II. Versuche wurde ein Cu Draht auf die Steinplatte gelegt und mit Quadrant II verbunden, während Quadrant I zur Gasleitung führte. Der Ausschlag betrug 12 Scalentheile und zwar nach der entgegengesetzten Seite wie in II. In Consequenz damit müssen wir das hier vorliegende galvanische Element

$$\mathrm{G} \| \mathrm{Cu}$$

nennen, da die Gasleitung den negativen Pol desselben bildet, und schreiben

$$\mathrm{G} \| \mathrm{Cu} = x \cdot 12,$$

während im II. Versuche

$$\mathrm{Zn} \| \mathrm{G} = x \cdot 32$$

gemessen wurde.

Demnach würde jetzt die in V erwähnte Spannungsreihe

Zink,	Blei,	Eisen,	Gasleitung,	Kupfer durch die Zahlen
-32	-16	-7	0	$+12$

dargestellt sein, auf die wir jedoch wegen des wahrscheinlich nicht stets gleichen Widerstandes r der Zwischenschichte vorerst noch keinen Werth legen können.

VIII. Versuch: Eine Zink- und eine Kupferplatte wurden auf die mehrerwähnte trockene Steinplatte gesetzt und bezw. mit den Quadranten I und II verbunden. Der Ausschlag betrug 38 und, nachdem die Steinplatte mit Brunnenwasser befeuchtet worden, 44 Scalentheile.

IX. Versuch: Eine andere Zink- und eine Kupferplatte wurden, nachdem ein kurzes Brett im Boden des Zimmers (Erdgeschoss) entfernt worden war, in den Erdboden, der da aus trockenem Bauschutte besteht, eingesetzt, ungefähr 10 cm von einander entfernt. Das Elektrometer zeigte 50 und, als die Erdschichte $\|$ zwischen Zn und Cu mit dem Fusse festgetreten worden war, 49 Scalentheile.

Mit solch kleinen Differenzen wie (50 — 49) befassen wir uns, wie gesagt, vielleicht später einmal und erwähnen jetzt nur, dass vielleicht der grössere specifische Widerstand des dichteren Bauschuttes oder eine Vergrösserung des Plattenabstandes beim Feststampfen desselben sie verschuldet haben kann.

X. Versuch: Die Zinkplatte des vorigen Versuches wurde allein im Bauschutte stecken gelassen, aber die Kupferplatte entfernt und das betreffende Quadrantenpaar mit der Gasleitung verbunden. Die beobachteten 27 Scalentheile sind mit den 40 des I. und den 32 des II. Versuches zu vergleichen und weisen auf die Verschiedenheit des Widerstandes der Zwischenschichte im Elemente

Zn || G

hin. Desgleichen der

XI. Versuch als Wiederholung des VIII. nach dem Zwischenraume einiger Tage. Es wurden da 44 Scalentheile abgelesen bei trockener Steinplatte (wie im VIII. Versuche bei feuchter). Als die Zinkplatte auf eine zweite, 180 cm von der ersten entfernte Steinplatte gesetzt wurde, zeigte das Instrument nur 39 Scalentheile. Im ersten Falle betrug der Abstand der beiden Metallscheiben nur 15 cm.

XII. Versuch: Galvanometrische Probe eines solchen Zn || Cu Elementes.

Dieselben zwei Platten wie in VIII wurden in geringem Abstande auf die Steinplatte gesetzt und mit einem astasirten Spiegelgalvanometer verbunden. Es erfolgte kein merklicher Ausschlag. Hierauf wurden die Platten des IX. Versuches mit 4 cm Abstand in den Bauschutt gesteckt und mit dem Galvanometer verbunden. Der Ausschlag ging über die Scala hinaus. (Vergl. die Elektrometerablesungen in VIII und IX). Hierauf wurde der Plattenabstand auf 9, auf 17, auf 35 cm gesteigert und bei dem letztgenannten als einseitige Ablenkung 110 Scalentheile notirt. Die dabei auftretende Polarisation mag aus Notirungen

Zeit . . .	$5^h 10'$	15'	20'	25'	...	35'
Scalentheile	92	82	71	61	...	53

ersehen werden. Nach ungefähr 22 Stunden fortdauernder Stromschliessung waren noch 20 Scalentheile zu beobachten, die nach kurzem Oeffnen auf 30 stiegen.

XIII. Versuch: Vom Zinkdrahte in Versuch II wurde eine Abzweigung mittels eines auch die Steinplatte berührenden Kupferdrahtes veranlasst, so dass sich also ein geschlossener Stromkreis

Zn || Cu

gebildet, dessen Elektroden und Schliessungsdrähte die genannten waren und dessen Zwischenschichte || von der Steinplatte gebildet wurde. Für die elektromotorische Kraft dieses Elementes können wir $2(z - c)$ schreiben, wo $-2z$ und $-2c$ die natürlichen Potentiale sind. Mittels des Elektrometers wird jetzt nicht mehr die volle Potentialdifferenz

Zn || G

oder $2(z-g)$, sondern die Potentialdifferenz zwischen der Gasleitung und der genannten Abzweigungsstelle. Letztere hat, da die Drahtwiderstände gegen den Widerstand der Zwischenschichte || zu vernachlässigen sind, nach dem Ohm'schen Gesetze das Potential

$$E = i \cdot r = 2(z-c).$$

Der Ausschlag des Elektrometers gibt also in diesem Falle

$$2(z-c-g).$$

Setzen wir, um relative Angaben zu erhalten, das Potential der Gasleitung G gleich 0, so ward

$$2(z-c)$$

von uns gemessen und mit 23 Scalentheilen notirt.

Oder mit anderer Betrachtungsweise: Im II. Versuch maassen wir

$2z$ mit 32 Scalentheilen

und in Versuch VII

$-2c$ mit 12 Scalentheilen (nach der anderen Seite);

da nun Versuch XIII auch die Coëxistenz der beiden genannten Versuche bedeutet, so waren nahe 20 Scalentheile in der Richtung der 32 zu erwarten, wie es auch eintraf. Ueber den Unterschied zwischen der Beobachtung und dieser Rechnung wurde schon eingangs das Nöthige gesagt.

XIV. Versuch: Der Kupferdraht des Versuches XIII wurde entfernt, also Versuch II nochmal wiederholt. Es waren jetzt

für $2z$ nur 29 Scalentheile

beobachtet worden, nicht mehr 32, weil das Zn in dem vorigen geschlossenen Strome durch Polarisation gelitten hatte.

XV. Versuch: Nach Abreiben mit Schmirgelpapier lieferte derselbe Zinkdraht

für $2z$ dagegen 37 Scalentheile,

also mehr als die 32 des II. Versuches, welchem auch keine solche Abreibung vorangegangen war.

XVI. Versuch: Platindraht statt des Kupferdrahtes im XIII. Versuche zur Herstellung des geschlossenen Stromes gab fast dasselbe.

XVII. Versuch: Der menschliche Körper statt Cu oder Pt gab dieselbe Zahl wie in II; d. h. also im Zusammenhalte damit und mit XIII:

Für den menschlichen Körper ist unter diesen Umständen die Potentialdifferenz gegen die Erde merklich gleich Null (statt $-2c$ beim Cu Draht).

Anmerkung bei der Correctur: Mittlerweile haben wir auch den von Uljanin (Wied. Ann. Bd. 30) wiederholten Exner'schen Versuch (Rep. Bd. 19 S. 190) nach unserer Auffassung gedeutet, im Centralblatt für Elektrotechnik S. 120. Ueber unsere seither fortgesetzten Versuche das nächste Mal.

Die Voss'sche Influenzmaschine.

Von

Dr. B. Nebel.

Die von Robert Voss in Berlin construirte Influenzmaschine ist entstanden aus der Vereinigung der Vorzüge der Holtz'schen[1]) und Töpler'schen[2]) Influenzmaschinen. Eine ganz kurze, von Voss selbst herrührende Beschreibung findet sich in Dingler's Journal[3]); Wiedemann[4]) begnügt sich mit Recht mit der Anführung dieses Citates, wie dies auch mit einer Reihe anderer Maschinen geschah, weil dieselben keine neuen theoretischen Aufschlüsse, sondern hauptsächlich nur praktische Vortheile gewähren; sonst findet man diese Maschine nirgends erwähnt. Da aber die Voss'sche Maschine wegen ihrer bedeutenden Vorzüge eine immer grössere Verbreitung findet, namentlich auch in Mittelschulen, und sich unter den Erregern statischer Elektricität zum Liebling aufgeschwungen hat, so glaube ich doch mit der näheren Betrachtung dieser Maschine allen denen einen Dienst zu erweisen, welchen das fünfbändige Werk: „Die Lehre von der Elektricität von Gustav Wiedemann" nicht zur Verfügung steht, wo man die Erklärung der vorliegenden Influenzmaschine nur aus dem Studium einer Reihe anderer Influenzmaschinen erhalten kann.

---

1) Holtz, Pogg. Ann. 126 S. 157; 127 S. 320 (1865); 130 S. 128 (1867); 130 S. 287 (1867); 136 S. 171 (1869); 156 S. 627 (1875); Ergänzungsbd. 8 S. 407 u. 431 (1878); Wied. Ann. 13 S. 623 (1881).

2) Töpler, Pogg. Ann. 125 S. 469 (1865); 127 S. 117 (1866); 130 S. 518 (1867); Elektrotechn. Zeitschr. 1 S. 56 (1880); Berl. Ber. Dec. 1879.

Die weitere zahlreiche Literatur über Influenzmaschinen, namentlich von Poggendorff und Riess herrührend, ist in Poggendorff's und Wiedemann's Annalen zu finden; Näheres hierüber befindet sich auch in Wiedemann's Lehre von der Elektricität, 3. Aufl. Bd. 2.

3) Dingler's Journal 237 S. 476 (1880).

4) Wiedemann, Die Lehre von der Elektricität, 3. Aufl. 2. Bd. S. 229 u. 230 (1883).

Die Maschine zeichnet sich dadurch aus, dass sie sich jederzeit selbst erregt, sogar bei feuchter Luft, sodann, dass nie eine Umkehrung der Pole stattfinden kann, schliesslich, dass sie klein (Scheibendurchmesser 38,5 resp. 42 cm) und deshalb relativ billig ist, dabei aber Funken liefert, wie sie nur von grösseren Influenzmaschinen anderer Construction zu erreichen sind. Bei der von mir verwendeten Maschine erhält man Büschel von 4,5 cm, beim Auflegen einer Holtz'schen Röhre Funken von 12 cm, bei Einschaltung einer kleinen Leydener Flasche sowohl zwischen $A'E$, als auch zwischen FB' Funken von 11,5 cm, bei Anwendung der Holtz'schen Röhre und der beiden Leydener Flaschen Funken von 13 cm Länge. Dabei sei bemerkt, dass man bessere Resultate erzielt, einmal wenn die Scheiben mit Alkohol abgewaschen und frisch gefirnisst worden sind, wie dies vor zwei Jahren bei uns zum letzten Mal geschah, sodann wenn die Kugeln EF weiter von dem Conductor GH und seiner Ableitung zur Erde abstehen, als dies bei unserer Maschine noch der Fall ist; denn bei zu grosser Entfernung von EF springen die Funken auf den zwischen den Kugeln, aber etwas zur Seite gelegenen Träger des Conductors GH über, so dass die als Schutz an demselben angebrachte kleine Ebonitscheibe illusorisch wird.

Die feste Scheibe M trägt auf ihrer Rückseite die beiden Papierbelegungen A, B (in Fig. 1 gestrichelt). Darauf sind je zwei Stanniolscheiben rr geklebt, die durch die Stanniolstreifen ss miteinander in Verbindung stehen. Auf der vorderen, beweglichen Scheibe N befinden sich die Stanniolscheiben 1, 2, 3, 4, 5, 6, welche metallische Knöpfe tragen, so dass sie von den Bürsten α, β, γ, η gestreift werden. Letztere sind aus Metallfäden hergestellt, wie sie als Christbaumschmuck vielfach Verwendung finden. $A'E$ und FB' sind die Elektroden, die bei A' und B' Spitzenkämme tragen; die sog. neutralen Kämme G und H sind durch ein Messingrohr miteinander in leitender Verbindung. Eine unabsichtliche Elektrisirung dieses isolirten Conductors würde aber den Gang der Maschine stören, weshalb jener zur Erde ab-

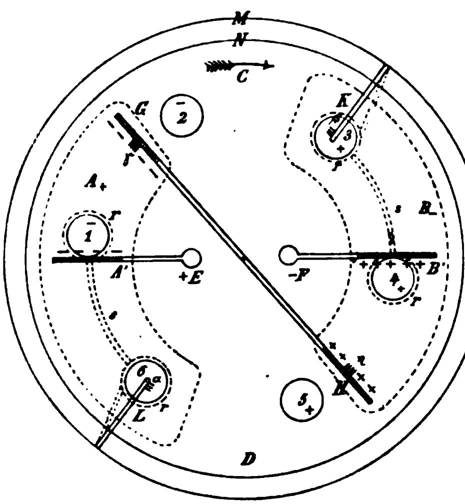


Fig. 1.

geleitet ist. Die Belegungen *A* und *B* auf der Rückseite der festen Scheibe sind durch die Messingarme *L* und *K* und deren Bürsten *α*, *β* mit den Stanniolbelegungen der beweglichen Scheibe in Contact.

Das Spiel der Maschine ist nun folgendes: Auf den Stanniolbelegungen der festen Scheibe sammelt sich die in der Luft befindliche Elektricität. Nehmen wir an, *A* habe gegenüber *B* einen kleinen Ueberschuss an Elektricität und zwar sei sie positiv, dann wird gegenüber von *A* die Scheibe *N* durch Influenz diëlektrisch polarisirt, so dass die Hinterseite von *N* negativ, die Vorderseite positiv elektrisch wird. Gleichzeitig wird der Kamm *A'* influenzirt, wobei die negative Elektricität auf die Vorderseite der Scheibe *N* geht, während die positive Elektricität die Kugel *E* ladet. Genau das Gleiche findet bei Kamm *G* statt, nur gleicht sich hier die abgestossene positive Elektricität sofort mit der von *H* kommenden negativen Elektricität aus. Bei der Drehung der Scheibe von *A* über *C* nach *B* geht die negative Elektricität der beweglichen Scheibe durch die Bürste *β* nach der Belegung *B*, welche dadurch immer stärker negativ geladen wird; während die Belegung *B* auf der beweglichen Scheibe eine diëlektrische Polarisation hervorruft, so dass ihre Rückseite positiv, die Vorderseite hingegen negativ elektrisch wird. Zugleich wird die Elektrode *FB'* influenzirt, so dass die positive Elektricität auf die Scheibe übergeht, während die negative Elektricität die Kugel *F* ladet; ebenso ist der Vorgang bei dem Kamm *H*. Sehr rasch tritt eine solche Steigerung der Ladung ein, dass ein Ausgleich der auf *E* und *F* angehäuften Elektricitäten durch die Luftschicht hindurch erfolgt, welcher durch Einschaltung von Leydener Flaschen oder durch Auflegen der Holtz'schen Glasröhre sehr verstärkt werden kann.

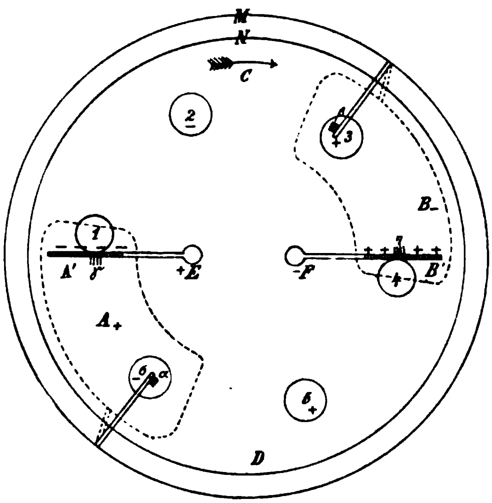


Fig. 2

Das Umkehren der Pole der Maschine kann nicht stattfinden, selbst wenn der Abstand der Kugeln *E*, *F* zu gross würde. Um den Grund hierfür anschaulicher zu machen, betrachten wir zunächst Fig. 2, bei welcher der Conductor *GH* fehlt, und daher die Belegungen *A*, *B* keine so grosse Ausdehnung mehr erfordern. Wenn hier der Abstand *EF* zu gross wird, so wird zunächst die Elektrode $A'E$ so stark positiv und die Elektrode FB' so stark negativ geladen, dass z. B. die von A über C kommenden Theile der beweglichen Scheibe negativ bleiben, wenn sie an dem Kamm B' vorüberziehen. Erreichen sie dann die Bürste α, so geht die negative Elektricität auf die Belegung A über; diese wird momentan unelektrisch und ladet sich hierauf negativ, so dass nun auf der Vorderseite der beweglichen Scheibe positive Elektricität influenzirt wird. Kommen diese Theile über C nach der Bürste β, so strömt die positive Elektricität auf die Belegung B, welche demnach positiv geladen wird und somit auf der Vorderseite der beweglichen Scheibe negative Elektricität durch Influenz erregt. Es hat demnach die Maschine ihre Pole gewechselt.

Wird hingegen, wie in Fig. 1, der Conductor GH eingeschaltet, so würde bei zu starker Ladung der Elektrode FB' die im obigen Fall erwähnte negative Elektricität nach dem Vorübergehen an dem Kamm B' zunächst nach H gelangen, wo ein Ausgleich der Elektricitäten in dem Conductor GH stattfinden muss, so dass an die Bürste α nie negative Elektricität kommen, demnach auch die Belegung A ihre Polarität nicht wechseln kann. Ganz der nämliche Vorgang spielt sich an dem Kamm G ab.

Unwirksam wird die Maschine, wenn die neutralen Kämme GH nicht die in der Fig. 1 eingezeichnete Stellung einnehmen, sondern in der Pfeilrichtung gedreht werden, z. B. die Stellung CD einnehmen. Werden die neutralen Kämme GH in entgegengesetztem Sinn der Uhrzeigerbewegung gedreht, so büssen sie immer mehr von ihrer ursprünglichen Aufgabe ein.

Sind die Belegungen A und B statt aus Papier aus einer schlechter leitenden Substanz, so hört die Maschine auf zu wirken; denn es gehen die von der Vorderseite der beweglichen Scheibe an die Bürsten α und β abgegebenen Elektricitäten nicht mehr auf die Belegungen A und B über; sind diese dagegen aus einem besser leitenden Material, z. B. aus Metall, so strömt ihre ursprüngliche Ladung zu rasch auf die bewegliche Scheibe, wodurch die Wirkung der Maschine wesentlich herabgezogen wird. Da Metallbelegungen die Luftelektricität leichter aufnehmen, so befinden sich auf den Papierbelegungen kleine Stanniolscheiben, die untereinander durch einen Stanniolstreifen verbunden sind, wodurch die Maschine sogar bei äusserst schwachen Ladungen von A und B, sich selbst erregend, wirksam wird.

Am besten ist es für die Maschine, wenn die neutralen Kämme G, H ebenso weit von der beweglichen Scheibe abstehen, wie die Kämme A', B'.

Die auf den Conductoren befindlichen Elektricitäten habe ich mit Elektroskopen nachgewiesen, während die auf den Scheiben vorhandenen Elektricitäten mit einem an einem Coconfaden aufgehängten Collodiumballon ermittelt wurden, welch letzterer zuvor durch Streichen mit den Fingern negativ elektrisch gemacht war. Um zwischen die Scheiben hereinzukommen, habe ich die feste Scheibe von der beweglichen soweit entfernt, als es die Arme L und K gestatteten, wodurch, nebenbei gesagt, die Maschine sich nicht mehr selbst erregte. Dabei verwendete ich ein kleines Stückchen von dem Collodiumballon, welches durch einen 2 cm langen, sehr feinen Coconfaden mit einem Glasstäbchen verbunden war.

Stuttgart, Technische Hochschule, 1887.

Universal-Widerstandsbrücke (transportabel).

Von

Dr. **M. Th. Edelmann.**

Mit Rücksicht auf genaue Widerstandsmessungen, namentlich auch zum Gebrauche im Laboratorium, auf Reisen etc., ist die nachstehende neue Form einer Messbrücke construirt. Dieselbe ist zwar sehr compendiös, indem das Ganze in einem Transportkästchen von nur 60 cm Länge, 10 cm Breite und Höhe untergebracht ist; doch genügt das Instrument allen Anforderungen auf Präcision und besitzt einen Messumfang von 0,001 bis 1,000,000 Ohm; ausserdem erlaubt die Einrichtung, die Genauigkeit des Instrumentes in sich selbst zu controliren.

Die Messbrücke ist in Fig. 1 in perspectivischer Ansicht, in Fig. 2 im Stromlaufschema dargestellt. Die wesentlichen Theile derselben sind, wie bei allen diesen Apparaten, mit Ausnahme der Stöpselbrücken, ein entlang einem Maassstab aufgespannter Messdraht A, einige Uebersetzungswiderstände 1, 9, 90, durch deren Summirung man die Widerstände 1, 10, 100 Ω machen kann, ein Ergänzungswiderstand 9, die beiden Taster t_1 und t_2, der Schlitten S u. s. w.

Meistens werden die Drahtbrücken dadurch transportabel gemacht, dass man die Länge des Messdrahtes möglichst reducirt; ich habe schon solche mit nur 20 cm langem Messdrahte gesehen. Bei Apparaten einfachster Gattung mag dies gestattet sein; wenn man aber mit einem solchen Instrumente genauere Messungen auszuführen beabsichtigt, wird man die Länge des Messdrahtes nicht unter 1 m nehmen dürfen.

Bei dem vorliegenden Instrumente ist nun allerdings der Messdraht nur 52 cm lang; dies ist jedoch nur scheinbar. In Wirklichkeit ist seine Länge 1 m; bei Messung von sehr grossen oder sehr kleinen Widerständen jedoch kann seine Länge auf 10 m vermehrt werden. Der Rest von 48 cm, resp. 948 cm, welcher bei der vorliegenden Form nie in Berührung mit dem Schlittencontacte kommt, ist im Innern des Transportkästchens untergebracht. Sorgt man nämlich dafür, dass in der Wheatstone'schen Brücke, deren einer Zweig hier bekanntlich der Messdraht, deren anderer Zweig die Verhältniswiderstände und der fragliche Widerstand sind, beide letzteren mit einander in ihrer Lage

zum Drahte vertauscht werden können, so bedarf man als Weg für den Schlitten nur der einen Hälfte des Messdrahtes.

Die vorerwähnte Vertauschung geschieht dadurch, dass man den zu messenden Widerstand, wenn er kleiner als 100 Ω ist, an Stelle der Lamelle *m* einschaltet; ist er aber grösser, so wird er statt *l* eingelegt; es

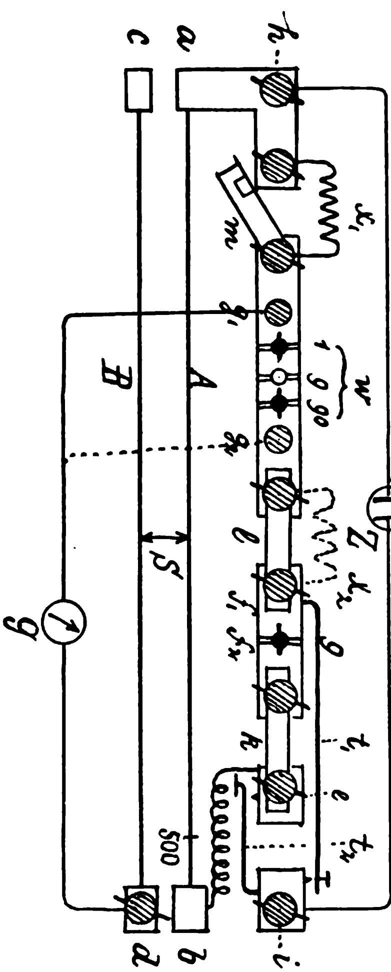


Fig. 2.

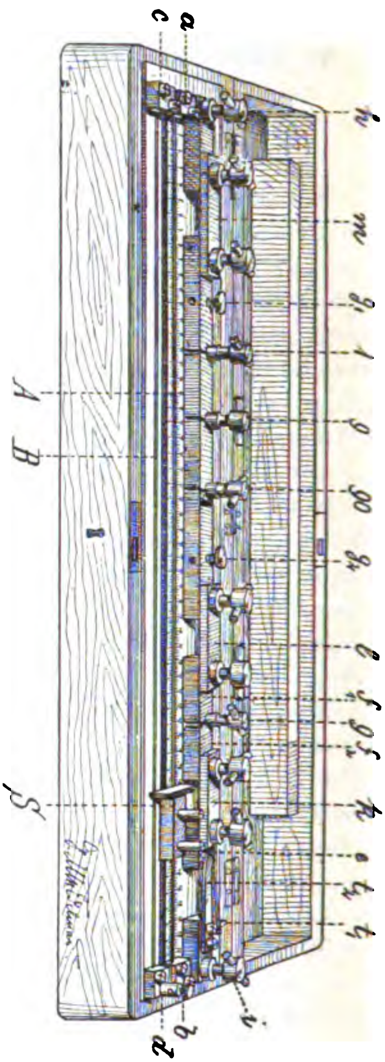


Fig. 1.

können also die Verhältniswiderstände 1, $1 + 9 = 10$, $1 + 9 + 90 = 100$ vor oder hinter den fraglichen Widerstand gesetzt werden. Die Leitung zum Galvanometer *G* kommt natürlich immer zwischen beide, also in g_1 oder g_2.

Herr Prof. Kittler gibt in seinem vortrefflichen Werke „Handbuch der Elektrotechnik“ S. 202 folgende Beschreibung und Gebrauchsanweisung (an welcher ich nur eine kleine Abänderung einzufügen mir erlaubt habe insofern, als der Messdraht bei neueren Apparaten 52 cm, und nicht mehr wie bei älteren 50 cm lang ist und auch, nach dem Vorschlage Uppenborn's, der Ergänzungswiderstand nicht mehr 10, sondern 9 Ω beträgt, wodurch für das Instrument die Obach'schen Tabellen anwendbar wurden; dem entsprechend werden wegen der Controlirbarkeit des Messdrahtes auch nicht mehr die Verhältniswiderstände aus den Stöpseln 1, 10, 100, sondern aus 1, 9, 90 gebildet).

„Für praktische Zwecke, namentlich auf Reisen, ist auch die Universal-Widerstandsbrücke von Edelmann bestimmt. Zwischen den Klemmen ab ist ein Platindraht [1]) A gespannt, der von A bis zum Punkte 500 der Theilung eine Länge von 500 mm und einen Widerstand von genau 0,5 Ω (bei einer bestimmten Normaltemperatur) besitzt. Unter A ist ein Millimetermaassstab angebracht, während ein Schlitten S die Ueberleitung des Stromes von A zu einem zwischen den Klemmen c und D befindlichen Silberdraht B bildet. Der Platindraht A hat seine Fortsetzung in einem, im Innern des Apparates zwischen b und e angebrachten Stücke von gleichem Querschnitte, so dass die gesammte Länge zwischen a und e 1000 mm und der gesammte Widerstand zwischen diesen beiden Punkten 1 Ω beträgt. Auf diese Weise wird der Apparat für Reisezwecke handlich, ohne dass die Empfindlichkeit der Anordnung leiden würde. Die Vergleichswiderstände 1, 10, 100 Ω befinden sich im Rheostaten w zwischen den Klemmen g_1 und g_2, ein zur eventuellen Ergänzung des Rheochords A bestimmter Widerstand 9 Ω liegt zwischen den Messingklötzen f. Die Messingstücke h, g_1, g_2 und f_1, f_2 und e können durch Metalllamellen m, l, k widerstandslos verbunden werden. Zwischen f_1 und i sitzt ein Schlüssel t_1 für kurzen und dauernden Stromschluss, zwischen e und i ein Taster t_2.“

„Der Apparat lässt sich innerhalb sehr weiter Grenzen zu Widerstandsmessungen verwenden.“

„I. Bestimmung von Widerständen unter 100 Ω. Das Galvanometer G kommt zwischen d und g_1, die Batterie Z zwischen h und i, der Widerstand x zwischen h und g_1. Die Lamelle m ist geöffnet, l und k sind geschlossen, f wird gestöpselt. Als Batterieschlüssel dient t_1 (Schema Fig. 2). Dann ist

$$r_1 : r_2 = x : w.$$

---

1) Ich nehme jetzt wegen der besseren Haltbarkeit und der kleineren Veränderungen durch die Wärme Nickelin.

Das Verhältnis $r_1 : r_2$ drückt sich direct durch das Längenverhältnis der Strecken aS und Se aus. Somit wird

$$r_1 : 1000 - r_1 = x : w,$$

wobei $w = 1$, 10 oder 100 Ω ist."

„Zusatz. Ist der Widerstand x sehr klein, so dass die Länge r_1 nicht mehr passend wird, dann ergänzt man den Platindraht A vom Widerstande 1 Ω durch den Widerstand 10 Ω in f, so dass jetzt

$$r_1 : 10000 - r_1 = x : w.$$

Ferner kann man, wenn dieser Zusatzwiderstand 10 nicht ausreicht, zwischen f und e einen weiteren Rheostaten einfügen, indem man die Lamelle k entfernt." (Oder man könnte auch die Verhältniswiderstände w stöpseln und statt l einen kleinen Widerstand 0,1 oder 0,01 einlegen, den man sich sehr leicht jederzeit mit der Brücke selbst herstellen kann.)

„II. Bestimmung von Widerständen über 100 Ω. Das Galvanometer G wird zwischen g_2 und d, die Batterie Z zwischen h und i, x zwischen g und f gebracht. Die Lamellen m und k sind geschlossen, l ist geöffnet, f gestöpselt. Als Schlüssel dient wieder t_1. In diesem Falle erhält man die Beziehung

$$r_1 : 1000 - r_1 = w : x.$$

Zusatz. Ist x sehr gross gegen w, so ergänzt man A durch den Stöpsel 9 in f." (Dann ist $r_1 : 10000 - r_1 = w : x$.)

„III. Controlirung des Rheochords. Man bringt zwischen g_1 und d das Galvanometer, zwischen h und i die Batterie und lässt die Lamellen m, l, k geschlossen. Stellt man S auf 500, während in w der Widerstand 9 und in f der gleiche Widerstand 9 eingeschaltet wird, so darf das Galvanometer beim Niederdrücken des Tasters t_1 keine Ablenkung zeigen." (Auch dann nicht, wenn $w = 1$ gestöpselt wird und der Schlitten S auf 100 steht.)

Preis 160 M.

Daniell'sche Trocken-Elemente in Taschenformat.

Von

Dr. **M. Th. Edelmann.**

Wie aus der beigegebenen Figur ersichtlich, besteht eine solche Taschenbatterie (ich nehme immer zwei Elemente) aus je zwei Kupfer- und zwei Zinkblechen. Alle haben eine Breite von 7 cm, das obere Zink- Z_2 und das unterste Kupferblech K_1 sind 12 cm lang; die beiden mittleren Bleche $K_2 Z_1$, welche aneinander gelöthet sind, haben nur 10 cm Länge. Durch diese Längendifferenz kommen nach dem Aufbau der Batterie, welcher wie der der alten Volta'schen Plattensäule geschieht, vorspringende Blechränder, an welche die beiden Polklemmen angelegt werden.

Als Leiter zweiter Klasse dienen rechteckige Stücke schwedischen Filtrirpapiers. Dasselbe wird präparirt, indem man die Papierbogen durch die heissen Mischungen aus Gelatine einerseits mit pulverisirtem Kupfervitriol — andrerseits mit pulverisirtem Zinkvitriol zieht, dann trocknet und in der nothwendigen Grösse von 7 cm $\times$ 10 cm ausschneidet.

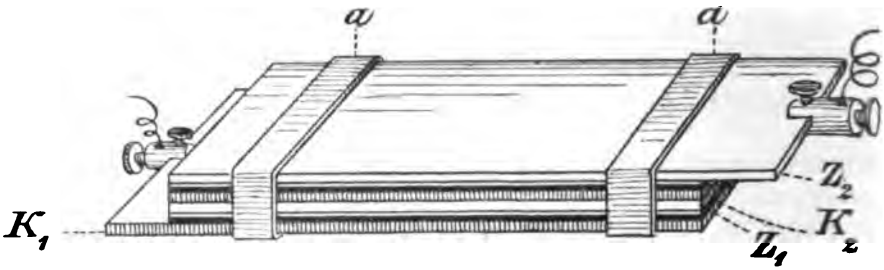
Beim Aufbau der Batterie werden die Gelatinepapierblätter vorerst einige Secunden in Wasser getaucht und, wenn sie dann in der Luft weich geworden und das adhärirende Wasser in sich aufgenommen haben, zum Aufbau der Säule in selbstverständlicher Abwechslung mit den Metallplatten verwendet. Durch einige übergelegte Gummibänder *aa* wird die Säule zusammengepresst.

Eine solche Batterie aus zwei Elementen hat eine elektromotorische Kraft von 2,04 V und entwickelt mit 1 Ω geschlossen, eine genügend constante Stromstärke von 0,5 A, was z. B. für Widerstandsmessungen mit einer Brücke, zur Untersuchung von Isolationsfehlern etc. vollkommen ausreicht.

Wird die Säule nicht mehr gebraucht, dann kratzt man mit einem Messer oder Glasscherben die adhärirende Gelatine von den Blechen ab, wäscht sie wohl auch mit heissem Wasser hie und da ab und scheuert sie gelegentlich mit grobem Schmirgelpapier wieder blank.

Die vorräthigen Gelatinpapierblätter (auch Briefe, Karten etc.) werden zwischen die Bleche gelegt und die Gummibänder übergezogen.

Anspruch auf besondere Neuheit können diese Elemente wohl nicht machen, aber sie sind sehr brauchbar und bequem, weil sie leicht zu behandeln und klein sind und jenen Anforderungen vollauf genügen,



die man an Apparate stellt, von welchen man nicht weiss, wann und wo man sie braucht, die man aber oft braucht und die unter allen Umständen und jeden Augenblick bereit sein sollen.

Preis von zwei Elementen sammt Gelatinepapierblättern, Klemmen etc. 5 Mark.

Protokoll der ausserordentlichen Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 25. Januar 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Der Vorsitzende erinnert an den unersetzlichen Verlust, den die Gesellschaft durch den Tod ihres Präsidenten des Herrn Hofrathes Theodor v. Oppolzer erlitten. Zum Zeichen der Trauer um den Dahingeschiedenen erheben sich die Anwesenden von ihren Plätzen.

Bei der nun vorgenommenen Wahl des Präsidenten wird Herr Major A. v. Obermayer per Acclamation gewählt.

Hierdurch wird die Stelle des Vicepräsidenten erledigt.

Die Wahl desselben wird sofort vorgenommen. Zum Vicepräsidenten gewählt erscheint Herr Dr. Guido Goldschmiedt.

Der Vorsitzende stellt und begründet den Antrag: Die in der ausserordentlichen Generalversammlung vom 18. März 1879 betreffs Verleihung der Hlasiwetz-Medaille und des Hlasiwetz-Preises gefassten Beschlüsse sind ausser Kraft zu setzen, damit der Verein in der Verwendung seines Vermögens nicht durch Bestimmungen gehindert sei, für deren Ausführung, wie es scheine, sich bis jetzt kein passender Modus habe finden lassen.

Im Verlaufe der Debatte über diesen Antrag sowie über die Verwendung des Vereinsvermögens überhaupt stellt Dr. Benedikt den Antrag: Die vom Vereine zu verleihenden Subventionen sind bloss solchen Bewerbern zuzuwenden, denen zur Ausführung wissenschaftlicher Untersuchungen sonst keine genügende — seien es eigene oder vom Staate beigestellte — Mittel zu Gebote stehen.

Dr. Lecher beantragt: Von der chemisch-physikalischen Gesellschaft sind in passenden grösseren Zeitabschnitten regelmässig Preise im Betrag von 1000—2000 fl. auszuschreiben für besonders verdienstliche wissenschaftliche Leistungen auf dem Gebiete jener Wissenschaften, die zu fördern Zweck des Vereines ist.

Prof. Sigm. Exner hält es für geboten, die auszuschreibenden Preise auf 500—1000 fl. zu reduciren, welcher Meinung sich Dr. Lecher anschliesst.

Ueber Vorschlag des Prof. Sigm. Exner beschliesst die Versammlung die vom Präsidenten Herrn Major v. Obermayer sowie den Herren Dr. Benedikt und Dr. Lecher gestellten Anträge einer aus den Herren Major A. v. Obermayer, Prof. Bauer, Prof. Lieben, A. v. Waldheim und Dr. Lecher bestehenden Commission zur Berathung und Berichterstattung zuzuweisen, welche eventuell auch andere den Vereinszwecken entsprechende Vorschläge bezüglich Verwendung des Gesellschaftsvermögens ausarbeiten könne.

Hierauf hält Herr Prof. Dr. Karl Exner den angekündigten Vortrag: „Ueber die Erklärung des Phänomens der fliegenden Schatten".

Wien, 26. Januar 1887.

Der Secretär.

Protokoll der ausserordentlichen Generalversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 1. Februar 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Der Vorsitzende erstattet Namens der in der ausserordentlichen Generalversammlung vom 25. Januar 1887 eingesetzten Commission den Bericht und verliest die nachfolgenden von dieser Commission gestellten Anträge:

I. Von in regelmässigen Intervallen wiederkehrenden Preisausschreibungen ist vorläufig abzusehen. Hingegen sollen, gewissermaassen zur Feier des 20jährigen Bestandes der Gesellschaft, im December 1889 für zwei in wissenschaftlicher Hinsicht besonders verdienstliche Arbeiten auf dem Gebiete der Chemie und der Physik je ein Preis von 600 fl. ö. W. zuerkannt werden.

Arbeiten aus anderen der Chemie und Physik nahestehenden Wissensgebieten sind von der Preisconcurrenz nicht ausgeschlossen.

Die Zuerkennung der beiden Preise erfolgt durch je eine besondere aus fünf Mitgliedern und zwei Ersatzmännern bestehende Commission.

Die beiden Preiscommissionen sind, um Stimmenzersplitterung zu vermeiden, auf Grund zweier vom Präsidium der chemisch-physikalischen Gesellschaft aufzustellenden Listen in einer am 15. Februar 1887 abzuhaltenden ausserordentlichen Generalversammlung zu wählen.

Die Preise können nur an Mitglieder der „chemisch-physikalischen Gesellschaft in Wien“ verliehen werden.

Die Preisbewerber haben von den Arbeiten, welche sie der Beurtheilung Seitens der einen oder der anderen Preiscommission zu unterwerfen wünschen, womöglich fünf Abdrücke oder Abschriften bis spätestens Ende Juni 1889 an das Präsidium der chemisch-physikalischen Gesellschaft einzusenden. Nach diesem Termine eingelaufene Arbeiten finden keine Berücksichtigung.

Arbeiten, welche vor Ende 1884 publicirt worden sind, sind von der Preisconcurrenz ausgeschlossen.

Darüber, welcher der beiden Preiscommissionen eine eingesandte Arbeit zuzuweisen ist, entscheidet in erster Linie der Wunsch des Autors. Indes hat jede der beiden Commissionen das Recht, eine Arbeit, für deren Beurtheilung sie sich nicht für competent hält, der anderen zuzuweisen.

Die prämiirte Arbeit soll, wenn sie nicht schon vor Zuerkennung des Preises veröffentlicht war, nach derselben innerhalb eines Jahres publicirt werden.

Die Namen der nicht prämiirten Preiswerber sind geheim zu halten.

II. Die in der ausserordentlichen Generalversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft vom 18. März 1879 betreffs Verleihung der Hlasiwetz-Medaille und des Hlasiwetz-Preises gefassten Beschlüsse sind ausser Kraft zu setzen.

III. Falls Antrag I angenommen wird, ist die Verleihung von Subventionen bis Ende December 1889 thunlichst zu restringiren.

Sämmtliche Anträge werden angenommen.

Herr Hofrath Stefan hält den angekündigten Vortrag: „Ueber einen magnetocalorischen Motor".

Herr Julius Miesler wird als neues Mitglied aufgenommen.

Wien, 15. Februar 1887.

Der Secretär.

Protokoll der ausserordentlichen Generalversammlung der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 15. Februar 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Dem Beschlusse vom 1. Februar 1887 zufolge wurde die Wahl der beiden Preiscommissionen vorgenommen. In die chemische Preiscommission erscheinen gewählt: die Herren Prof. v. Barth, Prof. Bauer, Hofrath v. Brücke, Prof. Lieben, Prof. Wiesner als Mitglieder, Prof. Loschmidt, Prof. Oser als Ersatzmänner. Die in die physikalische Preiscommission gewählten Herren sind: Prof. Hann, Prof. v. Lang, Prof. Loschmidt, Hofrath Stefan, Prof. Edm. Weiss als Mitglieder, Prof. Ditscheiner, Prof. Sigm. Exner als Ersatzmänner.

Dr. G. Goldschmiedt zeigt an, dass er die auf ihn gefallene Wahl zum Vicepräsidenten annehme.

Prof. J. M. Eder und Herr Ingenieur J. Krämer halten die angekündigten Vorträge; ersterer „Ueber Spectralphotographie", letzterer „Ueber die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus" und „Ueber elektrische Erdleitungsströme".

Wien, 15. Februar 1887.

Der Secretär.

Soeben erscheinen:

Heinrich Heines sämtliche Werke.

Mit Einleitungen, erläuternden Anmerkungen und Verzeichnissen sämtlicher Lesarten.

Von Dr. Ernst Elster.

36 Hefte von je 5 Bogen Text à 30 Pfennig.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/5

Populäre Anthropologie.

In gemeinverständlicher Darstellung und künstlerischer Ausstattung sich an „Brehms Tierleben" anschließend erscheint soeben:

Der Mensch.

Von Professor Dr. Johannes Ranke.

Mit 991 Textabbildungen, 16 Karten und 32 Chromotafeln.

2 Saffianbände 32 M. — 26 Hefte à 1 M.

Prospekte gratis. — Erstes Heft und Band I durch alle Buchhandlungen zur Ansicht.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/5

Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.

Soeben erscheint in gänzlich neuer Bearbeitung

MEYERS KONVERSATIONS-LEXIKON

VIERTE AUFLAGE.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

Achtzig Aquarelltafeln.

3000 Abbildungen im Text.

256 Hefte à 50 Pfennig. — 16 Halbfranzbände à 10 Mark.

3²/5

MEYERS VOLKSBÜCHER

Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig.

☞ Prospekte gratis in allen Buchhandlungen.

bringen das Beste aller Litteraturen in mustergültiger Bearbeitung, in vornehmer Gestalt und zu beispiellos billigem Preis.

10 Pf. jede Nummer

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (16a/5)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/5)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

DREHBANKE
und Werkzeuge empfehlen:
J. G. WEISSER SÖHNE
St. Georgen, Baden.
(10a|5)

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen
für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte
Construction für Lehranstalten.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15a,5)

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate**, sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala; vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit **Töpler'scher Dämpfung.** (21a/5)

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

Hierbei eine Beilage von **Dr. M. Th. Edelmann** in **München.**

XXIII. Band. 6. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 6. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 5).

Jahrgang 1887 Nr. 12 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 13 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 14 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 15 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg,* *Verlagsbuchhandlung.

AUG 22 1887

Ueber ein transportables Barometer.

Von

K. Krajewitsch.

In den neuerdings erschienenen zwei Bänden der Travaux et Mémoires de Bureau international des Poids et Mésures ist von Herrn Marek eine Reihe der von ihm angestellten und ihm misslungenen Versuche einen absolut leeren Raum zu bekommen, ausführlichst beschrieben worden. Aus dieser Beschreibung lässt sich der Schluss ziehen, dass dem genannten Physiker weder die Einrichtung des von Mendelejeff construirten Barometers, noch die des von mir erfundenen transportablen Barometers bekannt sind. Widrigenfalls würden seine Bemühungen zu unbedingt besseren Resultaten geführt haben.

Im Mai 1877 habe ich in einer Sitzung der russischen physik.-chem. Gesellschaft zu Petersburg mein transportables Barometer beschrieben und demonstrirt; im November desselben Jahres habe ich ausserdem im Journal derselben Gesellschaft eine Abhandlung über dieses Barometer erscheinen lassen; auf der Weltausstellung 1878 in Paris ist mein Barometer exponirt worden. Dessenungeachtet scheint mein transportables Barometer nur sehr wenigen Fachgenossen bekannt zu sein, welcher Umstand vielleicht darin seine Ursache haben mag, dass man nur zu wenig Vertrauen denjenigen Barometern zu schenken pflegt, welche mit kaltem Quecksilber gefüllt werden, sowohl, als auch darin, dass mein Barometer nur in russischer Sprache beschrieben worden war.

Vorliegende Abhandlung bezweckt, dem allzu sehr verbreiteten Vorurtheile gegen mit kaltem Quecksilber gefüllte Barometer entgegenzutreten sowohl, als auch eine ausführliche Beschreibung meines letzterdings verbesserten transportablen Barometers, welche letztere hierselbst überhaupt zum erstenmale veröffentlicht wird, zu geben.

Fig. 1 ist eine schematische Zeichnung des betreffenden Barometers. Dasselbe besteht aus zwei Gefässen *a* und *b*, welche beide in einer senkrechten Linie liegen und mittels der Röhre *l* verbunden werden; letztere Röhre kann mittels eines zu diesem Zwecke eingerichteten

Hahnes in zwei abgesonderte Räume getheilt werden. Das Gefäss *b* verjüngt sich in eine Capillarröhre *c* ($^1/_3$ — $^1/_4$ mm), 60 — 70 mm lang, welche ihrerseits in eine breitere Röhre *d* (4—6 mm im Durchmesser) übergeht; diese Röhre ist mit einem Ansatz *g* versehen; *s* ist der zum Messen nothwendige Maassstab.

Der Füllungsprocess meines Barometers ist höchst einfach. Nachdem man den Apparat getrocknet hatte, füllt man den Raum *a* mit trockenem Quecksilber. Auf die Oeffnung *o* dieses Raumes wird eine 400 mm lange Gummiröhre angebracht, in deren freies Ende ein Trichter hineingesetzt wird. Der Trichter muss womöglich hoch gehalten und mit Quecksilber gefüllt werden. Der Beobachter bringt das Barometer in eine schiefe Lage, indem er den Theil *a* nach rechts und den Theil *b* nach links dreht; zur selben Zeit hält sein Gehilfe den Trichter mit Quecksilber in der Weise, dass das Kautschuckrohr immer senkrecht bleibt. Das Quecksilber geht dabei durch die Röhre *l* in den Raum *b* über und verdrängt aus letzterem durch die Röhren *c*, *d* und die Oeffnung *g*, die in *b* befindliche Luft. Nachdem das Quecksilber den ganzen Apparat erfüllt und sich der Oeffnung *g* genähert hatte, schliesst man den Hahn *r*, das Barometer wird in eine senkrechte Lage gebracht, und man löthet die Spitze *g* mittels einer Spiritusflamme zu. Alsdann wird aus dem Raume *a*, indem man den Apparat umkehrt, das hierin befindliche Quecksilber entfernt und die Kautschukröhre heruntergenommen. Jetzt kann das Barometer wiederum in seine natürliche Lage gebracht und der Hahn *r* geöffnet werden. Das Quecksilber fliesst dann aus *b* durch *l* nach *a* und bildet in *b* einen leeren Raum. Aus *d* fliesst dabei auch ein wenig Quecksilber in den Raum *b*. Dieser leere Raum enthält anfangs eine gewisse Menge verdünnter Luft, welche an der inneren Fläche der Röhre *b* haften geblieben. Um diese Luft zu entfernen, muss man den Apparat von rechts nach links drehen: das Quecksilber steigt in *b*, und der besagte Rest von Luft wird aus *b* nach *d* über *c* getrieben. Alsdann wird das Barometer wiederum in seine senkrechte Lage gebracht, wobei die in *d* befindliche Luft bereits keinen Einfluss auf die Höhe der Quecksilbersäule im Barometer ausüben kann, weil diese Luft von dem Barometervacuum durch eine gewisse Menge Quecksilber getrennt ist.

Fig. 1.

Die oben beschriebene Manipulation muss mehrere Male wiederholt werden, damit in *b* keine noch so kleine Quantität von Luft bleibe.

Um das Barometer tragbar zu machen, dreht man den Apparat von rechts nach links so weit, bis das Vacuum *b* von Quecksilber erfüllt wird und die Räume *d*, *c* und *b* sämmtlich eine ununterbrochene Masse Quecksilber darstellen. Alsdann wird der Hahn geschlossen, und das Barometer ist somit zum Transportiren fähig geworden. Nach Ankunft an dem Orte, wohin das Barometer zu übertragen war, wird letzteres senkrecht aufgehängt und der Hahn geöffnet. Sollte ein Zweifel entstehen, ob denn wirklich der Raum *b* luftleer sei, so muss man die oben beschriebene Operation wiederholen, um die eventuell in *b* befindliche Luft nach *d* zu treiben.

Aus Vorigem dürfte hervorgehen, dass sich im Vacuum eines nach beschriebenen Vorschriften eingerichteten Barometers keine Luft befinden könne. Dies sollte auch in Wirklichkeit der Fall sein, wenn wir nicht wüssten, dass Quecksilber der Röhre adhärirt. Diese Adhäsion unterliegt keinem Zweifel, weshalb eine Luftblase am Glase immerhin haften bleiben kann, welche Blase, nachdem das Barometer senkrecht aufgehängt worden, wiederum ins Vacuum dringt und daselbst aufs Niveau des Barometers schädlich einwirkt. Am häufigsten bleibt so eine Blase an der Stelle haften, wo die Röhre *c* in *d* übergeht[1]). Die kleinen hieraus folgenden Fehler können übrigens vollkommen vermieden oder wenigstens noch kleiner gemacht werden. Zu diesem Zwecke kann man (Fig. 2) *c* mit *d* so verbinden, dass *c* in einen Ansatz übergehe, welcher in *d* mündet; wenn *c* dabei einen scharfen Rand hat, so kann keine Luftblase an ihm haften bleiben und wird somit die Ursache des gesagten Fehlers beinahe vollkommen oder ganz und gar entfernt.

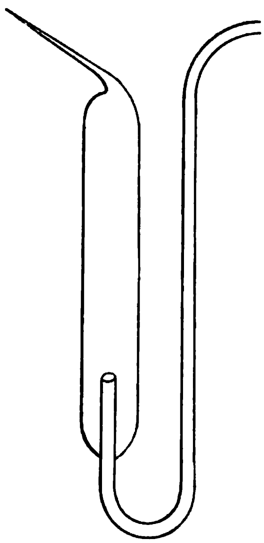


Fig. 2.

Damit das Quecksilber am Glase nicht adhärire, müssen sowohl das Quecksilber als das Glas absolut rein sein. Die Reinheit des letzteren kann mit Hilfe des Weinhold'schen Verfahrens ziemlich

1) Es muss aber hierbei bemerkt werden, dass der hieraus stammende Fehler, wenn nur der Raum *b* gross genug ist, im Allgemeinen sehr klein ist und in Barometern meiner Construction nicht $^1/_{100}$ mm erreicht, was durch eine höchst einfache Rechnung bewiesen werden kann.

gut erreicht werden. Was dagegen die Reinigung des Glases *a* betrifft, so ist sie bei gebogenem Glase nicht leicht zu erreichen. Jedenfalls ist sie nicht ganz unmöglich, wenn man sie vornimmt, bevor der Hahn *a* angebracht und das Rohr *l* unten noch nicht gebogen worden. Der Raum *a* muss in erster Reihe gereinigt werden. Leider reicht die Reinigung der Röhren vor ihrem Ausziehen nicht aus, weil beim Ausblasen des Glases organische Theilchen mit der ausgeblasenen Luft in den Apparat dringen und dortselbst eine Verunreinigung des Quecksilbers verursachen können. Deshalb ist es bei Weitem rathsamer, nachdem alle Theile zusammengelöthet worden, den ganzen Apparat in eine gerade Linie auszuziehen und, erst nachdem diese Operation vollzogen, zu seiner Reinigung zu treten. Jedenfalls muss der Apparat in eine senkrechte Lage gebracht werden und zwar so, dass *g* nach unten gerichtet sei; alsdann muss er mit einer hinreichenden Menge von einer nicht gesättigten[1]) heissen Lösung der Poggendorff'schen Flüssigkeit (welche zur Ladung von galvanischen Elementen gebraucht wird) gefüllt werden. Um recht rasch den Apparat mit der gesagten Lösung zu füllen, kann man die obere Oeffnung des Apparats mit einem Blasebalg versehen, um somit den Druck vergrössern zu können[2]). Nachdem diese Lösung entfernt worden, muss man den Apparat einigemal mit gewöhnlichem und zuletzt mit destillirtem Wasser ausspülen und ihn austrocknen lassen. Zu diesem letzten Zwecke muss ein Trockenapparat mit dem Blasebalg und dem Barometer in Verbindung gesetzt werden. Der Trockenapparat besteht aus U förmigen mit Calciumchlorid gefüllten Röhren. Die Manipulation kann recht rasch vor sich gehen, wenn der Apparat vorher mit Alkohol und ausserdem mit Schwefeläther ausgespült worden, welcher letzterer beim Durchblasen sehr rasch verdampft. Dieses Verfahren kann als recht befriedigend charakterisirt werden, wenn es nur darauf ankommt, die Barometerhöhe bis auf Zehntelmillimeter messen zu können; für genauere Messungen kann dieses Verfahren nicht empfohlen werden, und ich habe es in solchen Fällen nie gebraucht, weil ich mich auf die chemische Reinheit des von mir gebrauchten Schwefeläthers nicht verlassen konnte.

Nachdem der Apparat ausgespült und getrocknet worden und er seine Normalform wieder angenommen, muss er an ein dazu bestimmtes

---

1) Eine gesättigte Lösung der genannten Flüssigkeit ist zu unserem Zwecke nicht brauchbar, weil eine solche leicht eine Verunreinigung des Apparats mit ihren Krystallen beim Fallen der Temperatur verursachen kann, welche Verunreinigung leicht vermieden werden kann.

2) Eine Compressionspumpe ist zu diesem Zwecke nicht zu empfehlen, weil beim Gebrauch einer solchen die Gefahr einer Verunreinigung des Barometers mit Oeldämpfen nahe liegt.

Brett befestigt werden. Es muss aber an dieser Stelle hervorgehoben werden, dass man beim Biegen der Röhren das Ausblasen mit dem Munde vermeiden muss.

Im Reinigen und im Trocknen des Apparats besteht, wie man hieraus leicht ersieht, der wesentlichste Theil seiner Anfertigung. Wenn die Röhre rein und trocken ist, so kann man ein beinahe vollkommenes Vacuum erzielen, — jedenfalls ein vollkommeneres als es in denjenigen Barometern der Fall ist, welche mit zum Sieden gebrachtem Quecksilber gefüllt werden. Wenn dagegen die Röhre nicht ganz trocken ist, so lässt sich der übrig gebliebene Wasserdampf auf keine Weise entfernen, weil er bei wachsendem Drucke in Tropfen übergeht, am Glase haften bleibt und deshalb in den Raum *d* nicht getrieben werden kann.

Das oben beschriebene Verfahren reicht vollkommen aus, wenn man sich mit Resultaten begnügen darf, deren Fehler nicht ein Zehntel überschreitet; ich habe mich davon überzeugt, indem ich die Angaben meines Barometers mit denen besserer und genauerer Baro- und Baro-Manometer, welche nach den unten beschriebenen Vorschriften eingerichtet worden, verglichen hatte. Natürlich ist die besagte Genauigkeit für diejenigen Ziele, welche durch transportable Barometer verfolgt zu werden pflegen, vollkommen ausreichend.

Um eine grössere Genauigkeit zu erzielen, muss man den Apparat aufs Sorgsamste trocknen. Zur Zeit bediene ich mich derselben Vorrichtung, welche von mir bei der Füllung von Baromanometern gebraucht wird und seinerzeit beschrieben worden ist[1]). Den Untenraum *a* des Barometers versehe ich mit einem Trichter *h* (Fig. 3). Die Spitze *g* ist dabei nicht nöthig; die Röhre *d* muss zugelöthet werden. Ein vollkommen fertiges, d. i. ein mit der Poggendorff'schen Flüssigkeit ausgespültes und an einem Brett angebrachtes Barometer, wird senkrecht aufgehängt. In den Trichter *h* wird ein mit zwei runden Löchern versehener Pfropfen, wie Fig. 3 zeigt, gebracht; auf diesen Pfropfen wird eine dünne runde Metallplatte mit zwei entsprechenden Löchern in entsprechender Weise gelegt. Durch diese Löcher werden zwei Röhren geführt: die eine, *k*, verbindet den Raum *a* mit einer Quecksilberpumpe, das Ende der anderen Röhre *m* führt in ein hohes und schmales gläsernes Gefäss *n*, in welchem sich eine gewisse Menge Quecksilber befindet. Nachdem man die Metallplatte nach oben gehoben, giesst man auf den Pfropfen ein wenig geschmolzenen Mendelejeff'schen Kitts[2]); dann drückt man die Metallplatte darauf und giesst

1) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft, Bd. 14 S. 397.

2) Siehe „Ueber Elasticität der Gase", S. 69.

in den Trichter denselben Kitt 5—10 mm hoch. Nachdem der Kitt hart geworden, erwirkt man mittels einer Quecksilberpumpe ein womöglich vollkommenes Vacuum. Dabei wird mittels des Quecksilbers, welches aus dem Gefäss *n* in die Röhre *m* dringt, alle Communication des Barometers mit der äusseren Luft verhindert; es muss aber die Röhre *m* so lang sein, dass das Quecksilber aus *n* nicht in den Trichter *h* komme. Zu diesem Zwecke habe ich eine von mir modificirte Quecksilberpumpe von Töpler-Mendelejeff gebraucht[1]. Diese Pumpe ist mit einem Glase versehen, in welchem Phosphorsäureanhydrid sich befindet, so dass, wenn äussere Luft in die Pumpe und ins Barometer hineindringt, diese unbedingt durch das gesagte Glas ihren Weg nehmen muss. Da lange Kautschukröhren, sogar mit dicken Wänden, manchmal Gase hindurchlassen, so muss das Barometer mit der Pumpe mittels einer Glasröhre verbunden werden, und nur an der Pumpe selbst kann man sich eines kleinen Stückes Kautschukröhre bedienen, dabei darf aber der schädliche, die Diffusion ermöglichende Theil dieses Schlauches nicht über 3 mm lang sein. Es ist leicht zu ersehen, dass die oben beschriebene Metallplatte, welche auf den Pfropfen im Trichter *h* gelegt wird, denselben Zweck verfolgt: diese Platte verhindert eine Diffusion der äusseren Luft, da eine solche nur an der Peripherie der Scheibe stattfinden kann; es möge an dieser Stelle hinzugefügt werden, dass in meinem Apparat alle Kittverbindungen mit solchen Metallplatten versehen sind.

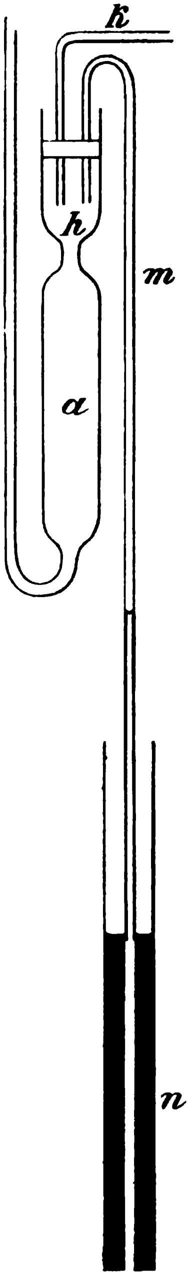


Fig. 3.

Luft lasse ich in den Apparat hinein, indem ich die Spitze einer zu diesem Zwecke in das Glas eingekitteten, mit Phosphorsäureanhydrid gefüllten, 300 mm langen Capillarröhre abbreche[2]. Auf diese Weise werden verschiedene Unbequemlichkeiten von aller Art Hähnen vermieden; ausserdem ist die beschriebene Vorrichtung in der Hinsicht vorzuziehen, dass sie ein recht langsames, — was in unsrem Falle von grosser Wichtigkeit ist — Trocknen des Innern der betreffenden Apparate ermöglicht. Um die Com-

1) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft, Bd. 13 S. 335, Bd. 14 S. 419.
2) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft, Bd. 13 S. 335.

munication der Luftpumpe mit der äusseren Luft zu unterbrechen, ist es vollkommen ausreichend, eine Gas- oder Spiritusflamme und sogar ein brennendes Streichhölzchen ans abgebrochene Ende der Capillarröhre zu bringen: in jedem dieser Fälle schliesst sich die Oeffnung in einem Augenblick.

Bei diesen Bedingungen kann im Laufe von 3—4 Stunden ein Druck von höchstens 0,003 mm erzielt werden. Den Druck pflege ich mittels einer besonderen Vorrichtung zu messen, welcher das Princip der Mensur von Mac-Leod zu Grunde liegt. Uebrigens ist der dabei erhaltene Werth zu gross, da bei der Verdünnung einer schon verdünnten Menge Luft der Druck rascher fällt als deren Dichtigkeit, da sogar eine so kleine Dichtigkeit existirt, der ein Druck entspricht, welcher gleich Null gesetzt werden muss[1]). Hieraus folgt, dass die oben angegebene Grösse (0,003 mm) bedeutend grösser ist als die wirkliche Grösse des betreffenden Druckes.

Eine andere Methode zur Prüfung des erhaltenen Vacuums wird mir von einem elektrischen Funken geliefert. Zu diesem Zwecke verbinde ich mit der Luftpumpe ein Glas, in welches ich zwei mit Glas umschmolzene Stückchen Platindraht hineinlege und zwar so, dass deren Enden von einander 0,5—1 mm weit entfernt liegen. Durch diese Drahtstückchen lasse ich einen Inductionsstrom von einer kleinen Ruhmkorff'schen Spirale laufen, welche Spirale ich mit zwei Bunsen'schen Elementen verbinde. Bei einem 0,003 mm grossen und sogar bei einem grösseren Drucke ist kein Funken zwischen den Elektroden zu bemerken. Es ist selbstverständlich, dass dies nicht sofort zu erreichen ist; man muss dazu einige Mal Luft hineinlassen und sie wiederholt herauspumpen. Je feuchter die inneren Wände des Barometerrohrs sind, desto mehr wächst die Nothwendigkeit, gesagte Manipulation mehrere Male zu wiederholen. Nachdem man endlich den Druck 0,003 mm erreicht hatte (welche Grösse, wie oben bemerkt, grösser ist, als die wirkliche) und keinen elektrischen Funken mehr bemerkt, darf man behaupten, dass im Apparat der Luft- und Dampfdruck kleiner ist, als im luftleeren Raume der meisten und besten Barometer. Alsdann giesst man ins Gefäss *n* noch so viel Quecksilber und hebt es so hoch, bis das hierin befindliche Quecksilber durch die Röhre *m* und den Trichter *h* in den Raum *a* zu fliessen beginnt (Fig. 3). Das Quecksilber strömt dabei in Form eines dünnen und schmalen Stromes, zu welchem Behuf das obere Ende der Röhre *m* eine schmale Mündung hat. Auf diese Weise kann das Gefäss *a* und ein Theil des Trichters *h* mit Quecksilber gefüllt werden. Wenn dieses

1) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft Bd. 14.

geschehen, so lässt man in die Pumpe Luft hinein, welche letztere über k in a dringt und dadurch das in a befindliche Quecksilber nach e bis zu einer gewissen Höhe treibt. Sodann schneidet man den Trichter ab, und es bleibt nur übrig, soviel Quecksilber in a hineinzugiessen, als nöthig ist, um die Räume b und d (Fig. 1) mit Quecksilber zu füllen. Beim Neigen des Barometers, wenn die Röhre d schon mit Quecksilber erfüllt ist, erscheint in dem oberen Theile derselben eine kaum bemerkbare Luftblase. Wenn man das Barometer in eine senkrechte Lage bringt, und wenn dabei das Quecksilber in den Gefässen a und b eine gesetzmässige Lage annimmt, so geht beim wiederholten Neigen keine Luftblase mehr von c nach d. Aber nach Verlauf einer geraumen Zeit, z. B. nach 24 Stunden, lässt sich beschriebene Erscheinung bemerken. Nur nach Verlauf mehrerer Wochen hört dieses Phänomen auf; es muss hinzugefügt werden, dass es sich unbedingt mehrere Male wiederholt, wenn es nur einmal vorgekommen[1]. Solche Barometer sind dennoch nicht unbrauchbar, wenn man nur die Luft aus dem Vacuum vor der Beobachtung auf die oben beschriebene Weise, mittels einer passenden Drehung, entfernt. Das Vacuum solcher Barometer ist von mir mehrere Male geprüft worden und zwar durch Hinzugiessen von Quecksilber in den Raum a, und jedesmal fand ich in den Grenzen der Genauigkeit der von mir gebrauchten Kathetometer keinen Luftdruck im oberen Theile der Barometer vor. Ich muss aber hinzufügen, dass ich keine genaueren Versuche, etwa mit Hilfe einer parallel angebrachten Scala und eines Fernrohres, über diesen Punkt anzustellen Gelegenheit hatte.

---

1) Die Ursache dieses Phänomens kann ich nur mit einiger Wahrscheinlichkeit angeben. Es ist wohl möglich, dass es von der Dissociation des Glases und der Substanzen, die an ihm haften bleiben, abhängt, von der Existenz von Poren im Glase, in welchen sich Luft mit der grössten Hartnäckigkeit verbirgt. Ich bin geneigt, beschriebene Erscheinung denjenigen unsichtbaren Capillarröhren zuzuschreiben, welche während der Fabrikation von Glasröhren in der flüssigen Glasmasse entstehen. Bei der Anfertigung verschiedener Glasröhren kann die in der Capillarröhre befindliche Luft deren Wand an irgend einer Stelle sprengen, worauf eine Communication zwischen dieser Capillarröhre und dem Raume der breiten Röhre entsteht. Im Barometer tritt beschriebene Erscheinung ein, welche aus diesem Grunde recht lange dauern kann. In einem meiner Baromanometer, nämlich in demjenigen, welches dem Berginstitut zu Petersburg gehört, lässt sich leicht eine schmale Säule Quecksilber, 30 mm hoch, in der Wand der Barometerröhre beobachten, welche Säule nach der Anfertigung des gesagten Manobarometers entstanden. Diese Säule erreicht das Ende der Capillarröhre nicht und schliesst wahrscheinlich eine gewisse Quantität Luft ein. Anfangs war diese Säule beinahe 0,5 m lang und wurde in einige Theile getheilt, aus denen die oberen wohl durch den Luftdruck nach dem Vacuum entfernt worden sind; zur Zeit sind nur einige Quecksilbertropfen an manchen Stellen der gesagten Capillarröhre geblieben.

Was das übrige Zubehör der Barometer anbelangt, so unterscheidet es sich nur sehr wenig von dem anderer Barometer und kann nach Belieben eingerichtet werden. Damit das Visiren des Gipfels der Quecksilberkuppe keine besonderen Schwierigkeiten darstelle, bringt man in transportablen Barometern Spiegel an der Hinterwand der zu beobachtenden Theile an. In genaueren Exemplaren, die nicht transportirt zu werden brauchen, ist es rathsamer, an den genannten Stellen das Brett durchzuschneiden.

Meine Barometer werden von der Firma O. Richter, Optiker und Mechaniker zu Petersburg, vom Universitätsmechaniker Frantzen ebendaselbst und Anderen gefertigt.

Meine Barometer bieten folgende Vortheile dar:

1. Infolgedessen, dass meine Barometer mit kaltem Quecksilber gefüllt werden, können die Haupträume beliebig breit gemacht werden, und kann somit der Einfluss der Capillarität vermieden werden[1]). Genaue Barometer müssen im Durchmesser 20 mm breit sein; in transportablen Barometern kann die Breite 15—16 mm gross sein. Dabei brauchen nur die Höhen der Säulen, ohne dass die Höhen der Quecksilberkuppen beachtet werden, gemessen zu werden.

2. Der Druck im Vacuum kann dem Drucke des Quecksilberdampfes gleichgesetzt werden, weshalb die gefundene Barometerhöhe keine Correctur in Bezug auf den Luftdruck im Vacuum erfordert. Dies scheint mir ein höchst wichtiger Vorzug zu sein, da gesagte Correctur auf Grund des Boyle-Mariotte'schen Gesetzes berechnet zu werden pflegt, welches Gesetz für verdünnte Luft, wie bekannt, nicht gelten kann, weshalb auch die betreffende Correctur keinen Anspruch auf Richtigkeit machen kann.

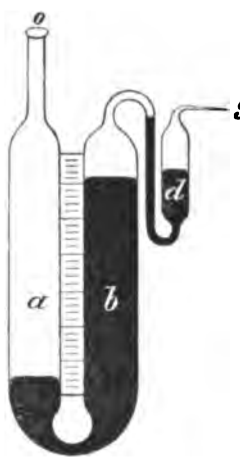


Fig. 4.

3. Endlich, was auch von grosser Wichtigkeit ist, darf der Beobachter bei der Handhabung meines Barometers immer die Zuversicht hegen, dass er es mit einem wirklichen Vacuum zu thun habe, und dass er, wenn er davon nicht überzeugt ist, mittels einer einfachen Manipulation erfahren könne, ob denn wirklich sich im oberen Theile des Barometers Gase befinden oder nicht.

1) Ich habe ein Exemplar anfertigen lassen, in dem der Durchmesser der Räume *a* und *b* (Fig. 1) 100 mm lang war; in meinem empfindlichen Barographen, welcher der russischen phys.-chem. Gesellschaft zu Petersburg gehört, ist der Durchmesser des oberen Raumes (*b*) 60 mm gleich.

Das Princip, welches der Einrichtung meiner Barometer zu Grunde liegt, kann auf die Einrichtung von Manometern zur Messung des Druckes verdünnter Gase angewendet werden. Fig. 4 stellt solch ein Manometer vor, welches von mir bei der Handhabung von Quecksilberpumpen gebraucht wird. Solch ein Manometer scheint mir in Fällen, wo wir es mit Luftpumpen zu thun haben, bedeutend zweckmässiger zu sein, als die gewöhnlich in solchem Falle gebräuchlichen, deren Angaben zu klein sind.

Ueber die Messung der Hall'schen Wirkung mit dem Differentialgalvanometer[1]).

Von

Albert v. Ettingshausen.

Das zumeist gebräuchliche Verfahren, die Hall'sche Wirkung in einer Metallplatte zu beobachten, besteht bekanntlich darin, dass man — wie dies auch Hall that — der zu untersuchenden Platte die Gestalt eines Rechteckes gibt, an dessen kürzeren Seiten die Elektroden des Primärstromes befestigt sind, während die Elektroden des durch den Magnet derivirten Stromes an kleine Vorsprünge angelegt werden, welche sich etwa in der Mitte der längeren Seiten des Rechteckes befinden. Die Platte erhält dabei die Form eines Kreuzes. Die zum Galvanometer führenden Ableitungsstellen liegen nahe auf einer Aequipotentiallinie, so dass vor Erregung des magnetischen Feldes kein oder nur ein sehr schwacher galvanischer Strom diese Leitung durchfliesst.

Prof. August Righi[2]) hat in sinnreicher Weise durch Anwendung des Differentialgalvanometers die Beobachtungsart modificirt, wobei er den Vortheil erlangte, dass er beliebig unregelmässig gestaltete Platten anwenden konnte und zugleich nur drei Elektroden an der Platte benöthigte. Er lässt den Hauptstrom (Fig. 1) bei einer Elektrode A in die Platte ein-, bei zwei anderen Elektroden a und b austreten und leitet die beiden aus der Platte kommenden (im Allgemeinen ungleich starken) Ströme J_1 und J_2 durch die beiden Rollen R_1 und R_2 eines Differentialgalvanometers in entgegengesetztem Sinne; die Zweigströme vereinigen sich dann in C und fliessen zur Batterie zurück: in diesem Theile der Leitung befindet sich überdies eine Bussole T zur Messung des Stromes. Durch Einschalten von Widerstand in jenen Zweig, dessen Strom in der Wirkung auf die Nadel überwiegt, durch Anwendung von Hilfsdrahtrollen, die von dem ungetheilten Strom durchflossen sind und der Galvanometernadel passend genähert werden, auch durch Abschaben des Plättchens (indem man jenen Theil schmäler macht, in

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 94 S. 808 (1886).

2) Mem. d. Acc. di Bologna (4) V; Exner's Repertorium der Physik XX. Bd. S. 825 (1884).

welchem der Strom stärker ist) kann man erreichen, dass sich die Wirkungen der Zweigströme auf die Nadel compensiren, diese also beim Stromschluss in — oder wenigstens nahe — der Ruhelage bleibt. Sobald man dann die vom Strome durchflossene Platte der Einwirkung magnetischer Kräfte aussetzt, erhält man durch den auftretenden „Hall-Strom", welcher sich hauptsächlich im Kreise *a C b* ausgleicht, und daher die beiden Rollen des Differentialgalvanometers in demselben Sinne durchfliesst, eine dauernde Ablenkung der Nadel. Um grössere Wirkungen zu erhalten, beobachtet man den Stellungsunterschied der Galvanometernadel bei Umkehrung der Richtung des den Elektromagnet erregenden Stromes.

Righi experimentirte zunächst mit sehr dünnen Goldblättchen, denen er die Gestalt eines Fähnchens (d. h. eines Rechteckes mit einem Einschnitte) gab, dann auch mit Wismuthplatten; es bewährte sich dabei vollkommen die Brauchbarkeit der Methode. Bezüglich der Grösse der nach diesem Verfahren beobachteten Wirkung wird bemerkt[1]): „Wenn die Stärke des Stromes, welcher durch das Goldblättchen geht, die gleiche ist, so scheint der Abstand zwischen den beiden Ruhelagen der Scala, welche den entgegengesetzten Stromrichtungen im Elektromagnet entsprechen, nahe gleich demjenigen zu sein, welchen man mit einem Goldblättchen von gleicher Dicke erhält, das man nach der Art von Hall verwendet", und weiter: „In der That sind die Unterschiede in den Wirkungen, welche man mit Goldblättchen eines und desselben Büchleins erhält, von denen einige nach der Art von Hall, andere nach der neuen Art angewendet werden, ... nicht grösser, als die Unterschiede der Wirkungen, welche man erhält, wenn man der Reihe nach verschiedene Blättchen nimmt und ihnen dieselbe Form und Dimension gibt".

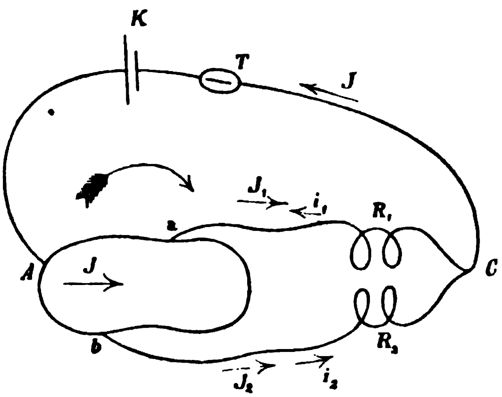


Fig. 1.

Nach dem Beobachtungsverfahren von Righi kann man jedoch bei einer. gleichartigen Platte nur die Hälfte der elektromotorischen Kraft der Hall'schen Wirkung erhalten, welche unter sonst gleichen

1) Repertorium S. 839.

Verhältnissen (gleiche Stärke des Hauptstromes J und des Magnetfeldes M) in derselben Platte nach der Methode von Hall auftritt. Es lässt sich dies — wenigstens für punktförmige Elektroden — aus einem von Boltzmann theoretisch abgeleiteten Satze, den ich durch Versuche mit einer Wismuthplatte bestätigt gefunden habe[1]), folgern. Man erhält nach diesem Satze bei jeder beliebig gestalteten Platte stets die volle elektromotorische Kraft des Hall-Effectes, wenn man punktförmige Elektroden sowohl für Hauptstrom als für derivirten Strom verwendet, und wenn die Primär- und die Hall-Elektroden am Plattenrande alterniren; findet dagegen kein Alterniren der am Rande liegenden Elektroden statt, so erhält man die Wirkung Null. Fällt eine der Primär-Elektroden mit einer der Hall-Elektroden zusammen (wie z. B. bei der Versuchsanordnung Fig. 6), so gibt die von Boltzmann aufgestellte Formel die Hälfte der Wirkung (indem man die eine Elektrode der anderen in einer auf dem Rande senkrechten Richtung allmählich genähert denkt); fällt je eine Primär-Elektrode mit je einer Hall-Elektrode zusammen, so verschwindet natürlich auch die Hall-Wirkung.

Setzen wir somit punktförmige Elektroden am Plattenrande voraus, so lässt sich auf Grund des erwähnten Satzes folgende Ueberlegung machen.

Bei Righi's Anordnung haben die beiden Hall-Elektroden a und b (Fig. 1) gewissermaassen die Rolle der zweiten Primär-Elektrode übernommen; dieser Fall kann nun als Superposition zweier Anordnungen dargestellt werden, auf welche sich dann der Boltzmann'sche Satz anwenden lässt. Denken wir uns zuerst (Fig. 2) den Strom J bei der Elektrode A ein-, bei b austretend; zwischen a und b sei die elektromotorische Kraft der Hall'schen Wirkung etwa durch ein

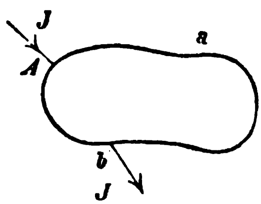


Fig. 2.

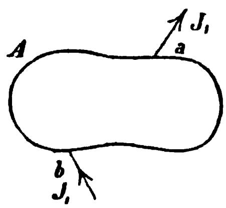


Fig. 3.

Elektrometer oder ein Potentialgalvanometer gemessen: diese Wirkung wird halb so gross sein, als jene, welche man erhielte, wenn der Strom J bei einer zwischen a und b — auf der von A abgewendeten Seite — liegenden Elektrode aus der Platte austräte, da hier eine

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wiss. zu Wien Bd. XCIV S. 606.

Primär- und eine Hall-Elektrode (b) zusammenfallen. Es trete ferner in die Platte (Fig. 3) bei b der Strom J_1 ein und bei a aus; die zwischen diesen Elektroden auftretende Kraft der Hall'schen Wirkung ist Null, da beide Primär-Elektroden mit den Hall-Elektroden zusammenfallen. Die Superposition dieser beiden Fälle gibt nun (Fig. 4) einen bei A in die Platte eintretenden Strom J, während bei a der Strom J_1, bei b aber der Strom $J - J_1 = J_2$ austritt; die elektromotorische Kraft der Hall-Wirkung wird daher dieselbe bleiben, wie bei Fig. 2, nämlich die Hälfte derjenigen, welche man mit vier alternirenden Elektroden erhielte. Schalten wir zwischen a und C die eine Rolle R_1, zwischen b und C die andere Rolle R_2 des Differentialgalvanometers ein, derart, dass die Ströme J_1 und J_2 in den Rollen entgegengesetzte Drehungsmomente auf die Magnetnadel ausüben, so haben wir offenbar die Anordnung Righi's. Die elektromotorische Kraft der Hall-Wirkung veranlasst nun einen Strom, der in den beiden Kreisen $bCab$ und $bCAb$ fliesst; letzterer Stromestheil vermehrt die Intensität des Primärstromes J, und es wird auf ihn in der Platte abermals Hall'sche Wirkung ausgeübt; für diesen Strom fällt wieder eine Primär- mit einer Hall-Elektrode (b) zusammen. Die Vergrösserung der Intensität des Hauptstromes J durch den Theil des Hall-Stromes kann unbedingt vernachlässigt werden, wir können uns auch unter J sogleich die Intensität des resultirenden Stromes in der Leitung CA vorstellen.

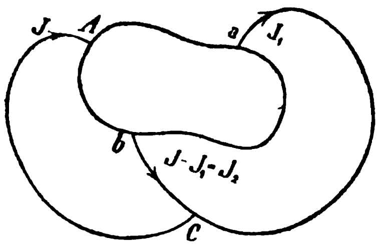


Fig. 4.

Die elektromotorische Kraft der Hall'schen Wirkung bei Righi's Anordnung ist

$$\varepsilon = i_1 w_1 + i_2 w_2,$$

wenn wir die Widerstände der Leitungen $aC = w_1$, $bC = w_2$ nennen und die Widerstände in der Platte gegen w_1 und w_2 vernachlässigen: i_1 und i_2 bedeuten die Intensitäten des Hall-Stromes in den beiden Zweigen aC und bC. Es ist nach dem Gesagten

$$\varepsilon = \frac{e}{2},$$

wenn e die elektromotorische Kraft der Hall-Wirkung für den Fall der Anwendung von alternirenden Primär- und Hall-Elektroden ist, die unter gleichen Verhältnissen (J und M) auftritt.

Die am Differentialgalvanometer zu beobachtenden Stellungsunterschiede der Nadel bei Umkehrung der Richtung des magnetischen

Feldes werden auch halb so gross sein, als die mit denselben Galvanometerrollen auftretenden Stellungsunterschiede beim Beobachtungsverfahren von Hall, falls die ablenkenden Wirkungen der beiden Rollen auf die Nadel vor Erregung des magnetischen Feldes sich aufheben und der Widerstand der Platte sehr gering ist. Bezeichnen wir nämlich die Reductionsfactoren der beiden Multiplicatoren des Differentialgalvanometers mit R_1 und R_2, so kann der Stellungsunterschied (D) der Nadel bei Righi's Methode gesetzt werden

$$D = \frac{i_1}{R_1} + \frac{i_2}{R_2},$$

während bei dem Verfahren von Hall der Stellungsunterschied ($\varDelta$) ist

$$\varDelta = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\frac{e}{w_1 + w_2} = 2\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)\frac{i_1 w_1 + i_2 w_2}{w_1 + w_2}.$$

Compensiren sich nun die Wirkungen der Zweigströme J_1 und J_2 in den beiden Multiplicatoren, so gilt

$$\frac{J_1}{R_1} = \frac{J_2}{R_2}$$

und da unter der obigen Annahme $J_1 w_1 = J_2 w_2$ ist, so folgt

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{w_2}{w_1}$$

und es ergibt sich das Verhältnis

$$\frac{\varDelta}{D} = 2.$$

Also gibt dann Hall's Verfahren genau die doppelte galvanometrische Wirkung, als jenes von Righi.

Sind die Widerstände in der Platte nicht verschwindend, liegen aber die Elektroden a und b derart, dass der Plattenwiderstand zwischen A und a gleich jenem zwischen A und b ist, und nehmen wir noch die beiden Reductionsfactoren einander gleich an $R_1 = R_2$, folglich auch $w_1 = w_2$, so wird die Differenz der Potentialwerthe in A und C durch die Einwirkung des Magnetfeldes nicht geändert werden; es fliesst dann kein Theil des Hall-Stromes durch die Leitung CA, oder es ist $i_1 = i_2$ und es folgt stets $\varDelta = 2D$.

Inwieweit die obigen Voraussetzungen bei Righi's Experimenten erfüllt waren, ist aus dessen Mittheilung nicht zu entnehmen; bei meinen im Folgenden beschriebenen Versuchen mit dem Differentialgalvanometer war die Bedingung $R_1 = R_2$ sehr genau erfüllt; da ich Platten anwendete, welche bezüglich einer durch die Elektrode A gehenden Geraden symmetrisch gestaltet waren, und die Elektroden

a und b ebenfalls symmetrisch zu dieser Geraden lagen, so war auch die Bedingung $w_1 = w_2$ nahe eingehalten. Ich nahm zu den Versuchen Platten aus Wismuth, Tellur, Nickel und Gold; Wismuth und Tellur schienen sich besonders zu empfehlen wegen der starken derivirten Ströme, welche diese Substanzen liefern. Da sich zeigt, dass man bei Platten des gleichen Materials, selbst wenn dieses aus derselben Quelle stammt, mitunter erheblich differirende Werthe für das Drehungsvermögen R erhält, so sind vergleichende Messungen nur mit ein und demselben Plattenindividuum anzustellen.

Zunächst sollen nun zwei Versuche beschrieben werden, bei denen nur drei Elektroden an der Platte in Verwendung kamen und ein gewöhnliches Spiegelgalvanometer zur Beobachtung der transversalen Wirkung gebraucht wurde.

Die erste Versuchsanordnung ist durch Fig. 5 dargestellt. Eine Wismuthplatte Nr. 1 von rechteckiger Gestalt, Länge $\lambda = 3{,}1$, Breite $\beta = 1{,}0$, Dicke $\delta = 0{,}067$ cm, war mit vier punktförmigen[1]), auf den Mitten der Seiten liegenden Elektroden A, B, a, b (angelöthete Kupferdrähte) versehen. Bei der gewöhnlichen Methode (nach Hall) dienen A und B als Elektroden des Hauptstromes, a und b für den derivirten Strom; man kann aber auch die Paare miteinander vertauschen, ohne dass sich die Intensität des derivirten Stromes (unter sonst gleichen Verhältnissen) ändert. In der (Fig. 5) skizzirten Anordnung stehen die Elektroden a und b mit dem Galvanometer G in Verbindung, ausserdem aber führen Drähte zu einem Rheostaten S, an welchen bei C (s. Fig.) ein mit der Säule K verbundener Draht angelegt ist; in dieser Leitung CK befindet sich eine Tangentenbussole T (ebenfalls mit Spiegelablesung)[2]). Jeder der zwischen aC und bC befindlichen Theile des Rheostaten enthält nahe 10 S.-E. Der Hauptstrom verzweigt sich also in der Platte, die Zweigströme durchfliessen die beiden Theile des

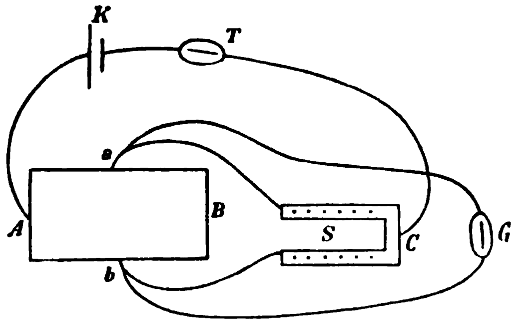


Fig. 5.

1) Die Ausdehnung, in welcher diese als „punktförmig" bezeichneten Elektroden den Plattenrand berührten, betrug etwa $1^1/_2$ mm.

2) Die Distanz der Ablesescala vom Spiegel ist beim Instrument T dieselbe wie bei G (nahe 2 m).

Rheostaten und kehren vereint zur Kette K zurück. Die durch den transversalen Effect auftretende elektromotorische Kraft veranlasst Ströme, welche sich auf den Wegen $a\,S\,b$ und $a\,G\,b$ ausgleichen; da nun der Widerstand dieser beiden Leitungen gegen den in der Platte zwischen a und b vorhandenen sehr gross ist (der Widerstand $a\,G\,b$ war 2,10 S.-E., jener der Platte zwischen a und b etwa 0,01 S.-E.), so ist die Intensität des in jeder Leitung vorhandenen Stromes vom Widerstande des anderen Zweiges nahe unabhängig. Jeder Versuch wird bei beiden Richtungen des Hauptstromes angestellt, die dabei erhaltenen Resultate (jedes das Ergebnis aus 5—7 beobachteten Einstellungen) sind stets nebeneinander geschrieben. Bei einer Intensität des Hauptstromes (gemessen an T durch die Nadelablenkung) $\alpha = 77{,}8$ Scalentheile war der Stellungsunterschied an der Scala des Galvanometers G beim Commutiren des magnetischen Feldes $D = 55{,}7$, $56{,}9$ Scalentheile; als die andere Hälfte der Platte verwendet, also an Stelle der Elektrode A die Elektrode B genommen wurde, war bei gleichem α der Werth $D = 62{,}1$, $61{,}2$, also im Mittel $D = 59{,}0$ Scalentheile.

Wurde darauf nach der gewöhnlichen Methode von Hall beobachtet, so war bei $\alpha = 78{,}5$ der Stellungsunterschied am Galvanometer $\varDelta = 118{,}8$, $119{,}1$ Scalentheile, was reducirt auf die Stromstärke $\alpha = 77{,}8$ gibt $\varDelta = 117{,}9$ Scalentheile. Die Intensität des magnetischen Feldes war bei den Messungen $M = 7830$ (cgs), der Widerstand der Galvanometerleitung, in welcher der derivirte Strom fliesst, ebenfalls bei beiden Methoden derselbe; es ist aber $D = \frac{\varDelta}{2}$: man erhält also, wenn man den Strom bei einer Elektrode in die Platte ein-, bei zwei anderen austreten lässt, die halbe Stärke des derivirten Stromes, als wenn man nach dem gewöhnlichen Verfahren zwei Elektroden für den Hauptstrom und zwei für den derivirten Strom benutzt. Nach den oben angestellten Betrachtungen muss dies auch in dem Falle gelten, wo bei a und b ungleiche Stromestheile aus der Platte austreten, was sich durch den Versuch leicht bestätigen liess. Da das Verhältnis der Reductionsfactoren der beiden zur Beobachtung von α und $\varDelta$ dienenden Instrumente 2910 war, so ergibt sich der Werth für das Drehungsvermögen $R = 4{,}41$ (cg)[1]) entsprechend der Feldintensität $M = 7830$.

Eine andere Anordnung ist in Fig. 6 dargestellt, wo ebenfalls nur drei Elektroden verwendet werden, da Elektrode a zugleich für den Haupt- und den derivirten Strom dient. Die mit der Galvanometer-

1) Das Drehungsvermögen für Wismuth ist nach Hall's Bezeichnung negativ, d. h. es werden die Aequipotentiallinien entgegengesetzt der Richtung der das Magnetfeld ersetzenden Ströme gedreht.

leitung verbundenen Stellen a und b der Platte haben hier verschiedene Potentialwerthe, daher muss durch Anlegen eines Hilfselementes an zwei durch einen kleinen Widerstand n voneinander getrennte Punkte der Galvanometerleitung diese vor Erregung des Magnetfeldes stromlos gemacht werden. Die Versuche wurden nun in der Weise ausgeführt, dass der Reihe nach die Elektroden Aa, Ab, Ba und Bb für die Leitung des Hauptstromes dienten, während das Galvanometer unverändert an a und b anlag, jeder Versuch natürlich wieder bei beiden Richtungen des Hauptstromes. Die Ergebnisse waren:

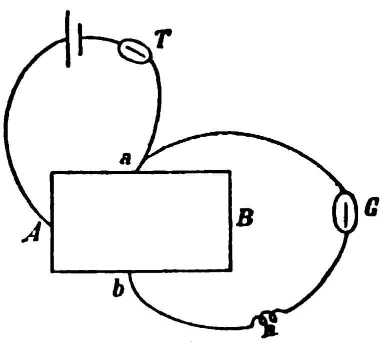


Fig. 6.

Primär-Elektroden	D	α
Aa	68,4, 70,0	99,2
Ab	69,2, 70,0	99,4
Ba	73,9, 78,7	99,1
Bb	73,2, 79,2	99,1
also im Mittel	$D = 72{,}8$	$\alpha = 99{,}2.$

Verwendete man dagegen A und B als Elektroden des Hauptstromes, machte also die Beobachtung nach Hall's Methode, so war für

$$\alpha = 99{,}3 \qquad \Delta = 142{,}6,\ 148{,}2 \qquad \text{Mittel } 145{,}4.$$

Wieder blieb der Widerstand der Galvanometerleitung bei allen Versuchen unverändert der gleiche (2,19 S.-E.), die Intensität des magnetischen Feldes betrug $M = 7880$; da die Stärke des Hauptstromes fast genau die gleiche ist, so sind die Werthe D und Δ direct vergleichbar; es ist wieder sehr nahe $\Delta = 2\,D$. Für das Drehungsvermögen R findet man 4,40.

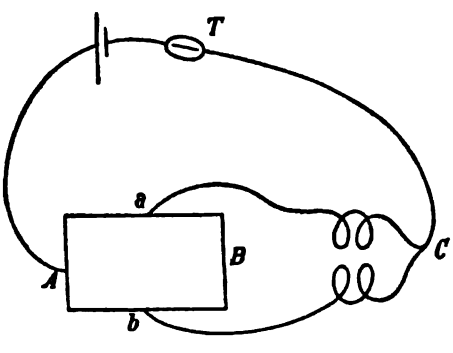


Fig. 7.

Bei einem dritten Versuch wurde genau die Anordnung Righi's mit dem Differentialgalvanometer getroffen (Fig. 7) und die Compensation durch einen geringen in den Zweig der einen Rolle eingeschalteten Widerstand bewerkstelligt. Jede der Rollen des Differentialgalvanometers bestand aus zwei nebeneinander aufgewickelten Drähten, und jeder der beiden Zweigströme durchfloss eine Lage der einen und eine Lage der anderen Rolle[1]); es sind also die Reductionsfactoren der im entgegengesetzten Sinne auf die Nadel wirkenden Multiplicatoren einander gleich.

Da die Widerstände der Zweige von A über a nach C und von A über b nach C einander fast völlig gleich waren, so genügte die Einschaltung eines kurzen Stückes dicken Messingdrahtes (1 m = 0,012 S.-E.) in den einen Zweig, um die genaue Einstellung der Galvanometernadel auf ihre Ruhelage zu erzielen. Die Versuche wurden mit jeder Plattenhälfte gemacht, indem man den von der Kette kommenden Draht einmal an A, das andere Mal an Elektrode B anlegte. Im folgenden möge das Verfahren bei Anwendung von vier Elektroden (nach Hall) als „Methode I", das Verfahren von Righi als „Methode II" bezeichnet werden; die beobachteten Stellungsunterschiede der Galvanometernadel, entsprechend der Commutirung des magnetischen Feldes, sollen — wie oben — resp. Δ und D heissen. Die Buchstaben A und B bedeuten, dass dabei die betreffende Elektrode als Zu- resp. Ableitung des Hauptstromes diente.

Es war II:

$$\begin{array}{rll} A; & D = 69{,}7,\ 70{,}7 & \alpha = 99{,}9 \\ B; & \ 75{,}4,\ 79{,}2 & \ 99{,}5 \\ \text{Mittel } & D = 73{,}7 \quad \alpha = 99{,}7 & \end{array}$$

Um sofort nach Methode I zu beobachten, war nur erforderlich, den von der Kette nach C führenden Draht von dieser Stelle zu entfernen und an die zweite Primär-Elektrode anzulegen. Die Beobachtung gab

$$\text{I:} \quad \Delta = 147{,}2,\ 147{,}5 \qquad \alpha = 98{,}8.$$

Eine Wiederholung nach Methode II lieferte im Mittel

$$D = 75{,}1 \qquad \alpha = 99{,}5.$$

Vereinigt man die nach II erhaltenen Resultate, so ist

$$D = 74{,}4 \qquad \alpha = 99{,}6;$$

reducirt man den nach I gefundenen Werth Δ auf gleiche Stärke des Hauptstromes ($\alpha = 99{,}6$), so ist $\Delta = 148{,}5$, und dieses entspricht wieder sehr nahe dem Werthe $2\,D$. Die bei den Versuchen herrschende Feldstärke war $M = 7920$, der Widerstand der derivirten Leitung $a\,C\,b = 2{,}12$ S.-E.; es folgt $R = 4{,}36$ (Galvanometerverhältnis = 2900).

Es zeigen diese Versuche, dass die Summe der nach Methode II erhaltenen transversalen Ströme für die beiden Plattenhälften fast genau jenen Strom gibt, den man unter gleichen Verhältnissen nach

1) Righi, a. a. O.

Methode I mit punktförmigen Elektroden erhält; die den Plattenhälften entsprechenden Werthe $D_A = 71{,}0$ und $D_B = 77{,}8$ differiren um fast 10%, was wohl der unhomogenen Beschaffenheit der Platte zuzuschreiben ist.

Mit einer anderen rechteckigen Wismuthplatte Nr. 2 (aus demselben Wismuth hergestellt), $\lambda = 4{,}0$, $\beta = 1{,}2$, $\delta = 0{,}074$ cm, wurde zunächst untersucht, ob die Ausdehnung einer Primär-Elektrode auf die Grösse der transversalen Wirkung einen bemerklichen Einfluss übe. Es war der eine als Primär-Elektrode dienende Draht an eine kurze Seite der Platte angelöthet, so dass er diese in der ganzen Breite berührte; die zweite Primär-Elektrode und die beiden in der Mitte der Langseiten befindlichen Hall-Elektroden waren punktförmig. Man bestimmte bei zwei verschiedenen Feldintensitäten die Grösse R nach der gewöhnlichen Methode; darauf wurde auch statt der ausgedehnten Primär-Elektrode eine punktförmige angelöthet. Es ergaben die Beobachtungen keinen deutlichen Unterschied der erhaltenen Resultate, nämlich:

	Eine Primär-Elektrode ausgedehnt	Beide Primär-Elektroden punktförmig
$M = 5950$	$R = 5{,}71$	$R = 5{,}74$
8470	4,48	4,45

Die kleinen Abweichungen, welche sich zeigen, aber in verschiedenem Sinne auftreten, dürften durch zufällige Störungen, kleine Aenderungen der Temperatur und Beobachtungsfehler, vielleicht auch durch geringe Aenderungen in der Stärke der magnetischen Felder (die hier nur einmal bestimmt wurden) veranlasst sein.

Eine Reihe zusammengehöriger Werthe von M und R für diese Platte (wobei alle vier Elektroden punktförmig waren) ist in der folgenden Tabelle enthalten:

M	R	M	R
2210	7,96	6160	5,58
3990	6,84	8470	4,45
5170	6,09	9770	4,08
5950	5,74		

Die graphische Darstellung von R als Function von M liefert eine sehr regelmässig verlaufende, gegen die Abscissenaxe (M) convexe Curve.

Der Platte Nr. 2 wurde sodann die Gestalt einer Fahne gegeben (Fig. 8); der Einschnitt in die Platte war 0,5 cm breit und reichte nahe bis zur Mitte derselben. Die Elektrode A war längs der Breite der Platte ausgedehnt, während Elektrode B in einer Ausdehnung von etwa 1,7 mm den Rand berührte, letztere Elektrode nahm also fast $^1/_3$ der Breite des Einschnittes ein; die Elektroden a und b waren an den Enden der Fahnenarme befestigt.

Nun wurde wieder nach Methode II die Wirkung beobachtet, indem einmal A, das anderemal B als Ein- oder Austrittsstelle des Stromes diente. Sobald das Feld erregt wurde, zeigte die Nadel des zuvor compensirten Galvanometers eine beträchtliche Ausweichung in der Weise, dass beide Einstellungen bei Commutirung des Feldes auf derselben Seite der Ruhelage stattfanden; dies erklärt sich leicht aus einer Verschiedenheit der Widerstandsänderung, welche die beiden Theile der Wismuthfahne infolge des Magnetismus erfahren (vergl. auch Righi a. a. O.).

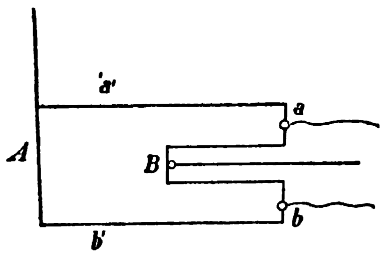


Fig. 8.

Ausserdem waren die Stellungsunterschiede der Nadel bei entgegengesetzten Richtungen des Hauptstromes für dieselbe Elektrode merklich verschieden, was auf starken „thermomagnetischen Effect"[1]) hinzuweisen scheint: sehr verschieden endlich ergaben sich die beim Wechseln der Elektroden A und B auftretenden mittleren Stellungsunterschiede. So fand sich

II	A;	$D = 61{,}5,\ 73{,}0$	$\alpha = 108{,}6$
	B;	$26{,}9,\ 30{,}3$	$109{,}1$
I		$\Delta = 94{,}8,\ 95{,}4$	$\alpha = 108{,}7.$

Vereinigt man die beiden nach II für A und für B erhaltenen Werthe $D_A = 67{,}2$ und $D_B = 28{,}6$ zur Summe, so ist diese 95,8 für $\alpha = 108{,}8$, während bei derselben Stärke des Hauptstromes $\Delta = 95{,}1$ ist; trotz der grossen Verschiedenheit der Einzelwerthe gibt ihre Summe fast genau den nach Methode I erhaltenen Werth. Die Feldstärke war $M = 5930$, der Widerstand der derivirten Leitung $= 7{,}21$ S.-E. (es war nämlich in jeden Zweig neben die Rollen des Differentialgalvanometers noch ein Ballastwiderstand von je 2,5 S.-E. eingeschaltet); hiernach folgt $R = 4{,}52$. Das Galvanometerverhältnis war 8214.

Denkt man sich den Fall, wo (für denselben Strom J) A Einströmungspunkt, a und b Ausströmungspunkte sind, mit dem Falle, wo a und b Einströmungspunkte sind und B Ausströmungspunkt, superponirt, so ergibt sich sofort, dass die Summe $D_A + D_B$ mit Δ übereinstimmen muss, so lange das Superpositionsprincip giltig ist; dabei

1) Anz. d. k. Akad. zu Wien Nr. XIII, 1886. Wied. Ann. Bd. XXIX S. 343.

können a und b beliebig liegen, doch müssen sie mit A und B alterniren.

Eine zweite Versuchsreihe unter ähnlichen Verhältnissen, aber bei der Feldintensität $M = 8490$ lieferte:

$$\begin{array}{llll} \text{II} & A; & D = 70{,}6,\ 82{,}6 & \alpha = 108{,}0 \\ & B; & \quad\ \ 27{,}2,\ 32{,}6 & \quad\ \ 108{,}0 \end{array}$$

als Mittelwerthe $D_A = 76{,}6$, $D_B = 29{,}9$, deren Summe 106,5.

$$\text{I} \qquad \varDelta = 104{,}0,\ 105{,}0 \qquad \alpha = 106{,}9.$$

Reducirt man den Mittelwerth von $\varDelta$ auf die obige Stromstärke $\alpha = 108{,}0$, so ist $\varDelta = 105{,}6$. — Ferner ergibt sich $R = 3{,}52$.

Was die grosse Verschiedenheit betrifft, welche die Werthe D_A und D_B zeigen, so ist zwar ersichtlich, dass bei Benutzung der Elektrode B die Structur der Platte in der unmittelbaren Nähe von B einen wesentlichen Einfluss auf die Stärke der transversalen Wirkung haben wird, daher ein Unterschied von D_A und D_B nicht überraschen kann. Indes ist es wohl nicht wahrscheinlich, dass lediglich Structurverschiedenheit eine so bedeutende Veränderung der transversalen Wirkung veranlassen sollte (siehe auch weiter unten).

Um den eventuellen Einfluss der Ausdehnung der Elektrode A zu untersuchen, wurden bei der Feldstärke $M = 6040$ zwei Versuche gemacht, wobei diese Elektrode einmal linear, das anderemal punktförmig gewählt wurde. Das Resultat war jedoch in beiden Fällen merklich das gleiche.

Bei linearer Elektrode A fand sich nach

$$\begin{array}{llll} \text{II} & A; & D = 111{,}7,\ 94{,}5 & \alpha = 116{,}1 \\ & B; & \quad\ \ 46{,}9,\ 44{,}0 & \quad\ \ 116{,}5 \end{array}\Bigg\}\ \frac{D_A}{D_B} = 2{,}29,$$

nach I bei gleichem Primärstrom ($\alpha = 116{,}3$)[1])

$$\varDelta = 143{,}2,\ 145{,}6 \text{ Mittel } = 144{,}4;$$

bei punktförmiger Elektrode A dagegen war nach

$$\begin{array}{llll} \text{II} & A; & D = 107{,}2,\ 90{,}3 & \alpha = 114{,}3 \\ & B; & \quad\ \ 44{,}2,\ 42{,}2 & \quad\ \ 114{,}5 \end{array}\Bigg\}\ \frac{D_A}{D_B} = 2{,}28,$$

während nach I $\varDelta = 143{,}0,\ 142{,}4$ Mittel $= 142{,}7$ sich ergab.

Für R folgen in beiden Fällen die Werthe 4,47 resp. 4,49.

Auffallend ist jedoch, dass bei der Platte, welche die Gestalt einer Fahne hat, die Drehungsvermögen sich bedeutend kleiner (um etwa ¼ ihres Werthes) herausstellen, als sie sich für die rechteckige Platte bei der gleichen Feldstärke fanden.

---

1) Die Stärke des Stromes bei I war stets sehr nahe dieselbe wie bei II; die angegebenen $\varDelta$ sind jedesmal auf die mittlere bei II herrschende Stromstärke (α) umgerechnet.

Es lag die Vermuthung nahe, dass die verhältnismässig grosse Ausdehnung, welche die Elektrode B hatte (1,7 mm), die Ursache der Verkleinerung der transversalen Wirkung sein konnte; dafür schien der Umstand zu sprechen, dass eine Bestimmung des Drehungsvermögens, wobei die Hall-Elektroden sich in a' und b' (Fig. 8) befanden, wo also der unversehrte Theil der Wismuthplatte hauptsächlich wirksam war, in der That wieder einen etwas grösseren Werth, nämlich $R = 4{,}62$ für $M = 6110$ ergab.

Es wurden daher zwei vergleichende Versuche bei der Feldstärke $M = 5980$ angestellt, zunächst mit der unveränderten Elektrode B, dann aber, als diese Elektrode durch eine kleinere ersetzt war, deren Ausdehnung am Plattenrande nur 0,8 mm betrug; die Elektroden a und b waren wieder, wie Fig. 8, an die Enden des Fähnchens gelöthet. Es ergab sich

Elektrode $B = 1{,}7$ mm;	II A;	$D = 105{,}2,\ 123{,}0$	$\alpha = 127{,}8$	
	B;	$48{,}4,\ 54{,}0$	$128{,}2$	
	I	$\Delta = 158{,}6,\ 162{,}8$	Mittel $= 160{,}7$.	
R folgte $= 4{,}49$.				
Elektrode $B = 0{,}8$ mm;	II A;	$D = 103{,}0,\ 125{,}2$	$\alpha = 132{,}4$	
	B;	$74{,}5,\ 83{,}6$	$130{,}9$	
	I	$\Delta = 201{,}4,\ 203{,}7$	Mittel $= 202{,}0$.	
	$R = 5{,}53$.			

Den sehr bedeutenden Einfluss, den die Ausdehnung der Elektrode B auf die Grösse der transversalen Wirkung hat, ersieht man aus der Verschiedenheit der Werthe von R bei beiden Versuchen; bei kleiner Elektrode B nähert sich das gefundene R jenem Werthe, welchen die Platte in ihrer ursprünglichen Gestalt gegeben hatte (nach der Tabelle, S. 358, ist $R = 5{,}72$ für $M = 5980$).

Die Mittelwerthe von D, welche Methode II für die Elektroden A und B liefert, sind bei der grossen Elektrode B:

$$D_A = 114{,}1,\ D_B = 51{,}2,\ \frac{D_A}{D_B} = 2{,}23\,;$$

bei kleiner Elektrode B dagegen:

$$D_A = 114{,}1,\ D_B = 79{,}0\ \frac{D_A}{D_B} = 1{,}44.$$

Dabei ist auf die kleinen Unterschiede der Stromstärke (α) keine Rücksicht genommen. Die Summe $D_A + D_B$ ist im ersten Falle $= 165{,}3$, im zweiten Falle $= 193{,}1$; der entsprechende Werth Δ ist bezw. um etwa 3% zu klein und um $4\frac{1}{2}$% zu gross.

Nachdem festgestellt war, dass durch Verkleinerung der Elektrode B die Verschiedenheit der beiden Werthe D_A und D_B verringert wird (indem D_B grösser wird), trachtete ich noch durch einige weitere Versuche mit der Wismuthfahne die Ursache der Verschiedenheit zu erforschen.

Ich variirte zunächst die Stärke des die Platte durchfliessenden Stromes. Im Felde $M = 6940$ ergab sich:

II A; $D = 51{,}2,\ 49{,}7\quad D_A = 50{,}4\quad \alpha = 65{,}9$
B; $34{,}1,\ 32{,}8\quad D_B = 33{,}4\quad 65{,}7$
I $\Delta = 85{,}2,\ 84{,}2$ Mittel $84{,}7$;
$R = 4{,}67$.

Als bei ungeänderter Feldstärke die Intensität des Stromes bedeutend erhöht wurde, waren die Resultate:

II A; $D = 235{,}1,\ 248{,}6\quad D_A = 241{,}8\quad \alpha = 295{,}9$
B; $170{,}8,\ 150{,}6\quad D_B = 160{,}7\quad 289{,}4$
I $\Delta = 369{,}4,\ 387{,}3$ Mittel $378{,}4$ [1])
$R = 4{,}68$.

Endlich wurde die Stärke des magnetischen Feldes auf $M = 2180$ vermindert, während die Intensität des Plattenstromes nahe gleich blieb; es fand sich jetzt

II A; $D = 108{,}4,\ 114{,}4\quad D_A = 111{,}4\quad \alpha = 285{,}5$
B; $81{,}8,\ 83{,}4\quad D_B = 82{,}6\quad 278{,}3$,

während I nun $\Delta = 187{,}1,\ 194{,}8$ Mittel $190{,}9$ und $R = 7{,}82$ lieferte.

Hieraus folgt, dass das Verhältnis $\frac{D_A}{D_B}$ von der Intensität [2]) des die Platte durchfliessenden Stromes nur in geringem Grade abhängt, denn im ersten Falle ist es 1,51, im zweiten 1,50 (wobei wieder von der kleinen Verschiedenheit des Stromes (α) bei A und B abgesehen ist), dagegen wird dasselbe bei schwächerem Felde kleiner 1,35; dies deutet darauf hin, dass die Stärke des Feldes selbst auf die Ungleichheit der beiden Werthe von D Einfluss hat.

Letzteres Resultat ergaben auch die früher (S. 360) angeführten Versuche mit grosser (1,7 mm) Elektrode B; auch dort ist das Verhältnis $\frac{D_A}{D_B}$ beim stärkeren Feld $M = 8490$ merklich grösser (2,56), als beim schwächeren $M = 5930$ (2,35).

Bemerkenswerth ist, dass die für die Feldstärken 2180, 5980 und 6940 mit der Wismuthfahne (bei kleiner Elektrode B) erhaltenen

1) Die auffallende Differenz zwischen Δ und der Summe $D_A + D_B$ mag sich vielleicht daraus erklären, dass die durch einen von unten genäherten kleinen Magnet astasirte Galvanometernadel bei grossen Ausweichungen sich nicht mehr in einem homogenen Felde befand.

2) Die absolute Intensität des Stromes in beiden Fällen war 0,0150 und 0,0667 (cgs).

Drehungsvermögen R resp. 7,82, 5,53 und 4,68 gegen jene, welche die rechteckige Platte gab (Tab. S. 358), noch immer zurückbleiben: nach der Tabelle sind die Werthe R für die betreffenden M resp. 7,98, 5,72, 5,16.

Es scheint, dass auch bei geringer Ausdehnung der Elektrode B — wohl wegen ihrer abnormen Lage — ein Theil des transversalen Stromes in der Platte selbst sich ausgleicht.

Aehnliche Versuche wurden noch mit einer dritten rechteckigen Wismuthplatte Nr. 3 (aus demselben Wismuth wie Nr. 1 u. 2) Länge 3,6, Breite 1,3, Dicke 0,0536 cm, angestellt, welche mit drei Paaren derivirter Elektroden ab, $a'b'$, $a''b''$ versehen war (Fig. 9), während die Elektroden A und B wieder in der Mitte der kurzen Seiten lagen.

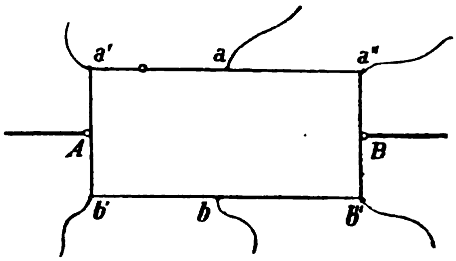


Fig. 9.

Die vergleichenden Messungen geschahen nacheinander mit jedem der Paare ab, $a'b'$ und $a''b''$ bei gleicher Feldstärke $M = 5970$.

Elektrodenpaar ab:

II A; $D = 93{,}0,\ 78{,}8 \quad D_A = 85{,}9 \quad \alpha = 134{,}6$
B; $86{,}8,\ 72{,}6 \quad D_B = 79{,}7 \quad 136{,}0$

$$D_A + D_B = 165{,}6 \quad \alpha = 135{,}3 \quad \frac{D_A}{D_B} = 1{,}078$$

I $\varDelta = 165{,}5,\ 164{,}3$ Mittel 164,9
$R = 6{,}23$.

Elektrodenpaar $a'b'$:

II A^*; $D = 77{,}2,\ 69{,}8 \quad D_A = 73{,}5 \quad \alpha = 134{,}4$
B; $118{,}2,\ 96{,}2 \quad D_B = 107{,}2 \quad 135{,}4$

$$D_A + D_B = 180{,}7 \quad \alpha = 134{,}9 \quad \frac{D_B}{D_A} = 1{,}458.$$

I $\varDelta = 180{,}4,\ 178{,}9$ Mittel 179,6.
$R = 6{,}42$.

Elektrodenpaar $a''b''$:

II A; $D = 104{,}0,\ 84{,}8 \quad D_A = 94{,}4 \quad \alpha = 134{,}4$
B; $82{,}8,\ 75{,}0 \quad D_B = 78{,}9 \quad 136{,}3$

$$D_A + D_B = 173{,}3 \quad \alpha = 135{,}3 \quad \frac{D_A}{D_B} = 1{,}197$$

I $\varDelta = 174{,}2,\ 168{,}6$ Mittel 171,4.
$R = 6{,}11$.

Die Werthe Δ sind jedesmal wieder auf die bei Methode II herrschende mittlere Stromstärke α bezogen. Die Einstellungen der Galvanometernadel für die beiden Richtungen des magnetischen Feldes fanden zu beiden Seiten der ohne Feld vorhandenen Ruhelage statt, mit Ausnahme des mit * bezeichneten Versuches. Das Verhältnis $\frac{D_B}{D_A}$ bei Verwendung des Elektrodenpaares $a'\,b'$ ist bedeutend grösser als $\frac{D_A}{D_B}$ bei Anwendung des Paares $a''\,b''$; Structurverschiedenheiten der Platte allein können demnach wohl nicht den Unterschied von D_A und D_B erklären. Auch bei den Versuchen mit dem Elektrodenpaare $a\,b$ weicht das Verhältnis $\frac{D_A}{D_B}$ um etwa 8% von der Einheit ab, obwohl diese Elektroden sehr genau in der Mitte der Langseiten der Platte lagen. Die „thermomagnetische Wirkung" (veranlasst durch Joule'sche Wärme an den Elektroden), welcher der Unterschied der Werthe D für dieselbe Elektrode A oder B zuzuschreiben ist, zeigt sich viel grösser, wenn die beiden Elektroden, welche zu den Rollen des Differentialgalvanometers führen, mit der dritten Elektrode nicht auf derselben kurzen Seite des Rechteckes liegen. Die Drehungsvermögen werden etwas grösser, wenn man nacheinander die Paare $a''\,b''$, $a\,b$ und $a'\,b'$ als Hall-Elektroden verwendet.

Aus den mitgetheilten Versuchen geht hervor, dass in den untersuchten Fällen die nach Righi's Methode erhaltenen derivirten Ströme stets schwächer sind als die nach Hall's Verfahren (unter sonst gleichen Verhältnissen) zu beobachtenden, dass aber die Summe der nach Righi bei Anwendung der Elektroden A resp. B erhaltenen Ströme jenen bei Hall's Verfahren auftretenden (für dieselben Elektroden) sehr nahe gleich ist.

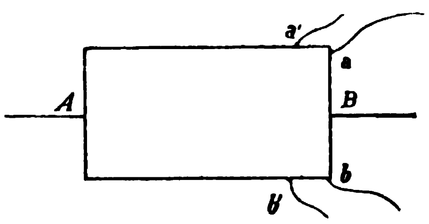


Fig. 10.

Bei geringer Verschiedenheit in der Lage der Hall-Elektroden erhält man mit einer Wismuthplatte zuweilen merklich abweichende Resultate. So lieferte eine rechteckige Platte Nr. 4 (Fig. 10), Länge 5,8, Breite 2,5, Dicke 0,060 cm, bei Benutzung der Elektroden ab:

$$\begin{array}{llll} \text{II} \quad A; & D = 56{,}1,\ 57{,}3 & D_A = 56{,}7 & \alpha = 138{,}1 \\ \phantom{\text{II}} \quad B; & 39{,}5,\ 34{,}9 & D_B = 36{,}9 & 137{,}7 \end{array}$$

$$D_A + D_B = 93{,}6 \quad \alpha = 137{,}9 \quad \frac{D_A}{D_B} = 1{,}54$$

I $\Delta = 93{,}5 \quad R = 2{,}20 \quad M = 6580.$

Nahm man dagegen die Elektroden $a'\,b'$, welche 0,5 cm von a resp. b entfernt waren, so ergab sich

$$\begin{array}{llll} \text{II}\ A; & D = 50{,}9,\ 54{,}4 & D_A = 52{,}6 & \alpha = 138{,}7 \\ \phantom{\text{II}}\ B; & \ 37{,}4,\ 36{,}4 & D_B = 36{,}9 & \ 138{,}3 \end{array}$$

$$D_A + D_B = 89{,}5 \quad \alpha = 138{,}5 \quad \frac{D_A}{D_B} = 1{,}43$$

I $\Delta = 88{,}0 \quad R = 2{,}05 \quad M = 6560.$

Obwohl die Entfernung aa' oder bb' nur den elften Theil der Länge der ganzen Platte betrug, sind die sich ergebenden Drehungsvermögen um mehr als 7% verschieden; die Dicke des Theiles $aa'\,b'b$ der Platte war sehr gleichförmig. Das geringe Drehvermögen, welches Nr. 4 besitzt, dürfte daher rühren, dass das Wismuth dieser Platte nicht so rein war, wie jenes der Platten Nr. 1, 2 und 3.

Wegen der bedeutenden Unterschiede, welche man bei Versuchen mit derselben Platte, je nach der Lage der Elektroden, erhalten kann, ist demnach Wismuth zur Vergleichung der nach Righi und Hall zu gewinnenden Resultate wenig geeignet.

Ich nahm daher auch mit einer Platte aus reinem Tellur einige Messungen vor. Wie ich vor einiger Zeit gefunden habe, zeigt Tellur ein ausnehmend grosses positives Drehungsvermögen, welches sich mit der Intensität des magnetischen Feldes nur wenig zu ändern scheint. Die zu den Versuchen hergestellte, nahezu rechteckige Platte, Länge 3,9, Breite 2,2 cm, war mit acht Elektroden (wie Fig. 9) versehen; sämmtliche Elektroden — angeschmolzene Platindrähte — besassen geringe Ausdehnung (1—2 mm). Die Platte hatte jedoch nicht gleichförmige Dicke, sondern diese variirte zwischen 0,13 und 0,15 cm. Die Versuche, auf dieselbe Art wie bei der Wismuthplatte Nr. 3 angestellt, lieferten:

Elektrodenpaar ab:

$$\begin{array}{llll} \text{II}\ A; & D = 81{,}4,\ 80{,}8 & D_A = 81{,}1 & \alpha = 291{,}7\ ^{1)} \\ \phantom{\text{II}}\ B; & \ 80{,}7,\ 80{,}1 & D_B = 80{,}4 & \ 290{,}5 \end{array}$$

$$D_A + D_B = 161{,}5 \quad \alpha = 291{,}7 \quad \frac{D_A}{D_B} = 1{,}01.$$

Die Werthe D sind auf gleichen Widerstand ($w = 5{,}41$ S.-E.) der Leitung a — Galvanometer — b bezogen, da zur Herstellung der Compensation der Ströme in den Rollen des Differentialgalvanometers

1) Die Empfindlichkeit der Tangentenbussole war hier viel grösser, als bei den früheren Versuchen.

der Widerstand des einen oder anderen Zweiges um ein Geringes verändert werden musste, je nachdem Elektrode A oder B verwendet wurde.

Unter den gleichen Verhältnissen gab

$$\text{I} \quad \varDelta = 161{,}7,\ 161{,}6 \quad \text{Mittel: } 161{,}6.$$

Elektrodenpaar $a'b'$; $w' = 5{,}47$ S.-E. (Widerstand a' — Galv. — b').

$$\begin{array}{llllll} \text{II} & A; & D = 63{,}4, & 63{,}2 & D_A = 63{,}3 & \alpha = 294{,}3 \\ & B; & 84{,}0, & 83{,}2 & D_B = 83{,}6 & 286{,}9 \end{array}$$

$$D_A + D_B = 146{,}9 \quad \alpha = 290{,}6 \quad \frac{D_B}{D_A} = 1{,}32.$$

Nach I folgte $\varDelta = 147{,}1,\ 147{,}1$ Mittel $147{,}1$.

Elektrodenpaar $a''b''$; $w'' = 5{,}42$ S.-E. (Widerstand a'' — Galv. — b'').

$$\begin{array}{llllll} \text{II} & A; & D = 76{,}3, & 75{,}9 & D_A = 76{,}1 & \alpha = 288{,}0 \\ & B; & 42{,}4, & 42{,}3 & D_B = 42{,}3 & 292{,}3 \end{array}$$

$$D_A + D_B = 118{,}4 \quad \alpha = 290{,}1 \quad \frac{D_A}{D_B} = 1{,}79,$$

während I lieferte $\varDelta = 118{,}5,\ 118{,}3$ Mittel $118{,}4$.

Bei diesen Beobachtungen war $M = 4080$, die Intensität des die Platte durchfliessenden Stromes etwa 0,0019 (cgs), das Galvanometerverhältnis = 82,3.

Für das Drehungsvermögen R folgen beiläufig die Werthe 560, 498 und 450, je nachdem man die Messungen mit den Elektrodenpaaren ab, $a'b'$ oder $a''b''$ zu Grunde legt, wobei auch noch der Verschiedenheit der Plattendicke einigermaassen Rechnung getragen wurde.

Das Verhältnis $\frac{D_A}{D_B}$ weicht im ersten Falle (Paar ab) nur sehr wenig von der Einheit ab, dagegen ist der Unterschied von D_A und D_B im zweiten und noch mehr im dritten Falle sehr bedeutend.

Wie bei den Versuchen mit den Wismuthplatten ergibt sich für D der kleinere Werth in dem Falle, wo die beiden mit dem Differentialgalvanometer verbundenen Elektroden nahe bei der dritten Elektrode liegen. Ein thermomagnetischer Strom (infolge Joule'scher Wärme) scheint nicht zu existiren (wohl wegen der sehr geringen Intensität des Hauptstromes)[1].

---

1) Wegen Peltier'scher Wirkung könnte ein thermomagnetischer Strom auftreten, welcher aber — wenigstens bei Wismuth — stets eine dem Hall'schen Strome entgegengesetzte Richtung haben müsste. Dass die Stärke dieses Stromes verschieden sein wird, je nach der Lage der einen Elektrode (A oder B) gegen die beiden anderen (a' und b' oder a'' und b'') ist zu erwarten. Doch bliebe der grosse Unterschied der thermomagnetischen Wirkung sehr auffallend.

Die Platten waren gegen Luftströmungen durch Umgeben mit Watte geschützt.

Ich versuchte noch dünne Platten aus Nickel und Gold, bei welchen so bedeutende Structurverschiedenheiten, wie bei Wismuth und Tellur nicht anzunehmen waren. Eine Nickelplatte 0,01 cm dick, in ähnlicher Weise wie Wismuth Nr. 3 hergerichtet (Fig. 9), gab, nach Methode I untersucht, die gleichen Stellungsunterschiede der Galvanometernadel, mochten die Paare ab, $a'\,b'$ oder $a''\,b''$ als Hall-Elektroden verwendet werden, dagegen war es nicht möglich, brauchbare Resultate nach Methode II zu erhalten; hieran tragen offenbar die Verbiegungen, welche die Platte im magnetischen Felde erfährt, die sich kaum ganz hintanhalten lassen, hauptsächlich die Schuld.

Es wurden daher sehr dünne, rechteckige Goldblättchen verwendet, welche auf Glas geklebt und mit Stanniolzuleitungen versehen waren; indem man nämlich das Gold von den Rändern des Blättchens sehr sorgfältig wegschabte, an den Ecken und in den Mitten der Seiten jedoch Streifchen von etwa 2 mm Breite unversehrt liess, erhielt man die acht Elektroden des nach Fig. 9 hergestellten Blättchens. Auf diese wurden Stanniolstreifen geklebt, die zu Kupferdrähten führten; letztere waren auf die Glasplatte, welche das Goldblatt trägt, festgesiegelt und die Stanniolstreifen oftmals um die Drähte herumgelegt und angeklebt.

Mit dem ersten dem Versuche unterworfenen Goldblatte erhielt ich keine befriedigenden Resultate nach Methode II, indem die Nadel des Galvanometers continuirlich wanderte und daher die Einstellungen zu wenig sicher waren. Besser gelangen die Messungen mit einem zweiten Goldblatte von 5 cm Länge und 3 cm Breite; es war zwar auch hier bei Methode II meistens ein langsames Wandern der Ruhelage bemerklich, indes fand es so regelmässig statt, dass man durch Beobachtung einer grösseren Zahl von Stellungsunterschieden (10—12) einen ziemlich verlässlichen Werth von D erhalten konnte.

Im folgenden sind die Beobachtungsresultate zusammengestellt; es ist auch der jedesmal gemessene Widerstand der derivirten Leitung (in S.-E.), sowie die Stärke des Hauptstromes (α) angegeben: alle Messungen geschahen bei der gleichen Stärke des magnetischen Feldes.

Elektrodenpaar ab.

II	A;	$D = 19{,}1,\ 18{,}7$	$D_A = 18{,}9$	$\alpha = 81{,}0$	$w = 8{,}75$
	B;	$21{,}0,\ 17{,}8$	$D_B = 19{,}4$	$\alpha = 81{,}3$	$w = 8{,}69$

Bezieht man die Stellungsunterschiede auf den Widerstand $w = 8{,}72$ S.-E. und die Stromstärke $\alpha = 81{,}1$, so wird

$$D_A = 19{,}0,\ D_B = 19{,}3,\ D_A + D_B = 38{,}3.$$

Methode I gab $\Delta = 36{,}5,\ 36{,}1$ für $\alpha = 77{,}4$ und $w = 8{,}77$, was auf $w = 8{,}72$ und $\alpha = 81{,}1$ reducirt liefert $\Delta = 38{,}2$.

Elektrodenpaar a' b'.

II Keine sicheren Einstellungen.

Nach I folgte $\Delta = 37{,}0$ für $\alpha = 81{,}1$ und $w' = 8{,}72$.

Elektrodenpaar a'' b''.

II A; $D = 20{,}0,\ 16{,}9$ $D_A = 18{,}4$ $\alpha = 77{,}5$ $w'' = 8{,}80$
B; $22{,}1,\ 19{,}3$ $D_B = 20{,}7$ $\alpha = 86{,}6$ $w'' = 8{,}65$,
oder wenn man die Resultate wieder auf $w = 8{,}72$ und $\alpha = 81{,}1$ bezieht, ist $D_A = 19{,}4$, $D_B = 19{,}2$, $D_A + D_B = 38{,}6$, während nach I unter den gleichen Verhältnissen $\Delta = 38{,}4$ war.

Bei dem Goldblatte gibt also in der That sowohl beim Elektrodenpaar $a\,b$, als bei Verwendung von a'' b'' die Methode von Righi die Hälfte des derivirten Stromes, welchen man an der mit vier Elektroden versehenen Platte erhält; die Unterschiede von D_A und D_B sind nicht grösser, als sie wegen Beobachtungsfehlern und zufälliger Störungen erwartet werden konnten.

Mit demselben Goldblättchen wurden auch noch die transversalen Wirkungen beobachtet in dem Falle, wo a und b als Primär-Elektroden dienten, dagegen nach einander a' a'', AB und b' b'' als Hall-Elektroden verwendet wurden. Die erhaltenen Stellungsunterschiede Δ sind dann auf gleiche Intensität des Hauptstromes ($\alpha = 81{,}1$) und gleichen Widerstand der derivirten Leitung ($w = 8{,}72$ S.-E.) umgerechnet worden. Dadurch erhielt man folgende Zusammenstellung:

Primär-Elektroden	Hall-Elektroden		
AB	a' b'	$a\,b$	a'' b''
	37,0	38,2	38,4
ab	a' a''	AB	b' b''
	36,9	38,1	37,1

Im durchgehenden Lichte erschien das Goldblättchen in der Nähe des Randes zwischen den Elektroden B und a'' etwas heller, dagegen war zwischen b und b' die Helligkeit ein wenig geringer als an den übrigen Stellen des sonst sehr vollkommenen Blättchens. Die infolge kleiner Verschiedenheiten der Dicke zu vermuthenden Unterschiede von Δ, je nach Benutzung des einen oder anderen Elektrodenpaares für die derivirte Leitung, scheinen sich in der That in der obigen Tabelle zu finden.

Jedenfalls erscheint hierdurch abermals nachgewiesen, dass es für die Grösse der transversalen Wirkung gleichgiltig ist, wo die derivirten Elektroden am Plattenrande liegen, sofern sie nur mit den Primär-Elektroden alterniren.

Es sei zum Schlusse gestattet, noch auf eine Stelle der Abhandlung des Herrn Prof. Righi zurückzukommen. Derselbe schliesst nämlich aus dem Sinne, in welchem bei seiner Methode die Galvanometerablenkung erfolgt, falls man nur die Richtung des die Platte durchfliessenden Stromes umkehrt, dass das Hall'sche Phänomen aus der Wirkung der magnetischen Kräfte auf den durchströmten Leiter erklärt werden müsse; die elektro-dynamische Wirkung des Magnets auf den Strom in der Platte würde nämlich das eine Mal eine Ablenkung desselben im Sinne des Ampère'schen Gesetzes, das andere Mal aber im entgegengesetzten Sinne ergeben. Wiewohl die Annahme einer magnetischen Wirkung auf den Leiter manches Wahrscheinliche hat und auch von verschiedenen Seiten acceptirt wurde, so scheint mir doch, dass der obige Schluss aus den Versuchen Righi's nicht gezogen werden könne. So lange die Richtung der Ströme, welche das Magnetfeld bestimmen, die gleiche bleibt, findet die Drehung der Aequipotentiallinien in demselben Sinne statt (im Gold z. B. entgegengesetzt gegen die Richtung der Feldströme). Fliesst in Fig. 1 der Strom J durch die Platte im Sinne des Pfeiles und haben die Feldströme die Richtung des gefiederten Pfeiles, so hat bei Gold der derivirte Strom die Richtung der kleinen Pfeile i_1 und i_2. Aendert man die Richtung von J in die entgegengesetzte, so dass der Hauptstrom bei a und b in die Platte eintritt und sie bei A verlässt, bleibt aber die Richtung der Feldströme ungeändert, so kehrt sich auch die Richtung des derivirten Stromes um. Würde daher das erste Mal durch den auftretenden Hall-Strom der Strom in der Rolle R_2 verstärkt, jener in der Rolle R_1 geschwächt, so wird sich auch im zweiten Falle dieses Verhältnis nicht ändern; es wird auch jetzt der Strom in R_2 durch den Hall-Strom verstärkt, jener in R_1 dagegen geschwächt werden. Für einen in der Richtung des Hauptstromes befindlichen Schwimmer, welcher jedes Mal gegen den gleichen Pol (z. B. gegen den Südpol) sein Gesicht wendet, liegt dann die Stelle, wo der deivirte Strom aus der Platte austritt, in beiden Fällen auf derselben Seite (sie liegt z. B. in der Fig. 1 beide Male zur Rechten des Schwimmers). Würde man daher das Hall'sche Phänomen auffassen als Wirkung des Magnetismus auf die in der Goldplatte bewegte positive Elektricität, so würde diese bei Righi's Versuchen jedesmal in einer Richtung getrieben, welche jener der Ampère'schen Regel entgegengesetzt ist. Dagegen ist allerdings die Stelle in der Platte, wo die Verstärkung des Stromes durch die Hall'sche Wirkung auftritt, dieselbe geblieben.

Wenn sich nachweisen liesse, dass jene Substanzen, die grosses Drehungsvermögen besitzen, überhaupt im magnetischen Felde noch anderweitige Veränderungen erfahren (wie es z. B. für Wismuth bezüglich des Leitungswiderstandes nachgewiesen worden ist), so würde die Annahme, es bestehe das Hall'sche Phänomen in einer drehenden Aenderung des Widerstandes der durchströmten Platte, dadurch vielleicht eine Stütze erhalten. Es sei mir erlaubt hier zu bemerken, dass ich auch bei Antimon und Tellur eine Vermehrung des Widerstandes im magnetischen Felde, unabhängig vom Hall'schen Phänomen, beobachtet habe, worüber ich der kaiserlichen Akademie demnächst Mittheilung machen werde.

Ueber die Scintillation.

Eine Monographie.

Von

Prof. Dr. K. Exner.

In einer früheren Abhandlung[1]) glaube ich die Erklärungsversuche der Scintillation zum Abschlusse gebracht zu haben. Im folgenden soll die historische Entwicklung dieser Versuche dargestellt und ergänzende Betrachtungen, Beobachtungen und Experimente, sowie eine vereinfachte Darstellung der Erklärung der Scintillation hinzugefügt werden.

Zum besseren Verständnis des historischen Theiles schicke ich in Kürze die Erklärung der Erscheinung der Scintillation voraus, wie sich dieselbe infolge der Bemühungen vieler Forscher seit Aristoteles schliesslich als zweifellos richtig ergeben hat.

A. Erklärung der Scintillation.

Blickt man an einem erhitzten Gegenstande vorbei, so zeigen die Umrisse der betrachteten Gegenstände eine wellenartige Bewegung. Diese ist eine Folge der Brechungen, welche die Strahlen beim Durchgange durch eine Menge durcheinanderfliessender, kalter und warmer Luftströmchen erfahren, wie unter anderen Montigny[2]) näher ausgeführt hat.

Es bedarf jedoch zur Hervorbringung dieser Erscheinung einer kräftigen localen Wärmequelle nicht, sobald nur die Strahlen eine hinlänglich grosse Wegstrecke in der freien Luft zurücklegen. So erscheinen die Contouren entfernter Gebirge durch ein Fernrohr in wellenartiger Bewegung, und ebenso die Ränder der Sonne und des Mondes. Man kann hieraus schliessen, dass jenes Durcheinanderfliessen kalter und warmer Luftströmchen ein habitueller Zustand der Atmosphäre ist.

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

2) Mém. cour. de l'Acad. de Belg. XXVI.

Die Fixsterne zeigen stets mehr oder weniger die Erscheinung des Funkelns: höher stehende Sterne zeigen rasche und unregelmässige Variationen der Helligkeit, tieferstehende überdies ebensolche Variationen der Farbe.

So verschieden diese letztere Erscheinung von der früher beschriebenen ist, beruht sie doch genau auf derselben Ursache; die Verschiedenheit der Wirkung rührt einzig daher, dass man es im ersteren Falle mit ausgedehnten und im letzteren mit punktförmigen Lichtquellen zu thun hat, wie im folgenden näher ausgeführt wird.

Wenn die von einem Fixsterne oder einer anderen punktförmigen Lichtquelle des Weltraumes kommenden, ursprünglich ebenen Lichtwellenflächen durch die Atmosphäre gehen, erfahren sie daselbst durch unregelmässige Brechungen beständig kleine Verbiegungen, wie Jamin[1]) zuerst erkannt hat; infolge davon erfahren auch die Strahlen, welche auf den Lichtwellenflächen senkrecht stehen, kleine Ablenkungen. Diese Verhältnisse sind in Fig. 1 dargestellt.

Die Erstreckungen, wie ab oder bc der Verbiegungen der Lichtwellenflächen AB sind von mir[2]) der Grössenordnung nach be-

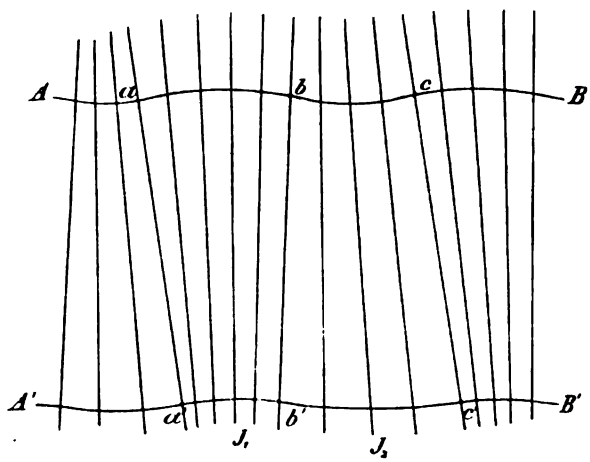


Fig. 1.

stimmt und als mit einem Decimeter vergleichbar gefunden worden, sodass im allgemeinen auf das Objectiv eines grösseren Instrumentes in jedem Momente mehrere concave und convexe Theile einer Lichtwellenfläche fallen. Ebenso habe ich die Krümmungsradien der Convexitäten und Concavitäten der Lichtwellenflächen der Grössen-

1) C. R., LXVII.

2) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

ordnung nach bestimmt. Bringt man vor das Objectiv eines Fernrohres einen Schirm mit hinreichend kleinem, kreisförmigem Ausschnitte, so dass in jedem Momente im allgemeinen nur eine einzige Convexität oder Concavität einer Lichtwellenfläche in das Fernrohr gelangt, so wird infolgedessen das Bild des Sterns etwas gegen das Objectiv hin oder von diesem weg verschoben. Man kann nun die Amplituden dieser Verschiebungen oder Schwankungen der Bilder längs der Axe des Fernrohres messen und hieraus die Krümmungen der einfallenden Wellenflächen berechnen. So haben sich bei 26 zu verschiedenen Zeiten angestellten Messungen maximale Krümmungsradien der Lichtwellenflächen zwischen 1817 und 19380 m ergeben. Die Ablenkungen der Strahlen können in jedem Momente innerhalb eines Strahlenbündels vom Querschnitte der Pupille als nahe identisch angesehen werden, verursachen also für das freie Auge eine Zitterbewegung des Sterns. Die grössten Ablenkungen oder die Amplituden der Zitterbewegung können gemessen werden, und betragen im allgemeinen mehrere Secunden. Andrerseits kann die Amplitude aus den gemessenen Erstreckungen und Krümmungen berechnet werden, wobei sich eine gute Uebereinstimmung ergab. Auch folgt aus dem Vorhergehenden, dass die Abweichungen der Lichtwellenflächen von der Ebenheit äusserst gering sind: der Pfeil oder die Vertiefung einer Unebenheit, senkrecht zur Lichtwellenfläche gemessen, ist im allgemeinen mit der Grösse einer Lichtwellenlänge vergleichbar.

Jede stärker als die Umgebung brechende Stelle der Atmosphäre wirkt, wie schon Hooke dachte, als eine schwache Sammellinse und macht die Strahlen convergent, jede schwächer brechende Stelle als eine Zerstreuungslinse und macht die Strahlen divergent, wie dies Fig. 1 andeutet. Hieraus ergeben sich, obgleich die Ablenkungen der Strahlen nur nach Secunden messen, bei den grossen in der Atmosphäre zu durchlaufenden Strecken sehr merkliche gegenseitige Annäherungen, Sammlungen der Strahlen und ebensolche Zerstreuungen, wie dies ebenfalls Fig. 1 andeutet. Ist beispielsweise der Krümmungshalbmesser des Theiles ab der Lichtwellenfläche AB gleich $+6000$ m und jener von bc gleich -6000 m, pflanzt sich ferner diese Lichtwellenfläche um 1000 m fort und sind J_1, J_2 die Intensitäten längs dem concaven und dem convexen Theile $a'b'$, $b'c'$ der fortgepflanzten Wellenfläche $A'B'$, so ergibt sich, die Krümmungen der Wellenfläche als sphärisch vorausgesetzt, nahezu $J_1 : J_2 = 2 : 1$. Es werden sich demnach auf der fortgepflanzten Wellenfläche zwei benachbarte Stellen finden, deren Intensitäten sich wie $2 : 1$ verhalten. Betrachten wir also das Licht eines Fixsternes, nachdem es durch die Atmosphäre gegangen ist, so sehen wir: Die Lichtwellenflächen weichen kaum merklich von der ebenen Gestalt ab, die Strahlen kaum merklich vom Parallelismus, allein die Lichtwellenflächen bestehen aus dicht nebeneinanderliegenden helleren und dunkleren Theilen, der Querschnitt eines dicken Strahlenbündels zeigt an manchen Stellen viele, an anderen wenige Strahlendurchschnitte. Diese Vertheilung der Intensitäten längs den Wellenflächen, sowie die Verdichtungen und Verdünnungen der Strahlenbündel unterliegt überdies mit dem Zustande der Atmosphäre einem beständigen und unregelmässigen Wechsel.

Dass dem wirklich so ist, lehrt das Experiment in jeder Weise. Schon Keppler[1]) gibt eine einschlägige Beobachtung. Als das Licht des Planeten Venus, und ein anderes Mal jenes der schmalen Mondsichel, durch sein Fenster auf eine Wand fiel, erschien das Licht stark undulirend, während die Lichtquellen Scintillation zeigten. Ich will im folgenden dieses Phänomen das Keppler'sche Phänomen nennen. Dieselbe Erscheinung zeigt sich bei totalen Sonnenfinsternissen, während der sichtbare Theil der Sonnenscheibe nahe punktförmig ist, und heisst alsdann das Phänomen der fliegenden Schatten. Dasselbe Phänomen ist auch wiederholt von Dufour bei aufgehender Sonne beobachtet worden, so lange die Sonne nahe punktförmig erschien. Bei allen diesen Beobachtungen ist der Entwicklung des Phänomens die Ausdehnung der Lichtquelle hinderlich, während andrerseits die punktförmigen Fixsterne ein zu wenig intensives Licht ausstrahlen. Man kann aber gleichwohl das Phänomen in jeder heiteren Nacht mittels eines Fernrohres an jedem Fixsterne in bester Weise wahrnehmen und studiren, wie im folgenden kurz ausgeführt wird.

Es sei, Fig. 2, *abcd* ein astronomisches Fernrohr, welches nach einem scintillirenden Fixsterne gerichtet ist. Die einfallenden Strahlen *efac* sind untereinander merklich parallel, doch an verschiedenen Stellen des Querschnittes *ef* des Strahlenbündels sehr verschieden dicht, z. B. bei *g* und *h* am dichtesten. Fängt man das durch die Objectivlinse *ac* gebrochene Strahlenbündel mittels eines Schirmes *ij* auf, oder stellt man das Ocular auf die Ebene *ij* ein, so nimmt man in dieser Ebene, welche nicht mit der Focalebene des Fernrohres zusammenfallen darf, ein verkleinertes und intensiveres Bild *ij* des Querschnittes *ef* des einfallenden Strahlenbündels wahr; das Bild wird um so kleiner und intensiver, je mehr sich die Ebene *ij* der Focalebene nähert. Das durch Einschieben oder Ausziehen des Oculars zu einer kreisförmigen Scheibe erweiterte Bild des Sterns erscheint nun nicht gleichförmig hell: Verschiedene Stellen der Scheibe erscheinen in jedem Momente in unregelmässiger Weise in beträchtlich ungleicher Helligkeit, und

1) Astronomiae pars optica und Stella nova.

die Vertheilung der Helligkeiten wechselt unregelmässig von einem Momente zum andern. Es gleicht die Erscheinung dem Lichtspiele der Sonnenstrahlen auf einer Wand, wenn dieselben von einer leicht bewegten Wasserfläche reflectirt worden sind. Bei tiefstehenden Sternen wechselt überdies in dem scheibenförmigen Bilde nicht nur die Helligkeit unregelmässig von Ort zu Ort und von Moment zu Moment, sondern auch die Farbe, wovon später ausführlicher die Rede sein wird. Diese Helligkeits- und Farbenfluctuationen, welche sich bei eingeschobenem Oculare in dem zu einer kreisförmigen Scheibe erweiterten Bilde eines Fixsternes zeigen, will ich im folgenden nach seinem Entdecker das Marius'sche Phänomen nennen; doch ist dasselbe im wesentlichen mit dem Keppler'schen Phänomen identisch. Projicirt man die helleren und dunkleren Theile des Marius'schen Phänomens längs den Lichtstrahlen auf das Objectiv des Fernrohres, so gelangt man zu dem Resultate, dass die Ausdehnung der Lichtmaxima und Minima des Keppler'schen Phänomens im allgemeinen nach Centimetern oder Decimetern misst.

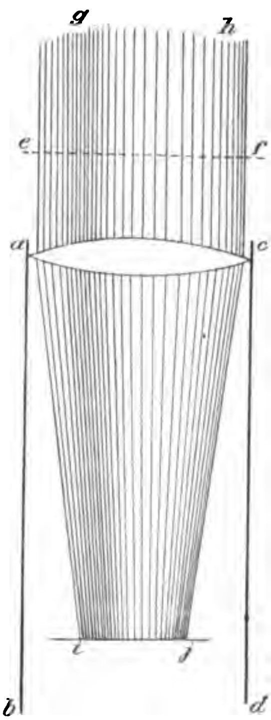


Fig. 2.

Die Pupille des menschlichen Auges ist so klein, dass das in einem gegebenen Augenblicke durch dieselbe tretende Strahlenbündel als homogen angesehen werden kann: sämmtliche Strahlen des Bündels haben in einem gegebenen Augenblicke genau dieselbe Richtung, und die Dichte der Strahlen ist längs des ganzen Querschnittes des Bündels constant. Ebenso im nächsten Augenblicke: doch hat alsdann das Bündel eine etwas andere Richtung und eine von der früheren beträchtlich verschiedene Dichte. Die Winkelamplituden des Bündels sind nach dem früher Gesagten so gering, dass die aus den Schwankungen des Strahlenbündels hervorgehende Zitterbewegung der Fixsterne an die Grenze der Wahrnehmbarkeit gerückt ist. Hiergegen bewirken die beträchtlichen Dichtigkeitsänderungen des durch die Pupille gehenden Strahlenbündels ausserordentlich merkliche Helligkeitsschwankungen des Bildes des Sterns. In diesen Helligkeitsschwankungen besteht bei hochstehenden Sternen die Erscheinung der Scintillation. Die Farbenwechsel, welche gleichzeitig bei tiefstehenden Sternen auftreten, sind eine accessorische Erscheinung, welche ihren

Grund in der regelmässigen atmosphärischen Strahlendispersion hat, wie nun gezeigt werden soll.

Sei, Fig. 3, EE' die Erdoberfläche, AA' die obere Grenze der Atmosphäre, B das Auge des Beobachters, BS und BS' das violette und das rothe vom Fixsterne kommende und in das Auge gelangende Strahlenbündel. Die Strahlenbündel gehen in der Atmosphäre getrennt, da der violette Strahl eine grössere atmosphärische Refraction erleidet als der rothe. Die Heranziehung dieser Thatsache zur Erklärung der Scintillation bildet ein Princip in der Theorie Montigny's, welches ich im folgenden das Montigny'sche Princip nennen werde. Die Tangenten BT und BT' bilden einen Winkel, welcher in der Nähe des Horizontes 30 Secunden betragen kann. Hierdurch geschieht es, dass man die Sterne durch vergrössernde Instrumente bis zu beträchtlichen Höhen als Spectra wahrnimmt. Das freie Auge jedoch unterscheidet die Farben eines solchen Spectrums nicht und vereinigt dieselben zu einem weissen Bilde des Sterns.

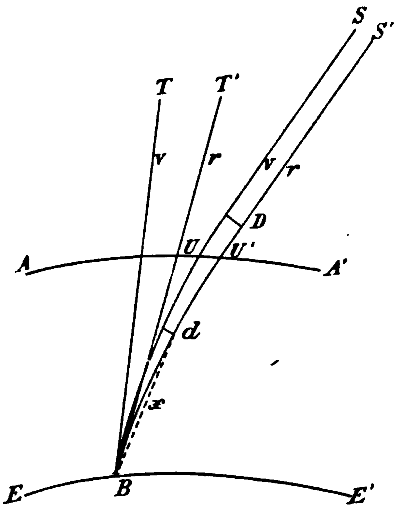


Fig. 3.

Nach Mossotti beträgt die gegenseitige Entfernung D des rothen und des violetten Strahles ausserhalb der Atmosphäre in der Nähe des Horizontes ungefähr 10 m, während diese Distanz im Zenith gleich Null wird. Andrerseits hat sich aus meinen Messungen ergeben, dass zwei Strahlenbündel, welche in einer gegenseitigen Distanz von einem Decimeter in der Atmosphäre fortschreiten, schon völlig unabhängig voneinander durch die Unregelmässigkeiten der Atmosphäre scintillatorisch modificirt werden. Hält man diese beiden Thatsachen zusammen, so gelangt man zu dem Schlusse, dass bei hinreichend niedrigem Stande des Sterns die verschiedenfarbigen Bilder, aus welchen sich das weisse Bild des Sterns zusammensetzt, mehr weniger unabhängig voneinander scintilliren müssen. Da nun die Scintillation in einem unregelmässigen Wechsel der Helligkeit des Sterns besteht, und diese Helligkeitswechsel für die verschiedenen Farben, aus welchen das Licht des Sterns besteht, zeitlich nicht coïncidiren, so muss der Stern in jedem Momente eine andere Farbe zeigen. Gelangt beispielsweise in einem gegebenen Momente das rothe Strahlenbündel im Zustande der Verdichtung ins Auge des Beobachters und sind im selben

Momente die übrigen Strahlenbündel nicht alterirt, so wird der Stern dem Beobachter roth erscheinen, während im nächsten Momente eine andere Farbe vorherrschen kann. Die Farbenwechsel sind nicht mehr merklich, wenn der Stern eine gewisse Höhe erreicht, die verschiedenfarbigen Strahlenbündel gehen dann nicht mehr hinreichend getrennt durch die Atmosphäre, und sie gehen bei einer Höhe gleich 90° genau denselben Weg und werden vollkommen gleichmässig modificirt, d. h. der Stern kann im Zenith beträchtliche Helligkeitsschwankungen zeigen aber keine Spur von Farbenentwicklung.

Hierdurch finden auch die oben erwähnten Farbenerscheinungen, welche das Marius'sche Phänomen bei niedrigem Stande des Sterns zeigt, ihre Erklärung. Die verschiedenfarbigen, durch die Oeffnung des Instrumentes tretenden, von demselben Fixsterne kommenden Strahlenbündel haben in der Atmosphäre getrennte Wege zurückgelegt, sie werden verschieden scintillatorisch modificirt, jedes derselben gibt sein eigenes Marius'sches Phänomen, innerhalb der Marius'schen Scheibe coïncidiren die Licht-Maxima und Minima einer Farbe in einem gegebenen Momente nicht mit den Maximis und Minimis einer anderen Farbe, es entsteht die Farbenentwicklung, welche beobachtet wird.

Wenn ausgedehnte Objecte weder Helligkeits- noch Farbenwechsel zeigen wie die Fixsterne, so rührt dies, wie der Hauptsache nach schon Arago erkannt hat, daher, dass die einzelnen, sehr nahe benachbarten Punkte der leuchtenden Fläche, deren Verbindungslinien mit dem Auge in der Luft nicht dieselbe Lage haben, unabhängig voneinander ihren Ort, ihre Helligkeit und ihre Farbe variiren, und dass alle diese voneinander unabhängigen raschen und unregelmässigen Veränderungen im Auge, indem sie ihre Eindrücke vermischen, eine gleichmässige Erhellung hervorbringen. Nur die Ränder der ausgedehnten Objecte, wie der Sonne, des Mondes, der Planeten, terrestrischer Gegenstände, zeigen die besprochene wellenartige Bewegung. Ueber jeden Zweifel erhoben wird diese Erklärung der Nichtscintillation ausgedehnter Lichtquellen durch meine oben erwähnten Messungsresultate. Wenn nämlich zwei Lichtstrahlen, welche die Atmosphäre unter einer gegenseitigen Distanz von einem Decimeter durchsetzen, schon völlig unabhängig voneinander scintillatorisch erregt werden, so kann man annehmen, dass dies auch von zwei Strahlen gelte, welche unter einer gegenseitigen Distanz von 4 dm in die Atmosphäre treten, um sich im Auge des Beobachters zu vereinigen. Ist dann α der Gesichtswinkel, unter welchem beispielsweise zwei Punkte des horizontalen Durchmessers eines Planeten gesehen werden, haben ferner die Verbindungslinien dieser beiden Punkte mit dem Beobachter innerhalb der Atmosphäre eine Länge e und an der Grenze der Atmosphäre eine gegenseitige

Distanz d, so ist $d = e\alpha$, und es können die beiden Punkte völlig unabhängig voneinander scintilliren, wenn $d = 4$ dm, oder, wenn

$$\alpha = \frac{4\,\mathrm{dm}}{e}.$$

e variirt mit der Höhe der betrachteten Punkte. Setzt man diese Länge auch nur gleich 10 Meilen, so ergibt sich $\alpha = 0{,}8$ Secunden. Beträgt also der Durchmesser der planetarischen Scheibe 40″, so wird dieser Durchmesser mindestens 50 voneinander völlig unabhängig scintillirende Theile enthalten müssen. Die Wirkung auf das Auge ist eine nahe gleichmässige Erhellung.

Es soll nun eine mehr historische Darstellung der übrigen Materien gegeben werden. Eine solche Darstellung in Bezug auf die Vor-Arago'sche Zeit ist schon von Arago selbst gegeben. Bezüglich dieses Zeitabschnittes erübrigt also nur eine Besprechung der Bemerkungen Arago's über die Ansichten seiner Vorgänger.

Man hat die Ursache der Scintillation der Sterne an allen Orten gesucht: in den Sternen selbst, im Weltraume, in der die Erde umgebenden Atmosphäre und im Auge des Beobachters. Dass die Ursache der Scintillation nicht in den Sternen oder im Weltraume liegt, beweist die Thatsache der terrestrischen Scintillation, dass sie nicht im Auge des Beobachters liegt, der Umstand, dass die Erscheinungen der Scintillation auch objectiv erhalten werden. Es ist also im folgenden über derlei Theorien kein Wort der Widerlegung zu verlieren.

Diejenigen, welche die Atmosphäre zur Erklärung in Anspruch nahmen, haben dies wieder auf alle möglichen Arten gethan: man hat die Scintillation zurückgeführt auf unregelmässige Brechung, Reflexion, Totalreflexion, unregelmässige Dispersion, Beugung, Interferenz, Absorption, ja selbst auf elektro-magnetische Strömungen. Es wird sich im folgenden die Gelegenheit ergeben, jene Theorien zu besprechen, welche die Scintillation aus einer anderen Wirkungsweise der Atmosphäre erklären, als jener, welche im Abschnitte A dargelegt wurde.

1. Aristoteles[1]): „Denn wenn unsere Sehkraft sich beträchtlich weit erstreckt, so zittert sie wegen ihrer Schwäche. Das ist auch wohl der Grund, weshalb die Fixsterne zu funkeln scheinen, die Planeten aber nicht; denn die Planeten sind nahe genug, damit die Sehkraft noch kräftig zu ihnen gelangt, während bis zu den Fixsternen dieselbe sehr weit sich ausdehnen muss und wegen dieser Ausdehnung schwankt.

---

1) de Coelo lib. II, cap. 8.

Das Zittern des Gesichtssinnes bewirkt, dass sich der Stern zu bewegen scheint, denn es macht keinen Unterschied, ob die Sehkraft sich bewegt oder das Gesehene".

Wir finden hier die Beobachtung der Zitterbewegung der Fixsterne und jene der Nichtscintillation der Planeten.

2. Ptolemäus wollte erklären, weshalb am Horizonte die Sterne in höherem Grade scintilliren, und führt als Grund hierfür an: weil sie am Horizonte entfernter erscheinen, weil das Auge grössere Anstrengungen macht, um sie zu sehen, weil daraus ein Zittern unseres Auges und folglich das Schwanken der Objecte entsteht.

Wir finden hier die Beobachtung der stärkeren Scintillation in der Nähe des Horizontes. Die wahre Ursache ist die längere Luftstrecke und das Auseinandergehen der verschiedenfarbigen Strahlenbündel.

3. Averrhoes sagt in seinem Buche de Coelo et de Mundo, dass die Dichtigkeit der von den Lichtstrahlen durchlaufenen Mittel das Funkeln der Sterne, von denen sie ausgehen, hervorrufen, dass diese in beständiger Bewegung befindlichen Medien die Bilder auf verschiedene Punkte des Auges fallen lassen.

Man sieht hier den Anfang zur richtigen Erklärung der Scintillation, wenigstens der Zitterbewegung der Fixsterne. Arago jedoch, welcher von der richtigen Erklärung weiter entfernt war, als seine Vorgänger, bemerkt: „ich muss mich gegen die Vorstellung erklären, als könnten die Undulationen der Luft zur Scintillation beitragen, indem sie die Strahlen auf verschiedene Punkte des Auges fallen liessen. In der That, wären diese Punkte äusserst nahe, so würde die Verrückung nicht wahrnehmbar sein, und wären sie entfernt, so müssten im Fernrohr die Sterne übermässig oscilliren oder sich unter der Gestalt einer Lichtlinie zeigen".

Diese Bemerkung Arago's, welcher bekanntlich entgegen den Behauptungen zahlreicher und namhafter Beobachter das Vorhandensein der Zitterbewegung der Fixsterne hartnäckig läugnete, bedarf einer gründlichen Widerlegung, welche im folgenden Abschnitte gegeben wird.

B. Zitterbewegung der Fixsterne und Scintillationszerstreuungskreis.

Um das Vorhandensein der Zitterbewegung des Bildes eines Fixsternes bei Beobachtung mit freiem Auge oder durch ein Instrument mit kleiner Oeffnung jedem möglichen Zweifel zu entziehen, habe ich das folgende Experiment angestellt.

Vor dem Objective des zwölfzölligen Refractors der Wiener Universitäts-Sternwarte wurde ein Schirm angebracht, an welchem sich drei in gerader Linie liegende Oeffnungen von je 3,2 cm Durchmesser befanden, eine in der Mitte des Objectivs, die beiden anderen an den Rändern desselben. Wurde das Rohr nach dem Sirius gerichtet und das Ocular etwas eingeschoben, so zeigten sich in der Ebene, auf welche das Ocular eingestellt war, nahe aneinander drei scharfe kreisrunde Bilder des Sternes, Fig. 4. Diese drei Bilder befanden sich in beständiger relativer Bewegung, so dass dieselben die Ecken eines Dreieckes von vollständig variabler Gestalt bildeten. Fig. 4 zeigt die drei Bilder in verschiedenen Configurationen. Die Bewegung war continuirlich und langsam genug, um bequem verfolgt werden zu können.

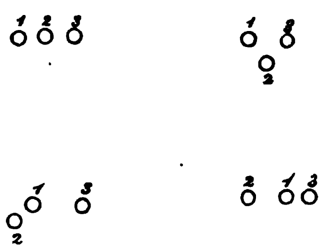


Fig. 4.

Dieser Versuch beweist, dass das Bild des Sterns sich bewegt, und dass die durch verschiedene Stellen des Objectives eines grossen Instrumentes hervorgebrachten Bilder sich verschieden bewegen. Wenn die Zitterbewegung der Fixsterne mit freiem Auge wenig wahrnehmbar ist, so rührt dies in erster Linie von der Kleinheit der Amplituden her, welche nur einige Secunden betragen, aber auch daher, dass diese geringfügige Bewegung nicht, wie bei der Erscheinung der Wellenbewegung der Ränder ausgedehnter Objecte, durch eine gleichzeitige entgegengesetzte Bewegung benachbarter Punkte wahrnehmbarer gemacht wird. Beobachtet man aber einen Doppelstern durch ein nicht zu grosses Instrument, so findet man, dass die gegenseitige Distanz der beiden Sterne sowie die Richtung ihrer Verbindungslinie beständigen kleinen Schwankungen unterliegt.

Beobachtet man andrerseits einen scintillirenden Fixstern durch ein Instrument mit grosser Oeffnung, so nimmt man, aus einem sofort zu besprechenden Grunde, keine Zitterbewegung wahr, wohl aber eine andere, höchst bemerkenswerthe Erscheinung, welche Newton[1]) zuerst beobachtet und richtig erklärt hat. Newton sagt:

„Auch die Strahlung und Scintillation der Fixsterne ist den Brechungen zuzuschreiben, welche die Lichtstrahlen in unseren Augen sowohl als in der unruhigen Atmosphäre erleiden: denn die Erscheinung hört auf, sobald man die Sterne durch ein Teleskop betrachtet. Das Zittern der Luft und der aufsteigenden Dünste verursacht, dass die Strahlen leicht abwechselnd von dem engen Raume der Pupille abgelenkt werden, was dagegen bei der grösseren Oeffnung eines Fernrohr-

1) Principia, lib. III — Optice, lib. I, pars 1, 1719.

objectives nicht geschieht. Dies ist der Grund, weshalb die Scintillation im ersteren Falle entsteht, im letzteren aber unterbleibt: zugleich liegt in diesem Aufhören der Beweis für die regelmässige Fortpflanzung des Lichtes durch den Himmelsraum ohne jede merkliche Refraction".

Und an anderer Stelle:

„Die Luft, durch welche wir die Gestirne betrachten, befindet sich in ununterbrochener Bewegung, wie an dem Schwanken des Schattens eines hohen Thurmes und an dem Funkeln der Fixsterne zu sehen ist. Doch scintilliren die Sterne nicht, wenn sie durch Fernrohre mit weiten Oeffnungen betrachtet werden. Denn indem alsdann die Lichtstrahlen durch verschiedene Punkte der Oeffnung hindurchgehen und jeder für seinen Theil tremulirt, so treffen sie mit mannigfaltigen und selbst entgegengesetzten Oscillationen zu gleicher Zeit auf verschiedene Punkte des Auges, wo ihre Bewegungen zu lebhaft und zu unregelmässig werden, um einzeln einen Eindruck hervorbringen zu können. Indem nun jene vielen oscillirenden Punkte infolge ihrer raschen Bewegung und ihrer äusserst kurzen Vibrationen sich untereinander vermischen und unmerklich zusammenfliessen, erzeugen alle diese Punkte einen einzigen grossen leuchtenden Punkt, und bewirken dergestalt, dass das Bild eines Sterns nicht allein grösser erscheint, als eigentlich der Fall ist, sondern auch ohne jede zitternde Bewegung des Ganzen, soweit eine solche durch unsere Sinne wahrgenommen werden kann".

Dies ist also die Ursache, aus welcher bei Beobachtung mit grossen Instrumenten die Sterne keine Zitterbewegung zeigen. Statt in Bewegung erscheinen sie als ruhende Scheiben, als Scintillations-Zerstreuungskreise, deren Halbmesser der Amplitude der Zitterbewegung gleich ist, welche derselbe Stern bei Reduction der Objectivöffnung zeigen würde. Ich werde dieses Phänomen im folgenden das Newton'sche Phänomen nennen. Der Scintillations-Zerstreuungskreis ist bei grossen Instrumenten weit grösser als der durch Beugung entstehende, und wird von dem letzteren, welcher scharf begrenzt erscheint, leicht durch seinen unsicheren, haarigen Umriss unterschieden.

Arago hat diese Beobachtung und Erklärung Newton's verworfen, indem er sagt:

„Zu diesem Zwecke angestellte Beobachtungen haben jedoch bewiesen, dass in den Fernrohren die Bilder der Sterne zuweilen scintilliren ohne eine merkliche Anschwellung zu erleiden, und dass sie ausserdem der Reihe nach durch alle Farben des Prismas hindurchgehen. Es scheint demnach unnöthig, der Prüfung einer Theorie längere Zeit zu widmen, . . ." Schon aus der sich auf das Farbenspiel der Sterne beziehenden Stelle geht hervor, dass Arago's Beobachtungen mit zu kleinen Instrumenten angestellt wurden, und ich habe mich mittels des zwölfzölligen Refractors der Wiener Universitäts-sternwarte von der Richtigkeit der Angabe Newton's überzeugt.

Ich füge noch einige Notizen über die Amplitude der Zitterbewegung der Sterne bei.

Herr Dr. Holetschek hat den Spielraum der Bewegung eines Punktes des Mondrandes bei drei zu verschiedenen Zeiten in Höhen von 51° bis 66° angestellten Messungen zu 10″ bis 15″ gefunden. Demnach war die Amplitude der Zitterbewegung gleich 5″ — 7½″.

Ich habe an anderem Orte[1]) aus einem Mittelwerthe der von mir gemessenen Krümmungen der Lichtwellenflächen und aus zwei Messungen der Erstreckungen der Unebenheiten der Lichtwellenflächen die Amplitude der Zitterbewegung zu 6″ berechnet.

Carlini[2]) erhielt bei Beobachtungen am Polarsterne Oscillationen von 10″—12″, also eine Amplitude der Zitterbewegung gleich 5″—6″.

Struve nahm den Stern Fomalhaut als atmosphärisches Spectrum von 22″ verticaler und 8″ horizontaler Ausdehnung wahr. Die verticale Ausdehnung rührt von der regelmässigen atmosphärischen Strahlenbrechung her. Die horizontale Ausdehnung kann nur zum geringsten Theile auf die Beugung durch die Oeffnung des Instrumentes zurückgeführt werden. Man hat nämlich für den Beugungswinkel des ersten Minimums des Beugungsbildes einer kreisförmigen Oeffnung vom Radius R des Objectivs ungefähr $\theta = 1' : R$ mm. Da in dem betrachteten Falle ungefähr $\theta = 4''$ war, ergäbe sich $R = 15$ mm. Es ist aber durchaus nicht anzunehmen, dass Struve mit einem Instrumente von so kleiner Oeffnung beobachtet habe, und es muss folglich die beobachtete horizontale Ausdehnung des Spectrums fast gänzlich dem Scintillations-Zerstreuungskreise zugeschrieben werden. Aus Struve's Beobachtung geht also hervor, dass der Stern zur Zeit der Beobachtung scintillirte, und dass die Amplitude seiner Zitterbewegung oder der Radius seines Scintillations-Zerstreuungskreises ungefähr 4″ betrug.

Secchi unterschied bei ruhigster Atmosphäre Doppelsterne von ½″ gegenseitiger Distanz, während bei Scintillation der Durchmesser des grösseren Sterns 8″ erreichen konnte. Man entnimmt hieraus, dass der Radius des Scintillations-Zerstreuungskreises oder die Amplitude der Zitterbewegung des Sterns 4″ betrug.

Die Scintillation ist bei Tage weit stärker als bei Nacht. Montigny fand als grösste Amplitude der Zitterbewegung entfernter Objecte bei Tage 25 Secunden.

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

2) Humboldt, Cosmos, III, 293.

Alle diese Daten scheinen zu beweisen, dass die Amplitude der Zitterbewegung der Fixsterne oder der Radius ihres Scintillations-Zerstreuungskreises im allgemeinen einige Secunden beträgt.

Auch die folgenden Erscheinungen gehören hierher.

Man findet in Arago's Abhandlung „Ueber die Sonnenfinsternisse" die folgende Stelle:

„Vor der Finsternis von 1842 hatte ich die Aufmerksamkeit der Beobachter auf das Auftreten gewisser geradliniger, breiter, paralleler, vollkommen schwarzer und scharf begrenzter Striche gelenkt, welche, den Zähnen eines Kammes vergleichbar, von mehreren Astronomen in dem Augenblicke wahrgenommen worden waren, wo der convexe Rand des Mondes dem concaven Sonnenrande von der inneren Seite sehr nahe rückt". „In dem Augenblicke, wo der westliche Mondrand sich innerlich von dem westlichen Rande der Sonne loszulösen beginnt, erscheint derselbe wie eine Säge gezähnt. Diese Zähne nehmen sofort zu an Grösse und Weite, während ihre Zahl gleichzeitig sich vermindert. Bald erscheinen die beiden Ränder nur noch durch einige geradlinige, breite, parallele, vollkommen schwarze und scharf begrenzte Striche vereinigt. Endlich verschwinden auch diese Striche plötzlich. Der Vorgang ist ganz so, als wenn sich zwischen den Rändern der beiden Himmelskörper eine schwarze, klebrige Materie befände, die an gewissen Punkten der Sonne anhaftete und durch die Bewegung des Mondes ausgedehnt oder ausgezogen würde, bis die Verbindungen plötzlich zerreissen. Bei der Bewegung des östlichen Mondrandes gegen den östlichen Rand der Sonne wiederholen sich die nämlichen Erscheinungen in umgekehrter Ordnung". „In Perpignan harrten wir unsererseits mit gösster Spannung auf das Eintreten der von Herrn Baily so gut beschriebenen Phänomen; nichtsdestoweniger gelang es keinem von uns die mindeste Spur jener Verbindungslinien zu entdecken. . . . In Montpellier erblickte der Abbé Peytal die Erscheinung der Perlenreihe . . . vorher ging die Erscheinung schwarzer Linien, deren Lage auf der Sichel, sagt er, nicht zu bestimmen war, weil sie fortzulaufen schienen. Herr Roche sah . . . schwarze Linien parallel mit sich selbst die Sichel entlang laufen. . . . Unter dem günstigsten Himmel konnte 1842 Baily in Pavia keine Spur der schwarzen Striche . . . entdecken; dagegen zeigte sich ihm deutlich die Erscheinung der sog. Perlenreihe. In Superga . . . bestrebte sich Airy ohne Erfolg, die Verbindungslinien sowie die Reihen getrennter leuchtender Punkte wahrzunehmen, welche man Perlenschnüre genannt hat. . . . In Padua erschien die ausserordentlich schmal gewordene Sichel im Augenblicke ihres Verschwindens Herrn Biela wie aus getrennten Sternen bestehend. . . . Aus der Gesammtheit dieser Beobachtungen geht die wichtige Folgerung hervor: Die schwarzen Verbindungslinien haben keinen reellen Grund... man hat sie vielmehr als das Resultat einer anomalen Lichtwirkung in der Atmosphäre, im Fernrohre oder im Auge des Beobachters aufzufassen.... Ich habe mich überzeugt, dass die Verbindungslinien auf eine weit einfachere Ursache zurückzuführen sind, als man zu meinen scheint: ich habe nämlich gefunden, dass sie eine nothwendige und unabweisbare Folge des undeutlichen Sehens bilden. Der Astronom, der das Ocular seines Fernrohrs äusserst scharf für seine Augen eingestellt hat, darf das Phänomen nicht wahrnehmen, während die Striche unfehlbar auftreten, sobald diese Bedingung nicht erfüllt ist".

Arago scheint hier mit allzugrosser Leichtigkeit über die Beobachtungen anderer hinwegzugehen und bemerkt nicht den ihm nahe liegenden Zusammenhang mit der Scintillationserscheinung der Wellenbewegung der Umrisse ausgedehnter Lichtquellen.

Ich füge die Beschreibung einer von mir gemachten Beobachtung bei, welche diesen Zusammenhang deutlicher macht.

Die Erscheinung, welche ich mittels eines kleinen Fernrohres an der untergehenden Sonne wiederholt beobachtet habe, ist die folgende: Der Sonnenrand erschien nicht kreisförmig begrenzt, er zeigte vielmehr Zähne wie der Rand eines verrosteten Eisenblechs; diese Erhabenheiten und Vertiefungen veränderten sich beständig, aber sehr langsam, so dass kaum eine Bewegung direct wahrgenommen wurde, doch sah ich nach kurzer Zeit Erhabenheiten, wo früher Vertiefungen waren, und umgekehrt. Man hat es hier mit der gewöhnlichen wellenartigen Bewegung der Umrisse entfernter Gegenstände zu thun, welche in der Nähe des Horizontes weit langsamer vor sich geht als in der Nähe des Zeniths, wovon später ausführlicher die Rede sein wird. Diese Bewegung des Sonnen- oder Mondrandes lässt sich, wenn sie rascher erfolgt, mit der Bewegung eines vom Winde gepeitschten Aehrenfeldes vergleichen, womit gesagt ist, dass die Bewegung im allgemeinen in einer bestimmten Richtung erfolgt, wovon später ebenfalls ausführlicher die Rede sein wird.

Denkt man sich nun den sichtbaren Theil der Sonnenscheibe auf eine feine Sichel reducirt, an deren beiden Seiten nunmehr das Phänomen der Wellenbewegung auftreten muss, so gelangt man leicht zu dem oben beschriebenen, bei totalen Sonnenfinsternissen wahrnehmbaren Phänomen; ja man müsste aus der Erscheinung der Wellenbewegung des Sonnenrandes jene der Perlenreihe postuliren, wenn sie noch nicht beobachtet wäre.

Die Wellenbewegung des Sonnenrandes wird zuweilen wahrgenommen, zuweilen nicht; ebenso die besprochene Erscheinung. In beiden Fällen zeigt sich das Vorhandensein einer bestimmten Bewegungsrichtung. Es wird später besprochen werden, durch welche Regel die Richtung des Fortschreitens der Wellenbewegung des Sonnenrandes bestimmt ist; sie hängt ab von der Windrichtung und der Richtung der scheinbaren Bewegung der Sonne; durch dieselbe Regel muss auch die Bewegungsrichtung der Perlenreihe bestimmt sein. Hierauf wäre bei einer künftigen totalen Sonnenfinsternis zur Bestätigung der obigen Erklärung zu achten. Auch die Dauer der Erscheinung verdient in dieser Beziehung Beachtung. Dieselbe wird offenbar nur so lange sichtbar sein, als die Breite der sichtbaren Sonnensichel nicht beträchtlich grösser geworden ist als die doppelte Amplitude der Zitterbewegung, über deren Grösse oben einige Angaben gemacht sind. Schliesslich ist in Bezug auf Beobachtungen bei einer künftigen totalen Sonnenfinsternis noch zu bemerken, dass ein zu kleines Instrument wegen zu geringer Vergrösserung und ein zu grosses wegen des störenden Newton'schen Phänomens zu vermeiden sind.

Arago hat bei seinen Beobachtungen nicht die entsprechende Rücksicht auf die Grösse der Oeffnung des Beobachtungsinstrumentes genommen. In welcher Weise die verschiedenen Scintillationserscheinungen durch die Oeffnung des Instrumentes modificirt werden, soll im folgenden Abschnitte auseinandergesetzt werden.

C. Beobachtung durch Instrumente mit grossen Oeffnungen.

Es ist schon im Abschnitte A auseinandergesetzt worden, welche Modificationen die von den Fixsternen kommenden, ursprünglich ebenen Lichtwellenflächen beim Durchgange durch die Atmosphäre erfahren, und im Abschnitte B, wie bei Beobachtung durch Instrumente mit grossen Oeffnungen die Zitterbewegung der Sterne verschwindet und der Scintillations-Zerstreuungskreis entsteht.

Nach den gegebenen Ausführungen weicht der von einem scintillirenden Sterne kommende, durch die Oeffnung eines grossen Instrumentes tretende Theil einer Lichtwellenfläche excessiv wenig von der Gestalt einer Ebene ab, besteht aber mosaikartig aus hellen und dunkeln Theilen, deren Erstreckungen einige Centimeter, aber auch mehr als einen Decimeter betragen können. Indem also durch das Objectiv eines solchen Instrumentes in jedem Momente zahlreiche helle und dunkle Theile einer Lichtwellenfläche treten, entsteht im Focus eine mittlere, constante Helligkeit: bei Beobachtung durch Instrumente von grosser Oeffnung zeigen die scintillirenden Sterne keine Helligkeitswechsel.

Da ferner der eben ausgesprochene Satz für jede einzelne der homogenen Farben gilt, aus welchen sich das Licht des Sterns zusammensetzt, so ergibt sich auch für niedrig stehende Sterne der weitere Satz: bei Beobachtung durch Instrumente von grosser Oeffnung zeigen die scintillirenden Sterne keine Farbenwechsel.

Durch grosse Instrumente betrachtet zeigen also die scintillirenden Sterne weder Zitterbewegung noch Helligkeitswechsel, noch Farbenwechsel; sie zeigen aber den Scintillations-Zerstreuungskreis.

Man nimmt jedoch bei grossen Instrumenten die Zitterbewegung sofort wahr, und infolge der Vergrösserung sehr deutlich, wenn man die Oeffnung reducirt, wie dies oben ausgeführt worden ist. Schiebt man ferner das Ocular ein, so gewahrt man das Marius'sche Phänomen, d. i. die Helligkeits- und Farbenwechsel, wie sie den einzelnen Stellen des Objectivs entsprechen, in besonderer Schönheit.

Als ich am 23. Februar 1881 den Zwölfzöller der Wiener Sternwarte nach dem Sirius richtete, erschien dieser Stern gross, haarig und unsicher begrenzt, weiss und von constanter Helligkeit entsprechend der Beschreibung Newton's. Versetzte ich während der Beobachtung durch das Instrument mein Augenglas in vibrirende Bewegung, so erschien der Lichtstreifen, in welchen sich das Bild des Sterns verwandelte, vollkommen weiss, in allen Theilen gleich breit und gleich hell. Schob ich jedoch das Ocular ein, so zeigte das zu einer grossen Scheibe erweiterte Bild des Sterns die folgende Erscheinung: Die Scheibe erschien als eine wahre Mosaik aller Farben und ausserordentlich verschiedener Grade der Helligkeit, während Farbe und Helligkeit an jeder Stelle des Bildes beständig und unregelmässig wechselten. Wurde das scheibenförmige Bild des Sterns durch langsames Wiedereinstellen des Oculars verkleinert, so wurde das Gewimmel der Farben und Helligkeiten immer gedrängter, bis bei vollendeter Einstellung wieder ein vollkommen weisses Bild von constanter Helligkeit resultirte.

Die Existenz des Scintillations-Zerstreuungskreises hat wohl für den Astronomen eine besondere Bedeutung. Wenn ein punktförmiger Fixstern als Kreis von mehreren Secunden Durchmesser erscheint, so muss dasselbe von den einzelnen Punkten eines ausgedehnten Objectes, wie des Mondes oder eines Planeten, gelten, und ein solches Object muss folglich undeutlich erscheinen. Diese Undeutlichkeit muss umso störender werden, je grösser das Beobachtungsinstrument ist, denn der Durchmesser des Scintillations-Zerstreuungskreises unterliegt der Vergrösserung des Instrumentes. Es wird jedem Orte eine bestimmte Scintillationsconstante zukommen, der mittlere Durchmesser des Scintillations-Zerstreuungskreises, diese Constante kann auf verschiedene Weise ermittelt werden, und die Kenntnis derselben wird den Grad der Brauchbarkeit eines aufzustellenden grossen Instrumentes vorher zu bestimmen gestatten.

---

4. Alhazen und sein Commentator Vitellio betrachteten die Scintillation als eine Wirkung der Brechung, welche die Strahlen der Sterne in der Atmosphäre erleiden. Da diese Bewegung, sagen sie, nicht immer die nämliche ist, so müssen die Sterne als in Bewegung befindlich erscheinen.

5. Aquilonius und Aversa. Franciskus Aquilonius schreibt die Scintillation einer sehr raschen Umdrehungsbewegung der Sterne zu, welche die Erscheinung zeigen; infolge dieser Bewegung würden uns die Fixsterne abwechselnd helle und dunkle Theile ihrer Oberfläche zukehren[1]).

6. Tycho erklärt die Scintillation der Fixsterne wie Aquilonius und Aversa. Die Planeten, fügt er hinzu, funkeln nicht, weil sie sich nicht um sich selbst drehen.

7. Scaliger führt für die Scintillation fünf verschiedene Ursachen an, darunter die von den Strahlen durchlaufene Luft: „Die leichten in der Luft schwebenden Dünste hemmen zuweilen die Strahlen der Sterne zum Theil, und lassen sie dann wieder in ihrem vollen Glanze wirken, woraus continuirliche Aenderungen in der Intensität hervorgehen müssen“.

Wir haben hier eine Erklärung der Helligkeitswechsel durch Absorption, wie wir sie später bei Donati wiederfinden werden.

8. Galilei[2]) schrieb das Funkeln der Sterne der Vibration zu, welche sie ihrem eigenen Lichte mittheilen.

9. Keppler[3]) suchte ebenfalls die Ursache der Scintillation in den Sternen selbst. Doch entdeckte er jenes Phänomen, welches das Grundphänomen der Scintillation genannt zu werden verdient, und welches ich oben das Keppler'sche Phänomen genannt habe.

D. Keppler'sches Phänomen. Fliegende Schatten.

Keppler[4]) berichtet: „Am 19./29. December 1602 gegen Abend sah ich durch ein Fenster Venus, welche schon im Abnehmen war ... der Planet funkelte stark; als ich nach der weissen Wand blickte, auf welche die Strahlen der Venus fielen, gewahrte ich Undulationen, etwa wie wenn der Rauch zu sehen hindert, und zwar mit grosser Schnellig-

1) Riccioli's Almagestum novum.

2) Opere V, 17.

3) Astronomiae pars optica und Stella nova.

4) Arago, Ueber das Funkeln der Sterne.

keit und unregelmässigen Bewegungen. . . . Ich habe bemerkt, dass diese Lichtundulation in Beziehung zu der am Planeten erscheinenden Scintillation stand".

Keppler beobachtete also jenen Wechsel von hellen und dunkeln Stellen längs den Lichtwellenflächen direct, welcher im Abschnitte A postulirt wurde, und welcher das Marius'sche Phänomen hervorbringt.

Es lässt sich aber das Keppler'sche Phänomen noch in anderer Weise beobachten, wenn sich nämlich der sichtbare Theil der Sonnenscheibe nahe auf einen Punkt reducirt hat, wie bei totalen Sonnenfinsternissen oder bei Sonnenaufgang.

So finde ich in einer Abhandlung Arago's „Ueber Sonnenfinsternisse":

„Bei aufmerksamer Prüfung von Flächen, welche die Sonne voll beschien, hatte ich häufig bemerkt, dass an gewissen Stellen, bald hier, bald da, momentan plötzliche Intensitätsveränderungen auftraten, ohne Regelmässigkeit zwar, aber sehr augenfällig. . . . Folgendes ist eine Stelle aus einem, den Tag nach der Finsternis, am 9. Juli 1842 von Herrn Fauvelle an mich gerichteten Schreiben: Als die Finsternis eben total werden sollte, sah ich auf der weissen Mauer eines Militärgebäudes auf dem Wall St. Dominique die letzten Strahlen der Sonne heftig und mit lebhafter Geschwindigkeit unduliren. Ich möchte den Vorgang etwa mit der Erscheinung vergleichen, wenn die Strahlen der Sonne auf eine Wand oder Decke fallen, nachdem sie von einer bewegten Wasserfläche zurückgestrahlt worden sind". Man wird sich erinnern, dass ich oben bei der Beschreibung der Undulationen, welche sich in dem erweiterten Bilde eines scintillirenden Sterns bei eingeschobenem Oculare zeigen, denselben Vergleich gebraucht habe. Arago sagt weiter: „In dem Berichte, welchen Herr Eugen Bouvard nach seiner Rückkehr von Digne mir übergab, finde ich die folgende Note eines sehr unterrichteten Geistlichen, des Herrn Savournin, zu Seyne. Man bemerkte hier Schatten und helle Flecken, die sich einander zu jagen schienen, wie die Schatten kleiner Wolken, welche successive vor der Sonne vorüberziehen. Diese Flecken hatten nicht die nämliche Farbe: sie waren theils roth, theils gelb, blau und weiss. Die Kinder liefen ihnen nach und suchten sie mit den Händen zu fangen. Diese auffallende Erscheinung wurde nur einige Augenblicke vor dem vollständigen Verschwinden der Sonne wahrgenommen".

Die Flecken bewegten sich, wie aus dieser Beschreibung hervorgeht, in einer bestimmten Richtung. Dasselbe kann man, wie Arago zuerst bemerkt hat, im Marius'schen Phänomen beobachten. Das Hervortreten einer solchen Bewegungsrichtung ist, wovon später ausführlicher die Rede sein wird, auf zwei Ursachen zurückzuführen: den Wind und die Rotation der Erde. Ferner wird hier über eine Färbung der hellen Flecken berichtet. Wir wissen, dass eine solche durch den niederen Stand der Lichtquelle bedingt ist. In der That befand sich zur Zeit der Beobachtung die Sonne in der Nähe des Horizontes.

„Herr August Attenour in Salon schrieb mir noch am Tage der Finsternis einen Brief, aus dem ich wörtlich folgendes anführe ... ein schwacher Nordwest war zu fühlen ..., als ich sehr deutlich eine leichte Undulation in der Luft wahrnahm, die um uns der Richtung des Windes folgte. ... Das auffallend und deutlich wahrnehmbare wellenförmige Schwanken in der Luft erinnerte ... an die Bewegung einer in einem grossen Bassin demselben Winde ausgesetzten Wasserfläche, auf welcher sich einige langgestreckte Wellen bilden, die schnell aufeinanderfolgen. Dieselbe Erscheinung wiederholte sich nach dem plötzlichen Wiedererscheinen der Sonne und dauerte nur wenige Secunden“.

Es wird sich in der That später zeigen, dass die Richtung der scintillatorischen Bewegungen im allgemeinen mit der Windrichtung übereinstimmt. Dass nicht Flecken, wie in der Marius'schen Scheibe, sondern Streifen beobachtet wurden, rührt wohl von der mehr linearen als punktförmigen Gestalt der Sonnensichel her. Was die Zeitdauer der Erscheinung anlangt, so wird dieselbe hier zu einigen Secunden angegeben, von anderen Beobachtern bis zu einigen Minuten. Im allgemeinen ergibt sich, dass das Phänomen verschwindet, wenn die Breite der sichtbaren Sonnensichel mit dem Durchmesser einer grösseren planetarischen Scheibe vergleichbar wird, welche keine Scintillation mehr zeigt.

Der nächste Beobachter berichtet: „Abwechselnd helle und schattige Streifen von grosser Länge, parallel und von Westen nach Osten gerichtet, kamen auf dem Erdboden oder an den Gebäuden wie die Falten eines ungeheuren Vorhanges zum Vorschein; sie schienen wellenförmig fortzurollen“.

„Kurze Zeit vor dem Beginne der totalen Verfinsterung“, sagt Herr Lenthéric, „gewahrte man auf dem Erdboden und an den Wänden undulirende Schatten, die aus einer Reihe von Bögen von 3—4 dm Länge und weit geringerer Breite zu bestehen und sich um sich selbst zu drehen schienen. ...“ Die Bemerkungen der Herren Pinaud und Boisgiraud lauten wörtlich: „Einige Minuten vor der totalen Verfinsterung kamen ... unbestimmte und bewegliche Schatten zum Vorscheine. ... Sie schritten mit ziemlicher Geschwindigkeit vorwärts, und in einer vom Winde abweichenden Richtung.... Man hat sie ohne Zweifel denselben Dunstströmungen zuzuschreiben, welche die Ursache der undulirenden Bewegungen an den Umrissen des sichtbaren Theiles der Sonnenscheibe bildeten, deren Vorhandensein wir nachgewiesen haben".

Nichts kann richtiger sein als diese letztere Bemerkung.

Was die „vom Winde abweichende Richtung" anlangt, so wurde die Bewegung auf einer verticalen Wand beobachtet, während der Wind horizontal fortschreitet; hierdurch wird ein Fehler in der Bestimmung der Richtung eingeführt, welcher 90 Grade betragen kann. Andrerseits berichtet Attenour: „Wir können jetzt kühn sagen, dass wir den Wind haben vorübergehen sehen". Arago bemerkt hierzu: „Es scheint mir in der That selbstverständlich . . ., dass die fragliche Beobachtung gemacht worden ist, indem Herr Attenour seinen Blick auf den Boden oder auf eine Wand heftete. Sollten die beschriebenen Undulationen wirklich (wie dies Attenour angibt) beim Blicken in die Luft gesehen worden sein, so würde die Erscheinung, ohne darum ihren Charakter zu ändern, eine besondere Discussion verdienen". Diese Discussion ist einfacher Art. Attenour hatte das Phänomen nicht in seiner Projection auf eine Wand beobachtet, sondern in der Luft nach Analogie jener Erscheinung, welche man das Wasserziehen der Sonne nennt.

Ich lasse einige weitere Berichte über die Sonnenfinsternis vom 18. Juli 1860 nach dem XVI. Jahrgange der „Fortschritte der Physik" folgen.

Die dunkeln Flecken oder Streifen (Fransen), deren Vorüberziehen am Boden oder an weissen Mauern unmittelbar vor der Totalität im Jahre 1842 zuerst bemerkt wurde, haben an vielen Stationen in Spanien und Algerien die Aufmerksamkeit der mit dem allgemeinen Verlaufe der Erscheinung beschäftigten Beobachter angezogen, und es hat sich herausgestellt, dass sie ungefähr eine Minute vor dem Verschwinden der Sonne begannen und parallel mit der Sonnensichel — d. h. parallel mit der Tangente des Punktes vom Mondrande, wo die Sonne verschwindet — sich fortbewegten.

Letzteres ist wohl ein Schreibfehler und es soll heissen: „parallel mit der Sonnensichel sich erstreckten". Es ist in der That klar, wie die Erstreckung der Sonnensichel eine parallele Erstreckung der Licht-Maxima und Minima zur Folge haben muss. Ist nämlich, Fig. 5, ab die Sonnensichel, c ein Punkt der Atmosphäre, welcher auf die Strahlen sammelnd oder zerstreuend wirkt, und de die Projection der Strahlen auf die Erdoberfläche, so wird sich ersichtlich die Wirkung des Punktes c auf eine Linie de parallel mit ab erstrecken.

Die von Herrn Mannheim[1]) gegebene Beschreibung der beweglichen Fransen bildet einen Theil des Generalberichtes, den die nach Algerien gesendete Commission der polytechnischen Schule in Paris vorgelegt hat. Man ersieht daraus, dass die Fransen geradlinig und vollkommen farblos waren und anfangs in Entfernungen von 1 dm, später in kleinerer Entfernung und mit grösserer Schnelligkeit aufeinander gefolgt sind: dabei wird eine Stelle aus dem Berichte von Arago über die Sonnenfinsternis von 1842 angeführt, worin die Erklärung als schwierig und unsicher bezeichnet wird.

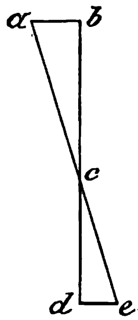


Fig. 5.

Die durchschnittlich beobachtete Erstreckung der Maxima und Minima stimmt hinreichend mit jenen der Maxima und Minima in der Marius'schen Scheibe überein, wenn man die letzteren längs den Strahlen auf das Objectiv projicirt. Wenn in dem zuletzt erwähnten Berichte die Streifen als „vollkommen farblos" angegeben werden, so stimmt dies ebenfalls mit dem zur Beobachtungszeit hohen Stande der Sonne überein.

Herr Director E. Weiss[2]) berichtete über die totale Sonnenfinsternis vom 18. August 1868:

„Wandernde Schattenstreifen wurden kurz vor dem Beginne der Totalität in Aden von englischen Offizieren, und in Mautawaloe-Kéké von den spanischen Jesuiten wahrgenommen. Aus den Angaben der ersteren über die Richtung der Bewegung dieser Schattenstreifen erkennt man leicht, dass sie beiläufig in einer durch den Beobachter senkrecht auf die Sehne der Sonnensichel gelegten Ebene vor sich gegangen sei.... Systematisch beobachtet wurden sie (die Streifen) das erste Mal im Jahre 1851 an mehreren Orten Norddeutschlands, und durch Vergleichung der zuverlässigeren Angaben fand Fearnley schon damals, dass die Bewegung dieser Schatten in einer Ebene vor sich gehe, die durch die Sonne gelegt auf der Sehne der Sichel senkrecht steht. Bereits im Jahre 1842 identificirte Arago dies Phänomen mit dem Scintilliren der Sterne und Fearnley stimmte ihm 1851 darin bei. Faye hingegen deutet es in dem von ihm der Pariser Akademie erstatteten Commissionsberichte über die während der totalen Finsternis vom 18. Juli 1860 zu Batna ausgeführten Arbeiten als Interferenzerscheinung".

Dass die Erscheinung nicht, wie Faye glaubt, eine Interferenzerscheinung im grossartigsten Maassstabe ist, hervorgebracht durch

1) Ann. de chim. (3), LX.
2) Astr. Nachr., LXXVIII.

die Interferenz directer Strahlen mit solchen, welche an einer Luftmasse von etwas verschiedenem Brechungsexponenten reflectirt werden, folgt schon daraus, dass die Streifen immer farbig erscheinen müssten, während sie farbig oder weiss erscheinen, je nachdem die Sonne tief oder hoch steht.

Es ist ferner klar, dass, wenn langgestreckte der Sonnensichel parallele Streifen wahrgenommen werden, die beobachtete Bewegungsrichtung nicht die wirkliche ist, da die mit den Streifen parallele Composante der Bewegung nicht wahrgenommen wird, und dass folglich Fearnley's Regel selbstverständlich zu sein scheint. Es gibt aber dann immer noch zwei einander entgegengesetzte mögliche Bewegungsrichtungen, und die Beobachter sollten feststellen, welche von beiden die wirkliche ist. Es müsste sich ergeben, dass dieselbe mit der entsprechenden Composante des Windes zusammenfällt, oder bei Windstille, dass sie der entsprechenden Composante der scheinbaren Bewegung der Sonne entgegengesetzt ist. Bei schwachem Winde oder geringer Intensität der entsprechenden Windcomposante bleibt es unentschieden, welche von den beiden Ursachen die stärkere ist, so dass sich ein Resultat nur dann ergibt, wenn beide Ursachen im selben Sinne wirken.

Bergsma[1]) berichtete nach der totalen Sonnenfinsternis vom 12. December 1871 in niederl. Ostindien, Buitenzorg, über fliegende Schatten. Es wurden Streifen von 5—6 cm Breite beobachtet, welche in hellen Zwischenräumen von 1½—3 dm Breite aufeinanderfolgten. Die Dauer der Erscheinung wurde zu drei Minuten vor und fünf nach der Totalität angegeben.

Es liegt nun die Frage nahe: muss, was man bei einer totalen Sonnenfinsternis beobachtet, wenn sich der sichtbare Theil der Sonne auf einen Punkt reducirt hat, nicht auch bei der auf- und untergehenden Sonne beobachtet werden? Eine einschlägige Beobachtung hat Dufour[2]) an der aufgehenden Sonne gemacht: „überdies sah ich . . . im Augenblick, da der erste Strahl der Sonne erschien, dies Gestirn funkeln wie ein Stern erster Grösse, und zugleich gewahrte ich ein oder zwei Secunden lang auf dem Boden meines Zimmers sich eine Art abwechselnd dunkler und heller Wellen bewegen, welche bekanntlich bei totalen Sonnenfinsternissen einige Secunden sowohl vor als nach der Totalität der Finsternis zum Vorschein kommen . . .“

Man sieht, Dufour, welcher 13,000 Beobachtungen an scintillirenden Sternen gemacht hat, übersah die directe Scintillation der

1) Mondes (2), XXX.
2) Pogg. Ann. 1853.

Sonne nicht. Uebrigens ging er, wie Arago, auf die Erklärung der Erscheinung nicht näher ein.

Dufour fügt hinzu:

„Uebrigens ist die Idee, anderswo als in den totalen Sonnenfinsternissen, die bei diesen sich zeigenden Erscheinungen aufzusuchen, nicht ganz neu. Schon 1715 suchten zwei Astronomen, De l'Isle und Lahire, sich eine künstliche Sonnenfinsternis zu verschaffen, indem sie zwischen sich und der Sonne einen opaken Körper aufstellten. Dieser Versuch hatte aber nur einen mittelmässigen Erfolg...."

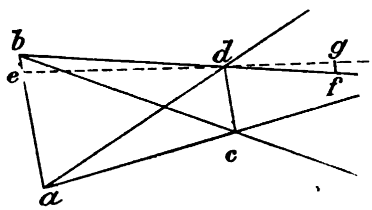


Fig. 6.

Dieser negative Erfolg der künstlichen Sonnenfinsternis der beiden Astronomen scheint einer Erklärung zu bedürfen. Sei, Fig. 6, ab die Sonne, cd der schattenwerfende Körper, be der Theil der Sonne, welcher wirksam sein darf, damit die Erscheinung der hellen und dunkeln Flecken entstehe, f der Beobachtungsort und fg die Ausdehnung der Erscheinung etwa auf einer Wand, so hat man:

$$df = db \cdot \frac{fg}{be}.$$

db und be können als constant angesehen werden und fg darf nicht unter ein gewisses Minimum herabgehen, wenn die Erscheinung wahrnehmbar sein soll. Ertheilt man fg diesen Werth, so hat man für die Wahrnehmbarkeit der Erscheinung die Bedingung

$$df \geqq \frac{db \cdot fg}{be},$$

d. h. die Erscheinung wird erst dann merklich, wenn der schattenwerfende Körper eine gewisse Entfernung vom Beobachter oder dem Projectionsschirm hat. Diese Entfernung lässt sich annähernd berechnen. Ein Planet von 40 Secunden Durchmesser scintillirt kaum mehr merklich. Nimmt man also an, dass $eb : db$ höchstens $10''$ betragen dürfe, und dass fg mindestens einen Meter betragen müsse, so erhält man

$$df \geqq \frac{1\,\mathrm{m}}{0{,}00005}$$

oder

$$df \geqq 20{,}000\ \mathrm{m}.$$

So weit muss also der schattenwerfende Körper vom Beobachter entfernt sein, wenn die Erscheinung deutlich wahrgenommen werden soll. Zu einem ähnlichen Resultate gelangt man auch, wenn man bei der Berechnung von der Beobachtung Dufour's ausgeht, nach welcher die Erscheinung ungefähr zwei Secunden lang sichtbar war. Andrerseits wird ersichtlich, warum die beiden Astronomen bei ihrem Versuche nur zu einem „mittelmässigen" Erfolge gelangen konnten.

---

10. Descartes stellt sich vor, dass die Wirbel, welche in seinem Systeme alle Himmelskörper umgeben, aus einer flüssigen Materie bestehen und deshalb an ihrer Oberfläche eine zitternde oder wellenförmige Bewegung besitzen. Sieht man nun die Sterne durch ein solches Medium hindurch, so funkeln sie und scheinen in zitternder Bewegung; letztere muss nach seiner Meinung sogar eine Vergrösserung ihrer Bilder zur Folge haben. Descartes postulirt also den Newton'schen Scintillations-Zerstreuungskreis. Doch gibt es auch noch eine andere Ursache der intermittirenden Vergrösserung scintillirender Sterne. Die von einem Fixsterne kommenden ursprünglich ebenen Lichtwellenflächen treten nämlich durch die Einwirkung der Atmosphäre nicht als ebene Wellenflächen in das Auge, sondern in rascher und unregelmässiger Folge schwach convergent und divergent, wie auseinandergesetzt worden ist. Indem also das Bild des Sternes abwechselnd vor die Netzhaut, auf dieselbe und hinter dieselbe fällt, entstehen die Veränderungen der Grösse des Sterns. Doch sind dieselben wenig wahrnehmbar.

11. Huyghens. Nach diesem ist „das Sternefunkeln die Folge einer zitternden Bewegung der unsere Erde umgebenden Dünste". Nichts kann richtiger sein, als dieser Ausspruch.

12. Gassendi. Das Phänomen scheint ihm ganz allein daher zu rühren, dass die Fixsterne gleich der Sonne eigenes Licht ausstrahlen.

13. Riccioli ist der Ansicht, dass „die Ursache der Scintillation nicht allein in den Dünsten und Bewegungen unserer Atmosphäre zu suchen sei, sondern auch von den Staubtheilchen und undurchsichtigen Fäserchen, welche beständig in der Luft umherfliegen, herrühre".

Arago bemerkt hingegen, dass die Scintillation auch auf offener See stattfinde.

E. **Terrestrische Scintillation.**

Zur terrestrischen Scintillation gehört vor allem die durch ein Fernrohr zu beobachtende wellenförmige Bewegung der Contouren entfernter Gebirge oder sonstiger Objecte.

Man kann jedoch am Tage und mit künstlichen Lichtquellen auch alle Erscheinungen der Scintillation der Sterne beobachten, ja besser als an diesen selbst, da die Lichtquellen intensiver und der Zustand der Atmosphäre günstiger sein können. Als Lichtquelle bei kleinen Distanzen ist das Sonnenbildchen eines Convexspiegels (Gartenkugel) zu verwenden, bei grossen Distanzen das Heliotropenlicht (Steinheil'scher Handheliotrop). Dass entfernte terrestrische Lichtpunkte scintilliren, ist zu allen Zeiten beobachtet und bemerkt worden. Eine scintilloskopische Beobachtung an dem Sonnenbildchen eines entfernten Thurmknaufes hat zuerst Arago gemacht. Ich selbst habe viele derartige Versuche angestellt. Weit besser als bei wirklichen Sternen konnte ich an künstlichen Sternen, welche am Tage durch Reflexion der Sonnenstrahlen am Spiegel des Heliotropen hervorgebracht wurden, sämmtliche Erscheinungen der Scintillation wahrnehmen, mit Ausnahme der Farbenerscheinungen. Um auch die letzteren auf terrestrischem Wege zu erhalten, vergrösserte ich die Distanz so lange, bis die Farbenerscheinungen in aller Deutlichkeit in der Marius'schen Scheibe oder in dem durch Einschieben des Oculars erweiterten Bilde der Lichtquelle auftraten. Dies geschah bei einer Entfernung von ungefähr 1½ geographischen Meilen, was mit der Rechnung aufs Beste übereinstimmt, welche ergibt, dass bei dieser Horizontaldistanz die Bahnen des rothen und violetten Strahles zwischen zwei Punkten in der Atmosphäre sich schon merklich voneinander entfernen, wie dies Fig. 7 andeutet. Zur Beobachtung diente ein Fernrohr von 9 cm Oeffnung. Bei Verkürzung der Distanz zeigte sich das Arago'sche Phänomen, von welchem später die Rede sein wird, noch bei einer Entfernung von 500 m, und das Marius'sche Phänomen noch bei einer Entfernung von 20 Schritten.

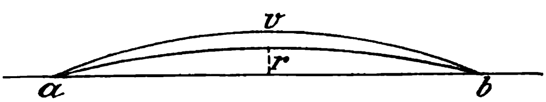


Fig. 7.

---

14. Hooke machte die Scintillation von den unregelmässigen Brechungen abhängig, welche die Lichtstrahlen beim Durchgange durch die Atmosphäre erfahren. Er hatte ferner den Gedanken, dass die in der Vertheilung der Wärme vorhandenen Unregelmässigkeiten einem begrenzten Stück der Atmosphäre, im Vergleich zu den benachbarten Theilen, möglicherweise die Gestalt einer convexen oder concaven Linse geben könnten.

Nichts kann richtiger sein, als diese Bemerkung Hooke's, welche die wahrhafte Erklärung der Scintillation enthält. Arago jedoch wendet ein: „ich beschränke mich auf die thatsächliche Bemerkung. dass eine in beliebigem Abstande vor dem Objective eines Fernrohres aufgestellte convexe oder concave Linse die Brennweite verkürzen oder vergrössern müsste, so dass während der Scintillation fortwährende Aenderungen des Focus stattfänden". Diese Veränderungen des Focus finden aber, wie ich schon bemerkt habe, bei scintillirenden Sternen in der That beständig statt und können nach meinen Messungen 3 mm betragen. Arago wendet ferner ein: „Die Vergrösserungen, von denen unser Autor spricht, müssten partiell oder vollständig auch an den Scheiben der Planeten wahrzunehmen sein, was kein Astronom jemals beobachtet hat". Sollte wirklich zur Zeit Arago's noch kein Astronom jemals die oscillatorische Bewegung des Mondrandes und des Randes der Planeten beobachtet haben?

Um die Farben zu erklären, erinnert Hooke daran, dass durch eine gewöhnliche Linse gesehen die Bilder der Gegenstände jederzeit farbig erscheinen, wenn sie in der Nähe der Ränder des Gesichtsfeldes erzeugt werden.

Diese Hypothese Hooke's, nach welcher die Farbenerscheinungen durch die mit den unregelmässigen Brechungen nothwendig verbundenen unregelmässigen Dispersionen entstehen sollen, erfordert eine ernstliche Prüfung a posteriori, welche sie aber nicht besteht. Es ist eine Thatsache, dass die Sterne in der Nähe des Zeniths farblos scintilliren. Jede Erklärung der Farbenscintillation muss von dieser Thatsache Rechenschaft geben können. Hooke's Hypothese vermag dies nur unter Zuhilfenahme einer zweiten Hypothese, dass nämlich der von den Strahlen in der Atmosphäre zurückgelegte Weg eben in der Nähe des Zeniths zu klein werde, um das Entstehen der Farbenerscheinungen zu ermöglichen. Diese Hilfshypothese wird aber widerlegt durch jenen Versuch über terrestrische Farbenscintillation, welchen ich im Abschnitte E angeführt habe. Wenn nämlich eine horizontale Luftstrecke von 1½ Meilen genügt, um lebhafte Farbenscintillation hervorzubringen, so kann nicht angenommen werden, dass hochstehende Sterne deshalb zwar lebhaft aber farblos scintilliren, weil die durchmessene Luftstrecke zu gering ist. Hooke's Hypothese über das Zustandekommen der Farbenscintillation ist hierdurch widerlegt. Zwar kann es keinem Zweifel unterliegen, dass die von Hooke supponirte Wirkung besteht, doch ist sie zu gering, um wahrgenommen zu werden, und ist nicht die Ursache der lebhaften Farbenerscheinungen, um welche es sich handelt. Die wahre Ursache der letzteren ist schon besprochen worden.

„Worin", sagt Arago, „sollte man bei Hooke's Erklärung die Ursache der successiven Erscheinung heller Punkte in den dunkeln

Centren der erweiterten Bilder der Sterne suchen?" Es wird sich aber zeigen, dass diese Erscheinung, von welcher später ausführlicher die Rede sein wird und deren Theorie Arago noch unbekannt war, eben eine directe Folge der Hooke'schen Annahme ist, nach welcher „die in der Vertheilung der Wärme vorhandenen Unregelmässigkeiten einem begrenzten Stücke der Atmosphäre im Vergleiche zu den benachbarten Theilen möglicherweise die Gestalt einer convexen oder concaven Linse geben könnten".

Interessant ist ferner die folgende Bemerkung Hooke's: „Man kann bemerken, dass die Sterne mit verschiedenen Farben funkeln, so dass sie in gewissen Augenblicken roth erscheinen, zuweilen gelb und dann wieder blau: dies findet sogar statt, wenn die Sterne ziemlich hoch über dem Horizonte stehen". Hooke hatte also bemerkt, dass die Sterne bei einer gewissen Höhe über dem Horizonte aufhören, Farbenwechsel zu zeigen.

15. Newton. Auch dieser grosse Forscher führte die Scintillation auf die unregelmässigen Brechungen in der Atmosphäre zurück. Von ihm rührt die importante Beobachtung des Scintillations-Zerstreuungskreises und der Nichtscintillation der Fixsterne bei Beobachtung durch grosse Instrumente her.

16. Kern schliesst sich der Ansicht an, dass „die Scintillation eine Folge der Paroxysmen sei, welche allen intensiven Lichtquellen zukommen sollen, wie man z. B. an den Oscillationen der Kerzenflammen, der Fackeln u. s. w. sehen könne"[1]).

17. Jurin erklärt die Scintillation nach der Newton'schen Theorie der Anwandlungen aus den Bewegungen des menschlichen Körpers oder des Auges.

18. Dr. Long ist der Ansicht Riccioli's. Wie sein Vorgänger Hooke hat er die Beobachtung gemacht, dass die Sonnenstrahlen bei ihrer Reflexion von einem unter kleinem Gesichtswinkel gesehenen Glase lebhaft scintilliren.

19. Mairan[2]) vergleicht die Scintillation mit der wellenförmigen oder oscillatorischen Bewegung, die man wahrnimmt, wenn man den Horizont „über einem weiten von der Sonne beleuchteten Gefilde" betrachtet, oder auch mit der Bewegung, welche die von einem Gegenstande ausgehenden Strahlen erleiden, wenn sie vor ihrem Eintritte in das Auge sehr nahe an der Oberfläche eines geheizten Ofens vorübergehen.

---

1) Wittenberg, 1686.
2) Mém. de l'Acad. des sciences, 1743.

Diese richtige und wichtige Bemerkung erregte selbstverständlich den Unwillen Arago's.

20. Michel gibt eine geistreiche Erklärung nach der Emanationstheorie des Lichtes.

21. Darwin führt die Scintillation auf Contrastwirkung zurück.

22. Saussure[1]) erblickt im Funkeln der Sterne ein Schwanken der Lichtstrahlen, hervorgerufen durch alternirende Verdichtungs- und Verdünnungszustände in gewissen Theilen der Atmosphäre.

23. Young. In seinen „Lectures on Natural Philosophy" sagt Young von der Scintillation der Gestirne:

„Die Ursache des Funkelns der Sterne ist nicht vollkommen bekannt, doch bringt man diese Erscheinung nicht ohne einige Wahrscheinlichkeit mit Veränderungen in Verbindung, welche in der Atmosphäre fortwährend vorgehen und ihr Brechungsvermögen alteriren".

24. Simon Marius beobachtete zuerst jenes Phänomen, welches ich das Marius'sche genannt habe.

25. Nicholson führt zuerst den merkwürdigen Versuch an, bei welchem das Bild des Sirius in einen farbigen Lichtstreifen verwandelt wurde, als dessen Bild rasch auf der Netzhaut des Auges hingeführt wurde, woraus er schliessen zu müssen glaubte, dass das Bild des Sirius wenigstens dreissigmal in der Secunde seine Farbe ändert.

Wenn Nicholson von dreissig Farbenwechseln in der Secunde spricht, so ist dies durchaus willkürlich, da die Farben nicht sprungweise, sondern continuirlich ineinander übergehen.

Da man in dem zu einer Linie erweiterten Bilde des Sternes die Farbenvariationen besser wahrnimmt, so hat man hier ein Scintilloskop, welches später von Montigny vervollkommnet worden ist.

26. Biot[2]) hält die Scintillation für eine Art von Zittern oder Schwanken der Sterne, verursacht durch häufige Ungleichheiten in den Brechungen, welche die Lichtstrahlen bei ihrem Durchgange durch die Atmosphäre erleiden. Diese Ungleichheiten in der Refraction schreibt Biot der mehr oder minder unregelmässigen Condensation der in der Luft aufgelösten wässerigen Dünste, sowie den daraus hervorgehenden localen und vorübergehenden Aenderungen in der Dichtigkeit oder der Temperatur zu.

Auch Biot spricht nur von der Zitterbewegung der Sterne, indem er die Haupterscheinungen der Scintillation, die Intensitäts- und Farbenwechsel übergeht. Ferner schreibt Biot die Ungleichheiten der Refraction den Feuchtigkeitsverhältnissen zu. Während es aber begreiflich

1) Voyage au Col du Géant, IV.

2) Traité d'Astronomie physique, I.

ist, wie durch locale Wärmequellen ein Aufsteigen der Luftmassen und ein Durcheinanderfliessen warmer und kalter Luftströmchen entstehen kann und wir täglich die hierdurch hervorgebrachten Scintillationserscheinungen beobachten können, hat noch nie jemand etwas ähnliches beim Vorübergange der Strahlen an einem feuchten Körper oder einer Wassermasse beobachtet. Es scheint keinem Zweifel zu unterliegen, dass die Scintillation durch Temperaturdifferenzen und nicht durch Feuchtigkeitsdifferenzen hervorgebracht wird.

27. Forster bemerkte endlich wieder die Farbenwechsel der Sterne und erklärte sie ähnlich wie Hooke.

28. Capocci, Director der Sternwarte zu Neapel hat in den Sitzungsberichten der neapolitanischen Akademie aus dem Jahre 1842 seine Theorie der Scintillation entwickelt. Er unterscheidet in der Scintillation zwei getrennte Phänomene: die Bildung der divergirenden Strahlen, welche nach allen Richtungen hin von den Sternen auszugehen scheinen, und die Scintillation im eigentlichen Sinne, vermöge deren der Strahlenkranz sich beständig abwechselnd ausdehnt und zusammenzieht.

Arago bemerkt mit Recht: „Wenn ein Stern seine Intensität ändert, so werden zugleich die Strahlen, die ihn zu umgeben scheinen, ihre Ausdehnung ändern: darüber hat niemals ein Zweifel obgewaltet: die Frage ist vielmehr nach dem Grunde jener Intensitätsänderung".

29. Kämtz[1]) betrachtet das Phänomen zum Theil als ein Schwanken des Sterns um seine mittlere Position; er erkennt aber auch, dass bei der Scintillation Variationen der Intensität und der Färbung eintreten.

Was die Erklärung der Scintillation anlangt, so bekennt sich Kämtz zu der Theorie Arago's.

Werfen wir, ehe wir auf Arago's epochemachende Theorie eingehen, einen Blick zurück über die Vor-Arago'sche Zeit. Seit Aristoteles sahen sehr viele Forscher die Scintillation als eine Zitterbewegung der Sterne an, es wurden aber auch die Intensitätwechsel und Farbenwechsel bemerkt. Wir finden ferner schon bei Aristoteles die Beobachtungsthatsache, nach welcher die Planeten von der Scintillation ausgenommen sind, bei Ptolemäus die Beobachtung, dass die Sterne in der Nähe des Horizontes stärker scintilliren, bei Hooke die Beobachtung der terrestrischen Scintillation und der Abhängigkeit der Farbenscintillation vom tiefen Stande des Sterns, bei Newton die Beobachtung der Nichtscintillation der Sterne

1) Meteorologie.

bei Beobachtung durch grosse Instrumente und des Scintillations-Zerstreuungskreises, Mairan hatte den Zusammenhang der Scintillation der Sterne mit der Erscheinung der wellenartigen Bewegung der Umrisse entfernter Gegenstände erkannt, Marius und Nicholson Scintilloskope angewendet.

Was die Erklärung der Scintillation anlangt, so haben wir seit Aristoteles einige Erklärungen, welche die Ursache in den Beobachter verlegen, und seit Aquilonius einige Erklärungen, welche die Ursache in den Sternen selbst suchen. Derlei Theorien sind oben widerlegt worden. Es hatte sich aber auch die richtige Anschauung, nach welcher die Scintillation durch die unregelmässigen Brechungen in der Atmosphäre entsteht, Bahn gebrochen. Averrhoes, Alhazen und Vitellio, Huyghens, Newton, Mairan, Saussure, Hooke, Young, Biot, Forster vertraten diese Anschauung, ohne dass zur Begründung derselben etwas geschehen wäre.

Da trat Arago mit einer ebenso glänzenden als unrichtigen Theorie hervor, welche allgemein bewundert und angenommen wurde.

---

30. Arago veröffentlichte seine berühmte Abhandlung über das Funkeln der Sterne im Jahre 1852. Sein grosses Verdienst liegt darin, dass er zuerst über blosse Vermuthungen und gelegentliche Beobachtungen hinausging und die Frage nach der Ursache der Scintillation mit allen experimentellen und theoretischen Hilfsmitteln der Wissenschaft zu beantworten suchte. Wenn er hierbei auch nicht glücklich war, so hat er doch eine Basis geschaffen, auf welcher seine Nachfolger zum Ziele gelangten. Seine Erklärung der Scintillation ist die folgende:

„Wir nehmen jetzt an, dass die links von der Mitte des Objectivs (des Fernrohres, mit welchem ein scintillirender Stern beobachtet wird) auffallenden Strahlen auf ihrem Wege von den oberen Grenzen der Atmosphäre her Schichten durchlaufen sollen, welche ihrer Dichtigkeit, ihrer Temperatur oder ihres hygrometrischen Zustandes wegen ein etwas anderes Brechungsvermögen besitzen, als die Schichten, in welche die zur Rechten liegenden Strahlen gelangen. Die Folge dieser verschiedenen Brechungsverhältnisse kann sein, dass die rothen Strahlen rechts sich mit den gleichnamigen links vollständig (durch Interferenz) aufheben, so dass im Brennpunkte statt des normalen Weiss, Grün entsteht, während einen Augenblick später, aus derselben Ursache, die grünen Strahlen gänzlich vernichtet werden und der Brennpunkt folglich roth erscheint u. s. w.“

Von welcher Seite immer man diese Erklärung betrachten möge, erweist sie sich als vollständig irrig.

Der erste, welcher gegen Arago's Theorie auftrat und dieselbe durch ein schlagendes Experiment widerlegte, war Moigno[1]). Dieser constatirte, dass, wenn man im Interferenzrefractor das eine der beiden Bündel gegen das andere verzögert, das Bild eines Lichtpunktes keineswegs Farben zeigt, wie dies bei den scintillirenden Sternen der Fall ist. Ich selbst habe den Versuch Moigno's in der folgenden Form angestellt. Vom Heliostaten kommendes Sonnenlicht trat durch eine Linse und brachte ein nahe punktförmiges Sonnenbild hervor. Das von diesem kommende Licht wurde durch einen Nicol vertical polarisirt. In einer Entfernung von ungefähr 20 m beobachtete ich den polarisirten Lichtpunkt, nachdem ich die beiden Hälften meiner Pupille mit zwei, in verticaler Linie aneinander grenzenden $\frac{\lambda}{2}$ Blättchen bedeckt hatte, deren Hauptschnitte bezüglich die verticale und horizontale Lage hatten. Unter diesen Verhältnissen ist die eine Hälfte des Strahlenbündels, genau wie es Arago supponirt, gegen die andere um $\frac{\lambda}{2}$ verzögert. Es zeigte sich nun, dass das Bild des Lichtpunktes nicht ausgelöscht oder gefärbt, sondern genau so erschien, als wäre die Doppelplatte nicht vor der Pupille.

Dieser Versuch widerlegt zwar, wie jener Moigno's, die von Arago gegebene Erklärung der Scintillation a posteriori, lässt aber die Frage zurück, warum bei diesen Versuchen das Bild des künstlichen Sterns nicht ausgelöscht oder gefärbt erscheint? Dies führt auf eine theoretische Ueberlegung, welche ich schon in meiner ersten Abhandlung[2]) gegeben habe, aus welcher hervorgeht, dass es theoretisch unmöglich ist, das Bild einer punktförmigen, homogenen Lichtquelle auf der Netzhaut des Auges dadurch auszulöschen oder zu verändern, dass man die eine Hälfte des durch die Pupille tretenden Bündels gegen die andere um $(2n+1)\frac{\lambda}{2}$ verzögert.

Der wahre Sachverhalt wird durch das folgende Experiment zur Anschauung gebracht. Wenn Licht von einem entfernten Punkte durch die Pupille gelangt, so werden die Strahlen nach den Gesetzen der geometrischen Optik so gebrochen, dass sie sich in einem Punkte der Netzhaut treffen, wonach wir ein punktförmiges Bild wahrnehmen sollen; die genauere Theorie jedoch, welche auf die Beugung durch die Pupille Rücksicht nimmt, ergibt kein punktförmiges Bild, sondern ein Beugungsbild, dessen lichtstärkster Theil aus einer kreisförmigen

1) Cosmos, II, 1851.

2) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

hellen Scheibe besteht, deren Centrum mit dem Orte des geometrischen Bildes zusammenfällt. Die Ausdehnung dieser kreisförmigen Scheibe ist jedoch zu gering, um wahrgenommen zu werden, so dass wir das gesammte Beugungsbild als einen hellen Punkt wahrnehmen. Will man die Details des Beugungsbildes wahrnehmen, so muss man dasselbe vergrössern. Dies geschieht dadurch, dass man das Auge durch ein Fernrohr gleichsam verlängert, und vor dem Objective des letzteren einen Schirm mit kreisförmiger Oeffnung etwa von der Grösse der Pupille anbringt. Man hat dann das Fraunhofer'sche Beugungsbild einer kreisförmigen Oeffnung. Gesetzt nun, man verzögere die eine Hälfte des durch die Oeffnung des Schirms tretenden Strahlenbündels um eine halbe Welle gegen die andere Hälfte in irgend einer Weise. Dann sollte nach der roheren Theorie das Bild vollständig verschwinden. Es zeigt sich jedoch ein Beugungsbild, dessen lichtstärkster Theil aus zwei ovalen hellen Scheiben besteht, welche durch einen dunkeln, den geometrischen Ort des Bildes enthaltenden Zwischenraum getrennt sind. In Uebereinstimmung mit der elementaren Theorie herrscht also an der Stelle des geometrischen Bildes Dunkelheit, die Lichtbewegung ist jedoch nicht zerstört, sondern sie tritt, statt im Centrum, zu beiden Seiten desselben auf. Da nun das Beugungsbild bei Beobachtung mit freiem Auge zu klein ist, um ausgedehnt wahrgenommen werden zu können, so nimmt man dasselbe eben wieder als Lichtpunkt wahr, so dass jene Verzögerung der einen Hälfte des Lichtbündels bei Beobachtung mit freiem Auge nicht, wie Arago glaubte, das Bild zum Verschwinden bringt, sondern es vielmehr völlig ungeändert lässt. Bringt man also beispielsweise die oben erwähnte Doppelplatte vor die Oeffnung des vor dem Objective des Fernrohres befindlichen Schirms, so zeigen sich die ovalen, hellen Scheiben, getrennt durch eine breite, dunkle Strasse. Bei abnehmender Vergrösserung wird die dunkle Strasse fadenförmig und verschwindet; schliesslich bleibt nichts übrig als ein heller Punkt.

Wollte man nun auch Arago's Erklärung der Scintillation nicht wörtlich nehmen und nur so verstehen, dass die Strahlen überhaupt beim Durchgange durch die Atmosphäre Phasendifferenzen erfahren. und dass dieselben sich folglich bei ihrer Vereinigung in einem Punkte der Netzhaut gegenseitig aufheben können, und im allgemeinen daselbst in verschiedenen Momenten verschiedene Helligkeitsgrade hervorbringen, so würde man nicht über ein Grundprincip der Optik hinwegkommen, nach welchem Strahlen, welche von einem Punkte kommen. durch beliebige, in continuirlich gekrümmten Flächen aneinander grenzende Medien gehen, und sich sodann wieder in einem Punkte treffen, daselbst stets in Phasenübereinstimmung anlangen.

Eine weitere Widerlegung der Theorie Arago's ergibt sich aus der Thatsache, dass tiefstehende Sterne farbig scintilliren, hochstehende hingegen farblos. Von dieser importanten Thatsache vermag, wie schon Plateau bemerkt hat, Arago's Theorie durchaus keine Rechenschaft zu geben. Nach Arago's Theorie müsste es gleichgiltig sein, ob der Strahl in der Atmosphäre horizontal oder vertical geht. Dies ist jedoch durchaus nicht der Fall. Während in verticaler Richtung die ganze Höhe der Atmosphäre nicht hinreicht, um selbst bei lebhafter Scintillation die geringste Spur einer Farbenentwicklung hervorzubringen, genügt hierzu in horizontaler Richtung eine Strecke von 1 $^1/_2$ Meilen, wie der unter E beschriebene Versuch über terrestrische Farbenscintillation beweist.

Arago's Theorie der Scintillation ist also a priori zu verwerfen, da sie gegen die Principien der Optik verstösst, und a posteriori, da sie mit den Erscheinungen in Widerspruch steht.

(Schluss folgt.)

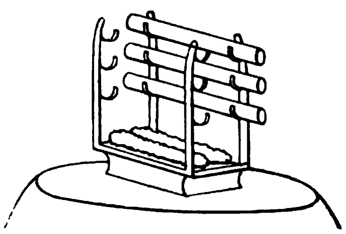
Ein einfacher Apparat zur Demonstration der Umkehrung der Natriumlinien.

Von

O. Tumlirz.

Hält man vor die natriumgelb gefärbte Flamme eines Bunsen'schen Flachbrenners eine gewöhnliche mit Kochsalz gefärbte Spirituslampe, dann erscheint bloss der äusserste Rand dunkel; denn die Flamme eines solchen Rundbrenners enthält einen sehr heissen Mantel, der einen kälteren Kern einschliesst. Construirt man aber einen Spiritus-flachbrenner, dann kann ein Lichtstrahl den kälteren Kern allein durchsetzen, ohne in das Gebiet der heissen Theile treten zu müssen, und man sieht dementsprechend diesen Kern in der Form eines schwarzen umgekehrten sehr dicken Y.

Um nun die Flamme in allen Punkten sehr dunkel zu machen, wird zunächst die Lampe, deren Brenner (55 mm lang, 5 mm breit) einen doppelt gelegten Docht, wie er bei Petroleumlampen verwendet wird, enthält, mit Weingeist gespeist, der mit ungefähr 30% Wasser verdünnt ist, und dann die Flamme in der Weise abgekühlt, dass zu beiden Seiten derselben sechs mit einer Kochsalzschichte überzogene, ungefähr 4 mm starke Kohlenstäbchen in zwei Abtheilungen, der Brenneröffnung parallel, in einer Höhe von 2, 3 und 4 cm über derselben und in einem gegenseitigen Abstand von bezw. 9, 8 und 7 mm angebracht werden. Ein siebentes ebenso präparirtes Kohlenstäbchen wird auf den Docht zwischen die beiden Theile desselben gelegt. Der Wassergehalt bewirkt eine beständige Befeuchtung des auf dem Dochte liegenden Salzes und gleichzeitig durch seine Verdampfung eine Abkühlung. Vergrössert wird die Abkühlung in einem noch stärkeren Grade dadurch,



dass das Salz auf den zu beiden Seiten der Flamme liegenden Kohlenstäbchen verdampft und die dazu nöthige Verdampfungswärme der Flamme entzogen wird. Diese Verdampfung erhöht zugleich den Natriumgehalt der Flamme. Hat das vom Bunsenbrenner kommende Licht keine allzugrosse Intensität, dann erscheint die ganze Spiritusflamme fast ganz schwarz.

Will man die Erscheinung spectral sehen, dann bringt man in dem Bunsenbrenner den einen (ungefähr 3 cm langen) Schenkel eines dünnen, rechtwinklig geknickten Platindrahtes bei verticaler Stellung zur intensiven Weissglut und betrachtet denselben durch die Spiritusflamme in der Richtung der Kohlenstäbchen mit einem Prisma von gerader Durchsicht.

Prag, Physik. Inst. d. deutsch. Univ. Februar 1887.

Das bifilare Pendel.

Von

A. Kurz.

§ 1. Dieses fünfte Pendel, nach dem mathematischen, dem wirklichen (physischen), dem (zug-)elastischen und dem dreh-elastischen Pendel[1]) (Torsions- oder auch unifilares Pendel genannt) wird elementar wohl am leichtesten auf das zweite Pendel zurückgeführt, dessen Schwingungsdauer bekanntlich

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{gD}}$$

ist[2]). Für das fünfte Pendel ist dazu noch der Beweis zu erbringen, dass

$$D = m \cdot r^2 : l$$

ist, wo m die angehängte Masse, l die Länge und r den halben Abstand der beiden parallelen Fäden bedeuten. [Dieser Beweis ist u. a. in der achten Auflage des Leitfadens von Beetz vollständig geliefert[3]).]

Auch auf das vierte Pendel kann man hinweisen, wo statt D das Torsionsmoment

$$T \cdot \varrho^4 : l$$

einzusetzen ist und T den Torsions-(Elasticitäts-)Modul, ϱ den Radius des einzigen Fadens vorstellt.

Hängt am bifilaren Pendel z. B. eine schwere Kugel, welcher gegenüber der untere Balken von der Länge $2r$ als gewichtlos gelten könnte, so kommt für K das Trägheitsmoment $\frac{2}{5} m\varrho^2$, wo ϱ den Kugelradius bedeutet, und das bifilare Pendel wird von der angehängten Masse m unabhängig wie das (gleichfalls von der Schwere getriebene) erste Pendel, während allerdings die Form und die geometrische Grösse

---

1) Siehe Repert. 1883, S. 246 und 1884 S. 89.

2) Der Name „Directionsmoment" für D, welchen ich in Warburg's Abh. „Ueber die Torsion", Wied. Ann. 10 S. 13 u. f., neuerdings wieder gelesen und mir gemerkt habe, ist kurz und gut. S. § 3.

3) Mittels ähnlicher Dreiecke und des Princips der Zerlegung („Kräfteparallelogramm"). Ein anderer Beweis folgt in § 2 oben.

beim bifilaren Pendel von Einfluss sind, was sich bezw. in den Factoren $\frac{2}{5}$ und ϱ^2 zeigt.

So verhalten sich z. B. die Schwingungszeiten an drei bifilaren Pendeln, die sich nur durch einen Blei-Cylinder, eine solche Kugel, und einen Kegel mit einerlei ϱ voneinander unterscheiden, wie

$$\sqrt{0,5} \text{ zu } \sqrt{0,4} \text{ zu } \sqrt{0,3};$$

solche liess ich anfertigen, gleichsam auch als Apparat für die betreffenden Trägheitsmomente. Ferner hängt im Lehrsaal an der Decke ein $l = 1$ m langes Bifilarpendel, an welchem leicht der Fadenabstand $2r$ z. B. auf die Hälfte gebracht, die Schwingungsdauer also verdoppelt werden kann.

Der Einfluss der Länge auf die Schwingungsdauer liesse sich auch leicht experimentell bestätigen. Da derselbe aber schon vom ersten Pendel her bekannt ist, so kann man dies gleichsam als Wiederholung wohl übergehen.

§ 2. Der vorigen Formel sammt Beweis (Anm. 3) haftet als erster Annäherung die didaktische Schwierigkeit an, dass man den unteren Balken oder das ganze angehängte Gewicht m in den betreffenden Horizontalebenen sich drehend denkt, während doch das Gewicht gehoben werden muss und wieder herabfällt. Analoges gilt aber auch vom ersten Pendel, so dass bei der Behandlung des bifilaren Pendels hierauf zurückgegriffen werden kann und soll. Hier mag dies in einer höheren als der elementaren Stufe, aber auch nur in kurzen Andeutungen, geschehen[4]):

Erstes Pendel:

Erste Annäherung:	Strenge Formel:
$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{g}{l}\cdot x$, das ist $x = A\sin(mt+B)$, wo $m = \sqrt{\frac{g}{l}}$, also die Schwingungszeit $t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$	$l\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -g\sin\varphi$, deren erstes Integral auch elementar aus dem Princip der lebendigen Kraft $l\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)^2 = 2g(\cos\varphi - \cos\varphi_0)$ gewonnen werden kann.

Für die zweite Integration entwickelt Poisson die zwei Cosinusse in Reihen und lässt die vierten Potenzen weg. (Traité de Méc. T. I

4) In dem schon angeführten Leitfaden von Beetz ist auch der Satz von Huyghens, dass die Geschwindigkeit des Pendels als gleichförmige im Kreise angesehen werden darf, enthalten. Dieser Kreis ist in der oben angeführten Horizontalebene gelegen.

§ 182). Das ist aber ebenso, als wenn er in der vorhergehenden Gleichung den Sinus in die Reihe entwickelt und bloss das erste Glied beibehalten hätte, wie auf der linken Seite geschah. Im § 184 behält er dagegen noch die vierten Potenzen bei und erhält

$$t = \pi \sqrt{\frac{l}{g}\left(1 + \frac{\varphi_0^2}{16}\right)}$$

als zweite Annäherung für die Schwingungszeit.

Bifilares Pendel:

Die erste Annäherung ist im § 1 besprochen worden.

Die zweite: Nennt man α den Drehungswinkel des unteren Balkens und β den zugehörigen Abweichungswinkel jedes Fadens von der verticalen Lage (wo $\alpha = 0$), so ist nahezu

$$r \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1}{2}\, l \sin \beta;$$

ist ferner das zu α gehörige Drehmoment M, während m wie r und l die obige Bedeutung hat, so kommt nach dem Princip der virtuellen Geschwindigkeiten

$$M d\alpha + m d\,(l \cos \beta) = 0.$$

Aus diesen beiden Gleichungen erhält man durch Elimination von $d\alpha$, $d\beta$ (zu diesem Zwecke die erstere Gleichung noch differenzirt) und β der Reihe nach[5])

$$\frac{M}{r \cos \frac{\alpha}{2}} = m \operatorname{tg} \beta = m \cdot \frac{\frac{2r}{l} \sin \frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - \left(\frac{2r}{l} \sin \frac{\alpha}{2}\right)^2}}$$

oder

$$M = m \cdot \frac{r^2}{l} \cdot \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \frac{4r^2}{l^2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}}},$$

also das im § 1 schon erwähnte Directionsmoment

$$D = m \cdot \frac{r^2}{l} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{4r^2}{l^2} \sin^2 \frac{\alpha}{2}}},$$

---

5) Das „Handbuch der theoretischen Physik von W. Thomson und P. G. Tait", übersetzt von Helmholtz und Wertheim, Braunschweig Vieweg und Sohn 1871, enthält im § 435 eine überflüssige Zuthat, nämlich das Product aus der ersteren Gleichung und der daraus durch Differenzirung entstandenen. Leider ist übrigens dieses Handbuch, so schnell der 1. und 2. Theil des 1. Bandes erschienen sind, ein Rumpf geblieben.

welches für ein genügend kleines α den in § 1 angeführten Werth erhält, und als zweite Annäherung wird

$$D = m \cdot \frac{r^2}{l}\left(1 + \frac{1}{2}\frac{r^2}{l^2}\alpha^2\right);$$

die Schwingungsdauer des bifilaren Pendels ist also in der zweiten Annäherung kleiner als in der ersten. Beim mathematischen Pendel findet das Umgekehrte statt.

§ 3. **Berücksichtigung der Torsion beim bifilaren Pendel**: Die in Anm. 5 angegebene Quelle nimmt α auch als Torsionswinkel an, da β klein sei; es sei also das aus der Torsion resultirende Drehmoment $C \cdot \alpha$, wo C eine Constante; dieses $C\alpha$ sei zu M zu addiren.

Sorgfältiger geht Warburg zu Werke, s. Anm. 2. Derselbe nennt zuerst

$$\frac{\tau \cdot \varrho^4}{l} \cdot \varphi \text{ oder } D_2 \cdot \varphi$$

das „Drehungsmoment" eines Drahtes vom Radius ϱ, wenn er um den Winkel φ verdreht ist und $\frac{\tau \cdot \varrho^4}{l}$ das „Torsionsmoment", welches er hernach mit T bezeichnet. Also ist das Drehungsmoment des bifilaren Pendels, wenn es gerade um φ herausgedreht ist,

$$D_1 \cdot \varphi = (D + 2\,T)\,\varphi,$$

wo D dieselbe Bedeutung wie in § 1 und 2 hat, und D_1 das Directionsmoment genannt wird.

Ich erlaube mir hier nur hinzuzufügen, dass ich vorziehe, statt τ den Schubelasticitäts- oder kurzweg Torsionsmodul T einzuführen[6]) und, s. Anm. 1,

$$T \cdot \frac{\frac{1}{2}\pi\varrho^4}{l} \cdot \varphi$$

das Torsionsmoment nannte, welches mit Weglassung des φ zum betreffenden Directionsmoment wird für die erste Gleichung des § 1.

Mit Berücksichtigung der Torsion kommt also noch ein kleinerer Werth der Schwingungsdauer zum Vorschein.

Nun fiel mir aber gerade bei der heurigen Behandlung des uni- und bifilaren Pendels mitten im Unterrichte ein, dass auch vice versa die

§ 4 **Berücksichtigung der Gewichtshebung (der Bifilarität) beim unifilaren Pendel**

praktisch werden kann. Man hat dann für die Schwingungsdauer

$$t = \pi \sqrt{\frac{K \cdot l}{g\,(T \cdot \frac{1}{2}\pi\varrho^4 + m\varrho^2)}},$$

6) Dieses T nicht zu verwechseln mit dem vorigen T von Warburg.

indem ich das r des § 1 und 2 seinem Grenzwerthe ϱ gleichsetze. Es kommt also auf die gegenseitige Abwägung von

$$T \cdot \frac{1}{2} \pi \varrho^2 \text{ und } m$$

an. In meiner Notiz vom Jahre 1884, s. Anm. 1, betragen diese, in Kilogrammen und Millimetern und mit angenäherten Werthen angegeben, bezw.

$$6000 \cdot \frac{11}{7} \cdot \frac{1}{25} \text{ und } \frac{1}{3},$$

so dass also m als Null zu betrachten ist.

Aber wenn man z. B. einen Kautschukschlauch mit m belastet und in Torsionschwingungen versetzt, da ist der gewöhnliche Elasticitätsmodul etwa 0,1 kg durch Quadratmillimeter[7]) und bei grosser Belastung ist T nahezu die Hälfte davon. Hier muss alsdann, wenn ϱ_1 der äussere und ϱ_2 der innere Radius,

$$T \cdot \frac{1}{2} \pi (\varrho_1^4 - \varrho_2^4) \text{ gegen } m \varrho_1^2$$

abgewogen werden. Es sei $\varrho_1 = 6$ und $\varrho_2 = 4{,}5$ mm [8]) und $m = 1$ kg, so kommt bezw.

69 gegen 36,

so dass dieser zweite Posten (der bifilare) beinahe die Hälfte des ersten (unifilaren) beträgt. Durch die Berücksichtigung desselben wird also die berechnete Schwingungszeit im Verhältnis $\sqrt{\frac{2}{3}}$ oder nahezu $\frac{4}{5}$ mal so gross als ohne diese Rücksichtnahme. Will man umgekehrt aus der gemessenen Schwingungszeit mit der theoretischen Formel derselben den Torsionsmodul des Materiales berechnen, so ist dieser Einfluss der Bifilarität auf das Resultat ein um so bedeutsamerer. Eine experimentelle Bestätigung behalte ich mir für eine kommende Gelegenheit vor.

---

7) Siehe meine Note 13 im vorigen Bande S. 554 („Ueber den Zusammenhang zwischen dem therm. und mech. Ausdehnungscoefficienten von Drähten und Kautschukfäden").

8) Wie bei dem in meiner Notiz S. 311—312 angewandten Schlauche.

(Urteil der „Leipziger Zeitung".) (4¹/6)

Von der vierten Auflage des **Meyerschen Konversations-Lexikons** (Leipzig, Verlag des Bibliographischen Instituts) liegt nunmehr der sechste Band vor, welcher von „Faidit" bis „Gehilfe" reicht und, mit 19 Illustrationsbeilagen und 266 Abbildungen im Text versehen, abermals erfreuliches Zeugnis ablegt für den Fleifs und die Sorgfalt, welche die Redaktion dieses Konversations-Lexikons der neuesten Auflage desselben zugewandt hat. Von gröfsern Artikeln verdienen besonders die über Fernsprecher, Festung, Fixsterne, Frankreich, Französische Litteratur, Freimaurerei und Gase rühmend hervorgehoben zu werden; es sind das kleine echt wissenschaftliche und dabei doch in der Form populär gehaltene Abhandlungen, welche dem grofsen Publikum ganze dickleibige Spezialwerke zu ersetzen vermögen. Das Material der allerneuesten Zeit für die einzelnen Artikel ist gewissenhaft benutzt worden. Wie reich dabei die Illustrationen auch in diesem Band vertreten sind, zeigen schon die eingangs erwähnten Zahlen, und wir verweisen, um nur ein Beispiel der Textabbildungen zu geben, ganz besonders wieder auf den Artikel „Festung", der allein durch nicht weniger als 25 kleinere und gröfsere Abbildungen illustrirt wird und auch dem Laien, soweit dies möglich und überhaupt angänglich ist, einen Begriff vom Wesen dieses Gegenstandes gibt. Von den Vollbildern verdienen namentlich die drei in schönem Chromodruck musterhaft ausgeführten Flaggen-Tafeln Erwähnung, von denen die erste die internationalen Flaggen, die zweite diejenigen des Deutschen Reichs und die dritte die Flaggen und Fernsignale des internationalen Signalbuchs in anschaulichster Weise vor Augen führt. Ebenso ist die Chromodruck-Tafel „Gangbildungen" eine ganz vorzügliche Leistung. Meyers Konversations-Lexikon entspricht sonach auch in seinem neuesten Bande dieser gänzlich umgearbeiteten vierten Auflage allen, selbst sehr hochgespannten Ansprüchen, die man an ein solches Unternehmen stellen kann, und verdient einen Ehrenplatz in jeder Hausbibliothek wie auf dem Weihnachtstisch aller Gebildeten.

= Soeben erscheinen: =

Heinrich Heines sämtliche Werke.

Mit Einleitungen, erläuternden Anmerkungen und Verzeichnissen sämtlicher Lesarten.

Von Dr. **Ernst Elster.**

= **86 Hefte von je 5 Bogen Text à 30 Pfennig.** =

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/6

= **Populäre Anthropologie.** =

In gemeinverständlicher Darstellung und künstlerischer Ausstattung sich an „Brehms Tierleben" anschließend erscheint soeben:

Der Mensch.

Von Professor Dr. **Johannes Ranke.**

Mit 991 Textabbildungen, 16 Karten und 32 Chromotafeln.

2 Saffianbände 32 M. — 26 Hefte à 1 M.

Prospekte gratis. — Erstes Heft und Band I durch alle Buchhandlungen zur Ansicht.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/6

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (16a/6)	Fabrik dynamo-elektrischer **Maschinen** für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/6)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT. Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für Lehranstalten.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15a 6)

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate,** sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit **Töpler'scher Dämpfung.** (21a/6)

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

MEYERS VOLKSBÜCHER

Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig.

☞ **Prospekte gratis in allen Buchhandlungen.**

bringen das Beste aller Litteraturen in mustergültiger Bearbeitung, in vornehmer Gestalt und zu beispiellos billigem Preis.

10 Pf. jede Nummer

.S.110

XXIII. Band. 7. Heft.

HARVARD COLLEGE
OCT 3 1887
LIBRARY

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 7. Heftes.

2/3 MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 6).

Jahrgang 1887 Nr. 16 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 17 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 18 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 19 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

HARVARD COLLEGE
OCT 3 1887
LIBRARY.

Ein Luftthermo- und Luftbarometer.

Von
Prof. **Anton Steinhauser.**

Ein an dem Rohrende bei E (siehe Fig.) offenes, daher dem Luftdruck unterworfenes Luftthermometer T, mit dem Quecksilberindex J, ist um eine horizontale Achse bei A drehbar und von rückwärts durch eine Flügelschraube feststellbar, an dem vertical stehenden Brett B angebracht, welches seinerseits mit dem durch die Dosenlibelle L und die Stellschrauben S horizontal zu stellendem Grundbrette G fest verbunden ist.

Denkt man sich vorläufig das Luftthermometer in horizontaler Lage nach einem Quecksilberthermometer graduirt, und zwar bei einem gewissen Luftdruck, der beiläufig in der Mitte liegt zwischen dem höchsten und niedersten Luftdruck, welcher möglicherweise auf das Instrument einwirken dürfte, so sind offenbar die Temperaturangaben des Instrumentes nicht mehr richtig, wenn der Barometerstand ein anderer geworden ist.

Soll die Temperaturscala nun auch bei geändertem Luftdruck brauchbar bleiben, so muss auf irgend eine Weise dafür gesorgt werden, dass der Druck, welchem die durch den Index abgeschlossene Luft bei der Graduirung ausgesetzt war, constant bleibt.

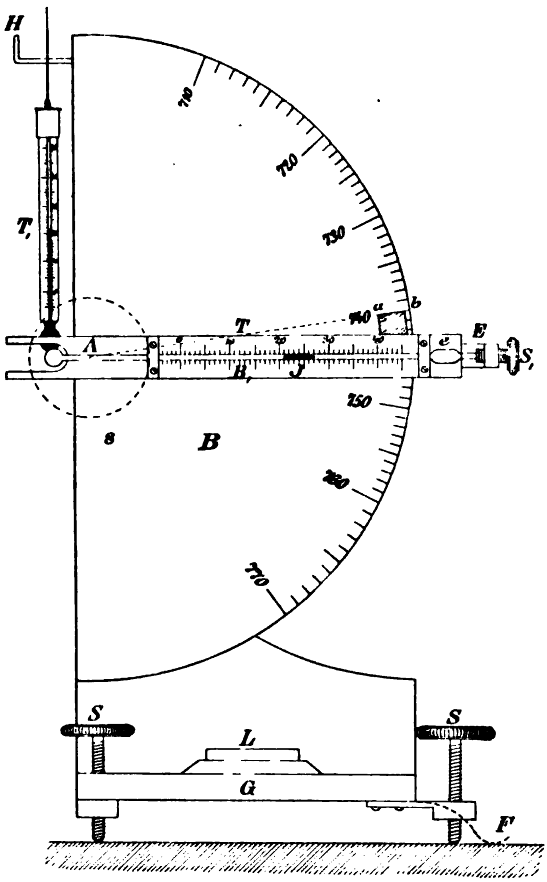
Dies kann aber durch die Wirkung des Quecksilberindex erreicht werden, bei entsprechender Neigung des Thermometerrohres, indem der Index bei mehr weniger nach aufwärts gerichtetem Rohr, mit einem mehr weniger grossen Theil seines Gewichtes den auf die abgeschlossene Luft wirkenden Druck vermehrt, bei nach abwärts gerichtetem Rohre vermindert.

Soll die Wirkung des Index für alle vorkommenden Fälle ausreichen, so muss dessen Länge mindestens so viele Millimeter betragen, als der Barometerstand über oder unter den bei der Graduirung stattgehabten Barometerstand (Extremmittel) steigen resp. sinken wird. Ist nun der (auf Null reducirte) Barometerstand, bei welchem in horizontaler Lage das Luftthermometer graduirt gedacht wurde, b_m und steigt der Barometerstand um m Millimeter, so muss, damit die Temperaturscala brauchbar bleibt, durch den Quecksilberindex der Druck um m Millimeter vermindert, also das horizontal liegende Rohr des Thermometers um einen gewissen Winkel α nach abwärts gedreht werden, welcher, wenn n_0 die in Millimetern ausgedrückte und auf die Temperatur Null reducirte Länge des Index darstellt, leicht aus der Gleichung:

$$\sin \alpha = \frac{m}{n_0} \tag{1}$$

berechnet werden kann.

Um den gleichen Winkel α müsste aber auch das Rohr von der Horizontalen aus nach aufwärts gedreht werden, wenn der Luftdruck um m Millimeter abgenommen hätte, da durch den Index sodann der Druck um m Millimeter zu vergrössern wäre.



Rechnet man für $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$ etc. bis zu jenem Maximalwerthe, den m möglicherweise einmal annehmen könnte, die Werthe der zugehörigen Winkel α, aus der vorhin angegebenen Gl. 1, so wären diese von der Horizontalen aus, die durch A gezogen werden kann, nach auf- und abwärts aufzutragen, und erhielte man dadurch auf einem aus A beschriebenen Halbkreis eine Scala der Barometerstände, welche in der Horizontalen den mit b_m bezifferten Scalenpunkt, über derselben der Reihe nach die Scalenpunkte $(b_m - 1)$, $(b_m - 2)$, $(b_m - 3)$ etc., unter derselben die Scalenpunkte $(b_m + 1)$, $(b_m + 2)$, $(b_m + 3)$ etc. enthält.

Dreht man das Thermometerrohr immer so um A, dass es über dem Scalentheil steht, welcher dem jeweilig herrschenden auf Null reducirten Barometerstand entspricht, so ist die im Thermometer abgeschlossene Luft demselben Druck unterworfen, dem sie bei der Graduirung unterworfen war, und behält daher die unter diesem Drucke hergestellte Temperaturscala auch unter den geänderten Verhältnissen ihre Richtigkeit.

Man kann somit das vorläufig im allgemeinen beschriebene Instrument als sehr einfach handzuhabendes Luftthermometer benützen, wenn man das Thermometerrohr immer in eine dem herrschenden Druck entsprechende Neigung bringt, dasselbe nämlich auf jenen Gradtheil der Barometerstandsscala stellt, welcher dem jeweilig herrschenden und auf Null reducirten Barometerstand entspricht.

Nimmt man hingegen den Barometerstand als unbekannt an, so kann derselbe und zwar schon auf Null reducirt, unmittelbar am Instrumente abgelesen werden, wenn man das Thermometerrohr so weit um A nach auf- oder abwärts dreht, bis das Luftthermometer genau dieselbe Temperatur zeigt, wie das in geeigneter Weise angebrachte Quecksilberthermometer T_1, nach welchem das Luftthermometer graduirt wurde. Es steht dann das Rohr des Luftthermometers gerade über jenem Theil der Barometerstandsscala, welcher dem herrschenden auf Null reducirten Barometerstand entspricht. Bei der praktischen Ausführung solcher ebensowohl als Luftthermo- als Luftbarometer verwendbaren Instrumente, sind verschiedene Dinge zu berücksichtigen, was nun zu weiteren Auseinandersetzungen Anlass bietet. So wurde die Graduirung des Luftthermometers bei horizontaler Lage und einem Barometerstande gedacht, welcher mit b_m und als Extremmittel bezeichnet wurde.

Die Graduirung kann aber weit bequemer in verticaler Lage durch gleichzeitiges Eintauchen des Luft- und Quecksilberthermometers in warmes dann kaltes Wasser, überdies auch bei ganz beliebigem Barometerstande vorgenommen werden, wenn man aus der unter diesen Verhältnissen erhaltenen Temperaturscala durch Rechnung jene ableitet, welche man erhalten hätte, wenn die Graduirung in horizontaler Lage und beim Barometerstande b_m vorgenommen worden wäre.

Wie dies geschieht, soll nun gezeigt werden.

Ist der bei der Graduirung (in verticaler Lage) herrschende und auf Null reducirte Barometerstand b_0, und die Länge des Quecksilberindex auf Null reducirt n_0 Millimeter, so steht bei der Graduirung die im Luftthermometer abgeschlossene Luft unter einem Druck von $b_0 + n_0$ Millimeter. Hat nun unter diesem Drucke und bei 0° C. diese abgeschlossene Luft ein Volum V, ein einem Grade Celsius entsprechende

Scalentheil ein Volum v, so nehmen diese Volumina unter dem Druck b_m andere Werthe X bezw. x an, die nach dem Boyle'schen Gesetz wie folgt erhalten werden:

$$X = \frac{b_0 + n_0}{b_m} \cdot V \text{ und } x = \frac{b_0 + n}{b_m} \cdot v.$$

Ist, was immer der Fall sein wird, $b_m < b_0 + n_0$, so ist $X > V$ und zwar um

$$X - V = \left(\frac{b_0 + n_0}{b_m} - 1\right) \cdot V,$$

das ist, um das Volum von

$$\left(\frac{b_0 + n_0}{b_m} - 1\right) \cdot \frac{V}{v} = p$$

der ursprünglichen Scalentheile.

Da der Ausdehnungscoefficient der Luft für 1° C. $\frac{1}{273}$, mithin $v = \frac{V}{273}$ wird, so folgt:

$$p = 273\left(\frac{b_0 + n_0}{b_m} - 1\right) \tag{2}$$

Es liegt daher der Nullpunkt der neuen Scala um p der ursprünglichen Scalentheile über dem Nullpunkt der ursprünglichen Scala und erhalten die Theile der neuen Scala eine Länge l_n, welche aus der Länge l_a der Theile der alten Scala offenbar aus der Gleichung

$$l_n = \frac{b_0 + n_0}{b_m} \cdot l_a \tag{3}$$

berechnet werden kann.

In Millimeter ausgedrückt, liegt der Nullpunkt der neuen Scala um

$$x = p \cdot l_a = 273 \cdot l_a \left(\frac{b_0 + n}{b_m} - 1\right) \tag{4}$$

über dem der alten.

Da man auf diese Weise zur Kenntnis der Lage des Nullpunktes auf der neuen Scala, sowie der Länge der einzelnen Scalentheile gelangt ist, so kann die neue Scala, welche für eine horizontale Lage des Thermometerrohres sowie für einen Luftdruck von b_m Millimeter Giltigkeit hat, leicht am Instrumente angebracht werden.

Für Wien kann der Werth von b_m als Extremmittel mit 740 mm angenommen werden, als Indexlänge genügen für alle Orte 35 mm, da ja an keinem Orte der Barometerstand sich um mehr als 35 mm vom Extremmittel b_m entfernen wird.

Um dem Index eine Länge zu geben, die bei 0° C. möglichst genau 35 mm beträgt, ist es zweckmässig, wie folgt vorzugehen.

Man lässt nach vorhergehendem Erwärmen der Thermometerkugel eine möglichst lange Quecksilbersäule aufsaugen, die nach Verlauf einer gewissen Zeit die Temperatur der Umgebung angenommen haben wird.

Nun wird die Länge der aufgesaugten Quecksilbersäule genau gemessen, von der gemessenen Temperatur der Umgebung auf Null reducirt, das Quecksilber durch Erwärmen der Thermometerkugel ausgetrieben und gewogen. Durch eine einfache Proportion kann dann das Gewicht jener Quecksilbermenge berechnet werden, welche man aufsaugen zu lassen hat, damit der Index bei 0 Grad genau die Länge von 35 mm annimmt.

Das vollständige Aufsaugen einer bestimmten Quecksilbermenge wird erleichtert, wenn das Rohrende schwach konisch zuläuft, auch hat es sich als zweckmässig erwiesen, das Thermometerrohr vor dem Ende bei e etwas aufzublasen, damit am Ende eine Trockenröhre angesetzt werden kann, während man durch abwechselndes Einsaugenlassen des Quecksilbers und Treiben desselben in die Erweiterung e den Index so zu stellen sucht, dass der Nullpunkt der Scala an die gewünschte Stelle kommt. Wie dies vor der genauen Bestimmung der Scala leicht erreicht werden kann, wird später angegeben werden. (Siehe später Gl. 7.)

Die Barometerstandsscala am Kreise aus A kann für alle Luftthermo- und Barometer, sie mögen für was immer welche Orte bestimmt sein, in gleicher Weise getheilt, (nicht aber in gleicher Weise beziffert) werden, vorausgesetzt, dass der Index eine bei 0° C. 35 mm betragende Länge erhält, was immer geschehen möge.

Es folgt unter dieser Annahme die Angabe der aus Gl. 1 berechneten Winkel, welche für $m = 1$, $m = 2$, $m = 3$ etc. der Reihe nach sämmtlich von der Horizontalen aus, nach beiden Seiten aufzutragen wären.

Beigesetzt ist noch die Länge der Sehnen, welche zu diesen Winkeln auf einem Kreise von 20 cm Halbmesser gehören, um die Winkel selbst, mittels des Transversalmaasstabes aus den Sehnen möglichst genau construiren zu können.

$m = 1$,	$\alpha = 1° - 38{,}2'$,	Sehne 5,71 mm
$m = 2$,	$= 3 - 16{,}4$,	11,42
$m = 3$,	$= 4 - 55{,}0$,	17,15
$m = 4$,	$= 6 - 33{,}7$,	22,89
$m = 5$,	$= 8 - 12{,}8$,	28,64
$m = 6$,	$= 9 - 52{,}3$,	34,41
$m = 7$,	$= 11 - 32{,}2$,	40,20
$m = 8$,	$= 13 - 12{,}8$,	46,02

$m = 9$,	$\alpha = 14^\circ - 54{,}0'$,	Sehne	51,87 mm
$m = 10$,	$= 16 - 36{,}1$,		57,75
$m = 11$,	$= 18 - 19{,}1$,		63,67
$m = 12$,	$= 20 - 3{,}1$,		69,63
$m = 13$,	$= 21 - 48{,}2$,		75,65
$m = 14$,	$= 23 - 34{,}7$,		81,72
$m = 15$,	$= 25 - 22{,}6$,		87,86
$m = 16$,	$= 27 - 12{,}2$,		94,07
$m = 17$,	$= 29 - 3{,}5$,		100,35
$m = 18$,	$= 30 - 57{,}0$,		106,73
$m = 19$,	$= 32 - 52{,}7$,		113,20
$m = 20$,	$= 34 - 51{,}0$,		119,78
$m = 21$,	$= 36 - 52{,}2$,		126,48
$m = 22$,	$= 38 - 56{,}7$,		133,34
$m = 23$,	$= 41 - 4{,}9$,		140,35
$m = 24$,	$= 43 - 17{,}5$,		147,55
$m = 25$,	$= 45 - 35{,}1$,		154,96
$m = 26$,	$= 47 - 58{,}5$,		162,62
$m = 27$,	$= 50 - 28{,}9$,		170,57
$m = 28$,	$= 53 - 7{,}8$,		178,89
$m = 29$,	$= 55 - 57{,}1$,		187,64
$m = 30$,	$= 58 - 59{,}8$,		196,96.

Da zur Sicherung des Luftthermometers das Thermometerrohr, wie aus der Figur zu ersehen, an dem Brettchen B_1 befestiget ist und sich mit diesem um A drehen lässt, so könnte man weder ablesen, welcher Theilstrich der Barometerstandsscala sich unter dem Thermometerrohr befindet, noch das Thermometerrohr genau über einen bestimmten Theilstrich der Scala stellen. Es ist deshalb auf der Rückseite des Brettchens B_1 ein Messingblech angeschraubt, welches auf der oberen Seite vorsteht und so schräg abgefeilt ist, dass eine gegen A hin gerichtete Ablesekante ab entsteht, die bei horizontaler Lage des Thermometerrohres auf den mit b_m für Wien mit 740 mm bezeichneten Scalentheilstrich zu liegen kommen muss. Die Barometerstandsscala ist sodann um jenen Winkel nach aufwärts gedreht zu zeichnen, welchen die Ablesekante ab mit der Horizontalen einschliesst.

Vor der Thermometerkugel und hinter derselben sind Blechscheiben angebracht, die in der Figur durch den punktirten Kreis s angedeutet sind. Ihr Mittelpunkt liegt in A und schützen dieselben die Kugeln beider Thermometer T und T_1 vor den Wirkungen strahlender Wärme, die beide Thermometer in ungleicher Weise beeinflusst, und daher zu unrichtigen Ablesungen Anlass geben würde. Das Quecksilberthermometer ist auf dem Haken H aufgehängt, höher und niederer zu stellen, damit dessen Kugel immer in unmittelbare Nähe der Kugel des Luftthermometers gebracht werden kann. Beide Thermometerkugeln befinden sich in dem Raume, welcher infolge der Dicke der Brettchen B und B_1 zwischen den Blechscheiben s übrig bleibt.

Bei S_1 ist eine Schraube angebracht, welche bei E ein etwa 5 mm tiefes Bohrloch enthält, in welchem das Ende des Thermometerrohres bequem Platz findet. Es dient diese Schraube dazu, um das Rohr vor dem Eindringen von Staub zu schützen sowie beim Transport den Quecksilberindex vor dem Zerschütteln zu bewahren, indem am Grunde des Bohrloches ein Gummiblättchen eingelegt ist, welches beim genügenden Anziehen der Schraube S_1 das Rohrende hermetisch schliesst und dem Quecksilberindex sodann einen gewissen Grad von Unbeweglichkeit verleiht. Eine für die Graduirung des Luftthermometers wichtige mathematische Beziehung möge nun entwickelt werden, nach welcher es auf sehr einfache Weise möglich wird, sowohl die Lage des Nullpunktes für einen gewissen Stand des Index, nämlich für eine gewisse Menge abgesperrter Luft zu bestimmen, als auch überhaupt die Richtigkeit der aufgesuchten Temperaturscala zu prüfen.

Denkt man sich vorläufig das Instrument vollkommen fertiggestellt, so zeigen beide Thermometer bekanntlich nur dann eine gleiche Temperatur an, wenn die Ablesekante auf jenen Theilstrich der Barometerstandsscala gestellt ist, welcher dem eben herrschenden und auf Null reducirten Barometerstand entspricht. Drehte man das Luftthermometer möglichst weit nach auf oder abwärts, so dass z. B. bei dem durch die Figur dargestellten Instrument die Ablesekante auf die mit 710 resp. 770 bezifferten Scalentheilstriche zu stehen käme, so würde sich im ersteren Falle der Quecksilberindex gegen den Nullpunkt hin bewegen, im letzteren sich von demselben entfernen. Es würden dann bei den angegebenen Stellungen gewisse mit der Angabe des Quecksilberthermometers nicht übereinstimmende Temperaturablesungen T_1 und T_2 gemacht werden können, die man, wie gezeigt wird, im Voraus berechnen kann. Die Uebereinstimmung dieser durch Rechnung erhaltenen Temperaturen T_1 und T_2 mit den am Instrumente direct gemachten Ablesungen, liefert eine Bürgschaft für die Richtigkeit der Scalen des Instrumentes.

Wäre hingegen die Temperaturscala am Instrumente noch nicht bestimmt worden, so erhielte man zwei den berechneten Temperaturen T_1 und T_2 entsprechende Scalenpunkte, und aus diesen die Temperaturscala ohne Eintauchen der Thermometer in warmes und kaltes Wasser. Besonders eignen wird sich diese Methode aber zur raschen und näherungsweisen Aufsuchung des Nullpunktes der Temperaturscala, um den Index an geeigneter Stelle zu placiren. Die Berechnung der

Temperaturwerthe T_1 und T_2 geschieht leicht auf Grund folgender Erwägungen.

Ist b_m der Barometerstand für den die Temperaturscala angefertigt wurde oder angefertigt werden soll, hingegen b der Druck, unter dem die abgeschlossene Luft des Thermometers zufolge des thatsächlich herrschenden Druckes und der Neigung des Thermometerrohres steht, so zeigte das Instrument dieselbe Temperatur wie das Quecksilberthermometer, wenn eine für den Druck b giltige Temperaturscala angebracht wäre. Zwischen derselben und der für den Druck b_m giltigen Scala bestehen offenbar die durch die Gl. 2, 3 und 4 dargestellten Beziehungen, und spielt hierbei die für den Druck b_m giltige Scala die Rolle der sog. alten und die für den Druck b giltige, die Rolle der neuen Scala, bei welcher Unterscheidung wegen der Kürze des Ausdruckes sowie wegen der Uebereinstimmung mit dem Vorhergegangenen geblieben werden möge. Es vertritt b offenbar die Stelle des Werthes $b_0 + n_0$, und liegt daher der Nullpunkt der sog. neuen Scala um

$$x = 273 \cdot l_a \left(\frac{b}{b_m} - 1 \right) \text{ Millimeter}$$

über dem der alten, welcher Ausdruck unter Berücksichtigung der Gl. 3 nämlich für den vorliegenden Fall

$$l_n = \frac{b}{b_m} \cdot l_a$$

$$\text{in } x = 273 \cdot l_n \left(1 - \frac{b_m}{b} \right)$$

übergeht, wenn man l_n statt l_a einführt.

Herrscht eine Temperatur von t^0 C., so liegt der Index auf der für den Druck b giltigen (sog. alten) Scala um $t \cdot l_a$ Millimeter vom Nullpunkte dieser Scala, daher um

$$t \cdot l_a - 273 \cdot l_n \left(1 - \frac{b_m}{b} \right) \text{ Millimeter}$$

vom Nullpunkte der neuen Scala ab, er liegt also auf dem Gradtheil T der neuen Scala, wo

$$T = \frac{t \cdot l_a - 273 \cdot l_n \left(1 - \frac{b_m}{b} \right)}{l_n} = t \cdot \frac{l_a}{l_n} - 273 \left(1 - \frac{b_m}{b} \right)$$

schliesslich da

$$\frac{l_a}{l_n} = \frac{b_m}{b}, \qquad T = t \cdot \frac{b_m}{b} - 273 \left(1 - \frac{b_m}{b} \right) \text{ ist.}$$

Ist nun b_h der herrschende (auf Null reducirte) Barometerstand und stellt man die Ablesekante auf den Druck β, so steht die abgeschlossene Luft unter einem Druck von $b = b_h + (b_m - \beta)$, und wird

$$T = \frac{b_m}{b_h + (b_m - \beta)} \cdot t - 273 \left(1 - \frac{b_m}{b_h + (b_m - \beta)}\right)$$

oder in bequemerer Form

$$T = \frac{b_m}{b_h + (b_m - \beta)} \cdot (t + 273) - 273. \tag{5}$$

Für die Extremstellungen kann $\beta = b_m \mp 30$, (also für Wien $\beta = 740 \mp \mp 30 = \left\{\begin{matrix} 710 \\ 770 \end{matrix}\right)$ angenommen werden, und entsprechen denselben die Temperaturen:

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= \frac{b_m}{b_h + 30}(t + 273) - 273 \text{ und} \\ T_2 &= \frac{b_m}{b_h - 30}(t + 273) - 273, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

welche bei den Extremstellungen am Instrumente abgelesen werden sollen, wenn dasselbe richtig ist.

Setzt man in der Gl. 5 $T = 0$ (oder $T = 5$, 10 etc.) und löst dieselbe für β auf, so erfährt man, auf welchen Barometerstand β man die Ablesekante zu stellen hat, damit der Index auf den Nullpunkt (bezw. den Gradtheilstrich für 5, 10 etc. Grad C.) sinkt. Es wird dann für $T = 0$,

$$\beta = b_h - \frac{b_m}{273} \cdot t \tag{7}$$

d. i. für Wien, wo $b_m = 740$, $\beta = b_h - 2{,}7106 \cdot t$.

Einer Erörterung bedarf auch der Grad der Genauigkeit, welcher mit dem Instrumente bei seiner Verwendung als Thermo- oder Barometer, erreicht werden kann.

Die Gl. 5 zeigt, was ja sein muss, dass für $\beta = b_h$, der Werth von T in t übergeht. Man liest also entweder die herrschende Temperatur t am Instrumente ab, wenn man die Ablesekante genau auf den herrschenden (und auf Null reducirten) Barometerstand stellt, oder den (auf Null reducirten) Barometerstand, wenn man das Luftthermometer so neigt, dass die an demselben abgelesene Temperatur T der herrschenden t gleich wird, die am Quecksilberthermometer abgelesen werden kann, da sodann der Barometerstand β, auf den die Ablesekante zu stehen kommt, gleich b_h wird.

Stellt man nun bei der Verwendung des Instrumentes als Thermometer die Ablesekante ungenau ein, nämlich auf $\beta = b_h \pm \delta_b$ statt b_h, wo δ_b dann offenbar die Summe der Fehler darstellt, die aufeinanderfolgend bei Ablesung des Barometerstandes an einem Barometer und der Einstellung der Ablesekante auf diesen Barometerstand gemacht werden, so liest man nicht die thatsächlich herrschende Temperatur t sondern T ab, was aus Gl. 5 wie folgt erhalten wird:

$$T = \frac{b_m}{b_m \mp \delta_b}(t + 273) - 273.$$

Es ist dann der in der Temperaturablesung gemachte Fehler $\delta_t = T - t$, oder nach Benutzung des Werthes von T und Umformung der Gleichung:

$$\delta_t = \frac{\pm \delta_b}{b_m \mp \delta_b}(t + 273).$$

Neigt man hingegen bei der Verwendung des Instrumentes als Barometer, das Thermometerrohr nicht genau so, dass das Luftthermometer dieselbe Temperatur t wie das Quecksilberthermometer, sondern eine etwas andere, T zeigt, wo $T - t = \delta_t$, so liest man an der Ablesekante nicht genau den herrschenden (und auf Null reducirten) Barometerstand b_h, sondern einen etwas anderen $\beta = b_h \pm \delta_b$ ab, und ist dann der in der Barometerstandsablesung gemachte Fehler δ_b. Löst man obige, die Beziehung zwischen δ_t und δ_b ausdrückende Gleichung für δ_b auf, so wird:

$$\delta_b = \pm \frac{b_m \cdot \delta_t}{\delta_t + t + 273},$$

wo δ_t offenbar wieder die Summe der Fehler darstellt, welche aufeinanderfolgend bei der Ablesung der herrschenden Temperatur auf dem Quecksilberthermometer und der Einstellung des Luftthermometers auf diese Temperatur gemacht werden.

Man hat somit zur Berechnung der Fehler, mit welchen unter bestimmten Verhältnissen die Ablesungen am Instrumente behaftet sein werden, oder möglicherweise sein können, die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} \delta_t &= \frac{\pm \delta_b}{b_m \mp \delta_b}(t + 273) \text{ und} \\ \delta_b &= \pm \frac{b_m \cdot \delta_t}{\delta_t + t + 273}. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Soll bei der Benutzung des Instrumentes als Luftthermometer der Fehler δ_t in der Temperaturablesung z. B. nicht mehr als $\frac{1}{20}{}^\circ$ C. betragen, so darf bei der Einstellung der Ablesekante auf den herrschenden Barometerstand kein grösserer Fehler als δ_b gemacht werden, wo δ_b aus obiger Gl. 8 für $\delta_t = \frac{1}{20}{}^\circ$ C. berechnet werden kann. Da δ_b aber auch von b_m und t abhängt und zwar um so kleiner wird, je kleiner b_m und je grösser t ist, so hat man für b_m einen möglichst kleinen Werth 700 mm etwa, für t einen möglichst grossen, etwa 40° C. zu setzen. Es wird dann:

$$\delta_b = \pm \frac{700 \cdot \frac{1}{20}}{\frac{1}{20} + 40 + 273} = \pm 0{,}11 \text{ mm.}$$

Bei dem geforderten Grad der Genauigkeit der Temperaturablesung, dürfte mithin die Summe der beiden Fehler, welche infolge der vorzunehmenden Manipulationen gemacht werden können, nämlich der Ablesefehler am Quecksilber- und der Einstellfehler beim Luftbarometer, den Werth von $\pm$ 0,11 mm des Barometerstandes nicht überschreiten. Würde z. B. bei der Ablesung am Quecksilberbarometer höchstens ein Fehler von $\pm$ 0,05 mm gemacht, so dürfte die Ablesekante nur um höchstens $\pm$ 0,06 eines, einen Millimeter Barometerstand darstellenden Scalentheiles, falsch eingestellt werden. Nimmt man an, was der Wahrheit entsprechen dürfte, dass man eine Abweichung der Ablesekante von einem Scalentheilstrich um eine Länge von $\frac{1}{3}$ mm noch bemerken würde, so ergäbe sich hieraus als Minimalgrösse für einen, einem Millimeter Barometerstand entsprechenden Theil der Barometerstandsscala im vorliegenden Fall von $\frac{\frac{1}{3}}{\frac{6}{100}} = 5{,}5$ mm.

Soll bei der Benutzung des Instrumentes als L u f t b a r o m e t e r der Fehler δ_b in der Barometerstandsablesung z. B. nicht mehr als $\frac{1}{10}$ mm betragen, so darf bei der Einstellung des Index auf die vom Quecksilberthermometer angezeigte Temperatur, kein grösserer Fehler als δ_t gemacht werden, wo δ_t wieder aus obiger Gl. 8 für $\delta_b = \frac{1}{10}$ mm berechnet werden kann. Da δ_t aber auch von b_m und t abhängt, und um so kleiner wird, je grösser b_m und je kleiner t ist, so hat man für b_m einen möglichst grossen Werth, etwa 760, für t einen möglichst kleinen, etwa 0 zu setzen. Es ist dann:

$$\delta_t = \frac{\pm \frac{1}{10}}{760 \mp \frac{1}{10}} \cdot 273 = \pm 0{,}036^0 \text{ C.}$$

Bei dem geforderten Grad der Genauigkeit der Barometerstandsablesung, dürfte mithin die Summe der beiden Fehler, welche infolge der vorzunehmenden Manipulationen gemacht werden können, nämlich der Ablesefehler am Quecksilberthermometer und der Fehler bei der Einstellung des Index auf die vom Quecksilberthermometer angezeigte Temperatur den Werth von $\pm$ 0,036° C. nicht überschreiten. Es müsste daher die herrschende Temperatur am Quecksilberthermometer auf $\pm$ 0,018° C. genau abgelesen, und ebenso genau der Index auf die am Quecksilberthermometer abgelesene Temperatur eingestellt werden können. Es ergäbe sich hieraus die Nothwendigkeit, an beiden Thermometern die Temperatur rund auf $\frac{1}{50}$ Grad genau ablesen zu können, woraus bei Benutzung einer dreimal vergrössernden Loupe als Minimalgrösse für einen, 1° C. entsprechenden Scalentheil 5—6 mm gefolgert werden kann.

Unter den soeben besprochenen Verhältnissen würde die Länge des Quecksilberthermometers so gross werden, dass es nicht gut, wie in der Figur gezeichnet, aufgehängt und in unmittelbarer Nähe des Luftthermometers erhalten werden könnte. Es empfiehlt sich dann, dasselbe auch auf dem Brettchen B_1, nämlich unter und parallel dem Luftthermometer anzubringen, was noch einen anderen Vortheil bietet.

Es handelt sich nämlich bei der grossen Genauigkeit, mit der die Temperaturablesung am Quecksilberthermometer sowie die Einstellung des Index erfolgen soll, noch darum, beide Thermometer mindestens solange für die Nähe des Experimentators unempfindlich zu machen, bis die erforderlichen Ablesungen resp. Einstellungen ausgeführt sind. Dies kann dadurch geschehen, dass man beide nebeneinanderliegende Thermometerkugeln mit einer, Wärme isolirenden, gemeinsamen Hülle umgibt, umsomehr als bei der Verwendung des Instrumentes als Barometer, beide Thermometer nur überhaupt einer gleichen Temperatur ausgesetzt sein müssen, diese aber nicht nothwendig die herrschende Lufttemperatur zu sein braucht.

Eine sehr präcise den Druckverhältnissen entsprechende Einstellung des Index wird erreicht, wenn man die Stellschraube S des Grundbrettes, durch eine in der Figur angedeutete ziemlich starke Stahlfeder (oder überhaupt durch einen elastischen Fuss) ersetzt, da dann das Instrument beim Klopfen auf das Grundbrett in eine sanft schaukelnde Bewegung versetzt wird, die die sichere Einstellung des Index in hohem Grade fördert.

Die Ablesung auf der Temperaturscala, also auch die Einstellung des Index auf die vom Quecksilberthermometer angezeigte Temperatur, wird mit grosser Genauigkeit möglich, wenn man, was leicht erreichbar ist, die Temperaturscala so anbringt, dass sich ihre Theilstriche im Quecksilber des Index spiegeln. Instrumente, welche bloss als Luftthermometer gebraucht werden, bedürfen selbstverständlich keines Quecksilberthermometers.

Die Richtigkeit eines Instrumentes ist nicht an den Ort gebunden, für den es construirt wurde. An einem anderen Orte, der wesentlich höher oder tiefer liegt, werden aber Barometerstände vorkommen, für welche sich am Instrumente keine Scalentheile vorfinden, während ein Theil der vorhandenen Scalentheile nie zur Benutzung gelangen wird.

Als Extremmittel b_m nehme man immer eine ganze durch 5 theilbare Zahl, damit für alle Instrumente die Barometerstandsscala gleich getheilt werden kann. Ist nur die Seehöhe eines Ortes bekannt, so nehme man für b_m einen bis ca. 5 mm unter dem der Seehöhe entsprechenden Barometerstand liegenden, durch 5 theilbaren Werth.

So würde man z. B. für einen Ort von 700 m Seehöhe, dem bekanntlich ein mittlerer Barometerstand von 698 mm entspricht, $b_m = 695$ nehmen, mithin den Scalentheil, auf welchen die Ablesekante bei horizontaler Lage des Luftthermometers zu stehen kommt, mit 695 beziffern. Die darüber liegenden Scalentheile würden dann der Reihe nach mit 694, 693, 692 etc., die darunterliegenden mit 696, 697, 698 etc. beziffert werden.

Bei genauen Instrumenten muss das Luftthermometer nicht bloss grob durch die Hand, sondern auch fein durch eine Schraube zu drehen sein.

Die Röhre des Luftthermometers muss selbstverständlich durchaus gleich weit, die abgeschlossene Luft vollkommen trocken sein.

Eine Temperaturerhöhung hat zur Folge eine Erweiterung der Thermometerröhre, diese eine Verkürzung des Quecksilberindex, letztere eine Druckverminderung bei geneigter Stellung. Bei der geringen Weite der Röhre ist dieser Einfluss so geringfügig, dass er vollkommen ausser Acht gelassen werden kann. Die Ausdehnung des Quecksilberindex ist selbstverständlich einflusslos, da derselbe im Verhältnis der Längenzunahme specifisch leichter wird.

Um nur einen beiläufigen Begriff zu geben von den Dimensionen des Instrumentes, wie sie etwa gedacht sind, mögen Angaben folgen über die Dimensionen eines Modelles, an welchem das Vorhergegangene vollinhaltlich bestätigende Versuche angestellt wurden.

Das Rohr des Luftthermometers sammt Kugel hatte eine Länge von 39 cm, die Temperaturscala umfasste das Intervall von -6 bis $+44^0$ C. und hatte ein Grad eine Länge von 5,39 mm. Die Thermometerkugel, aussen gemessen, hatte einen Durchmesser von fast 2 cm, das Rohr im Lichten eine Weite von 1,8 mm, so dass der bei 0^0 C. 35 mm lange Index 1,337 g wog.

Die Barometerstandsscala war auf einem Kreise von 34 cm Durchmesser aufgetragen. Die Scalentheile nehmen von $b_m = 740$ aus nach beiden Seiten hin anfangs sehr langsam, später rascher an Länge zu. Der erste Scalentheil zu beiden Seiten von 740 hatte in der Sehne gemessen eine Länge von 4,8 mm, die Länge der letzten beiderseits, nämlich von 711 bis 710 und von 769 bis 770 betrug 9,0 mm.

Die Dimensionen des Instrumentes können, je nach den Anforderungen, die man an dasselbe stellt, willkürlich verändert werden, je grösser man das Instrument ausführt, desto genauere Angaben kann es liefern.

Aus all dem Vorhergegangenen dürfte zu entnehmen sein, dass sich das Instrument bei seiner Verwendung als (Luft-) Thermometer durch seine grosse Empfindlichkeit und die grosse Genauigkeit der Ablesung infolge der grossen Grade vor gewöhnlichen Thermometern auszeichnet. Einen Nachtheil bildet die Nothwendigkeit, das Instrument auf den herrschenden und auf Null reducirten Luftdruck einstellen zu müssen, und ist derselbe so in die Wagschale fallend, dass in der Praxis wohl kaum von dem vorstehend beschriebenen Instrumente als Thermometer Gebrauch gemacht werden dürfte. Wohl aber dürfte sich das Instrument in dieser Beziehung als instructives Demonstrationsobject beim physikalischen Unterricht gelegentlich der Besprechung der Luftthermometer eignen.

Bei der Verwendung des Instrumentes als Barometer hingegen gewährt dasselbe einige Vortheile, welche die Möglichkeit einer vielfachen Anwendung in der Praxis nicht unwahrscheinlich erscheinen lassen.

Diese Vortheile sind: Relative Billigkeit, leichte Transportabilität bei arretirtem Index und abgeschraubtem Luftthermometer (sammt Brettchen B_1), endlich directe Ablesung ohne jede Correctur oder Reduction.

Stellt man namentlich den Vergleich mit Aneroiden her, deren Leistungsfähigkeit das Instrument sicher erreicht, so entfällt die wiederholte Aufstellung der Standtabelle, von der man eigentlich nie weiss, ob sie auch noch Giltigkeit besitzt. Unbrauchbar oder unrichtig wird das Luftbarometer nur durch ein Zerschütteln des Index, was einem aber nie entgehen kann. Es geschieht dies übrigens bei einiger Vorsicht und nicht zu weiter Röhre nicht so leicht, wie man es vielleicht glauben möchte. Ist es jedoch geschehen, so kann der Index bei Vorhandensein der Erweiterung e nach Anlegung einer Trockenröhre bei E immerhin unter Aufwand von einiger Geduld gesammelt und nahezu an seinen richtigen Ort versetzt werden, durch Treiben des Quecksilbers in die Erweiterung e zur Sammlung desselben, Austreiben oder Einlassen von Luft etc., wie man sich dies wohl leicht selbst vorstellen kann, und erfolgt sodann die vollkommen genaue Justirung dadurch, dass man entweder das Thermometerrohr oder besser die Thermometerscala so verschiebt, dass beide Thermometer gleiche Temperatur zeigen, wenn die Ablesekante auf den herrschenden und auf Null reducirten Barometerstand gestellt wird. Es ist daher zweckmässig, die Temperaturscala verschiebbar anzubringen.

In verhältnismässig kleinen Dimensionen ausgeführt könnte das Instrument als Wetterglas dem Hausgebrauche dienen, in grossem Maassstabe an einer Wandfläche angebracht, an meteorologischen Beobachtungsstationen Verwendung finden.

Ob dem Instrumente nicht auch eine geeignete Form für Höhenmessungen gegeben werden kann, wird die Zukunft lehren.

Angedeutet möge nur noch werden, dass das Instrument auch so modificirt werden könnte, dass die Temperaturscala am Kreise, die Barometerstandsscala am Luftthermometer erschiene.

Was hieraus für etwaige Vor- oder Nachtheile erwachsen würden, ist vorläufig noch nicht eingehend untersucht worden.

Wien, 9. März 1887.

Ueber die Scintillation.

Eine Monographie.

Von

Prof. Dr. **K. Exner.**

(Schluss.)

F. Scintillometer.

Arago war der erste, welcher Scintillometer anwendete, und zwar gab er drei verschiedene solche Instrumente an.

Erstes Scintillometer. Dasselbe besteht in einem grösseren Fernrohre, dessen Ocular eingeschoben wird. Man erhält so das Marius'sche Phänomen. Dasselbe gestattet, die Erstreckungen der hellen und dunkeln Theile der einfallenden Lichtwellenflächen angenähert zu bestimmen, die Richtung der Bewegung der Maxima und Minima, wenn eine solche ausgesprochen ist, wahrzunehmen und das Vorhandensein der Scintillation an den Helligkeits- und Farbenfluctuationen zu erkennen. Ein solches Scintillometer ist leicht hergestellt, bequem und empfindlich.

Zweites Scintillometer. „Man könnte auch", sagt Arago, „ein Scintillometer construiren, indem man nach der Methode von Nicholson (welcher das Fernrohr in zitternde Bewegung versetzte) das Bild eines Sterns in einen Lichtstreifen verwandelt.... Wir wollen annehmen, von einer bestimmten Lage des Fernrohrs ausgehend verrücke man dasselbe in einer Zwanzigstelsecunde dergestalt, dass in diesem kurzen Zeitraume der Stern im Gesichtsfelde eine gerade Linie von zwei Minuten Länge zu beschreiben scheine. Dieses Rauminterva̲ll wird dann die verschiedenfarbigen Bilder enthalten, welche in einer Zwanzigstelsecunde erzeugt werden und sich gedeckt haben würden, wenn das Fernrohr unverrückt geblieben wäre. Man kann nun zählen, wie viele solche verschiedenfarbige Bilder vorhanden sind...."

Montigny hat ein solches Scintillometer ausgeführt und bei seinen zahlreichen Messungen benutzt. Doch hat er, um die Bewegung des Sternbildes zu reguliren, nicht, wie dies Arago vorgeschlagen hatte, einen rotirenden Spiegel, sondern eine rotirende Glasplatte ein wenig vor dem Brennpunkte des Fernrohres (d. h. zwischen Focus und

Objectiv), angebracht. Das benutzte Fernrohr hatte 77 mm Oeffnung. Die kreisrunde, 6,4 mm dicke Glasplatte war um eine der Fernrohrachse parallele Achse drehbar und gegen dieselbe geneigt. Man sieht leicht, wie das Bild eines Sterns während der Rotation der Glasplatte die Gestalt einer Kreislinie annehmen muss, sobald die Rotation hinreichend rasch vor sich geht[1]). Mittels eines Mechanismus kann die Zahl der Umdrehungen in der Secunde bestimmt werden. Zur Bestimmung der Zahl der verschiedenfarbigen Bogen des Kreises dient ein eigenes Mikrometer. Aus der Umdrehungsgeschwindigkeit der Glasplatte und der Zahl der verschiedenfarbigen Bogen des kreisförmigen Sternbildes kann die Zahl der Farbenwechsel in der Secunde berechnet werden. Beispielsweise wurden 30 Farbenwechsel gezählt.

Da jedoch die Scintillation nicht im Farbenwechsel, welcher eine accessorische Erscheinung ist, besteht, da sich ferner der Uebergang von einer Farbe zur nächsten nicht plötzlich sondern allmählich vollzieht und folglich die Zahl der beobachteten Farben durchaus arbiträr ist, und da schliesslich die physikalische Bedeutung der erhaltenen Zahlen durchaus unbekannt ist, kann die Verwendung gerade dieses Scintillometers durchaus nicht als zweckmässig angesehen werden.

Drittes Scintillometer. „Ich habe", sagt Arago, „eine dritte Methode entdeckt, um die Scintillation mit Hilfe des Fernrohres zu untersuchen, und will sie im folgenden beschreiben. Seit man Fernrohre anwandte mit kleinen natürlichen Oeffnungen, oder noch besser mit verkleinerten Oeffnungen, indem man vor dem Objective einen mit einem kreisrunden Loche versehenen Deckel anbringt, hätte man bei passender Entfernung vom Focus (verschobenem Oculare) sehen können, dass das vergrösserte Bild des Sterns in der Mitte von einem regelmässigen dunkeln Loche durchbohrt war. Ich finde jedoch in keiner Schrift eine derartige Beobachtung angeführt. Wenn man vor dem Objective eines ... Fernrohres (von etwa 9 cm Oeffnung oder mehr) einen mit einer kreisförmigen Oeffnung von kleinem Durchmesser, etwa 3—4 cm (oder besser noch kleiner), versehenen Schirm oder Deckel anbringt, so sind die Bilder der Sterne im Focus rund, scharf begrenzt und von einer Reihe sehr feiner und dicht gedrängter, abwechselnd heller und dunkler Ringe umgeben (Fraunhofer'sches Beugungsbild einer kreisrunden Oeffnung) ... Schiebt man nun ... das Ocular ganz allmählich weiter ein, so sieht man das Bild des Sterns nach und nach grösser werden, und bald entsteht im Mittelpunkte ein schwarzer, runder, scharf begrenzter Flecken, ein wahres

1) Ciel et Terre, 1884.

dunkles Loch. Der Abstand vom Brennpunkte, bei welchem dieser Flecken auftritt, ändert sich mit dem Durchmesser der vor das Objectiv gestellten Oeffnung. Eine neue Verschiebung des Oculars in demselben Sinne hat zunächst eine Erweiterung des dunkeln Fleckens zur Folge, und hierauf die Bildung einer kleinen leuchtenden Scheibe in der Mitte des Loches. Vom Centrum gegen die Peripherie gerechnet wird also das Bild des Sterns dann bestehen: aus der leuchtenden Scheibe, einem breiten dunkeln Ringe, und aus einem breiten Lichtringe. In einer dritten Stellung des Oculars, noch näher dem Objective, wird die Mitte des Bildes wieder dunkel sein; dem breiten glänzenden Ringe, der dieses Centrum umgibt, folgt alsdann ein dunkler Ring, an den sich seinerseits ein leuchtender Ring anschliesst".

Man sieht, diese von Arago beschriebene Erscheinung ist das Fresnel'sche Beugungsbild der runden Oeffnung des Schirmes. Eine ganz ähnliche Erscheinung zeigt sich beim Ausziehen des Oculars, das Knochenhauer'sche Beugungungsbild der Oeffnung. Sei, Fig. 8, *abcd* ein astronomisches Fernrohr. Eine von einem unendlich entfernten Lichtpunkte kommende Planwelle *ef* verwandelt sich beim Durchgange durch die Objectivlinse *gh* in eine sphärische concave Welle *ik*. Ist *lm* irgend eine zur Focalebene des Fernrohres parallele Ebene, auf welche das Ocular eingestellt ist, und sieht man von der Beugung des Lichtes beim Durchgange durch die Oeffnung *ab* vorläufig ab, so hat man in der Ebene *lm* ein nahezu gleichmässig helles, kreisrundes Bild, wie es sich auf einen mit der Ebene *lm* zusammenfallenden Schirm projiciren würde. Nimmt man aber auf die Beugung Rücksicht, d. h. betrachtet man die Erhellung eines Punktes *n* des Gesichtsfeldes als resultirend aus der Interferenz der Elementarstrahlen, welche

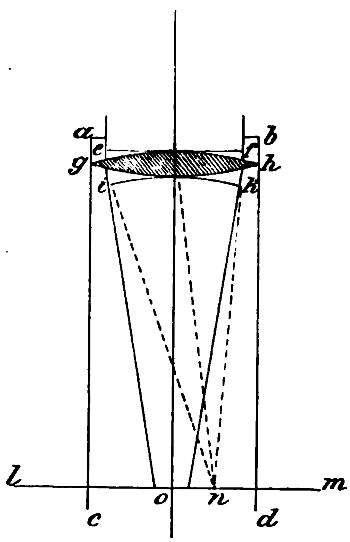


Fig. 8.

von den Punkten der Welle *ik* nach *n* gelangen, so erhält man ein etwas anderes, genaueres Resultat. Das kreisförmige Bild zeigt abwechselnd helle und dunkle, mit seinem Mittelpunkte concentrische Ringe. Der Mittelpunkt *o* ist ein Maximum oder Minimum der Helligkeit je nach der Entfernung der Ebene *lm* vom Focus. Fällt die Ebene *lm* insbesondere auf die Focalebene, so ist *o* immer ein Helligkeitsmaximum des Beugungsbildes. Die während der Verschiebung des

Oculars vor sich gehenden Veränderungen des Beugungsbildes sind in Fig. 9 ersichtlich gemacht. *ab* ist die Axe des Fernrohres, *cd* die Focalebene. In dieser Ebene nimmt man die kleine Scheibe *ef* wahr. Schiebt man das Ocular ein, bis man die Ebene *gh* deutlich wahrnimmt, so besteht das Bild aus einem dunkeln Centrum und einem hellen Ringe, bei *ik* aus einem hellen Centrum, einem dunkeln und einem hellen Ringe u. s. f. Betrachtet man die Variationen der Helligkeit längs der Axe des Fernrohres, so hat man eine Folge Maxima und Minima. Die gegenseitige Entfernung zweier benachbarter Minima auf der Axe wird umso beträchtlicher, je kleiner die scheinbare Grösse der Oeffnung des Fernrohres bezogen auf den Focus ist, wird also dadurch vergrössert, dass man die Oeffnung des Instrumentes durch einen kreisförmig ausgeschnittenen Schirm reducirt. Während also die in Rede stehenden Beugungserscheinungen bei dem üblichen Verhältnisse der Grösse der Objectivöffnung zur Focaldistanz der Wahrnehmung nahezu entgehen, werden sie bei Anwendung eines Schirmes ungemein deutlich sichtbar. Die Lage der Maxima und Minima auf der Axe ist leicht zu berechnen und selbst elementar abzuleiten, wie dies Babinet gethan hat[1]). Ist ε die Entfernung des betrachteten Punktes der Axe vom Focus, ω der scheinbare Radius der Oeffnung bezogen auf den Focus, und λ die Wellenlänge des Lichtes, so ergibt sich für die Minima auf der Axe:

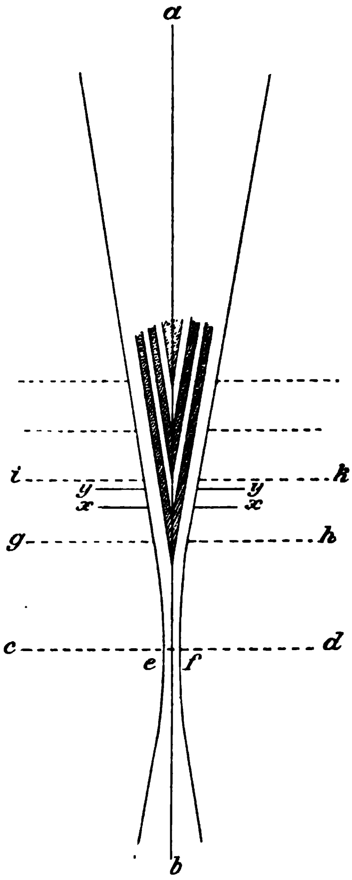


Fig. 9.

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{\omega^2} \cdot 2,\ 4,\ 6.$$

Die Minima sind sämmtlich Null, und der gegenseitige Abstand zweier benachbarter Minima ist

$$\Delta = \frac{2\lambda}{\omega^2},$$

1) Pogg. Ann. LXXXV. 567.

mit Ausnahme des gegenseitigen Abstandes der beiden, dem Focus. welcher immer ein Maximum ist, unmittelbar benachbarten Minima, von welchen eines vor, das andere hinter dem Focus liegt. Der gegenseitige Abstand dieser Minima ist doppelt so gross. Für $p = 1{,}7$ m, $r = 2{,}35$ cm erhält man $\varDelta = 6{,}3$ mm. Beträgt also die Brennweite des Fernrohres 1,7 m und wird der Durchmesser der Oeffnung auf 4,7 cm reducirt, so muss man, um von der Einstellung auf das Bild der Lichtquelle zur ersten dunkeln Stelle der Axe des Fernrohres zu gelangen, oder von dieser zur nächsten, das Ocular um 6,3 mm einschieben oder ausziehen.

Diese Beugungserscheinungen im Fernrohre stehen in einer Beziehung zur Scintillation, wie Arago bemerkt hat, welcher fortfährt: „Nehmen wir für einen Augenblick an, dass das Ocular des Fernrohres sich in einer Lage befinde, wo das Centrum des Sternbildes, noch ganz dunkel, im Begriffe ist, bei weiterer Verschiebung leuchtend zu werden (entsprechend der Linie x in Fig. 9). Wenn der Stern nicht scintillirt, so wird alsdann die Gestalt des Bildes constant bleiben; bei leichter Scintillation dagegen erscheint in der Mitte des schwarzen Fleckens von Zeit zu Zeit ein kleiner leuchtender Punkt, als wenn man in diesem Augenblicke das Ocular ein wenig hineingeschoben hätte. Ist das Funkeln lebhaft, so sind die Veränderungen dieser Art continuirlich".

Die Erklärung dieser Erscheinung, welche ich schon in meiner ersten Abhandlung gegeben habe, ist ungemein einfach und lehrreich. Indem das von dem scintillirenden Stern kommende, durch die kleine Oeffnung tretende Strahlenbündel durch die Einwirkung der Atmosphäre abwechselnd schwach convergent und divergent ist, erfährt das Bild des Sterns beständig kleine Verschiebungen längs der Axe des Fernrohres, und mit dem Bilde des Sternes zugleich die ganze räumliche Beugungsfigur, welche dasselbe umgibt. Ist also das ruhende Ocular auf einen Punkt nahe der Grenze eines dunkeln und hellen Theiles der Axe eingestellt, so erscheint das Centrum des wahrgenommenen Querschnittes der Beugungsfigur abwechselnd hell und dunkel.

Arago sagt weiter: „Das intermittirende Aufhören und Wiedererscheinen des Lichtes an einem bestimmten Punkte der Axe eines Fernrohres steht zu den Ursachen der Scintillation in der genauesten Beziehung und lässt sich selbst zur Messung der letzteren benutzen. ... Die Uebergänge der dunkeln Punkte in leuchtende und umgekehrt können, dünkt mich, unter den gehörigen Vorsichtsmaassregeln dazu dienen, die Erscheinung des Sternefunkelns der Messung zu unterwerfen, mit anderen Worten, das Princip für die Construction eines Scintillometers zu liefern. Wir nehmen an, man beobachte einen

Stern oder einen Gegenstand, der nicht scintillirt, durch ein achromatisches Fernrohr von 1,7 m Brennweite, nachdem die ursprüngliche Objectivöffnung von 91 mm vermittelst eines ausgeschnittenen Schirms auf 47 mm verkleinert worden.... Sei also das Ocular genau in jene Zwischenstellung gebracht (bei welcher man, Fig. 9, die Ebene x deutlich wahrnimmt), und richten wir das Instrument auf einen scintillirenden Stern. Dann wird sich die Scintillation durch plötzliches Auftauchen und Wiederverschwinden des leuchtenden Punktes in der Mitte kundgeben, und zwar muss innerhalb eines gegebenen Zeitraumes dieses Aufblitzen um so häufiger wiederkehren, je stärker der Stern funkelt. Ich lasse hier eine Anzahl derartiger Beobachtungen folgen....

Name des Sternes	Höhe über dem Horizonte	Anzahl der in 5 Minuten beobachteten Erscheinungen
Sirius	20°	40
Rigel	31°	17
Aldebaran	57°	13
Capella	81°	8

...Ich wiederhole, dass diese Zahlen erhalten worden sind durch Abzählung, wie oft in einem Zeitintervalle von 5 Minuten der Mittelpunkt des Bildes im Fernrohre leuchtend erschien".

Gegen dieses Arago'sche Scintillometer erhebt sich abermals das Bedenken, dass die von demselben gelieferten Zahlen jeder angebbaren physikalischen Bedeutung entbehren.

Ich habe jedoch dieses Instrument derart modificirt, dass man mit demselben die Krümmungen der einfallenden Lichtwellenflächen messen kann[1]). Das gibt ein viertes Scintillometer.

Viertes Scintillometer. Man versehe den Auszug eines Arago'schen Scintillometers mit einer Theilung, welche die Verschiebungen des Oculars messbar macht.

Schiebt man bei einer nicht scintillirenden Lichtquelle das Ocular von der Einstellung auf den Focus aus langsam ein, so findet man die Axe bis zu einem gewissen Punkte hell, von da bis zu einem anderen Punkte dunkel u. s. f. Scintillirt die Lichtquelle und ist die Oeffnung des Diaphragmas hinreichend klein, so erfährt, wie erwähnt, das Sternbild *ef*, Fig. 9, beständig kleine Verschiebungen längs der Axe des Fernrohres, und mit dem Sternbilde das ganze, dasselbe

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

umgebende räumliche Beugungsbild identische Verschiebungen, insbesondere auch die Grenzpunkte der hellen und dunkeln Theile der Axe. Ein solcher Grenzpunkt vollführt also auf der Axe unregelmässige Schwingungen von einer gewissen maximalen Amplitude, welche vom Grade der grössten Krümmungen der einfallenden Lichtwellenflächen abhängt, und es gibt einen, den Linien x und y in Fig. 9 entsprechenden Spielraum, innerhalb dessen das Ocular verschoben werden kann, ohne dass im Centrum der Wechsel zwischen hell und dunkel aufhört wahrgenommen zu werden. Misst man diesen Spielraum, d. i. die gegenseitige Entfernung der Ebenen x und y, oder die entsprechende Verschiebung des Oculars an der erwähnten Theilung, so hat man, wie ich an anderem Orte gezeigt habe[1]), für die grössten Krümmungen der Wellenflächen während der Zeit der Beobachtung

$$A = \frac{2p^2}{\alpha}.$$

Hier ist A der Krümmungsradius der einfallenden Lichtwellenfläche, p die Brennweite des Fernrohres und α der erwähnte Spielraum xy.

Es ist nicht anzunehmen, dass die Wellenflächen stets sphärisch gekrümmt sind, sie werden vielmehr im allgemeinen zwei verschiedene Hauptkrümmungen haben. In der That zeigt auch das Phänomen des Arago'schen Scintillometers nicht jene Regelmässigkeit, welche stets sphärisch gekrümmten Wellenflächen entsprechen würde. Die Beugungsfiguren sind stets mehr oder weniger verzerrt. Es handelt sich hier aber auch nur um die Bestimmung der Grössenordnung der zu messenden Krümmungshalbmesser.

Bei 26 Messungen, welche ich in dieser Richtung mittels eines Vierzöllers von 0,01 auf den Focus bezogenen scheinbarem Oeffnungshalbmesser zu verschiedenen Zeiten an verschiedenen Sternen in verschiedenen Höhen anstellte, ergaben sich maximale Krümmungsradien der Lichtwellenflächen von 1817 bis 19380 und im Mittel von 4733 m. Die Krümmungsradien zeigten sich im allgemeinen grösser bei höher stehenden Sternen. Der Spielraum α schwankte zwischen 0,3 und 3,2 mm. Abhandensein der Scintillation auch in grösseren Höhen habe ich nie beobachtet.

Ein Fernrohr mit der eben beschriebenen Einrichtung verdient deshalb ein Scintillometer genannt zu werden, weil die erhaltenen Zahlen eine bekannte physikalische Bedeutung haben. Die drei zuerst beschriebenen Scintillometer verdienten besser Scintilloskope genannt zu werden.

---

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

Fünftes Scintillometer. Ich habe schon früher[1]) eine andere Einrichtung des Fernrohres beschrieben: vor dem Objective befindet sich ein spaltförmig ausgeschnittener Schirm, und das Ocular ist eingeschoben. Das Bild des Sterns nimmt folglich die lineare Gestalt an. Wenn aber der Stern scintillirt, zeigt dieses lineare Bild des Sterns wellenförmige Verbiegungen, welche sich mit grösserer oder geringerer Schnelligkeit längs des Bildes fortbewegen. Zählt man in einem gegebenen Momente die vorhandenen Wellenberge und Thäler und zieht die Länge der Spalte in Rechnung, so gelangt man zu einer Vorstellung von der Grösse der Erstreckungen der Aus- und Einbiegungen der einfallenden Lichtwellenflächen, längs diesen Flächen selbst gemessen.

Sechstes Scintillometer. Jedes Fernrohr mit grosser Oeffnung wird durch Anbringung eines Ocularmikrometers zu einem Scintillometer, soferne der Radius des Scintillations-Zerstreuungskreises gemessen werden kann.

Siebentes Scintillometer. Montigny war der erste, welcher die scintillirenden Sterne mittels eines Spectroskopes beobachtete. Man erhält ein lineares Spectrum und kann die Veränderungen des Sternbildes für die einzelnen homogenen Farben getrennt beobachten. Später hat Wolf durch Hinzufügung einer Cylinderlinse dem Spectrum eine zweite Dimension gegeben.

Arago hat auch die Frage aufgeworfen, ob die Scintillation für verschieden gestellte Beobachter dieselbe ist, und zur Beantwortung dieser Frage einen Versuch vorgeschlagen. Allein es bedarf eines solchen Versuches durchaus nicht, vielmehr kann man auch ohne einen solchen mit Bestimmtheit sagen, dass die Scintillation selbst für die beiden Augen eines und desselben Beobachters eine verschiedene ist, d. h. dass in den einzelnen Momenten Farbe und Helligkeit des Sterns für die beiden Augen im allgemeinen eine verschiedene ist. Es erhellt dies aus dem Marius'schen Phänomene. Die Fluctuationen der Helligkeiten und Farben in dem durch Einschiebung des Oculars erweiterten Bilde des Sterns sind ein verkleinertes und intensiveres Abbild der Fluctuationen, welche das in die Objectivöffnung tretende Strahlenbündel bei seiner Projection auf eine weisse Wand zeigen würde. Die Strahlen dieses Bündels sind an verschiedenen Stellen seines Querschnittes in jedem Momente verschieden dicht und verschieden gefärbt, selbst dann, wenn der Durchmesser des Querschnittes des Bündels nicht grösser ist als der gegenseitige Abstand der beiden

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

Augen eines Beobachters. Denkt man sich also die beiden Augen des Beobachters in ihrem natürlichen gegenseitigen Abstande an Stelle der weissen Wand oder vor dem Objectivglase des Fernrohres, so werden in einem gegebenen Momente die dünnen Strahlenbündel, welche durch die beiden Pupillen eintreten, im allgemeinen verschieden intensiv und verschieden gefärbt sein.

Indessen ist die Verschiedenheit der Scintillation für verschieden gestellte Beobachter auch durch eigens zu diesem Zwecke angestellte Versuche constatirt worden.

31. Dufour hat in der Hoffnung, dass durch regelmässig fortgesetzte Beobachtungen des Grades der Scintillation sich meteorologisch interessante Beziehungen zu den atmosphärischen Störungen ergeben würden, durch mehrere Jahre derlei Messungen mit grossem Fleisse an Sternen erster Grösse fortgeführt[1]). Er beobachtete mit freiem Auge und unterschied schätzungsweise 10 Grade der Scintillation, so dass 0 das Abhandensein der Scintillation und 10 den höchsten Grad derselben bedeutete. Bei diesen zahlreichen Messungen wurde zwischen Farbenwechseln und Helligkeitswechseln nicht unterschieden, so dass Moigno und Bobinet[2]) sich zu der Bemerkung veranlasst fanden, dass den Messungen Dufour's keine angebbare Einheit zu Grunde gelegt sei.

Als Ergebnis seiner Messungen stellte Dufour die folgenden drei Gesetze auf:

1. Unter sonst gleichen Verhältnissen scintilliren die rothen Sterne in geringerem Grade als die weissen.

2. Die Intensität der Scintillation ist nahe proportional dem Producte aus der Refraction und der Länge der von den Strahlen durchlaufenen Luftschichte.

3. Ausserdem gibt es Unterschiede der Intensität der Scintillation, welche von den Sternen selbst herzurühren scheinen.

Das erste der drei Gesetze Dufour's ist aus der Art des Entstehens der Farbenscintillation leicht zu begreifen. Die rothen Sterne zeigen Spectra, in welchen gewisse Farben fehlen. Diese sind vom Spiele der Scintillation ausgeschlossen, und hierdurch wird die Lebhaftigkeit der Farbenscintillation vermindert.

Anders verhält es sich mit dem zweiten Gesetze Dufour's. Aus der Art des Entstehens der Scintillation folgt, dass die Sterne im Zenith scintilliren müssen; Dufour's Gesetz hingegen verlangt, dass die Scintillation im Zenith null sei. Um diesen Widerspruch zu heben,

---

1) Bull. de l'Acad. roy. de Belgique, 1re série, t. XXIII, 1re partie, p. 366.

2) Cosmos, IX.

werde ich zeigen, dass Dufour's Gesetz nicht haltbar ist. Was besagt dasselbe in Bezug auf die Scintillation im Zenith? Es besagt, dass Dufour die Sterne um so schwächer scintilliren sieht, je näher sie dem Zenith sind, und dass für sein Auge im Zenith selbst die Scintillation vollständig oder nahezu verschwindet. Dies wird gewiss richtig sein. Doch gibt es auch Personen, für welche die Scintillation schon in grossem Abstande vom Zenith verschwindet, und wieder solche, welche die Sterne auch im Zenith selbst scintilliren sehen; ein Stern kann ferner mit freiem Auge keine Spur von Scintillation zeigen und, durch ein Scintilloskop betrachtet, lebhaft scintilliren. Die Scintillation ist ein objectiver Vorgang, welcher vorhanden sein kann ohne wahrgenommen zu werden.

Dass die Sterne im Zenith scintilliren, wird von Hooke, Arago, Humboldt, Donati und anderen bestätigt. Da ich selbst jedoch die Sterne in der Nähe des Zeniths mit freiem Auge nicht scintilliren sehe, habe ich mich durch einen besonderen Versuch vom Vorhandensein der Scintillation im Zenith überzeugt.

Der Stern η Ursae maj. erreicht unter der Breite Wiens eine Höhe von nahe 87° (Dufour's Beobachtungen erstrecken sich nur bis 85°), nähert sich also dem Zenith auf ungefähr 3 Grade; überdies ist er zweiter Grösse und bietet eine für Scintillationsversuche hinreichende Helligkeit. Ich beobachtete demnach diesen Stern zur Culminationszeit am 23. und 26. April 1886 mittels eines sechszölligen Refractors bei eingeschobenem Oculare, also mittels eines Marius'schen Scintilloskopes. Der Stern zeigte lebhafte Scintillation, d. h. es zeigten sich beträchtliche Helligkeitsfluctuationen in dem zu einer Scheibe erweiterten Bilde des Sterns.

Ich komme zum Schlusse: Die Scintillation der Sterne ist im Zenithe keineswegs gleich null, sondern hat daselbst eine vom Zustande der Atmosphäre abhängige Intensität; Dufour's zweiter Satz, nach welchem die Intensität der Scintillation im Zenith null wäre, kann nicht als richtig anerkannt werden.

Was den dritten Satz Dufour's anlangt, so hat Dufour selbst einen Erklärungsversuch gemacht. Er warf die Frage auf, ob die individuellen Unterschiede der Stärke der Scintillation verschiedener Sterne ihren Grund nicht in Unterschieden der scheinbaren Grösse haben könnten, welche selbst den stärksten astronomischen Instrumenten entginge, und meinte, es wäre merkwürdig, wenn die Scintillation uns Aufschluss über die scheinbaren Durchmesser der Fixsterne geben könnte, was die stärksten Instrumente nicht zu thun vermögen. Diese Bemerkung scheint mir sehr fein zu sein. In der That ist es nicht unwahrscheinlich, dass in der Nähe des Horizontes ein scheinbarer

Durchmesser eines Sterns von 0,002 Secunden die Scintillation des Sterns schon merklich verringert. Jedenfalls wäre eine Vergleich der Dufour'schen Messungen mit den Stampfer'schen Berechnungen der scheinbaren Grössen der Fixsterne nicht uninteressant. Andrerseits hat Montigny den Satz Dufour's auf spectrale Verschiedenheiten der Sterne zurückzuführen gesucht. In der That sieht man leicht, dass aus demselben Grunde, aus welchem, wie oben gezeigt worden ist, rothe Sterne schwächer scintilliren, überhaupt Sterne, welche verschiedene Spectra zeigen, auch ceteris paribus verschieden scintilliren müssen, wie denn schon Argelander die verschiedene Scintillation der verschiedenen Farbe der Sterne zugeschrieben hat.

32. Montigny[1]). Einer Idee Plateau's folgend trat Montigny gegen die Autorität Arago's mit einer neuen Theorie der Scintillation auf: er erklärte die Scintillation aus dem Zusammenwirken der regelmässigen Dispersion und angenommener unregelmässiger Totalreflexionen, welche die Strahlen in der Atmosphäre erfahren sollten.

In Fig. 3 findet sich der Gang der Strahlen verzeichnet, welche, von einem Fixsterne kommend, durch die Atmosphäre in das Auge des Beobachters gelangen, und zwar stellt BS das violette, und BS' das rothe Strahlenbündel vom Querschnitte der Pupille dar, während die übrigen Strahlenbündel dazwischen liegen. Nach einer Berechnung Mossotti's beträgt in der Nähe des Horizontes die gegenseitige Entfernung D des rothen und violetten Bündels ausserhalb der Atmosphäre ungefähr 10 m. Nun nahm Montigny an, dass in der Atmosphäre beständig und unregelmässig totale Reflexionen an minder brechenden Luftmassen stattfinden, dass durch solche Reflexionen in beständigem Wechsel einzelne der constituirenden farbigen Strahlenbündel ausgeschieden, intercipirt, werden, und dass hierdurch die Farbenwechsel entstehen.

Die Heranziehung der regelmässigen Dispersion der Strahlen in der Atmosphäre zur Erklärung der die Scintillation begleitenden Farbenerscheinungen, das Montigny'sche Princip, war ein grosser Fortschritt in der Erklärung der Scintillation. Anders verhält es sich mit den angenommenen totalen Reflexionen. Obgleich sich nämlich nicht läugnen lässt, dass solche vorkommen können, sind sie doch nicht die Ursache der Scintillation, Montigny's Interceptionstheorie ist unrichtig. Dies kann durch einen einfachen Versuch erwiesen werden.

Man richte ein Instrument von grosser Oeffnung nach einem in geringer Entfernung befindlichen scintillirenden Lichtpunkte und verdecke das Objectiv mit einem Schirm, in welchem sich kleine Löcher

1) Mém. cour. de l'Acad. de Belgique, XXVIII, 1856.

befinden. Durch diese dringen elementare Strahlenbündel ein, und man sieht bei eingeschobenem Oculare im Fernrohre ebenso viele Lichtpunkte, als Oeffnungen vorhanden sind. Beruht nun die Scintillation auf Ausscheidungen elementarer Bündel durch Totalreflexion, so müssen im Fernrohre helle Punkte verschwinden und wieder erscheinen; beruht im Gegentheile die Scintillation auf Ablenkungen durch Brechung elementarer Bündel, so müssen im Fernrohre die hellen Punkte um ihre Ruhelagen schwankende Bewegungen ausführen. Dieser Versuch wurde am 21. Mai 1886 unter freundlicher Mitwirkung des Herrn Dr. Margules zwischen der Centralanstalt für Meteorologie und der Universitätssternwarte Wiens von mir ausgeführt. Vom Thurme der Centralanstalt aus wurde mittels eines Steinheil'schen Handheliotropen nach der Nordkuppel der Sternwarte heliotropirt, und in der Kuppel mittels des daselbst befindlichen sechszölligen Refractors beobachtet. Das Ocular des Refractors war eingeschoben, und vor dem Objective befand sich ein Schirm mit zehn unregelmässig angebrachten kreisrunden Oeffnungen von je 9 mm Durchmesser. Im Fernrohre erschienen ebenso viele kreisrunde, glänzend intensive Bilder. Da das Heliotropenlicht sehr deutlich scintillirte, befanden sich die im Fernrohre wahrnehmbaren Bilder in continuirlicher schwankender Bewegung, indem sie sehr kleine Excursionen um ihre Ruhelagen ausführten, mehrere an Zahl in der Secunde. Die Intensität der kleinen hellen Scheiben änderte sich hierbei kaum merklich, jede derselben blieb während der halbstündigen Beobachtungszeit unausgesetzt brillant leuchtend. Während dieser Zeit wurde an keinem einzigen der Bilder auch nur ein einziger Fall von Interception durch Totalreflexion bemerkt, hingegen an jedem derselben continuirliche Ablenkungen.

Zwar hat Montigny angenommen, dass die helleren Streifen, welche den Schatten einer aufsteigenden wärmeren Luftsäule begrenzen, durch totale Reflexion entstehen[1]) und Terquem und Tannin[2]) haben in der Abhandlung „Production du phénomène de mirage" einen einschlägigen Versuch beschrieben: man projicirt eine Spalte auf einen Schirm und bringt zwischen Linse und Schirm ein erhitztes Eisenblech. Ein Theil der Lichtstrahlen wird zu einem zweiten Bilde vereinigt. Allein Prof. v. Lang[3]) hat gezeigt, dass dieses Bild nicht durch Reflexion sondern durch Brechung entsteht. Entstünde es nämlich durch Reflexion an der heissen Luftschichte, so müsste es verkehrt sein. Dies ist nicht der Fall, wie man leicht erkennt, wenn man die eine Schneide der Spalte mit Zähnen versieht.

1) Mém. cour. de l'Acad. de Belgique, XXVIII, 1856.

2) Journ. de Phys., III, 1874.

3) Sitzungsber. d. Wiener Akad. d. Wissensch., 1880.

Die Scintillation wird demnach nicht, wie Montigny glaubte, durch unregelmässige totale Reflexionen, sondern, wie schon ausgeführt, durch unregelmässige Linsenwirkungen der Atmosphäre hervorgebracht.

Da die regelmässige Dispersion mit der Höhe des Sterns abnimmt, ist auch die mit der Scintillation verbundene Farbenentwicklung in der Nähe des Horizontes am grössten und verschwindet im Zenith. Die Scintillation kann im Zenith sehr lebhaft sein, ohne je Farbenentwicklung zu zeigen und auch sehr schwache Scintillation ist in der Nähe des Horizontes mit Farbenentwicklung verbunden[1]). Die Länge der atmosphärischen Sternspectra, in ihrer Abhängigkeit von der Höhe des Sterns, ist von Montigny[2]), wie folgt, bestimmt:

Scheinbare Zenithdistanz:	Länge des Sternspectrums:
80°	5″ 5
82° 30′	7″ 1
85°	10″ 1
87° 30′	16″ 6
90°	34″ 8.

Verfolgt man zwei verschiedenfarbige von einem Sterne ins Auge gelangende Strahlenbündel vom Querschnitte der Pupille oder der Oeffnung des Instrumentes zurück durch die Atmosphäre, so sieht man, dass die beiden Bündel sich in der Atmosphäre treffen, ehe sie in das Auge oder das Instrument gelangen, Fig. 10. Die Länge *o i* zwischen dem Auge und dem Orte der vollständigen Trennung der beiden Bündel hängt von der Grösse der Oeffnung des Instrumentes, der Farbe der

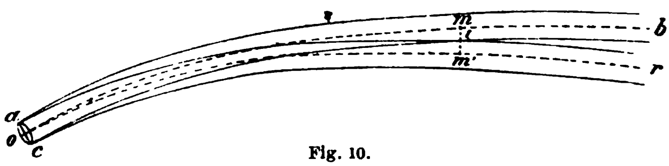


Fig. 10.

beiden Bündel und der Zenithdistanz des Sterns ab. Bei *i* ist die Distanz *m m′* der Axen der beiden Bündel gleich der Oeffnung *a c* des Instrumentes. Nun ist die Entfernung *o i* des Ortes der Trennung des rothen und des violetten Bündels vom Beobachter nach Montigny:

Entfernung des Ortes der Vereinigung des rothen und des violetten Bündels vor ihrem Eintritte

Zenith-distanz	in die Pupille	in ein Fernrohr von 1 dm Oeffnung	in ein Fernrohr von 4 dm Oeffnung
80°	189 m	3673 m	17745 m
85°	102	2074	8390
90°	29	592	2386

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.
2) Bull. de l'Acad. roy. de Belg., (2), XXIX, 1870.

Es ist schon erwähnt, dass Arago die Frage stellte, ob die Scintillation für verschiedene Beobachter identisch sei, und es wurde schon auf einfachem Wege erwiesen, dass dies nicht einmal für die beiden Augen eines und desselben Beobachters der Fall sein kann. Montigny gelangte zuerst zu demselben Resultate, als er die beiden Hälften des Objectivs eines Fernrohres von 77 mm Oeffnung derart getrennt wirken liess, dass ein Doppelbild des Sterns wahrgenommen wurde; die beiden Bilder, auf bekannte Art in zwei kleine Kreislinien verwandelt, zeigten keine Uebereinstimmung in der Farbenfolge[1]).

Es wurde auch schon erwähnt, dass die Lebhaftigkeit des Farbenspiels der Sterne von ihrer Eigenfarbe abhängt. Die Abhängigkeit des Farbenspiels von der Beschaffenheit des Spectrums des Sterns ist nach der gegebenen Erklärung der Farbenscintillation leicht begreiflich und wurde von Montigny genauer studirt[2]). Er gelangte zu dem folgenden Resultate:

Die Sterne, deren Spectra wenige und feine dunkle Linien zeigen, scintilliren lebhafter als jene mit zahlreichen solchen Linien, und diese wieder lebhafter als jene mit breiten dunkeln Banden.

Montigny beurtheilte den Grad der Scintillation lediglich nach der Zahl der Farbenwechsel, und es ist begreiflich, dass diese Zahl um so kleiner wird, je geringer die Zahl der vorhandenen Farben ist.

Schon in den Jahren 1876 und 1878 veröffentlichte Montigny[3]) das Resultat von 200 auf mehrere Jahre vertheilten Beobachtungsabenden in besonderer Rücksicht auf die Abhängigkeit der Lebhaftigkeit der Scintillation (das ist bei Montigny die Zahl der Farbenwechsel) von dem Zustande der Atmosphäre. Er erinnerte daran, dass nach der allgemeinen Meinung in unseren Gegenden zunehmende Scintillation der Sterne zu jeder Jahreszeit mit Ausnahme des Winters für den kommenden Tag Regen bedeute, ferner, dass die Seeleute das Eintreten einer lebhaften Scintillation nach einer Reihe trockener Tage als ein Vorzeichen eintretenden schlechten Wetters ansehen, dass nach Musschenbroek in Holland bei starkem Frost und reinem Himmel die Sterne lebhaft scintilliren, dass nach Humboldt der Beginn der Regenzeit unter den Tropen mehrere Tage zuvor durch das Funkeln der höheren Sterne angezeigt wird, dass nach Garcin im persischen Meerbusen die Sterne nur im Winter funkeln, dass nach Kämtz das Funkeln am stärksten ist, wenn in den oberen Regionen der Atmosphäre lebhafte Winde wehen und dabei heiterer und bewölkter Himmel

1) Bull. de l'Acad. roy. de Belg., (2), XVII.

2) Bull. de l'Acad. roy. de Belg., XXIX, XXXVII, XXXVIII; ibid. (3) VI. — Ciel et Terre, 1884.

3) Bull. de l'Acad. roy. de Belg., (2) XLII, XLVI.

in kurzer Zeit wechseln, dass nach Ussher die Nordlichter den Grad der Scintillation ausserordentlich erhöhen, und dass nach Forbes und Necker de Saussure in Schottland die Sterne nicht funkeln, es müsste denn ein Nordlicht am Himmel stehen. Die Abhängigkeit der Scintillation vom Nordlicht fand Montigny aus eigener Beobachtung bestätigt[1]). Ferner haben, wie schon früher Arago, Liandier und Poey[2]) einen Zusammenhang der Richtung der Fluctuationen in dem durch Einschieben des Oculars erweiterten Bilde des Sterns mit der Windrichtung constatirt. Secchi[3]) hatte seine Aufmerksamkeit dem Ansehen der Doppelsterne bei verschiedenen Witterungsverhältnissen zugewendet und dieselben mittels eines Instrumentes von grosser Oeffnung beobachtet. Er fand das Bild des Doppelsternes bei ruhiger Atmosphäre vollkommen, bei bewegter Atmosphäre hingegen zeigte sich das Newton'sche Phänomen. Nach Antonelli[4]) zeigt das Funkeln der Sterne einige Tage vorher das Fallen des Barometers und das schlechte Wetter an. Dufour fand stets, dass die Scintillation sich niemals für einen Stern vergrössert oder verkleinert, ohne dies auch bei allen anderen Sternen zu thun, und dass der Grad der Scintillation mit den atmosphärischen Perturbationen in Zusammenhang steht[5]). Wolf und Respighi haben die Scintillation der Sterne unter Anwendung eines Spectroskopes studirt, wie dies Montigny schon früher vorgeschlagen hatte[6]); sie fanden im Spectrum der scintillirenden Sterne Fluctuationen, welche vom Zustande der Atmosphäre abhängig waren. Bei regelmässigen atmosphärischen Bedingungen fand Respighi auch die Bewegungen im Spectrum regelmässig; bei anormalen atmosphärischen Bedingungen hingegen waren auch die Fluctuationen im Spectrum unregelmässiger. Respighi glaubte aus der Regelmässigkeit der Fluctuationen in den Sternspectren auf gutes Wetter schliessen zu können und umgekehrt[7]).

Montigny hat zahllose Messungen der Intensität der Scintillation mittels seines Scintillometers angestellt und die erhaltenen Zahlen verglichen mit der Temperatur, dem Barometerstand, der Tension des Wasserdampfes, der relativen Feuchtigkeit, den Regenverhältnissen, der Niederschlagsmenge und dem Winde nach Richtung und Intensität.

---

1) Bull. de l'Acad. roy. de Belg. (2), XXIX.

2) Daguin, Traité de phys., IV. — Cosmos, Revue des progrès des sciences XIX.

3) Annuaire du Cosmos, 1859.

4) Cosmos, Revue V.

5) Bull. de la Soc. vaudoise des sc. nat., III, V, VI.

6) Mém. cour. de l'Acad. de Belg., XXVIII, 1856.

7) Comptes rendus de la première session de l'Assoc. française des sciences à Bordeaux, 1872.

Er gelangte zu vielen Resultaten, welche kurz angeführt werden sollen.

Bei Kälte erscheinen die Farben im Scintillometer lebhafter und zahlreicher. Die Scintillation ist stärker im Winter als im Sommer. Die Scintillation ist stärker bei Regen oder herannahendem Regen als bei Trockenheit. Bei Trockenheit ist die Scintillation im Frühling und Herbst gleich stark. Bei Regenzeit ist sie im Frühling stärker als im Herbst. Die Scintillation ist der atmosphärischen Refraction proportional. (Dieser Satz ist, wie schon erwähnt, unrichtig; Montigny konnte zu demselben gelangen, da er in seinem Scintillometer nur Farbenvariationen nicht aber solche der Helligkeit zählte.) Die Scintillation nimmt mit der relativen Feuchtigkeit zu. Die Scintillation wächst bei nahender Depression. Je stärker die Scintillation ist, desto grössere Unregelmässigkeiten zeigt die vom Sternbilde im Fernrohre beschriebene Kreislinie. (Dies heisst soviel, als dass die Zitterbewegung des Sterns zunimmt.) Die Höhe, bis zu welcher die Sterne Farbenscintillation zeigen, wächst unter dem Einflusse herannahenden oder gegenwärtigen Regens. Die Intensität ist grösser bei Kälte und Schneefall, als bei Kälte allein, ausgenommen bei Temperaturen unter — 5°, bei welchen die Intensitäten ungefähr dieselben sind. Den grössten Einfluss auf die Lebhaftigkeit der Scintillation übt die grössere oder geringere Quantität des in der Atmosphäre enthaltenen Wassers, sei es als Wasserdampf, Regen oder Schnee. Bei Annäherung oder in Gegenwart des Regens herrscht die blaue Farbe vor[1]).

Letzteres rührt nach Montigny von der grösseren Menge Wassers in der Atmosphäre her, da Spring[2]) in Uebereinstimmung mit der Meinung Bunsen's gezeigt habe, dass die Farbe des reinen Wassers im durchgehenden Lichte die blaue ist, wie jene des Eises. Das durch die Atmosphäre gehende Licht wird also bei Gegenwart von Wasser- oder Eistheilchen sich blau färben, und es wird auch im Farbenspiele des Scintillometers die blaue Farbe vorherrschen.

Ueberdies gelangte Montigny zu dem folgenden Satze: die mittleren Regenmengen an den zwei Tagen, welche der scintillometrischen Beobachtung folgen, sind proportional der relativen Zahl der Sterne, welche einen Excess der blauen Farbe gezeigt haben.

Montigny hat auch nebst der Qualität der Farbe die Beschaffenheit des kreislinienförmigen Bildes des Sterns in seinem Scintillometer zum Zwecke der Wetterprognose berücksichtigt[3]). Die Zahl der Farben-

1) Bull. de l'Acad. roy. de Belg. (2), 1879. — (3), 1884.
2) Bull. de l'Acad. roy. de Belg. (3), 1883.
3) Bull. de l'Acad. roy. de Belg. (3), 1885.

wechsel selbst, welche nach Montigny die Intensität der Scintillation darstellen soll, wurde nach dem besprochenen Dufour'schen Gesetze für 60° Höhe reducirt. Das Mittel der an den einzelnen Sternen gemessenen Intensitäten ergab den Grad der Scintillation des Beobachtungsabends. Die kreisförmige Spur des Sternbildes im Scintillometer zeigte beim Herannahen eines Regens eine gewisse Breite, und je beträchtlicher diese war, desto länger hielt der Regen an. Man wird in dieser Breite der Spur des Sternbildes das Newton'sche Phänomen wiedererkennen: diese Breite ist identisch mit dem Durchmesser des Scintillations-Zerstreuungskreises.

Montigny zog aus seinen Scintillometermessungen auch einen Schluss von allgemein meteorologischer Beziehung:

Der Regenfall an einer Stelle der Erdoberfläche hängt hauptsächlich von Bedingungen ab, welche dem entsprechenden Theile der Atmosphäre inhärent sind.

Montigny hielt die Scintillometerbeobachtungen für ausserordentlich wichtig in ihrer Beziehung zur Wetterprognose. Weber war entgegengesetzter Ansicht, indem er sagte:

„In dem verflossenen Winter ist das Phänomen (der Scintillation) mit vieler Aufmerksamkeit beobachtet worden, einen Zusammenhang mit der bestehenden oder nachfolgenden Witterung habe ich nicht auffinden können".

Montigny fand die Scintillation in seinem Scintillometer am lebhaftesten in einer bestimmten Himmelsrichtung und in der entgegengesetzten Richtung; nämlich in der Richtung, von welcher der Wind kam und in jener, nach welcher er ging. Es ist dies wohl erklärlich, wenn man bedenkt, dass in der Windrichtung die atmosphärische Dispersionsebene die Windrichtung enthält, hingegen in einer um 90 Grade gedrehten Richtung die atmosphärische Dispersionsebene auf der Windrichtung senkrecht steht. Im ersteren Falle wird eine Ungleichheit der Luft der Reihe nach durch alle Farben geführt, im letzteren nur durch eine einzige.

Es ist schon im Abschnitte C gezeigt: Geht man von Instrumenten mit kleineren Oeffnungen zu solchen mit grösseren über, so muss das Marius'sche Phänomen stets sichtbar bleiben, das Nicholson'sche jedoch, d. i. die Farbenfolge im Montigny'schen Scintillometer, bei einer gewissen Grösse der Oeffnung verschwinden. Montigny hat diese Abhängigkeit der Erscheinungen von der Grösse der Oeffnung des Scintillometers bemerkt und theilweise richtig erklärt[1]). Indem er die Grösse der Oeffnung variirte, fand er, dass die Angaben desselben

1) Bull. de l'Acad. roy. de Belg. (2). XXIX.

ausserordentlich von der Grösse der Oeffnung abhingen, und dass die Zahl der Farbenwechsel mit wachsender Oeffnung abnahm. Aus der Tabelle Montigny's geht überdies die interessante Thatsache hervor, dass Montigny bis zu einer Höhe von 85 Graden Farbenwechsel beobachten konnte.

Nach Arago, Ussher, Forbes und Necker de Saussure wird der Grad der Scintillation der Sterne durch die Anwesenheit eines Nordlichtes beträchtlich vermehrt[1]). Andrerseits hat Argelander constatirt, dass die Position eines Sterns, welcher durch ein Nordlicht hindurch wahrgenommen wird, vollkommen unverändert erscheint[2]). Montigny hat gewiss recht, wenn er diese Vermehrung der Lebhaftigkeit der Scintillation in Gegenwart eines Nordlichts nicht mit diesem direct in Verbindung bringt, sondern mit atmosphärischen Perturbationen, welche ihrerseits mit dem Nordlichte in ursächlichem Zusammenhange stehen. So sagt Kämtz in seiner Meteorologie, dass die Nordlichter oft die Vorläufer heftiger Luftbewegung und anormaler Wärmevertheilung sind. Nach Necker de Saussure sind die Nordlichter Vorläufer schlechten Wetters, und William Scoresby urtheilt ähnlich[3]). Ebenso betrachtet Humboldt das Nordlicht als einen meteorologischen Vorgang und weist auf die Cirrhuswolken hin, welche das Nordlicht zurücklässt[4]). Die Thatsache der Erhöhung der Lebhaftigkeit der Scintillation der Sterne unter dem Einflusse eines Nordlichtes wurde überdies von Montigny mittels seiner Scintillometerbeobachtungen bestätigt. Auch machte sich der Einfluss des Nordlichtes in der Art geltend, dass das kreislinienförmige Bild des Sterns im Scintillometer besonders unregelmässig war, was so viel sagen will, als dass die Zitterbewegung der Sterne eine gesteigerte war, in Uebereinstimmung mit älteren Beobachtungen. Auch fand Montigny, dass die durch die Anwesenheit des Nordlichtes bewirkte Steigerung der Lebhaftigkeit der Scintillation sich auf die nördlichen Sterne beschränkte.

Die Erscheinung des Nordlichtes ist von starken magnetischen Störungen begleitet. Nun hat Montigny weiter gefunden, dass, wenn während seiner Scintillometerbeobachtungen eine magnetische Störung eintrat, sich dieselbe durch eine plötzliche Steigerung der Scintillation bemerkbar machte[5]). Dieser Zusammenhang der Scintillation mit den magnetischen Störungen wird begreiflich, wenn man sich erinnert, dass nach der Meinung von Secchi, Marié-Davy und anderen die

1) Œuvres d'Arago, I, p. 568 — VII, p. 26.
2) Humboldt, Cosmos, IV, 172.
3) Œuvres d'Arago, IV, 694 — IX, 356.
4) Cosmos I, 218 — IV, 170.
5) Bull. de l'Acad. roy. de Belg., (3), IV, 1882 — VI, 1883.

magnetischen Störungen, welche sich nicht auf Nordlichter zurückführen, von mächtigen atmosphärischen Bewegungen, insbesondere Cyclonen, herrühren[1]).

Schliesslich hat Montigny zuerst scintillirende Sterne mittels eines Spectroskops beobachtet; er benutzte hierbei ein Fernrohr von nur 2 cm Oeffnung, wodurch das Eintreten des Newton'schen Phänomens vermieden wird. Er nahm Verlängerungen und Verkürzungen, transversale Oscillationen und Uebereinanderlagerungen der einzelnen Theile des Spectrums wahr. Diese Erscheinungen begreifen sich leicht, wenn man bedenkt, dass die verschiedenfarbigen Strahlenbündel in der Atmosphäre verschiedene Wege gehen und verschieden scintillatorisch erregt werden.

33. Secchi[2]) hat Beobachtungen an scintillirenden Sternen angestellt, wie schon im Abschnitte B besprochen wurde. Seine Beobachtungen führen sich auf das Newton'sche Phänomen zurück.

34. G. B. Donati[3]). Während das Montigny'sche Princip seit seiner Aufstellung allgemein angenommen wurde, fand Montigny's Theorie der Interception der Strahlen durch Totalreflexion alsbald Widerspruch durch Plateau[4]) und Donati. Letzterer ersetzte in Montigny's Theorie die totalen Reflexionen durch Ablenkungen der Strahlen auf dem Wege der Brechung, erklärte also die Scintillation aus dem Zusammenwirken unregelmässiger Brechungen und der regelmässigen Dispersion in der Atmosphäre. In der That führt sich die Scintillation auf diese beiden Ursachen zurück. Indem aber Donati bei seinen Beobachtungen ein Instrument von zu grosser Oeffnung benutzte, wurde er durch das Newton'sche Phänomen irregeführt und sah sich, um die Helligkeitswechsel erklären zu können, genöthigt, auch noch eine dritte Ursache, hypothetische unregelmässige Absorptionen in der Atmosphäre, anzunehmen.

Donati nahm seinen Ausgangspunkt von der Beobachtung der atmosphärischen Spectra scintillirender Sterne. Jeder Stern muss, wenn er hinreichend vergrössert gesehen wird, als ein Spectrum erscheinen, während, wenn dies nicht der Fall ist, die Mischfarbe wahrgenommen wird. Als ich am 22. December 1880 den Sirius bei niederem Stande durch ein Fernrohr betrachtete, erschien derselbe als ein wohl ausgebildetes Spectrum. Da der Stern scintillirte, zeigten die einzelnen Theile des Spectrums voneinander unabhängige Variationen der Gestalt,

---

1) Prévision du temps, Marié-Davy. — Daguin, Lehrb. d. Phys.
2) Manuel de la Cosmos, par M. l'abbé Moigno, 1859, II.
3) Il nuovo cimento, 1855.
4) Bull. de l'Acad. de Belg. XXII.

Grösse, Lage und Helligkeit, so dass Farben sich übereinanderschoben, oder sich vom Spectrum trennten.

Diese Erscheinung, welche ich das Donati'sche Phänomen nennen will, ist unmittelbar aus der allgemeinen Erklärung der Scintillation verständlich. Die Ablenkungen der einzelnen Theile des Spectrums werden, wie die Amplituden der Zitterbewegung der Fixsterne, im allgemeinen einige Secunden betragen; wegen des Auseinandergehens der verschiedenfarbigen Strahlenbündel in der Atmosphäre werden diese Ablenkungen der einzelnen Theile des Spectrums, sowie die Helligkeitsveränderungen derselben unabhängig voneinander vor sich gehen.

Donati beobachtete diese Erscheinungen nur unvollkommen. Während nämlich die einzelnen Theile des Spectrums sehr beträchtliche Helligkeitsveränderungen zeigen, beobachtete Donati solche nur ausnahmsweise und in geringem Grade. Ursache dieser Unvollkommenheit der Beobachtung war der Umstand, dass Donati ein Instrument von zu grosser Oeffnung, 10½ Zoll, benutzte. Infolge des Newton'schen Phänomens muss nämlich bei Beobachtung durch ein Instrument mit sehr grosser Oeffnung das atmosphärische Spectrum eines scintillirenden Fixsterns als vollkommen ruhig und unbeweglich erscheinen. Donati benutzte ein Instrument von zu grosser Oeffnung, die Helligkeitswechsel blieben nahezu unmerklich.

Die Art, wie Donati aus den Erscheinungen des atmosphärischen Spectrums scintillirender Sterne die Farbenwechsel erklärte, ist, wie schon Montigny näher ausgeführt hat, nicht acceptabel. Ebenso wenig Donati's Erklärung der Helligkeitswechsel aus der Annahme wechselnd starker Absorption in der Atmosphäre, welche Erklärung schon dadurch widerlegt wird, dass sie keine Rechenschaft von den Erscheinungen in Arago's Scintillometer zu geben vermag.

Immerhin war Donati wieder auf den richtigen Weg zur Erklärung der Scintillation zurückgekommen, welcher schon vor Arago von Newton und anderen betreten worden war.

Donati reproducirte zur Widerlegung der Theorie Arago's einen Versuch Amici's, welcher in mehrfacher Beziehung beachtenswerth erscheint:

Ein Convexspiegel reflectirt Sonnenstrahlen theils direct, theils durch ein nahes Prisma nach dem Auge des in grösserer Entfernung befindlichen Beobachters, welcher zwei Sonnenbildchen, künstliche Sterne, wahrnimmt. Da die Beobachtung im Freien stattfindet, bleibt das eine, directe, Bild stets weiss, während das andere der Reihe nach verschiedene Farben zeigt, wie ein farbig scintillirender Stern; bei vollkommen homogener und ruhiger Luft würde wegen der Kleinheit des Spectrums auch dieses Bild weiss erscheinen.

Donati gibt keine Erklärung dieses Versuchs, doch ergibt sich dieselbe leicht aus der allgemeinen Theorie der Scintillation.

Sei, Fig. 11, *s* der Lichtpunkt, *a* das Auge, *p* das Prisma, *w* der directe Strahl, *r* und *v* der rothe und violette, durch das Prisma gebrochene Strahl. Da die verschiedenfarbigen, in das Auge des Beobachters gelangenden Strahlenbündel verschiedene Wege durch die Luft gehen, werden sie bei geeignetem Zustande der letzteren auch verschieden scintillatorisch modificirt werden und so die Farbenwechsel entstehen. Geht z. B. das rothe Strahlenbündel durch eine Stelle der Luft, welche in einem gegebenen Momente wie eine schwache Zerstreuungslinse wirkt, und gelangt folglich dieses Bündel im Zustande der Verdünnung ins Auge, so wird in diesem Momente das durch das Prisma entstehende Bildchen der Lichtquelle grün erscheinen können.

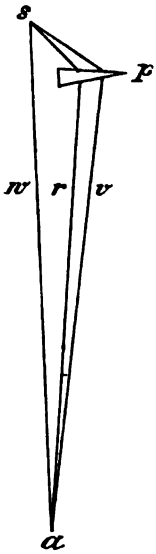


Fig. 11.

35. O. F. Mossotti [1]). Das Montigny'sche Princip musste als fruchtbar in der Erklärung der Scintillation erscheinen. Mossotti stellte sich daher in seiner schönen Abhandlung die Aufgabe, dieses Princip in Rücksicht auf die quantitative Zulänglichkeit zu prüfen, und führte eine Rechnung durch, welche zeigen sollte, ob die verschiedenfarbigen Strahlen, welche von einem Fixsterne ausgehen, um nach ihrem Durchgange durch die Atmosphäre im Auge des Beobachters ein punktförmiges, weisses Bild hervorzubringen, in der Atmosphäre hinreichend getrennt gehen, um Montigny's oder Donati's Erklärungen der Scintillation als möglich erscheinen zu lassen.

Mossotti gründete seine Berechnungen auf eine Messung Struve's, welcher den Stern Fomalhaut in einer Zenithdistanz gleich 88° 33′ als atmosphärisches Spectrum wahrnahm und dessen Dimensionen in verticaler und horizontaler Richtung zu 22″ und 8″ bestimmte. Der Stern hätte ohne Dispersion als eine Scheibe von 8″ Durchmesser erscheinen müssen. Es bleiben demnach 14″ für die Ausdehnung des Spectrums. Hieraus berechnete Mossotti, dass der rothe und violette Strahl, welche sich im Punkte des Beobachters trafen, ausserhalb der Atmosphäre einen gegenseitigen Abstand von 8,78 m haben mussten, und

1) Il nuovo cimento, 1855.

zog hieraus einen günstigen Schluss in Bezug auf die Möglichkeit der Theorien Montigny's und Donati's.

36. Vallée[1]) erklärt die Scintillation aus dem Zusammenwirken der infolge der Luftbewegung eintretenden Undulationen der Lichtstrahlen und der Beschaffenheit des menschlichen Auges. Es ist aber schon gezeigt worden, warum alle Theorien, welche die Ursache der Scintillation im Auge suchen, verfehlt sind.

37. Denzler's[2]) Beobachtungen bestätigen eine frühere Beobachtung Arago's, nach welcher die Bewegungen in der Marius'schen Scheibe vorwiegend die Windrichtung befolgen.

38. Liandier[3]) gelangte zu derselben Beobachtung, und glaubte aus dem Funkeln der Sterne auf das zukünftige Wetter schliessen zu können.

39. De Portal[4]) beobachtete das Funkeln der Sterne durch ein doppeltbrechendes Prisma und konnte so constatiren, dass die beiden Bilder nicht identisch scintillirten, wodurch frühere Beobachtungen bestätigt werden, nach welchen Strahlen, die in sehr geringer gegenseitiger Distanz parallel durch die Atmosphäre gehen, schon verschieden scintillatorisch erregt werden.

40. Poey[5]) bestätigte durch seine Beobachtungen die Beobachtungen seiner Vorgänger.

Das Vorwalten einer bestimmten Bewegungsrichtung der Fluctuationen in der Marius'schen Scheibe, welches die Aufmerksamkeit der zuletztgenannten Beobachter erregte, ist leicht zu begreifen. Bewegt sich eine grössere Luftmasse, so nehmen die sammelnden und zerstreuenden Stellen der Luft an der Bewegung Theil und passiren in einer bestimmten Richtung das Strahlenbündel, welches durch das Objectiv des Fernrohres tritt. Dementsprechend wandern in der Marius'schen Scheibe die Licht-Maxima und Minima in derselben Richtung.

41. Scintilla[6]) erwähnt die Erklärung in Bonnycastle's Astronomie, nach welcher die Scintillation der Fixsterne durch in der Luft herumfliegende und zeitweilig zwischen Auge und Stern tretende Körperchen hervorgebracht werden soll, und hält diese Erklärung für ungenügend. Das ist sie ohne Zweifel, wie schon gezeigt worden ist. Doch ist auch Scintilla's Ansicht, welcher die Scintillation der Fix-

1) C. R. 1853—1856.
2) Mitth. der naturforsch. Gesellsch. in Zürich, II, 1850—1852.
3) Cosmos, XIV, 1856 — XX, 1862.
4) Cosmos, XIX, 1861.
5) Cosmos, XIX, 1861.
6) Silliman J., V, p. 156.

sterne auf ihr Eigenlicht zurückführen will, und damit eine Erklärung der vermeintlichen Thatsache gegeben zu haben glaubt, dass die Planeten nicht scintilliren, schon oben widerlegt worden.

42. R. Clausius [1]) schreibt die Wellenbewegung des Randes der Planeten in richtiger Weise derselben Ursache zu, wie die Zitterbewegung der Fixsterne: „daher werden sie nicht ganz aus ihrer Stelle gerückt, sondern nur am Rande bald erweitert, bald verengt, was man durch ein Fernrohr als ein Zittern des Randes gewahr wird“.

43. C. Wolf [2]). Das Marius'sche Phänomen zeigt die Beschaffenheit der durch die verschiedenen Stellen des Objectivs tretenden Strahlenbündel, da sich dieselben noch nicht im Focus vermengt haben. Man beobachtet dieses Phänomen, indem man das Ocular einschiebt, erhält es aber auch dadurch, dass man bei uneingeschobenem Oculare eine Sammellinse vor das Auge bringt. Ersetzt man die letztere durch eine Cylinderlinse, so nimmt man das Marius'sche Phänomen in unvollkommener Weise wahr, indem sich dann nicht mehr jeder durch das Objectiv tretende Strahl auf eine andere Stelle des kreisflächenförmigen Netzhautbildes projicirt, sondern je alle Strahlen, welche durch eine mit einer fixen Richtung parallele Sehne der Objectivöffnung treten, sich in einem Punkte des alsdann geradlinigen Bildes des Sterns vereinigen. In diesem geradlinigen Bilde des Sterns muss dann auch eine bestimmte Bewegungsrichtung der Helligkeitsfluctuationen zur Erscheinung kommen, wie in der Marius'schen Scheibe, d. h. es müssen die Licht-Maxima und Minima unter Umständen in einer bestimmten Richtung längs des linearen Sternbildes fortbewegen.

Betrachtet man einen scintillirenden Stern mittels eines Spectroskops, so zeigen in einem gegebenen Momente, wie Montigny zuerst beobachtet hat, die verschiedenen Theile des linearen Spectrums sehr verschiedene Helligkeiten. Nun hat Wolf die Entdeckung gemacht, dass im allgemeinen auch diese Helligkeits-Maxima und Minima im Spectrum sich in einer bestimmten Richtung bewegen, bald von roth gegen violett, bald umgekehrt.

Betrachtet man nun das in der oben beschriebenen Weise mittels einer Cylinderlinse erhaltene lineare weisse Bild eines Sterns auch noch mittels eines Spectroskopes, dessen Dispersionsebene auf der Richtung des linearen Sternbildes senkrecht steht, so hat man ein zweidimensionales Spectrum, und in demselben eine doppelte Bewegung der Maxima und Minima der Helligkeit, in der Dispersionsebene und senkrecht zu derselben. Man sieht leicht, wie sich aus der Zusammen-

---

1) Grunert's Beiträge zur Meteorol. Optik, 1850.

2) C. R., LXVI, p. 792.

setzung dieser beiden Bewegungen im allgemeinen eine Schaar dunkler Banden ergibt, welche, je nach Umständen longitudinal, transversal oder schräg über das Spectrum weglaufen. Dieses eben hat Wolf beobachtet.

Aus den Versuchen Wolf's ergibt sich das eine neue Resultat, dass die Erschütterungen im Spectrum eines scintillirenden Sternes meist eine bestimmte Bewegungsrichtung (von roth gegen violett oder umgekehrt) zeigen. Die Erklärung dieser Thatsache folgt weiter unten.

Wolf nahm seine Beobachtungen für Arago's Theorie in Anspruch, wies aber in einem Meinungsaustausche mit Montigny[1]) des letzteren Erklärungsgründe nicht zurück.

44. Respighi[2]) ging bei seinem Erklärungsversuche der Scintillation den Weg Donati's ohne in des letzteren Fehler zu verfallen, und benutzte hierbei die Experimente Wolf's, welche er eingehend wiederholte. Er kehrte zu der ursprünglichen, richtigen Hypothese Donati's zurück, nach welcher die Scintillation lediglich durch die regelmässige Dispersion und unregelmässige Refraction entsteht. Er fand, dass diese beiden Ursachen zur Erklärung der Wolf'schen Erscheinungen ausreichen. Seine Vorstellungen von der Art der Wirksamkeit der unregelmässigen Refraction waren indessen gleichwohl nur unvollkommen und genügten beispielsweise nicht zur Erklärung der Erscheinungen im Arago'schen Scintillometer. Auch hat er zum Beweise der Refractionstheorie nichts gethan, denn die Erscheinungen in dem Wolf'schen Scintilloskope lassen sich zwar aus der Refractionstheorie sehr gut erklären, doch nicht minder aus jeder anderen Theorie, welche nur die Ursache der Scintillation überhaupt in der Atmosphäre sucht (Montigny, Donati etc.), wie denn auch Wolf diese Erscheinungen für die Interferenztheorie Arago's in Anspruch genommen hat.

Respighi hat aber auch eine Beobachtung gemacht, welche Wolf entgangen war. Hiervon soll im nächsten Kapitel im Zusammenhange mit anderen Erscheinungen gehandelt werden.

G. Bewegungsrichtung der Scintillation.

Schon Arago hat das Vorhandensein einer Bewegungsrichtung der Fluctuationen in der Marius'schen Scheibe und die Uebereinstimmung dieser Richtung mit der Windrichtung bemerkt. Er sagt:

„Wenn das ganze, auf das Objectiv fallende Licht im Focus zur Vereinigung gelangt, so müssen die Interferenzen der vom östlichen,

1) C. R., LXVI, 910, 1051.

2) Atti dell'Acc. Pont. de nuovi Lincei, XXI, XXII, 1868, 1869.

vom westlichen, vom oberen, vom unteren u. s. w. Rande des Fernrohrs kommenden Strahlen nothwendigerweise sich vermischen. Wird dagegen das Bild ausserhalb des Brennpunktes beobachtet, mit anderen Worten, untersucht man das erweiterte Bild, so können die Interferenzen der den verschiedenen Punkten des Objectivs entsprechenden Strahlen getrennt beobachtet werden; und da die atmosphärischen Schichten, deren Dichtigkeit, Feuchtigkeits- und Temperaturzustand die Beschaffenheit der Interferenzen bedingen, nicht unbeweglich bleiben, so muss man wahrnehmen, wie die Farben, die z. B. zuerst an einem der Ränder entstehen und auftreten, sich über die ganze Ausdehnung des erweiterten Bildes in derselben Zeit fortpflanzen, welche die betreffenden atmosphärischen Schichten gebrauchen, um sich um eine dem Durchmesser des Fernrohrobjectivs gleiche Strecke zu verrücken".

Vom Standpunkte der richtigen Erklärung der Scintillation stellt sich die Sache ähnlich dar. Ist beispielsweise das Fernrohr F, Fig. 12, vertical aufwärts gerichtet und mn ein Querschnitt des in das Fernrohr gelangenden Strahlenbündels s, so kann man annehmen, dass eine Stelle der Atmosphäre, welche geeignet ist als schwache Sammel- oder Zerstreuungslinse zu wirken, infolge der allgemeinen Luftströmung durch den Querschnitt mn hindurchgeführt wird, noch ehe sie sich

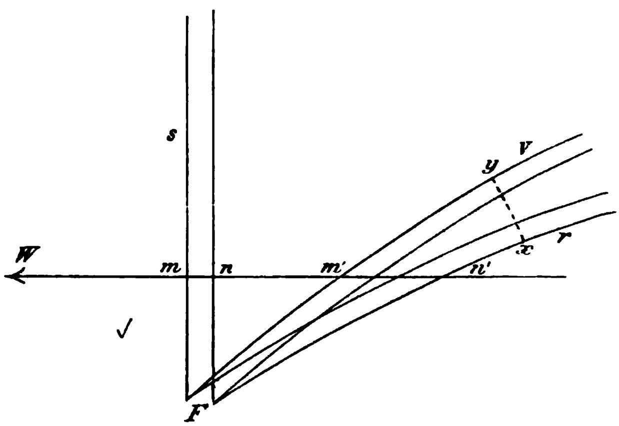


Fig. 12.

beträchtlich in ihrer Wirkungsweise geändert hat, so dass ein Licht-Maximum oder Minimum in der Windrichtung W durch die **Marius**'sche Scheibe wandern wird.

Die von **Wolf** bemerkte Thatsache, dass im Spectrum eines scintillirenden Fixsternes die Helligkeits-Maxima und Minima bald von roth gegen violett fortschreiten, bald umgekehrt, erklärt sich ähnlich.

Ist, Fig. 12, das Fernrohr nach einem tieferstehenden Sterne gerichtet, und verfolgt man das in das Objectiv tretende Strahlenbündel vom Fernrohr bis zur Grenze der Atmosphäre, so sieht man, dass sich dasselbe infolge der regelmässigen atmosphärischen Dispersion fächerförmig erweitert, so dass das rothe Bündel *r* unten und das violette *v* oben liegt. Es wird also eine beispielsweise sammelnd wirkende Stelle der Luft, indem sie der allgemeinen Luftströmung folgend das Bündel längs *n' m'* durchsetzt, zuerst die rothen und zuletzt die violetten Strahlen treffen können oder umgekehrt, so dass im Spectrum des Sterns ein Lichtmaximum von roth gegen violett fortschreiten wird, oder umgekehrt.

Ich komme nun zur Beobachtung Respighi's: bei Windstille wandern in den Spectren östlicher, d. i. aufsteigender Sterne die Lichtmaxima und Minima vom violetten Ende des Spectrums gegen das rothe, bei den westlichen hingegen umgekehrt. Respighi hat dieses Phänomen auch richtig erklärt.

Befinde sich der Einfachheit wegen sowohl der Beobachter als der Stern im Aequator. Die gerade Verbindungslinie zwischen Beobachter und Stern dreht sich infolge der täglichen Bewegung des Sternes um den Beobachter, und zwar bewegen sich die entfernteren Theile dieser Verbindungslinie schneller, so zwar, dass ein noch in der Atmosphäre gelegener Punkt derselben mit einer Geschwindigkeit von 70 m in der Secunde fortschreiten kann, wenn der Stern dem Horizonte nahe steht. Befindet sich also in irgend einem Momente an einer östlichen und entfernten Stelle der Atmosphäre eine Ungleichheit, welche geeignet ist, die Intensität des durchgehenden Strahlenbündels in irgend einer Weise zu alteriren, so wird, wenn in demselben Momente die voranschreitenden violetten Strahlen des Sterns diese Stelle passiren, der violette Theil des Spectrums des Sterns eine entsprechende Veränderung zeigen, und es kann bei der grossen Geschwindigkeit, mit welcher sich die Trajectorien der Strahlen in den entfernten Luftschichten bewegen, geschehen, dass noch ehe die Ungleichheit der Luft sich beträchtlich verändert hat, die übrigen Farbstrahlen der Reihe nach dieselbe Stelle passiren, so dass sich die Veränderung im Spectrum von violett gegen roth fortpflanzt. Man sieht leicht, wie das Umgekehrte stattfinden muss, wenn der Stern im Westen steht. Man übersieht auch leicht, welchen Einfluss auf dieses Phänomen der Parallelkreis des Beobachters, die Höhe des Sterns etc. haben.

Es ist eine Erscheinung, welche mehreren Forschern, und auch Respighi aufgefallen ist, dass die scintillatorischen Fluctuationen in der Nähe des Horizontes weit langsamer vor sich zu gehen scheinen, als in der Nähe des Zeniths. Respighi hat diese Thatsache in der

Weise zu erklären versucht, dass er sie auf die grosse Ausbreitung der verschiedenfarbigen Bündel *Frv*, Fig. 12, in der Nähe des Horizontes zurückführte. Infolge der Achsendrehung der Erde wird eine scintillatorisch einwirkende Stelle der Atmosphäre in der Nähe des Horizontes in verhältnissmässig langer Zeit der Reihe nach von den einzelnen componirenden Strahlenbündeln xy geschnitten, während dies in der Nähe des Zeniths, wo xy weit kürzer ist, sehr rasch, nahezu für alle Farben gleichzeitig erfolgt, so dass die Erschütterungen sehr rasch durch das Spectrum laufen.

Es ist dies gewiss richtig, doch dürfte auch der Einfluss des Windes, der horizontalen Bewegung der Luftmassen nicht zu übersehen sein. Wirkt z. B. eine Stelle der Atmosphäre ähnlich einer Zerstreuungslinse und vermindert hierdurch die Helligkeit des durch diese Stelle gesehenen Bildes des Sternes, so wird diese so wirkende Stelle der Atmosphäre bei horizontaler Bewegung der Luftmassen ein Strahlenbündel, welches in die Oeffnung eines vertical aufwärts gerichteten Fernrohres tritt, normal, längs mn, Fig. 12, also rasch durchsetzen, hingegen bei nahezu horizontaler Stellung des Fernrohres, wo überdies noch die Dispersion hinzutritt, im allgemeinen beträchtlich schief längs $m'n'$ und folglich weit langsamer.

Ich habe überdies die Bewegungsrichtung der scintillatorischen Fluctuationen noch in der folgenden Weise beobachtet.

Richtet man ein nicht zu grosses Fernrohr nach dem Sonnenrande, so wird man denselben fast stets in wellenförmiger Bewegung finden. Auch wird man bald erkennen, dass die Bewegung in einer bestimmten Richtung erfolgt. Ist, Fig. 13, S die Sonnenscheibe, so wird man stets zwei diametral einander gegenüberliegende Punkte a, b finden, an welchen keine Bewegungsrichtung zu erkennen ist, und zwei um 90° abweichende Punkte, c, d, an welchen die Richtung der Bewegung am deutlichsten zu erkennen ist. Man wird ferner finden, dass die Bewegungen bei c und d in derselben Richtung vor sich gehen. Diese Richtung ist bei starkem Winde die Windrichtung W. Bei schwachem Winde muss auch die scheinbare Bewegung der Sonne in Rechnung gezogen werden; durch diese wird eine verhältnismässig langsame Wellenbewegung in einer Richtung hervorgerufen, welche der Richtung der Bewegung der Sonnenscheibe entgegengesetzt ist.

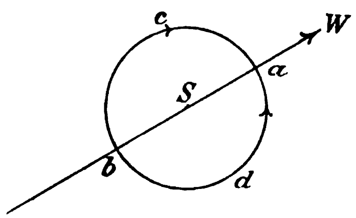


Fig. 13.

Componirt man also diese beiden Bewegungen, so kann man aus dem Anblicke der Sonne und der Lage des Durchmessers ab die

Windrichtung bestimmen. Hierbei ist allerdings zu beachten, dass sowohl die unteren als die oberen Luftströmungen in Bezug auf die Richtung der Wellenbewegung wirksam sind, doch nur die unteren in Bezug auf die Stellung der Windfahne. Mehrere von mir angestellte Beobachtungen bestimmen mich im Gegensatze zu Liandier und anderen dafür zu halten, dass die Richtung der scintillatorischen Bewegungen mehr durch die unteren Schichten der Atmosphäre bestimmt wird. Meine Beobachtungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Windrichtung in Wien bestimmt aus:

	der Wellenbewegung des Sonnenrandes	der Stellung der Windfahne
31. März 1886	SO	S
23. April	S	SSO
3. „	SO	SO
25. „	SSO	SO
26. „	SSO	SSO
8. Mai	SO	W
10. „	NW oder O	O
14. „	SSO	S
19. „	(Mond) S	S
26. „	SO	SO
11. Juni	NO	NO
23. „	W	W
24. „	NW	W

Ich habe bemerkt, dass jene Bewegung des Sonnenrandes, welche durch die Eigenbewegung der Sonne hervorgebracht wird, durch einen sehr schwachen entgegengesetzt wirkenden Wind der Richtung nach aufgehoben wird. Es ist also im allgemeinen die Wirkung des Windes eine weit beträchtlichere als die der Eigenbewegung des Gestirns.

Respighi war der Meinung, dass die Ablenkungen der Strahlen durch Brechung in sehr entfernten Schichten der Atmosphäre vor sich gehen. Hiergegen sprechen sehr deutlich meine Bestimmungen am Mondrande, welche fast stets eine Uebereinstimmung der scintillatorischen Bewegung mit der Windfahne ergaben, sowie meine Beobachtungen über terrestrische Scintillation bei sehr kurzen Distanzen.

Wenn ferner Respighi der Meinung ist, dass in Rücksicht auf die Richtung der Scintillationsbewegung der Wind von weit geringerem Einflusse sei als die scheinbare Bewegung der Sterne, so widersprechen dem ebenfalls meine Beobachtungen am Sonnenrande, aus welchen sich deutlich ergeben hat, dass die Wirkung der Eigenbewegung des Gestirns durch eine entgegengesetzte Wirkung eines sehr schwachen Windes schon aufgehoben wird.

45. Weber[1]) hat Beobachtungen über die Scintillation der Sterne gemacht, durch welche frühere Beobachtungen bestätigt wurden, wie, dass rothe Sterne schwächer scintilliren, dass gleichzeitig verschiedene Theile des Himmels verschieden scintilliren, dass die Scintillation bei Frost stärker ist. Er verlegte, ohne einen Grund hierfür anzugeben, die Scintillation in die höchsten Schichten der Atmosphäre; doch sprechen die terrestrische Scintillation und meine Beobachtungen am Monde im Gegentheile mit Entschiedenheit dafür, dass die Scintillation vorwiegend in den unteren Schichten der Atmosphäre entsteht. Er fand in der Scintillation den ersten und allgemeinsten Ausdruck einer erhöhten Thätigkeit elektromagnetischer Strömungen, ohne diese Bemerkung weiter auszuführen oder zu begründen.

46. Chevreul[2]) beschreibt Beobachtungen, welche nichts Neues enthalten.

47. Jamin[3]) war der erste, welcher einen Versuch machte, das Arago'sche Phänomen, d. i. die Erscheinungen in Arago's Scintillometer zu erklären und hierdurch die Vorstellungen über die Art der unregelmässigen Brechungen der Strahlen in der Atmosphäre nicht unwesentlich verbesserte. Er fand nämlich, dass, um die durch die Scintillation verursachten continuirlichen Veränderungen des Beugungsbildes in Arago's Scintillometer zu erklären, es nothwendig und hinreichend ist, anzunehmen, dass die einfallenden Lichtwellenflächen beständig ihre Gestalt ändern. Indem aber Jamin die Erscheinungen in Arago's Scintillometer, welche schon Babinet[4]) als Beugungserscheinungen erkannt hatte, als Interferenzerscheinungen auffasste, wurde er verhindert, zu weiteren Resultaten zu gelangen.

48. Forel[5]) machte, wie andere vor ihm, die Beobachtung, dass entfernte terrestrische Lichtquellen, wie Gasflammen, scintilliren können, und fand, was ebenfalls schon bekannt war, dass heftige Winde den Grad der Scintillation herabsetzen können. Schon Montigny hatte die letztere Thatsache damit erklärt, dass Perturbationen der Atmosphäre eine gewisse Gleichmässigkeit der Luft durch bessere Vermischung der kalten und warmen Luftmassen hervorbringen können.

---

1) Astron. Wochenschr. 1877—1880.
2) C. R., LXVII.
3) C. R., LXVII, 938.
4) C. R., XXXIII. — Pogg. Ann., LXXXV.
5) Arch. des Sc. Phys. et Natur., (3), II, 1879.

49. Exner[1]). Was ich namentlich für mich in Anspruch nehme, ist, dass ich die Deformationen der Lichtwellenflächen nach ihrem Durchgange durch die Atmosphäre vermessen und gezeigt habe, wie aus den erhaltenen Resultaten sämmtliche bekannte Erscheinungen der Scintillation sich quantitativ und qualitativ mit Nothwendigkeit ergeben.

H. Nachahmung der Erscheinungen der Scintillation.

Da die Erscheinungen der Scintillation durch die unregelmässigen Brechungen in der Atmosphäre, oder durch das Zusammenwirken dieser mit der regelmässigen atmosphärischen Strahlendispersion entsteht, lassen sich die Erscheinungen der Scintillation auch mittels einer Fensterglastafel und eines Prisma nachahmen.

1. Man betrachte durch ein gewöhnliches Glasfenster die geradlinig begrenzte Firste des Daches eines Gebäudes, einen Blitzableiter, oder sonst einen geradlinig begrenzten Gegenstand, welcher sich vom Hintergrunde gut abhebt. Man wird den Gegenstand nicht geradlinig sondern wellenförmig begrenzt finden. Bewegt man das Auge parallel der betrachteten Linie, so laufen die Wellen längs dieser hin. Man hat hier die wellenförmige Bewegung der Umrisse entfernter Gegenstände: die unregelmässigen Brechungen der Strahlen in der Luft sind hier ersetzt durch jene in der Glastafel, die Bewegung des Windes durch die relative Bewegung der Glastafel gegen die Sehlinie.

2. Man concentrire die vom Heliostaten kommenden Sonnenstrahlen mittels einer Linse in einem Punkte und lasse den von diesem Punkte kommenden Strahlenkegel in einer Entfernung von einigen Metern durch eine Fensterglastafel treten. Die Wirkung der letzteren kann vergrössert werden durch Neigung derselben oder Hinzufügung weiterer Glastafeln. Fängt man die von der Glastafel kommenden Strahlen mittels eines Schirms auf, so wird man denselben bei geringer Entfernung von der Glastafel gleichmässig erhellt finden. Entfernt man aber den Schirm um mehrere Meter, so erscheint derselbe völlig ungleichmässig beleuchtet, sehr helle und fast völlig dunkle Flecken liegen nebeneinander. Dies ist eine Folge der unregelmässigen Linsenwirkungen der Glastafel. Bewegt man die Glastafel in der eigenen Ebene, so wandern die Flecken über den Schirm hin, man hat das Phänomen der fliegenden Schatten.

3. Bringt man bei dem letzten Versuche das Auge an den Ort eines hellen Fleckens, so sieht man den Lichtpunkt sehr hell, wenn an die Stelle eines dunkeln Fleckens, wenig hell. Lässt man das Auge

1) Sitzungsber. d. k. Akad. d. Wissensch. in Wien, II. Abth., 1881.

in fixer Lage und verschiebt gleichzeitig die Glastafel in der eigenen Ebene, so sieht man den Lichtpunkt seine Helligkeit beständig verändern, er scintillirt.

4. Versieht man bei Versuch 3 das Auge mit einem Fernrohre von grosser Oeffnung und schiebt das Ocular ein, so wird man das Marius'sche Phänomen wahrnehmen. Versetzt man hingegen das Fernrohr in eine zitternde Bewegung, so erhält man das Nicholson'sche Phänomen.

5. Die Wirkung einer Fensterglastafel ist zu beträchtlich, um das Arago'sche Phänomen hervorzubringen. Verschiebt man aber ein Stück Spiegelglas vor der Oeffnung eines nach einem nicht scintillirenden Lichtpunkte gerichteten Arago'schen Scintillometers, so wird man die charakteristischen, von Arago beschriebenen Erscheinungen wahrnehmen.

6. Um auch die mit der Scintillation der Sterne bei niedrigem Stande der letzteren auftretenden Farbenerscheinung wahrzunehmen, muss man die regelmässige Dispersion der Atmosphäre durch die Wirkung eines Prisma ersetzen. Dies führt auf eine Versuchsanordnung, welche jener des oben beschriebenen Amici'schen Versuches analog ist. Man lasse im verfinsterten Saale die vom Heliostatenspiegel kommenden Sonnenstrahlen durch eine Linse von ungefähr 1 cm Brennweite treten, in einer Entfernung von ungefähr 2 dm auf ein 60grädiges Flintglasprisma fallen, die aus letzterem tretenden Strahlen durch eine Fensterglastafel gehen und beobachte in einer weiteren Entfernung von ungefähr 6 m den durch die Linse hervorgebrachten Lichtpunkt während man die Glastafel in ihrer eigenen Ebene verschiebt. Die Wirkung der letzteren kann nach Umständen vermehrt werden, entweder durch Neigung gegen die Strahlen oder durch Hinzufügung einer oder mehrerer weiterer Glastafeln; auch kann man statt der Glastafel das Auge verschieben. Man wird so die Farbenerscheinungen, welche scintillirende Fixsterne bei niedrigem Stande zeigen, in aller Schönheit wahrnehmen. Der Lichtpunkt, welcher einen künstlichen Stern abgibt, erglänzt der Reihe nach unregelmässig in verschiedenen Farben und Helligkeiten. Ist man mit einem Augenglase versehen und versetzt dieses in eine schwingende Bewegung von geringer Amplitude, so sieht man das in eine Lichtlinie verwandelte Bild des leuchtenden Punktes in seinen verschiedenen Theilen verschieden gefärbt, entsprechend der Erscheinung in Montigny's Scintillometer; bringt man ferner eine starke Sammellinse vor das Auge, so dass das Bild des leuchtenden Punktes sich zu einer kreisförmigen Scheibe erweitert, so zeigt sich in der letzteren das charakteristische Farbenspiel, welches Simon Marius an den scintillirenden Fixsternen zuerst beobachtet hat.

Ueber die Bahn eines freien Theilchens auf einer sich gleichmässig drehenden Scheibe.

Von

Friedrich Roth.

(Fortsetzung.)

III.

Bestimmung der relativen Bahnen, wenn Kräfte vorhanden sind, welche der Scheibe entlang wirken.

A.

Die gegebene Kraft sei der Stärke nach unveränderlich und wirke in Beziehung zu der sich drehenden Scheibe immer nach derselben Richtung. Der Reibungswiderstand fehle.

Behalten wir die im vorigen Abschnitte gebrauchten Coordinaten auch für die weiteren Theile dieser Arbeit bei, so steht uns, weil der Coordinatenpol im Drehungsmittelpunkte liegt, nichts im Wege, die x Axe in die Richtung der treibenden Kraft zu legen. Ist die Beschleunigung dieser Kraft f, so haben wir nur in den Gl. 8 und 9 auf S. 5 zu setzen

$$P \cos (P, x) = f; \; P \cos (P, y) = o,$$

wodurch wir die Grundgleichungen erhalten

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = 2w \frac{dy}{dt} + w^2 x + f, \tag{23}$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -2w \frac{dx}{dt} + w^2 y. \tag{24}$$

Bei Gebrauch unserer früheren Abkürzungen für die Ableitungen nach t folgt daraus durch einmalige Differentiation:

$$\frac{d^2 x'}{dt^2} = 2w \frac{dy'}{dt} + w^2 x', \tag{25}$$

$$\frac{d^2 y'}{dt^2} = -2w \frac{dx'}{dt} + w^2 y'. \tag{26}$$

Fasst man x' und y' als geradlinige Coordinaten auf, so stellen diese Formeln die dynamischen Gleichungen vor, deren Auflösung auf die im I. Abschnitte dieser Abhandlung besprochene einfache Trägheitsbahn führt Wir können somit die Evolvente als Differentialcurve ansehen und dadurch den ersten Theil der Integration ersparen. Jedoch scheint es mir nicht folgerichtig, den einmal begonnenen analytischen Gang aufzugeben. Deshalb werde ich in dem Nachfolgenden die Integration der Grundgleichungen streng durchführen. Für diejenigen Leser, die vielleicht meinem im XVI. Bande der Zeitschr. der österr. Ges. für Meteorologie veröffentlichten „Beitrag zur Sprung'schen Trägheitscurve" Beachtung geschenkt haben, biete ich damit zugleich die nothwendige Ergänzung zu der dort nur angedeuteten mathematischen Entwicklung.

Für den ersten Theil der Auflösung der letzten Differentialgleichungen stehen uns zwei Wege frei. Das eine mehr schulgerechte Verfahren fordert zunächst die Umgestaltung dieser Gleichungen in die allgemeine Form $F(x, t) = o$, $F(y, t) = o$.

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^4 x'}{dt^4} + 2w^2 \cdot \frac{d^2 x'}{dt^2} + w^4 \cdot x' = o, \\ \frac{d^4 y'}{dt^4} + 2w^2 \cdot \frac{d^2 y'}{dt^2} + w^4 \cdot y' = o. \end{aligned}\right\} \quad (27$$

Nach der im II. Abschn. angezogenen Stelle in Schlömilch's Compendium der höheren Analysis hätten wir jetzt die einfache biquadratische Gleichung zu lösen:

$$\lambda^4 + 2w^2\lambda^2 + w^4 = o,$$

deren Wurzeln sind

$$\lambda_1 = \lambda_2 = + w\sqrt{-1}, \quad \lambda_3 = \lambda_4 = - w\sqrt{-1}.$$

Da je zwei Wurzeln einander gleich sind, so erhalten wir

$$x' = C^{\lambda_1 t}(C^{\text{I}} + C^{\text{II}} t) + C^{\lambda_3 t}(C^{\text{III}} + C^{\text{IV}} t),$$

und nach Einführung der Werthe von λ_1 und λ_3, nach Umwandlung der Potenzen mit imaginären Exponenten in trigonometrische Functionen, entsprechender Vereinfachung der unveränderlichen Grössen und durch Benutzung der Beziehungen zwischen x' und y', wie sie Gl. 25 und 26 bieten, bekommen wir

$$\left.\begin{aligned} x' &= C_1 \cos wt + C_2 \sin wt + t\,(C_3 \cos wt + C_4 \sin wt), \\ y' &= C_2 \cos wt - C_1 \sin wt + t\,(C_4 \cos wt - C_3 \sin wt). \end{aligned}\right\} \quad (28$$

Ersetzt man hier x' durch x, y' durch y, so entstehen hieraus die an der bezeichneten Stelle der österr. meteorologischen Zeitschrift unter 4a aufgeführten Gleichungen, von denen wir wissen, dass sie die gemeine, verkürzte oder verlängerte Kreisevolvente bestimmen.

Der soeben eingeschlagene Weg hat den einen Mangel, dass man an einer Stelle die strenge mathematische Entwicklung verlässt und, genau genommen, nur probirt. Deshalb habe ich versucht, eine zweite, ganz strenge Auflösung der gegebenen Differentialgleichungen aufzufinden, die ich im Nachfolgenden mittheile. Da sie zu demselben Ergebnisse führt, wie die erste Ableitung, so liegt darin eine Bestätigung für deren Richtigkeit. Dies ist deshalb von Wichtigkeit, weil man in vielen Fällen bei ähnlichen Aufgaben über relative Bewegung (wie z. B. im Abschnitte II) auf die Integration durch Versuche allein angewiesen ist.

Die Elimination der Glieder mit w^2 aus Gl. 25 und 26 gibt uns:

$$y'\frac{d^2x'}{dt^2}-x'\frac{d^2y'}{dt}=2wy'\frac{dy'}{dt}+2wx'\frac{dx'}{dt}.$$

Dies würde aber, wenn ε den Winkel zwischen der Richtung der Bahn und der x'' Axe, v die relative Geschwindigkeit bedeutet, sich ausdrücken lassen durch

$$\text{A)}\qquad -\frac{d\,(v^2\cdot\varepsilon')}{dt}=w\cdot\frac{d\,(v^2)}{dt}.$$

Wir bleiben jedoch bei dem Begriffe der Differentialcurve, als deren rechtwinkelige Coordinaten x' und y' aufzufassen sind, stehen und bezeichnen, um die Anwendung auf die im Abschnitte I behandelte einfache Bahn nicht zu verlieren,

$$\sqrt{x'^2+y'^2}\ \text{mit}\ \mathfrak{r}^2,$$
$$\sqrt{\left(\frac{dx'}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy'}{dt}\right)^2}\ \text{mit}\ \mathfrak{v}^2.$$

Dann folgt durch Integration der Gl. A

$$\text{B)}\qquad \mathfrak{r}^2\cdot\frac{d\varepsilon}{dt}=-w\cdot\mathfrak{r}^2+C_5,$$
$$\frac{d\varepsilon}{dt}=\frac{C_5}{\mathfrak{r}^2}-w,$$
$$\mathfrak{v}^2=(\mathfrak{r}'^2+\mathfrak{r}^2\varepsilon'^2=)\,\mathfrak{r}'^2+C_5^2\,\mathfrak{r}^{-2}-2w\,C_5+\mathfrak{r}^2w^2,$$

wobei man nicht zu vergessen hat, dass ε in der Differentialcurve die Neigung des Fahrstrahles gegen eine feste Anfangsrichtung vorstellt, also dem ϑ meiner oben erwähnten ersten Schrift über diesen Gegenstand entspricht.

Multiplicirt man Gl. 25 mit x'', Gl. 26 mit y'' und zählt zusammen, so kommt:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{d\,(\mathfrak{v}^2)}{dt}=\frac{w^2}{2}\cdot\frac{d\,(\mathfrak{r}^2)}{dt}$$

und daraus durch Integration

$$\text{C)}\qquad \mathfrak{v}^2=w^2\cdot\mathfrak{r}^2+C_6.$$

Bei Gleichsetzung beider Werthe für $\mathfrak{v}^2$ hebt sich $w^2 \cdot \mathfrak{r}^2$, und man erhält

$$\mathfrak{r}'^2 = C_6 + 2 w C_5 - C_5^2 \cdot \mathfrak{r}^{-2},$$

oder, wenn man die Summe der beiden constanten Glieder mit C_7 bezeichnet,

$$\left(\frac{d\mathfrak{r}}{dt}\right)^2 = \frac{C_7 \cdot \mathfrak{r}^2 - C_5^2}{\mathfrak{r}^2},$$

$$dt = \frac{\mathfrak{r} \cdot d\mathfrak{r}}{\sqrt{C_7 \mathfrak{r}^2 - C_5^2}} = \frac{1}{\sqrt{C_7}} \cdot \frac{\mathfrak{r} \cdot d\mathfrak{r}}{\sqrt{\mathfrak{r}^2 - (C_5^2 : C_7)}},$$

$$\sqrt{C_7} \cdot t + C_8 = \sqrt{\mathfrak{r}^2 - (C_5^2 : C_7)},$$

wobei

$$C_8 = \sqrt{\mathfrak{r}_0^2 - (C_5^2 : C_7)}.$$

Durch Quadrirung folgt:

D) $$\mathfrak{r}^2 = (C_8 + \sqrt{C_7} \cdot t)^2 + \frac{C_5^2}{C_7}.$$

Schreiben wir unter Einführung der neuen Unveränderlichen g, h und k abgekürzt:

$$\mathfrak{r}^2 = g^2 + (k + h t)^2,$$

so ist leicht einzusehen, dass man aus der oben unmittelbar hinter B stehenden Gleichung erhält

$$\varepsilon = C_5 \int \frac{dt}{g^2 + (k + h t)^2} - \int w \, dt.$$

Die erste Hälfte dieses Integrals wird, wenn man T für $k + ht$ setzt, zu

$$\frac{C_5}{h} \int \frac{dT}{g^2 + T^2},$$

eine Form, für welche man die Lösung in Schlömilch's Compendium der höheren Analysis I, § 65 angegeben findet. Mit Hilfe derselben ergibt sich:

$$\varepsilon = \frac{C_5}{gh} \operatorname{arctg} \frac{T}{g} - wt + C_9.$$

Wir hatten geschrieben g für $\overline{C_5 : \sqrt{C_7}}$, h für $\sqrt{C_7}$, also ist $gh = C_5$ und

E) $$\varepsilon = \operatorname{arctg} \frac{k + ht}{g} - wt + C_9.$$

Aus Gl. D erkennt man, dass $\mathfrak{r}$ die Hypotenuse eines rechtwinkeligen Dreiecks vorstellt, in welchem die eine Kathete g, die andere

$k + ht$ ist. In dem einen Endpunkte derselben befindet sich der beschreibende Punkt. Der erste Summand auf der rechten Seite von Gl. E ist der eine am Drehungspole liegende spitze Winkel des Dreiecks. Nennen wir diesen Winkel E, so wird nach dieser Gleichung ε zu $E - wt + \varepsilon_0 - E_0$. Da nun der um eine Constante verringerte Winkel ε um wt kleiner ist als E, so dreht sich das ganze rechtwinklige Dreieck mit der Winkelgeschwindigkeit w um den Coordinatenanfang gleichmässig rechts herum. Wir haben demnach ganz dieselben Verhältnisse wie bei der im I. Abschnitte behandelten einfachen Trägheitscurve; auch die eben versuchte strenge Ableitung führt uns also zu dem Schlusse, dass die Differentialcurve eine der Arten der Kreisevolvente ist.

Um jedoch unsere Ergebnisse mit den auf andere Weise erhaltenen Gleichungen 28 zusammenstellen zu können, gehen wir über zu den rechtwinkeligen Coordinaten

$$x' = \mathfrak{r} \cdot \cos \varepsilon, \; y' = \mathfrak{r} \cdot \sin \varepsilon.$$

Bei der Ausrechnung von $\cos \varepsilon$ und $\sin \varepsilon$ benutzen wir die bekannten Formeln für $\cos(a + b + c)$ und $\sin(a + b + c)$, wobei wir zu setzen haben (nach Gl. E)

$$a = E = \operatorname{arctg} \cdot \frac{ht + k}{g}, \; b = -wt, \; c = \varepsilon_0 - E_0,$$

$$\cos a = \frac{g}{\mathfrak{r}}, \; \sin a = \frac{ht + k}{\mathfrak{r}}.$$

Bei Einsetzung dieser Werthe hebt sich in allen Gliedern $\mathfrak{r}$, und man bekommt unter Beibehaltung des Zeichens c für $\varepsilon_0 - E_0$

$$x' = (g \cos c - k \sin c) \cos wt + (g \sin c + k \cos c) \sin wt + \\ + ht (\cos c \sin wt - \sin c \cos wt),$$

$$y' = (g \sin c + k \cos c) \cos wt + (k \sin c - g \cos c) \sin wt + \\ + ht (\cos c \cos wt + \sin c \sin wt).$$

Nach dem vorhin Gesagten stellt h die Geschwindigkeit vor, mit welcher der die Differentialcurve erzeugende Punkt längs der dem Pole gegenüberliegenden Kathete des in Frage kommenden rechtwinkeligen Dreiecks gleitet, und es ist

$$g = \mathfrak{r}_0 \cos E_0, \; k = \mathfrak{r}_0 \sin E_0.$$

Wendet man dies auf die letzten Gleichungen an, so hebt sich bei der Zusammenziehung der trigonometrischen Functionen in den beiden ersten Summanden bei Einsetzung des Werthes von c E_0 weg, so dass man erhält:

$$x' = \mathfrak{r}_0 \cos \varepsilon_0 \cdot \cos wt + \mathfrak{r}_0 \sin \varepsilon_0 \sin wt + ht [- \sin(\varepsilon_0 - E_0) \cos wt + \\ + \cos(\varepsilon_0 - E_0) \sin wt],$$

$$y' = \mathfrak{r}_0 \sin \varepsilon_0 \cdot \cos wt - \mathfrak{r}_0 \cos \varepsilon_0 \sin wt + ht\, [\cos (\varepsilon_0 - E_0) \cos wt + \\ + \sin (\varepsilon_0 - E_0) \sin wt],$$

Formeln, die mit Gl. 28 vollständig übereinstimmen, nur dass dort steht

$$C_1 \text{ für } \mathfrak{r}_0 \cos \varepsilon_0, \qquad C_2 \text{ für } \mathfrak{r}_0 \sin \varepsilon_0,$$
$$C_3 \text{ für } -h \sin (\varepsilon_0 - E_0), \quad C_4 \text{ für } h \cos (\varepsilon_0 - E_0).$$

Zum Schlusse können wir folgendermaassen zusammenziehen:

$$x' = \mathfrak{r}_0 \cos (\varepsilon_0 - wt) - ht \cdot \sin (\varepsilon_0 - E_0 - wt), \tag{29}$$
$$y' = \mathfrak{r}_0 \sin (\varepsilon_0 - wt) + ht \cos (\varepsilon_0 - E_0 - wt). \tag{30}$$

Um nun die Gleichungen der in dieser Aufgabe gesuchten Bahn (für die eigentlichen Coordinaten x und y) zu finden, müssen wir nochmals nach t integriren. Die beiden ersten Summanden der Gl. 29 und 30 geben unmittelbar

$$\text{bei } x'\text{:} \quad -\frac{\mathfrak{r}_0}{w} \sin (\varepsilon_0 - wt),$$

$$\text{bei } y'\text{:} \quad +\frac{\mathfrak{r}_0}{w} \cos (\varepsilon_0 - wt).$$

Zur Integration der zweiten t als Factor enthaltenden Glieder hilft uns folgender Gedankengang:

Bedeuten p und q allgemeine unveränderliche Grössen, x die willkürlich Veränderliche, so ist

$$x \cdot F(px + q) = \int x F'(px + q)\, dx + \int F(px + q)\, dx \cdot$$
$$\int x \cdot F'(px + q)\, dx = x \cdot F(px + q) - \int F(px + q)\, dx.$$

Dies auf die Integration von Gl. 29 und 30 angewandt, gibt

$$x = -\frac{\mathfrak{r}_0}{w} \sin (\varepsilon_0 - wt) - \frac{h}{w^2} \sin (c - wt) - \frac{ht}{w} \cos (c - wt) + \text{Const.}$$

$$y = \frac{\mathfrak{r}_0}{w} \cos (\varepsilon_0 - wt) + \frac{h}{w^2} \cos (c - wt) - \frac{ht}{w} \sin (c - wt) + \text{Const.}$$

Diese Gleichungen lassen sich nach Auflösung der trigonometrischen Functionen, durch Zusammenfassen der von t unabhängigen Grössen in den neuen Constanten C_5, C_6 u. s. f. auf die Form bringen:

$$\left.\begin{aligned} x &= C_5 \cos wt + C_6 \sin wt + t\,(C_7 \cos wt + C_8 \sin wt) + C_9\,. \\ y &= C_6 \cos wt - C_5 \sin wt + t\,(C_8 \cos wt - C_7 \sin wt) + C_{10}\,. \end{aligned}\right\} \tag{31}$$

Nehmen wir die hier am Ende stehenden Constanten C_9 und C_{10} hinweg, so haben wir bis auf den verschiedenen Werth der unveränderlichen Coefficienten ganz dieselben Formeln wie in Gl. 28. Da nun ferner die Differentiation der trigonometrischen Functionen keine einzeln stehende Unveränderliche erzeugen kann, so muss, wenn der Gl. 23 genügt werden soll, aus $w^2 x$ ein $-f$ kommen, C_9 also gleich $-\overline{f : w^2}$

sein; dagegen muss C_{10}, weil Gl. 24 keine einzeln stehende Constante enthält, null werden. Setzen wir nun, ähnlich, wie ich in meiner ersten Schrift über diesen Gegenstand gethan,

$$C_5 = M \cos \lambda,\ C_6 = M \sin \lambda,\ -\frac{h}{w} = N,\ \varepsilon_0 - E_0 = \mu,$$

so würden wir erhalten

$$x = M \cos(\lambda - wt) + t \cdot N \cos(\mu - wt) - \frac{f}{w^2}, \tag{32}$$

$$y = M \sin(\lambda - wt) + t \cdot N \sin(\mu - wt). \tag{33}$$

Nehmen wir jetzt $x_1 = x + \frac{f}{w^2}$, so sprechen wir damit aus, dass der Anfangspunkt der x_1 auf der negativen Seite der x Axe, in der Entfernung $f : w^2$ vom Drehungspole liegen soll. Der Ausdruck für x_1 unterscheidet sich dann nur dadurch von Gl. 32, dass $-f : w^2$ auf der rechten Seite fehlt.

Führen wir ferner Polarcoordinaten ein, so dass

$$x_1 = r \cos \vartheta,\ y = r \sin \vartheta,$$

so ergibt die Quadrirung der Gl. 33 und der veränderten Gl. 32:

$$r^2 = M^2 + 2\, MN \cdot t \cos(\lambda - \mu) + N^2 t^2.$$

Durch Zerlegung von M^2 in $M^2 \sin^2(\lambda - \mu)$ und $M^2 \cos^2(\lambda - \mu)$ verwandelt sich dies in

$$r^2 = M^2 \sin^2(\lambda - \mu) + [M \cos(\lambda - \mu) + Nt]^2. \tag{34}$$

Diese Formel stimmt vollständig überein mit Gl. 5 in meinem „Beitrag zur Sprung'schen Trägheitscurve". Ich muss fürchten, die Leser zu ermüden, wenn ich mich jetzt über die Natur der gefundenen Bahn, wie sie sich nach Verlegung des Coordinatenpoles nach dem Ursprung der x_1 darstellt, noch weiter auslassen wollte. Schon eine oberflächliche Vergleichung der betreffenden Formeln zeigt uns, dass die fragliche krumme Linie ausser in den Zahlenwerthen der gegebenen Constanten von der in Abschnitt I behandelten und in der Einleitung zu Abschnitt II nochmals besprochenen Trägheitsbahn sich in nichts unterscheidet. Ziehen wir die für diese von Reuleaux vorgeschlagenen Bezeichnungen, „gemeine, verkürzte und verlängerte Evolvente" jetzt in den Ausdruck „Evolvente" zusammen, so können wir die Lösung der vorliegenden Aufgabe so aussprechen:

Die gesuchte Bahn ist eine excentrische Kreisevolvente, bei welcher der Mittelpunkt der abzuwickelnden Rolle nicht im Drehungspole der Scheibe, sondern um $f : w^2$ gegen die Richtung der gegebenen Kraft davon entfernt liegt.

Dieses Ergebnis ist überraschend, denn man sollte meinen, dass durch das Hinzukommen einer treibenden Kraft die Bewegung eines Körpers dermaassen beeinflusst würde, dass die Natur der Bahn sich wesentlich ändere. Indessen lehren verschiedene Zeichnungen, die ich ausgeführt, dass die Einwirkung der Kraft deutlich sichtbar wird, trotzdem die Art der Curve sich nicht ändert. Entwirft man sich z. B. eine gemeine Kreisevolvente, dann eine zweite mit demselben Rückkehrpunkte, bei der aber der Mittelpunkt der abzuwickelnden (grösseren) Rolle von jenem Punkte aus rückwärts über den Mittelpunkt der ersten Rolle hinausliegt, so ist die letztere Evolvente weniger stark gekrümmt, von dem Rückkehrpunkte aus sind ihre Aeste weniger rückwärts gebogen, und sie erstrecken sich hier weiter nach vorn, d. h. nach derjenigen Seite hin, nach der in unserem Falle die gegebene Kraft wirkt.

Ausserdem ist man glücklicherweise auch jetzt in der Lage, eine Probe auf die Richtigkeit unserer Folgerungen anstellen zu können, indem man die Bewegung auf ein ruhendes Coordinatensystem bezieht. Wir hätten dann die Bahn eines freien Theilchens in einer Ebene zu suchen, das innerhalb der letzteren einer Beschleunigung (f) unterworfen ist, die der Grösse nach unveränderlich ist, deren Richtung sich aber mit der gleichbleibenden Winkelgeschwindigkeit w dreht.

Die rechtwinkeligen feststehenden Coordinaten seien ξ und η, entsprechend den x und y. Bedeutet nun α den Winkel, welchen die Richtung von f mit der ξ-Axe bildet, so haben wir die Bedingungsgleichungen:

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = f\cdot\cos(\alpha + wt); \quad \frac{d^2\eta}{dt^2} = f\cdot\sin(\alpha + wt), \tag{35}$$

woraus folgen würde

$$\frac{d\xi}{dt} = \frac{f}{w}\sin(\alpha + wt) + C_{11}, \quad \frac{d\eta}{dt} = -\frac{f}{w}\cos(\alpha + wt) + C_{13},$$

$$\left.\begin{aligned} \xi &= -\frac{f}{w^2}\cdot\cos(\alpha + wt) + C_{11}t + C_{12}, \\ \eta &= -\frac{f}{w^2}\sin(\alpha + wt) + C_{13}t + C_{14}, \end{aligned}\right\} \tag{36}$$

wobei

$$C_{11} = \frac{d\xi}{dt}_0 - \frac{f}{w}\sin\alpha, \quad C_{13} = \frac{d\eta}{dt}_0 + \frac{f}{w}\cos\alpha,$$

$$C_{12} = \xi_0 + \frac{f}{w^2}\cos\alpha, \quad C_{14} = \eta_0 + \frac{f}{w^2}\sin\alpha.$$

Führen wir diese Werthe in die Gl. 36 ein, so nehmen diese durch Anwendung bekannter trigonometrischer Beziehungen die Gestalt an:

$$\xi - \xi_0 = \frac{2f}{w^2} \sin\left(\alpha + \frac{wt}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{wt}{2}\right) + t\left(\frac{d\xi}{dt}_0 - \frac{f}{w} \sin\alpha\right), \tag{37}$$

$$\eta - \eta_0 = -\frac{2f}{w^2} \cos\left(\alpha + \frac{wt}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{wt}{2}\right) + t\left(\frac{d\eta}{dt}_0 + \frac{f}{w} \cos\alpha\right). \tag{38}$$

Man erkennt ferner, dass

$$(\xi - C_{11} t - C_{12})^2 + (\eta - C_{13} t - C_{11})^2 = \overline{f^2 : w^4} = \text{Const.}$$

Die Bahn ist folglich ein Kreis, dessen Mittelpunkt mit einer gleichmässigen Geschwindigkeit fortrückt, deren Projection auf die ξ-Axe C_{11}, auf die η-Axe C_{13} beträgt. Weiter ergibt sich, wenn wir die vom Kreismittelpunkt aus gezählten Coordinaten, wie sie die Klammern der letzten Gleichung enthalten, mit ξ_1 und η_1 bezeichnen:

$$\left(\frac{d\xi_1}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta_1}{dt}\right)^2 = f^2 : w^2,$$

d. h. die Bewegung im Kreise ist eine gleichförmige. Die absolute Bahn ist demnach eine Cykloide, welche durch eine Stelle in der Ebene eines Kreises erzeugt wird, der mit unveränderlicher Geschwindigkeit rollt.

Die Cykloide wird ein Kreis, wenn C_{11} und C_{13} verschwinden. Wenn $\frac{d\xi}{dt}_0$ und $\frac{d\eta}{dt}_0$ jedes für sich null wird, also in dem Falle anfänglicher absoluter Ruhe, ist dies nicht möglich; denn $\cos\alpha$ und $\sin\alpha$ können nicht gleichzeitig null werden. Nur wenn f auch null ist, verschwinden bei anfänglicher Ruhe C_{11} und C_{13}; die Bahn ist dann ein Punkt. Im allgemeinen wird das Verschwinden dieser Constanten durch die Gleichungen bedingt

$$\frac{d\xi}{dt}_0 = \frac{f}{w} \sin\alpha, \quad \frac{d\eta}{dt}_0 = -\frac{f}{w} \cos\alpha;$$

die wirkliche Anfangsgeschwindigkeit ist dann $\overline{f:w}$, und der Winkel φ zwischen der Richtung dieser Geschwindigkeit und der ξ-Axe ist bestimmt durch die Formel:

$$tg\,\varphi = \frac{d\eta}{dt}_0 : \frac{d\xi}{dt}_0 = -\cot\cdot\alpha,$$

d. h. die Richtung der hier zu betrachtenden Bewegung steht senkrecht zur Richtung der Kraft. Wir haben dann denselben Fall, wie bei einem an einem Faden umgeschwungenen Körper. Die gegebene Beschleunigung f wird dabei zur Centripetalkraft, der Halbmesser des Kreises ist $\overline{f : w^2}$. Das freie Theilchen bleibt, in Beziehung zu der sich drehenden Scheibe ruhend, in dieser Entfernung vom Pole.

Liegt nun aber in der Folgerung, dass die gesuchte Bahn für einen ausserhalb der Scheibe Stehenden eine Cykloide ist, wirklich eine

Bestätigung für das frühere Ergebnis, dass dieselbe relativ eine excentrische Kreisevolvente sei? Man darf sich dabei nicht durch den bekannten Satz der Technik irre leiten lassen, dass die Cykloide als die Umkehrung der Evolvente angesehen werden kann: Eine gezahnte Stange beschreibt mit jedem ihrer Punkte in Beziehung zum Rade (Kreis um N in Fig. 1) Evolventen, umgekehrt beschreiben die Stellen des Rades in Beziehung zur Stange ($ABEC$ in Fig. 1) Cykloiden; diese Art der Folgerung ist hier nicht am Platze; denn bei dem Rückschluss auf die absolute Bewegung kommen wir so immer nur zu einer geraden Linie, die offenbar jetzt nicht die absolute Bahn sein kann, weil die Richtung der gegebenen Kraft eine veränderliche ist. Wir müssen vielmehr folgenden Gedankengang einschlagen:

Wir sahen, dass die relative Bahn dadurch entsteht, dass ein Körper sich in der einen Kathete eines rechtwinkeligen Dreiecks, dessen Hypotenuse der Leitstrahl, gleichmässig fortbewegt, während die andere in dem der Drehung der Scheibe entgegengesetzten Sinne sich um den Coordinatenanfang herum bewegt, in Wirklichkeit also sich stets parallel bleibt. Dass der Ursprung der Coordinaten, für welchen dieses gilt, nicht der Drehungsmittelpunkt der Scheibe selbst ist, hat auf den Parallelismus der einen Seite keinen Einfluss, weil die Drehung, welche die Theile einer um eine rechtwinkelige Axe umschwingenden Ebene in Beziehung zu einander ausführen, immer dieselbe bleibt, der gedachte Drehungsmittelpunkt der Theile möge von dem wirklichen Pol einen Abstand haben, welchen er wolle. Da aber der Mittelpunkt der Kreisevolvente, d. i. der Coordinatenanfang der x_1 und y, weil um $\overline{f:w^2}$ vom Drehungspole entfernt, in Wirklichkeit einen Kreis mit dem Halbmesser $\overline{f:w^2}$ um den Pol beschreibt, so kann man sich die absolute Bahn so entstanden denken, dass jenes rechtwinkelige Dreieck und mit ihm die veränderliche Kathete parallel zu sich in der Weise fortrückt, dass alle seine Punkte einen gleich grossen Kreis beschreiben. Versucht man diese Bewegung wirklich darzustellen, so findet man bald, dass es ganz auf dasselbe hinauskommt, wenn man die drehende Bewegung durch den schreibenden Punkt ausführen lässt, dagegen dem ganzen Kreise, in dem diese Drehung erfolgt, diejenige fortrückende Bewegung zuertheilt, die nach der ersten Auffassungsweise das curvenerzeugende Theilchen in der dem Pole gegenüberliegenden Dreiecksseite besass. Dies gibt aber die Cykloide. Die beiden auf verschiedene Weise, einmal für relative Bewegung, das andere mal für ein ruhendes Axensystem analytisch abgeleiteten Ergebnisse decken sich also in der That vollständig, und das letztere kann daher als Bestätigung des ersteren dienen.

Buxtehude im April 1887.

Zur genaueren Bestimmung des specifischen Gewichtes.

Von

A. Handl.

Die Entwicklungen der Formel für die genaue Berechnung des specifischen Gewichtes, welche Kurz im 2. Hefte d. J. S. 69 des Repert. gegeben hat, machen auf den ersten Anblick den Eindruck, als hätten dabei mehrfache Vernachlässigungen stattgefunden, so dass die Formel nur eine Näherungsformel wäre.

Ich erlaube mir deshalb eine etwas andere Ableitungsweise jener Formel mitzutheilen, aus welcher hervorgeht, dass dieselbe in aller Strenge giltig ist.

Das Gewicht des untersuchten Körpers im luftleeren Raume sei $= x$, sein Volumen $= v$, das (gesuchte) specifische Gewicht, d. i. das Gewicht der Volumseinheit im luftleeren Raume, sei $= s$, also $x = vs$; ferner sei das specifische Gewicht der Luft $= \lambda$, das des Wassers $= \sigma = 1 - \delta$, das des Materiales der Gewichtsstücke $= z$.

Bei der Wägung des Körpers in der Luft ist nun:

$$vs - v\lambda = p' - v'\lambda = p'\left(1 - \frac{\lambda}{z}\right),$$

wenn

$$v' = \frac{p'}{z}$$

das Volumen der verwendeten Gewichtsstücke ist.

Bei der Wägung des Körpers im Wasser ist

$$vs - v\sigma = (p' - p'')\left(1 - \frac{\lambda}{z}\right),$$

da einerseits Wasser an die Stelle von Luft, andrerseits $(p' - p'')$ an die Stelle von p' getreten ist.

Zieht man die zweite Gleichung von der ersten ab, so erhält man

$$v(\sigma - \lambda) = p''\left(1 - \frac{\lambda}{z}\right),$$

und dividirt man nun die erste Gleichung durch die dritte, so findet man:

$$\frac{s-\lambda}{\sigma-\lambda}=\frac{p'}{p''},$$

also

$$s=\frac{p'}{p''}(\sigma-\lambda)+\lambda,$$

oder auch

$$s=\frac{p'}{p''}\left(1-\delta-\lambda\frac{p'-p''}{p'}\right),$$

wie Kurz schreibt. Die Formel enthält also in der einen wie in der anderen Gestalt keinerlei Vernachlässigung.

Bei dieser Gelegenheit will ich auch auf die von Kurz citirte Notiz von Mach (Repert. 7, 377) zurückgehen.

Der Auftrieb, welchen ein Körper im Wasser erleidet, ist gewiss unabhängig von der Beschaffenheit des Mittels, in welchem sich das Wasser befindet, und gewiss gleich dem Gewichte der verdrängten Wassermenge, $v\sigma$. Vergleicht man das Gewicht eines Körpers im leeren Raume mit seinem Gewichte unter Wasser, so ist das Gewicht der verdrängten Wassermenge gleich dem Gewichtsverluste des Körpers bei dem Uebergange aus dem leeren Raume in das Wasser.

Vergleicht man aber das Gewicht eines Körpers in der Luft ($p'=vs-v\lambda$) mit seinem Gewichte unter Wasser, ($p'-p''=vs-v\sigma$) so ist das Gewicht der verdrängten Wassermenge, aus welchem das Volumen des Körpers gerechnet werden soll, nicht mehr gleich dem Gewichtsverluste (p'') beim Uebergange des Körpers aus der Luft in das Wasser, sondern um $v\lambda$ grösser; denn der Körper erleidet nicht nur einen Gewichtsverlust infolge des Eintauchens in das Wasser, sondern auch einen Gewichtszuwachs infolge seiner Entfernung aus der Luft. Praktisch kommt dies auf dasselbe heraus, als wenn der Gewichtsverlust, der ja das allein messbare ist, dem Gewichte der verdrängten Wassermenge gleichgesetzt, und dieses für die weitere Rechnung noch um $v\lambda$ vermehrt, d. h. „auf den leeren Raum reducirt wird". Wir haben es also mit einer Rechnungsregel zu thun, welche in unrichtiger Form die richtige Operation vorschreibt. So ist es wenigstens, wenn alle einzelnen Wägungen bei dem gleichen Zustande der Luft, also gleichen Werthen von λ ausgeführt werden.

Will man aber so genau vorgehen, dass man bei den einzelnen Operationen auf die Verschiedenheit der Werthe von λ Rücksicht nimmt, so hat man folgendes zu beachten:

a) Ein fester Körper zeigt in der Luft vom Zustande λ' das Gewicht p', im Wasser, gleichgiltig bei welchem Zustande der Luft, das

Gewicht $p' - p''$; dann ist das specifische Gewicht des Körpers im luftleeren Raume

$$s = \frac{p'}{p''}(\sigma - \lambda') + \lambda'.$$

Es ist nämlich in erster Annäherung: Gewicht des verdrängten Wassers

$$v\sigma = p'', \; v = \frac{p''}{\sigma},$$

und s', das specifische Gewicht in der Luft (vom Zustande λ')

$$s' = \frac{p'}{v} = \frac{p'}{p''}\sigma.$$

In zweiter Annäherung wird, der in Rede stehenden Regel nach, der Gewichtsverlust p'' auf den leeren Raum reducirt, und dann erst dem Wassergewichte gleichgesetzt, also

$$v\sigma = p'' + v\lambda',$$

woraus

$$s' = \frac{p'}{p''}(\sigma - \lambda')$$

folgt. Das specifische Gewicht im leeren Raume ist dann

$$s = s' + \lambda'.$$

Diese angebliche Reduction auf den leeren Raum soll aber nicht mit demjenigen Gewichte der Luft vorgenommen werden, welches während der Beobachtung des Gewichtsverlustes vorhanden war, sondern mit demjenigen, welches bei der Bestimmung von p' beobachtet wurde.

Dieser Umstand bildet das Missliche an der berührten Regel, dass sie nämlich gerade dann nicht richtig ist, wenn man die grösste Genauigkeit anstrebt.

b) Dasselbe gilt, wie man sich leicht überzeugen kann, wenn die specifischen Gewichte zweier Flüssigkeiten, (s und σ) durch Beobachtung der Gewichtsverluste (P'' und p'') eines Tarirkörpers ermittelt werden sollen. Hat man diesen Körper in Luft vom specifischen Gewichte λ_0 gewogen, und beobachtet dann später in den betreffenden Flüssigkeiten die Gewichtsverluste P'' und p'' bei was immer für Luftzuständen, so ist stets

$$s = \frac{P''}{p''}(\sigma - \lambda_0) + \lambda_0$$

zu setzen.

c) Nur bei Beobachtungen mit dem Pycnometer ist das Wassergewicht selbstverständlich nach dem jeweilig bei der Beobachtung vorhandenen Luftgewichte zu corrigiren.

Das Scalenaräometer im Unterrichte.

Von

A. Kurz.

Ich nenne den unteren Theil desselben, vom untersten Theilstriche an abwärts, seinen Rumpf, den mittleren Theil, zwischen dem obersten und untersten Theilstriche, seinen Hals, und den obersten Theil, der nur als Handhabe dient, seinen Kopf. Das Volumen des Rumpfes sei V, des Halses, der genau cylindrisch sein soll, v. Ist das grösste specifische Gewicht g und das kleinste k, für welche das Aräometer dienlich sein soll und deren Scalenstriche allein empirisch festzustellen sind, so gleichen dem Gewichte des Instrumentes die Auftriebe

$$V \cdot g = (V + v)\, k,$$

woraus sich das Volumverhältnis

$$v : V = (g - k) : k \tag{1}$$

ergibt.

Für irgend ein anderes (zwischen g und k gelegenes) specifisches Gewicht s sinkt das Instrument bis zu einem zwischengelegenen Theilstriche des Halses ein, der sich aus der Gleichung

$$V \cdot g = (V + xv)\, s$$

bestimmt, worin x einen ächten Bruch vorstellt. Mit Benutzung von Gl. 1 wird hieraus

$$g = \left(1 + x \cdot \frac{g - k}{k}\right) s. \tag{2}$$

Diese Gleichung, nach s oder nach x aufgelöst, gestattet, zu jedem Theilpunkte der Scala des Halses das zugehörige s hinzuzuschreiben oder für jedes zwischen g und k gelegene s den Theilungspunkt x zu berechnen. Und damit ist das gestellte Problem rechnerisch gelöst.

Aber namentlich die ebenso schöne als einfache Construction aller Haupttheilungspunkte der Scala verdient bekannter zu werden, als sie bis jetzt ist, und ich will zu diesem Zwecke ein Zahlenbeispiel wählen, $g = 0{,}85$ und $k = 0{,}70$. Das Intervall dieser Grenzzahlen, 0,15, ist durch 3 bequem theilbar, und es sollen also die Theilpunkte für die specifischen Gewichte $s = 0{,}80$ und $0{,}75$ construirt werden. Zu diesem

Ende wird aus Gl. 2 für den unteren Bruchtheil der Hals- oder Scalenlänge, die wir gleich 1 setzen können,

$$x = \frac{k}{g-k} \cdot \frac{g-s}{s},$$

und für den oberen Bruchtheil, der demselben s zukommt,

$$1 - x = \frac{g}{g-k} \cdot \frac{s-k}{s}, \tag{3}$$

also

$$\frac{x}{1-x} = \frac{k}{g} \cdot \frac{g-s}{s-k}. \tag{4}$$

Zu dem vorhin gewählten Zahlenbeispiel zurückkehrend wird für

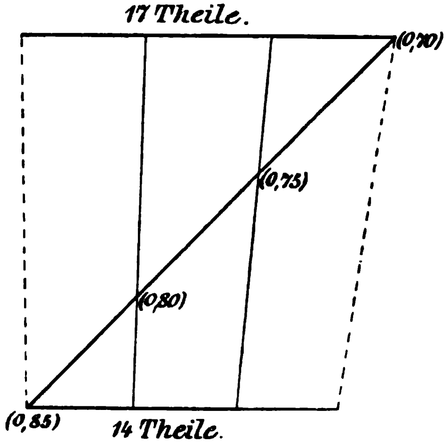
$$s = 0{,}85,\ \frac{x}{1-x} = 0 \qquad = \frac{14}{17} \cdot \frac{0}{3}$$

$$s = 0{,}80,\ \frac{x}{1-x} = \frac{70}{85} \cdot \frac{5}{10} = \frac{14}{17} \cdot \frac{1}{2}$$

$$s = 0{,}75,\ \frac{x}{1-x} = \qquad \frac{14}{17} \cdot \frac{2}{1}$$

$$s = 0{,}70,\ \frac{x}{1-x} = \qquad \frac{14}{17} \cdot \frac{3}{0} \text{ d. h. } 1 - x = 0 \text{ oder } x = 1;$$

ich trage also in der folgenden Figur, die einem lateinischen Z ähnelt, unten 14, oben aber 17 beliebige Längseinheiten auf, während der mittlere Strich die Halslänge des Instrumentes vorstellt, und theile die beiden Horizontalstriche in je drei unter sich gleiche Theile. Dann geben die aus der Figur ersichtlichen Transversalen die gesuchten Theilpunkte ab, an welche gleich die betreffenden specifischen Gewichtszahlen (in Klammern) hingeschrieben werden.



Die beiden äussersten Transversalen wurden, weil sie eigentlich überflüssig sind, nur gestrichelt.

Theilt man weiter nochmals in je fünf gleiche Theile, so bekommt man alle specifischen Gewichte, die mit den zwei Decimalstellen geschrieben werden, also

$$0{,}85 \quad 0{,}84 \quad 0{,}83 \quad . \; . \; . \; . \quad \text{bis } 0{,}71 \quad 0{,}70;$$

und für die dritte Decimale genügt es alsdann, auf der Scala selbst je 10 gleiche Unterabtheilungen innerhalb je zweier aufeinanderfolgender solcher Haupttheilungspunkte zu machen.

Bilden also die specifischen Gewichte s wie vorhin eine arithmetische Reihe erster Ordnung von m Gliedern, so bilden die zugehörigen Quotienten $\frac{x}{1-x}$ eine Reihe von Producten, deren erster Factor $\frac{k}{g}$ constant, während der zweite durch die Brüche

$$\frac{0}{m} \quad \frac{1}{m-1} \quad \frac{2}{m-2} \quad . \; . \; . \; . \quad \frac{m-1}{1} \quad \frac{m}{0}$$

gebildet wird, deren Zähler und Nenner die einfache Zahlenreihe 0 bis m vorstellen.

Zum Schlusse liegt mir noch der Nachweis meiner Quelle ob. Das Physikalische Lexikon von Oswald Marbach, zweite neu bearbeitete Auflage, Leipzig Wigand 1850, hat im 1. Bande S. 293 diese Methode als von G. G. Schmidt herrührend mit einer Figur illustrirt und bei dem letzteren Namen steht das Citat: Grens Journal d. Phys. Bd. 3 S. 364. Nach einer Unterbrechung von zwei Seiten wird die „praktische Anweisung“ erwähnt, welche „nach der eben erwähnten Methode“ Karmarsch gegeben habe, und mit einer Figur auf besonderer Tafel erläutert, die sich von der vorigen in der Hauptsache bloss durch ihre Ziffern statt der Buchstaben unterscheidet[1]). Die neunte Auflage des Müller-Pfaundler'schen Werkes, deren 1. Band bereits erschienen ist, erwähnt nur den Namen G. G. Schmidt; wie gesagt, zur Verbreitung obigen Verfahrens mittels der Lehrbücher habe ich diese Mittheilung geschrieben.

Hat man für zwei bestimmte g und k auf obige Weise eine Scala gefertigt und brauchte noch eine längere Scala für dieselbe g und k, so erhält man diese aus der ersteren auch dadurch, dass man von den Haupttheilungspunkten derselben ein beliebiges Strahlenbüschel construirt und dieses auch durch die parallel gelegte längere Scala durchschneiden lässt. Dies wird durch die zweite (und letzte) Figur der obengenannten Tafel gezeigt.

---

1) Sie enthält ausserdem noch müssiges Beiwerk; auch ist das Verhältnis der horizontalen Theile 40 zu 64 statt 4 zu 6, wie es für die Scala der specifischen Gewichte von 1,5 bis 1 sein sollte.

Elektrische Theorie und Messungen in der Schule.

Absolute Messung des Elektricums.

Von

A. Kurz.

§ **1.** Als Fortsetzung meiner gleichlautenden Mittheilung im vorletzten Bande will ich zunächst zu S. 249 daselbst bemerken, dass für die Messungen der Erwärmung θ am Riess'schen Elektrothermometer bei der gleichen Schlagweite von 3 mm, also bei gleichem Potentiale,

$$\theta : e \text{ constant}$$

ist (e des Elektrikum); dies charakterisirt den vorliegenden Fall besser als das allgemeine

$$\theta \cdot n : e^2 \text{ constant,}$$

da ja $e : n$ ($n = 4$ und 7 Flaschen dortselbst) ebenfalls constant ist. Also ist auch

$$\theta : n \text{ constant,}$$

und es ergibt sich a. a. O.

$e : n$	$\theta : e$	$\theta : n$
$3\frac{1}{4}$	$\frac{9}{13}$	$2\frac{1}{4}$
$3\frac{1}{7}$	$\frac{17}{23}$	$2\frac{3}{7}$

und bei der Schlagweite von 2 mm bezw.

$2\frac{3}{8}$	0,52	1,25
$2\frac{3}{7}$	0,53	1,29.

Deshalb ist im § 10 das erste Wort „Ganz" zu streichen, weil das constante $\theta : e$ sowohl bei der Neben- als bei der Hintereinanderschaltung (Kaskade) der Flaschen gilt. Im heurigen Jahre benutzte ich die Influenzmaschine und fand beispielsweise bei $p = 1$ und 2 Flaschen bezw. 3 und 1 bis 2 Umdrehungen (bis zum Ueberspringen des Funkens bei 6 mm Weite); dies kann zum Beweise des Gesetzes

$$e \cdot p \text{ constant}$$

dienen, indem dieses nunmehrige Product (statt des obigen Quotienten $e : n$) hierfür bezw.

$$3 \cdot 1 \text{ und } 1{,}5 \cdot 2$$

gewesen ist. Wie dieses Gesetz also „anders“ lautet bei der Hinter- als bei der Nebenschaltung, so ist auch folgerichtig

$$\theta \cdot p \text{ constant (statt } \theta : n \text{ constant).}$$

Die hierher gehörigen Messungen von S. 250 a. a. O. ergeben bei ebenfalls 6 mm Schlagweite

$e \cdot p$	$\theta \cdot p$
8	7
$7\frac{1}{2}$	9

und der noch unter Klammern beigefügte Versuch mit der Schlagweite 5 mm lässt sich mit der ausdrücklichen Annäherung, dass die Schlagweite dem Potentiale V proportional wäre, den zwei letztgenannten anreihen unter dem Gewande der allgemeinen Formel:

$$\theta : e\, V \text{ constant,}$$

das ist

$$\frac{3{,}5}{4 \cdot 6} = 0{,}15 \quad \frac{3}{2{,}5 \cdot 6} = 0{,}20 \quad \frac{2}{2{,}5 \cdot 5} = 0{,}16.$$

§ 2. Ich beabsichtige ferner noch, den ersten der vorhin wieder erwähnten Versuche, mit $\theta = 9$ Scalentheilen am Riess'schen Instrumente, zu einer wenn auch nur Schätzung des Elektricums im absoluten Sinne zu verwenden, wodurch dieses Instrument zu einem Thermo-Elektrometer würde.

Ein Scalentheil (Pariserlinie) fasst nahezu $4\frac{1}{2}$ cmm und $4\frac{1}{2}$ Scalentheile (statt 9) werden der elektrischen Energie in der Glaskugel gutgeschrieben; also wenn v (gleich 850000) deren Volum und $\varDelta t$ die Steigerung der Lufttemperatur,

$$\varDelta v = v \cdot \frac{1}{273} \cdot \varDelta t = 20, \text{ oder } v \cdot \varDelta t = 5460;$$

diese geringe Temperaturerhöhung des eingesperrten Luftquantums (nur hierzu bedürfte es der Auswerthung von v) bedeutet die Zufuhr von

$$5460 \cdot 0{,}0012 \cdot 0{,}24 \text{ mg-Calorien,}$$

indem 0,0012 die Masse der Cubikeinheit (specifische Masse) und 0,24 die specifische Wärme der Luft bedeutet; diese mal

$$425 \cdot 10^3$$

geben die conventionelle Arbeit in mg-mm, und noch mal

$$10^4 \text{ (statt 9810)}$$

die absolute Arbeit, innerhalb des Luftthermometers. Der Widerstand in dem dünnen Platindraht beträgt 7 Ohm (s. auch S. 519 im vorigen Bande) und der Widerstand in der Funkenstrecke wurde im § 12 a. a. O. gleich 7000 Ohm gefunden. Diesem gegenüber kann der gesammte

Drahtwiderstand vernachlässigt werden und die ganze calorische Energie, welche durch den Sturz des Elektricums e vom Potential V auf dasjenige Null (der Erde) gewonnen werden könnte, ist also 7000 : 7 mal so gross als die im Luftthermometer allein gewonnene Theil-Energie[1]). Es ist also

$$\frac{1}{2} e V = \frac{1}{2} \cdot \frac{e^2}{4R} = 5460 \cdot 0{,}0012 \cdot 0{,}24 \cdot 425 \cdot 10^{10} \frac{\mathrm{mg}^1 \mathrm{mm}^2}{\mathrm{Sec.}^2},$$

wenn man vier kugelförmige Leydnerflaschen vom Radius R statt der wirklichen Cylinderflaschen in Rechnung bringt. Setzt man jene gedachte Stanniolbelegung gleich der wirklichen, so ergibt sich

$$R = 107 \text{ mm}.$$

Demnach berechnet sich das durch 13 Umdrehungen der Elekrisirmaschine in den vier Flaschen aufgespeicherte Elektricum (abgesehen von dem Rückstande nach dem Ueberspringen des Funkens)

$$e = 75 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}}{\mathrm{Sec.}^1},$$

so dass für eine Umdrehung, für die erste der 13, mindestens

6000 solche Einheiten

angenommen werden dürfen.

§ 3. Die Gramme und Centimeter habe ich eingeführt, weil ich nunmehr diese Schätzung mit der im Jahre 1884 durch dieses Repertorium S. 458 und 858 (letzte Seite jenes Bandes) an der Torsionswage vorgenommenen Schätzung des Elektricums vergleichen will. Dort habe ich auch nach einer Umdrehung der Maschine die kleinere Kugel von $6\frac{1}{4}$ cm Durchmesser, welche mit dem Conductor von 25 cm Durchmesser verbunden ist, mittels eines Probescheibchens von 4 cm² berührt. Wenn nun auf beiden Kugeln 6000 Einheiten vertheilt sind, so vertheilen sich dieselben, von gegenseitiger Influenz abgesehen, in folgender Weise:

$$6000 = M + m$$
$$M : 25 = m : 6\tfrac{1}{4},$$

so dass auf die kleinere Kugel $m = 1200$ Einheiten treffen, die sich auf die Oberfläche 120 cm² vertheilen. Es treffen also 40 Einheiten auf 4 cm², die Grösse des berührenden Probescheibchens, welches davon die Hälfte wegnimmt, das sind

$$20 \frac{\mathrm{g}^{\frac{1}{2}} \mathrm{cm}^{\frac{3}{2}}}{\mathrm{Sec.}^1}$$

---

1) Ein Theil der elektrischen Energie wird allerdings auch auf Ueberwindung der Cohäsion der Elektrodentheile verwendet.

Vor drei Jahren waren es

5 solche Einheiten.

Bedenkt man, dass die Zahl 20 aus Leydnerflaschen, wo die Elektricität im gebundenen Zustande sich besser erhält, als wenn sie, wie im Versuche auf der Torsionswage direct von der Elektrisirmaschine entnommen und von da auf die Torsionswage transportirt wird, so mögen sich wohl beide Resultate noch mehr einander nähern. Uebrigens sind sie ohnehin schon von gleicher Ordnung, die ich mit 10' bezeichnen will. Ich behalte mir vor, im Wiederholungsfalle beiderlei Messungen möglichst gleichzeitig nebeneinander hergehen zu lassen.

Hilfsvorrichtung zum Einknüpfen von Coconfäden.

Von

Dr. **M. Th. Edelmann.**

Dieses Werkzeug wird folgendermaassen verwendet: Zwischen die beiden Klemmen K und L werden diejenigen Dinge, zwischen welchen ein Coconfaden oder ein Bündel solcher eingeknüpft werden soll, eingeklemmt, während der Apparat so auf dem Tische steht, wie Fig. 1 zeigt. Die Einrichtung dieser Klemmen mit je zwei grossen ebenen Messingblechen a und b, die durch zwei Zug- (c) und eine Druckschraube d einander genähert werden können, ist derart, dass sie die verschiedenartigsten Formen und Grössen von Oesen, Drahthaken, Suspensionsstiften, Magnetnadeln etc. zwischen sich festzuhalten vermögen.

Hierauf wird die Klemme K unter Benutzung der Schraube n so hoch gestellt, dass die beiden eingeklemmten Oesen gleich hoch in

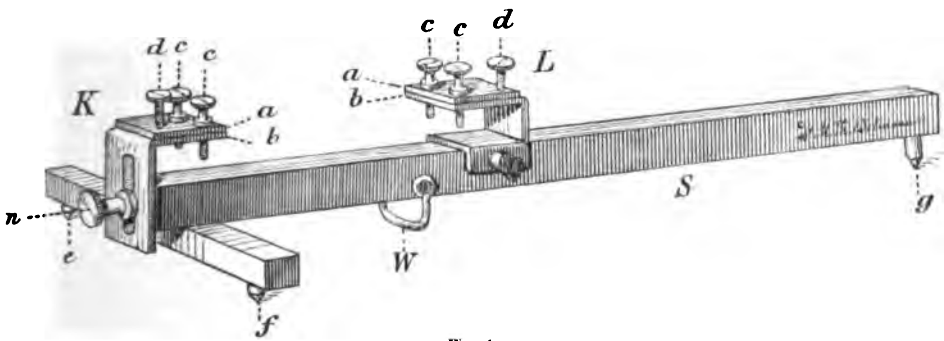


Fig. 1.

Bezug auf den Holzstab S stehen; dann wird L so weit von K entfernt, dass der zwischen den Oesen befindliche freie Raum der erforderlichen Länge des Suspensionsfadens entspricht, was man mit Zirkel, Maassstab oder durch Annähern des Hilfsapparates selbst an die Suspensionsröhre und dergleichen controliren kann; alsdann ist es sehr einfach, den Faden richtig einzuknüpfen.

An dem Holzstabe S befindet sich die Metallschlinge w. Vermittelst derselben kann der vorbeschriebene Hilfsapparat an einem in die Wand eingeschlagenen Haken vertical aufgehängt werden. Dieser Haken muss indessen so tief eingetrieben werden, dass die Schlinge etwa unter 45° gegen die Wand sich einhängt, worauf dann die drei Fussspitzen e, f, g fest an der Wand liegen. Nach Wegnahme von Klemme L kann der Apparat in dieser Stellung zum Austordiren des Fadens oder als feste Suspension zu Schwingungsversuchen etc. gebraucht werden. Preis 20 M.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 1. März 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr J. Liznar hält den angekündigten Vortrag: „Ueber den Einfluss der Rotation der Sonne auf den Erdmagnetismus."

Herr Prof. v. Fleischl demonstrirt den Ewald'schen Apparat zur Trennung der Inspirations- und Expirations-Luft.

Hierauf hält Herr Prof. V. v. Lang einen Vortrag über

„Messung der elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens".

Der Vortragende setzt seine Methode auseinander, durch welche es möglich ist, den Widerstand einer Leitung zu bestimmen, während durch dieselbe ein Batteriestrom fliesst und die Anwendung dieser Methode auf die Messung der sog. elektromotorischen Kraft des elektrischen Lichtbogens. Es sind hierzu zwei elektrische Lichter nothwendig, die hintereinander in den Kreis einer kräftigen galvanischen Batterie geschaltet sind. Der Halbirungspunkt der Batterie und ein Punkt zwischen den Lichtern werden gleiches Potential haben, so dass von diesen Punkten aus die Widerstandsmessung auf gewöhnliche Weise vorgenommen werden kann. Solche Versuche lehren nun, dass der Widerstand des elektrischen Lichtes verschwindend ist und der Potentialabfall an seinen Elektroden daher eine andere Ursache haben muss.

Zwei zu verschiedenen Zeiten mit Kohlen mit Durchmessern von 5 mm ausgeführte Messungen gaben übereinstimmend 37 Volt als elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens.

Ein mit Kupferelektroden von gleichem Durchmesser ausgeführter Versuch gab als Gegenkraft 27,6 *V*.

Um diese Gegenkraft für möglichst viele Metalle zu bestimmen, hat der Vortragende die schon von Edlund angegebene Methode eingeschlagen. Hierbei wird der Potentialabfall an den Elektroden bei verschiedenen Entfernungen l derselben bestimmt und für diesen Abfall die Formel

$$p = a + bli$$

angenommen, wo a die gesuchte Gegenkraft und i die Stromintensität bedeutet. Solche Versuche ergaben:

	a	b
Kohle . .	35,1	1,3
Platin . .	27,4	1,5
Eisen . .	25,0	0,7
Nickel . .	26,2	0,8
Kupfer .	23,9	0,7
Silber . .	15,2	1,0
Zink . .	19,9	0,6
Cadmium .	10,3	2,6

Wie diese Zahlen lehren, fallen die Werthe von a für die schwerer schmelzbaren Metalle höher aus wie für die leichter schmelzbaren. Die Uebereinstimmung zwischen Schmelzpunkt und Gegenkraft ist nur für das Silber nicht vorhanden.

Der Vortragende erwähnt, dass er nach dieser Methode auch Versuche angestellt hat, bei welchen die beiden Elektroden des Lichtbogens aus verschiedenen Metallen gebildet waren, dass sich aber bis jetzt keine Gesetzmässigkeit entdecken liess. Bei diesen Versuchen zeigte sich aber ein nicht uninteressantes Phänomen, das von dem Vortragenden auch auf einen Schirm projicirt wurde. Besteht nämlich der positive Pol aus Kohle, der negative aus Platin, so lagerten sich bei nahem Stande der Elektroden von der Kohle Theilchen auf dem Platin in einem Kegel ab, der mit seiner Spitze der positiven Kohle entgegenwächst und fast ganz in die Aushöhlung der Kohle hinein passt. Entfernt man die Elektroden weiter voneinander, so brennt die an der negativen Elektrode abgelagerte Kohle ab.

Das Experiment gelingt auch, wenn man als negativen Pol Kohle verwendet, nur muss dieselbe einen sehr grossen Querschnitt (15 mm Durchmesser) haben, damit sie selbst nicht abbrennt.

Wien, 15. März 1887.

Der Secretär.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 15. März 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr Dr. Ernst Lecher hält den angekündigten Vortrag: „Zur Frage der elektromotorischen Kraft des Lichtbogens".

Herr J. Kessler wird als neues Mitglied aufgenommen.

Wien, 26. April 1887.

Der Secretär.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 26. April 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr J. Kessler bespricht und demonstrirt die von ihm construirte Tangentenbussole mit dem Reductionsfactor 1.

Herr Dr. R. Benedikt hält den angekündigten Vortrag: „Zur Technologie der Fette".

Herr Anton Grüssner wird als neues Mitglied aufgenommen.

Wien, 10. Mai 1887.

Der Secretär.

= Soeben erscheinen: =

Heinrich Heines sämtliche Werke.

Mit Einleitungen, erläuternden Anmerkungen und Verzeichnissen sämtlicher Lesarten.

Von Dr. Ernst Elster.

= 86 Hefte von je 5 Bogen Text à 30 Pfennig. =

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/7

= Populäre Anthropologie. =

In gemeinverständlicher Darstellung und künstlerischer Ausstattung sich an „Brehms Tierleben" anschließend erscheint soeben:

Der Mensch.

Von Professor Dr. Johannes Ranke.

Mit 991 Textabbildungen, 16 Karten und 32 Chromotafeln.

2 Saffianbände 32 M. — 26 Hefte à 1 M.

Prospekte gratis. — Erstes Heft und Band I durch alle Buchhandlungen zur Ansicht.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

2/7

Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.

Soeben erscheint in gänzlich neuer Bearbeitung

MEYERS KONVERSATIONS-LEXIKON

VIERTE AUFLAGE.

Achtzig Aquarelltafeln.

3000 Abbildungen im Text.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

256 Hefte à 50 Pfennig. — 16 Halbfranzbände à 10 Mark.

4¹/7

MEYERS VOLKSBÜCHER

Verlag des Bibliographischen Instituts in Leipzig.

☞ Prospekte gratis in allen Buchhandlungen.

bringen das Beste aller Litteraturen in mustergültiger Bearbeitung, in vornehmer Gestalt und zu beispiellos billigem Preis.

10 Pf. jede Nummer

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Schuckert, S., Nürnberg. (16a/7)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Galvanoplastik und Lehranstalten.
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/7)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für Lehranstalten.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (15a 7)

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate,** sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'**sche **Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit **Töpler'**scher **Dämpfung.** (21a/7)

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

klein 8. VIII und 128 Seiten. Preis gebunden 2 M. 40 Pf.

XXIII. Band. 8. Heft.

HARVARD COLLEGE
OCT 26 1887
LIBRARY.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 8. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. · **Preis pro Semester 10 M.**

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 7).

Jahrgang 1887 Nr. 20 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 21 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 22 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 23 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, *Verlagsbuchhandlung.*

HARVARD COLLEGE
OCT 26 1887
LIBRARY

Der Erfinder des Lullin'schen Versuchs und seine Abhandlung über die Elektricität[1]).

Ein Beitrag zur Geschichte der Physik.

Von

Prof. Dr. **K. L. Bauer.**

Jedesmal wenn ich beim Vortrag der Lehre von der Reibungselektricität den Lullin'schen Versuch zeigte, beschäftigte mich auch die Frage von neuem, wer denn dieser Lullin eigentlich gewesen sei, und was man ihm sonst Physikalisches verdanke. Wiederholte Nachforschungen in der mir zugänglichen Literatur lieferten zunächst nur das Ergebnis, dass Lullin im vorigen Jahrhundert in Genf gelebt, und dass er seinen Versuch in der „Dissertatio physica de electricitate, Genevae 1766" veröffentlicht habe. Dieses Citat gibt beispielsweise Peter Riesz in seiner unübertroffenen Lehre von der Reibungselektricität, Bd. 2 S. 9, aber ohne Beifügung eines Sterns, was nach dem Vorwort S. IV bedeutet, dass Riesz die Schrift nicht zu Gesicht bekommen hatte. Hierzu gesellt sich noch der verwirrende Umstand, dass in Poggendorff's biographisch-litterarischem Handwörterbuch der Name Lullin gänzlich fehlt, hingegen unter Horace Bénédict de Saussure (1740—1799) eine Abhandlung in 4° erwähnt wird, deren Titel ganz genau mit dem oben erwähnten übereinstimmt.

Es interessirte mich nun, zu erfahren, ob man anderswo im deutschen Reich etwas mehr über Lullin wisse; darum wandte ich mich im Spätjahr 1885 brieflich an den mir seit lange befreundeten Professor E. Wiedemann in Leipzig. Dieser vermochte mir zwar keine weiteren Aufschlüsse zu geben, hatte aber die Güte, mir Herrn Raoul Gautier in Genf als denjenigen zu bezeichnen, welcher auf der dortigen Bibliothek gern eine Nachforschung anstellen werde. In der That entsprach der letztere — ein junger Astronom, wie ich später erfuhr — meinem Ansuchen sofort und mit bestem Erfolg; seinen Bemühungen ist es zu danken, dass ich jetzt über Lullin und dessen

1) Vom Hrn. Verf. mitgetheilt aus der Festschrift zur Feier des 300jährigen Jubiläums des Gymnasiums zu Karlsruhe.

Abhandlung den nachfolgenden Bericht erstatten und dadurch eine kleine Lücke in der Geschichte der Elektricität ausfüllen kann.

1. Der Erfinder des Lullin'schen Versuchs.

In einem ersten Briefe schreibt mir Herr Gautier folgendes:

Ce qui est hors de doute, c'est que Lullin était Genevois, d'une des plus anciennes familles de la république, mais il s'agissait de préciser quel Lullin c'était. J'ai trouvé dans les „Biographien zur Kulturgeschichte der Schweiz von Rudolf Wolf, 3. Cyclus, Zürich 1860", dans la biographie du physicien genevois Marc Auguste Pictet, à propos d'expériences faites par ce savant „über die Natur und die Bewegung des elektrischen Stromes mittels Entladungen durch eine Karte", une note que je transcris ici: „Nach Priestley's Geschichte der Elektricität kam Pictet in diesen Versuchen ein Mitbürger von ihm, Amédée Lullin, zuvor, dessen „Dissertatio de electricitate" hierfür citirt wird[1]). Da jedoch weder Senebier noch Holzhalb einen solchen Physiker oder eine betreffende Schrift anführen, dagegen von Saussure eine der Zeit nach passende „Dissertatio de electricitate, Genevae 1766, in 4⁰ kennen, so möchte ich fast vermuthen, es seien diese beiden Schriften identisch, und also eigentlich Saussure der Autor, und Lullin nur der Respondens gewesen".

Pour savoir plus exactement à qui m'en tenir, j'ai cherché cette brochure à la bibliothèque publique de Genève, et j'ai fini par la trouver. L'expérience du perce-carte est bien dûe à un Lullin, mais, comme le suppose Wolf, il est à croire que les expériences et la dissertation ont été faites dans le laboratoire de H. B. de Saussure, professeur de physique à l'académie de Genève, et cela explique que l'on ait aussi attribué la dissertation à de Saussure, mais je n'ai pas retrouvé dans la bibliothèque de Genève cette „Dissertatio de electricitate de de Saussure, in 4⁰ de 1766", il y a eu probablement confusion avec celle de Lullin.

Maintenant, qui était ce Lullin? En cherchant dans les ouvrages spéciaux de Senebier et de Galiffe (Notices généalogiques sur les familles genevoises) j'ai trouvé trois Amédée ou Ami Lullin, mais les deux premiers, théologiens et vivant au commencement et au milieu du dix-huitième siècle, ne pouvaient être les auteurs de la Dissertatio. Le troisième Ami Lullin, né en 1748 entra à l'académie (en belles lettres, comme on disait alors) en 1762, et il n'y a rien d'impossible à ce que, fréquentant le laboratoire de H. B. de Saussure, il ait pu,

1) Der Name Pictet steht nirgends in der Krünitz'schen Uebersetzung des Priestley'schen Werkes, Berlin und Stralsund, 1772.

en 1766, publier la Dissertatio de electricitate. Du reste, AMI LULLIN n'est pas devenu physicien. Après avoir fait quelques années d'études générales à l'académie dans la faculté des sciences, il entra dans la faculté de droit, où il termina ses études. Il fut plus tard un des principaux magistrats de la république, plusieurs fois premier syndic, et il joua un rôle important à Genève, après que Genève eut été délivrée de la domination française en 1813 et 1814.

Ce LULLIN n'a donc rien produit d'autre en fait de travaux en physique, mais toute sa carrière ultérieure a prouvé que c'était un homme intelligent et capable, et il n'y a rien d'improbable à ce que, à dix-huit ans, il ait pu dans le laboratoire de son professeur de SAUSSURE faire le premier l'expérience connue depuis sous son nom.

In einer Nachschrift zu seinem ersten Briefe macht H. Gautier eine bezüglich der damaligen Zustände an der Genfer Hochschule interessante Bemerkung: »H. B. DE SAUSSURE était depuis 1762 professeur de physique et de philosophie à l'académie de Genève et devait professeur de deux années l'une un cours de physique, et l'autre un cours de philosophie plus ou moins théologique. En 1786 MARC AUGUSTE PICTET a succédé à de SAUSSURE dans la chaire de physique, et il obtint la permission de ne plus enseigner que la physique, ce que l'on avait toujours refusé à de SAUSSURE.« — In Poggendorff's biographisch-literarischem Handwörterbuch ist Saussure nur als Professor der Philosophie an der Akademie zu Genf bezeichnet.

Seine Mittheilungen über Lullin ergänzte H. Gautier in einem zweiten Briefe folgendermaassen:

»J'ai voulu, avant de vous récrire, avoir questionné encore un membre de la famille LULLIN, mais cela ne m'a fourni aucun renseignement nouveau. — Deux mots encore à propos de LULLIN. Né en 1748 et mort en 1816, AMI LULLIN n'est connu à Genève que comme jurisconsulte et magistrat. Il a joué un rôle important dans la vie politique de notre petite république. Quant à l'expérience du perce-carte qu'il aurait faite en 1766 (à 18 ans), j'en ai parlé à plusieurs personnes au courant des habitudes académiques de cette époque, et elles m'ont toutes dit que, généralement à cette époque, les thèses ou dissertations étaient composées par le professeur, et que le jeune candidat n'était que »respondens« et y prenait une faible part. Sans donc vouloir diminuer en rien le mérite de LULLIN qui était un homme intelligent et qui peut très bien avoir eu par lui-même l'idée de cette expérience, il est cependant probable que cette idée est dûe à son professeur H. B. DE SAUSSURE. DE SAUSSURE a fait d'autres travaux qui l'illustrent suffisamment pour qu'il ne soit pas nécessaire de revendiquer pour lui l'expérience du perce-carte, mais les probabilités sont pourtant que c'est lui qui en a eu l'idée, si ce n'est lui qui l'a exécutée, et il aurait seulement prêté cette expérience à un de ses élèves qui, du reste, a été en fréquentes relations d'amitié avec lui. LULLIN a été plus tard dans sa carrière très lié avec de SAUSSURE et en correspondance avec lui pendant les voyages de ce dernier«.

Die obigen Mittheilungen machte ich grossentheils schon bei der diesjährigen Versammlung der akademisch gebildeten Lehrer Badens, am 16. Juni, zu Freiburg; ein kurzes Referat über meinen Vortrag brachte die Nr. 7 des 3. Bandes der badischen Schulblätter, auf S. 131.

2. Lullin's Abhandlung über die Elektricität.

Obgleich H. Gautier mir bereits in seinem ersten Briefe einige Andeutungen über die Beschaffenheit der Lullin'schen Abhandlung gemacht und eine Abschrift der Zeilen gefertigt hatte, welche den neuen Versuch über die Durchbohrung einer Karte schildern, empfand ich doch begreiflicherweise den lebhaften Wunsch, die Dissertation zu genauerem Studium selbst in die Hände zu bekommen. In Karlsruhe und Heidelberg war dieselbe nicht vorhanden; vielleicht besteht überhaupt nur noch das eine Genfer Exemplar; aber die öffentliche Genfer Bibliothek soll satzungsgemäss keine Bücher ins Ausland versenden. Wenn ich nun trotzdem die Schrift zur Einsicht erhielt, so verdanke ich dies der ausserordentlichen Güte des Herrn Th. Dufour, Directeur de la bibliothèque publique de Genève, welcher die erforderlichen Schritte that, um mir die Abhandlung schicken zu dürfen. Den Schriftstellern über Geschichte der Physik sei übrigens bemerkt, dass Lullin's Dissertation auch wieder nach Genf zurückgelangt ist; sie dürfte um so mehr Beachtung verdienen, weil sie nach dem oben Erwähnten wahrscheinlich die damaligen Ansichten de Saussures über die Elektricität wiederspiegelt.

Das Genfer Exemplar der Lullin'schen Dissertation ist mit 22 anderen Abhandlungen verschiedener Verfasser in einem Band vereinigt, welcher den Titel trägt: Theses Philosophiae Genevensis, vol. IV. Von den 23 aus den Jahren 1715—1777 stammenden und chronologisch geordneten Dissertationen erweist sich die 20. als diejenige unseres Lullin. Sie ist in lateinischer Sprache geschrieben und in Octavformat gedruckt; ihr Umfang beträgt 55 Seiten; auf ein Motto und Vorwort folgen 23 Thesen, was hier soviel wie Paragraphen bedeutet. Der vollständige Titel lautet: Dissertatio physica de electricitate, quam, favente Deo, praeside D. D. Hor. Ben. de Saussure, philosophiae professore, publice tueri conabitur Amadeus Lullin, Genevensis. Die

Veneris proxima Septembris 26, hora secunda, loco solito. — Genevae, Typis Steph. Blanc & J. P. Bonnant Typog. — MDCCLXVI.

Als Motto wählte sich Lullin die Verse des römischen Dichters Lucretius (De rerum natura, V, 1452—1453), welcher auch von dem unten erwähnten W. Gilbert (1600) mehrfach citirt wird:

Impigrae experientia mentis
Paulatim docuit pedetentim progredientes[1]).

Der Kern des auf S. 1—2 befindlichen Vorwortes (Prœmium) steckt in den Zeilen: „Es entgeht Niemandem, wie viele Streitfragen über die Ursachen der Elektricität verhandelt worden sind; von zahllosen Schriftstellern wurden Hypothesen ersonnen, um sie der gelehrten Welt sogleich als verbürgte Wahrheit aufzudrängen. Im Nachfolgenden werden die von allen zugestandenen Thatsachen, Versuche und Schlüsse absichtlich übergangen und nur die Streitfragen behandelt".

Der allgemein nach Lullin benannte Versuch ist in These XIV S. 24 geschildert, und es wird unten Genaueres darüber mitgetheilt werden. Den Hauptinhalt der vollständigen Abhandlung wolle man aus folgenden Angaben ersehen, die möglichst treu aus dem lateinischen Text übersetzt wurden.

Thesis I S. 2—4. Kann ein gutes Elektrometer hergestellt werden? Nollet verneint, d'Arcy und Le Roy bejahen es und empfehlen das ihrige[2]). Es hat sich indessen herausgestellt, dass dieses Instrument unter zu starker Reibung leidet. Wir empfehlen daher ein einfacheres und bequemeres, dessen wir uns bei allen Versuchen mit Erfolg bedienten.

Man nehme ein 2 Fuss langes, 6 Zoll breites und $1/2$ Zoll dickes Tannenbrett, welches vollständig mit weissem, geleimtem Papier überzogen ist. Mitten auf das Brett werde, der ganzen Länge nach, ein gerader cylindrischer Kupferdraht von $1\,1/2$ Linien Dicke befestigt. Beiderseits des Drahtes mache man von unten nach oben auf dem Papier eine deutliche schwarze Theilung in Zoll und Viertelszoll. Das so vorgerichtete Instrument werde an eine seidene Schnur gehängt, welche zwischen gegenüberliegenden Wänden mitten im Zimmer aus-

---

1) In der Lachmann'schen Ausgabe, Berlin 1850, heissen die Verse:
usus et impigrae simul experientia mentis
paulatim docuit pedetemtim progredientis,
und es bezieht sich darauf die längere Anmerkung in Nr. 533 des Kommentars, S. 296—297.

2) Eine Beschreibung dieses seit 1749 bekannten Instrumentes, einer Art Senkwage, findet sich z. B. in Riesz, Reibungselektricität, Berlin 1853, Bd. 1 S. 62—63, ferner J. K. Fischer, Gesch. d. Phys., 8 Bände, Göttingen 1801—8, Bd. 5 S. 641, und E. Hoppe, Geschichte der Elektricität, Leipzig 1884, S. 44.

gespannt ist. Ans obere Ende des Kupferdrahtes befestige man einen sehr dünnen, trockenen Leinenfaden von gleichmässiger Dicke, der bis ans untere Ende des Drahtes hinabreicht und dort ein Holundermarkkügelchen von 1/4 Gran Gewicht trägt. — Wird nun vermittelst der am Conductor (propagator) befestigten Kette Elektricität auf das Instrument geleitet, so weicht der Leinenfaden vom Brett zurück, und die Grösse der Abstossung wird ein Maass der elektrischen Kraft geben. Es empfiehlt sich, aus einer Entfernung von 4 Fuss die Hebung und Senkung des Kügelchens zu beobachten und dessen höchsten Stand aufzuschreiben.

II S. 4—5. Ueber die Verdichtung und die Verdünnung des elektrischen Fluidums, oder über die positive und negative Elektricität, ist zwischen Franklin und Nollet und deren Anhängern scharf, und selbst bitter, gestritten worden. Da diese Frage für die Elektricitätslehre von höchster Bedeutung ist, so werden wir dazu schreiten, dieselbe vorurtheilslos darzulegen und durch genaue Versuche zu lösen.

Es fragt sich, ob die Elektricität in allen Körpern und um dieselben herum stets in gleicher Menge verbreitet ist und alle Wirkungen ohne Verdichtung und Verdünnung, durch Bewegung und Schwingungen ausübt; oder ob sie von einem Ort auf den andern, von einem Körper auf den andern übertragen werden kann und durch die Kraft der Verdichtung und Verdünnung wirkt. Jede Partei führt zur Stütze ihrer Ansicht Versuche an, die jedoch von der Gegenpartei einfach verneint oder herabgewürdigt werden. All dies ist sorfältig abzuwägen.

III S. 5—8. Der erste Beweisgrund, welchen Du Fay, Franklin und andere als den hauptsächlichsten zum Nachweis der entgegengesetzten Elektricitäten benutzten, ist der folgende. Ein leichter Körper, z. B. ein Flaumfederchen, wird von einer elektrischen Glasröhre angezogen, aber nach der bei der Berührung eingetretenen Elektrisirung abgestossen. Nun beobachtete aber Du Fay, dass eben jenes abgestossene Federchen von einer elektrischen Siegellackstange angezogen werde. Daher rühren die Meinungsverschiedenheiten. Du Fay, Franklin und dessen ganzer Anhang behaupten, das sei ein augenscheinliches Zeichen der verschiedenen, oder vielmehr entgegengesetzten Elektricitäten. Nollet aber erklärt den Erfolg des Versuchs für unsicher, indem das Federchen bisweilen nicht nur von der Glasstange, sondern auch von der Siegellackstange zurückgestossen werde. Falls der Versuch gelinge, käme dies von der ungleichen Stärke der Elektricität des Glases und derjenigen des Siegellacks.

Um die Kraft dieser Erklärung bestimmen zu können, versetzten wir gleichzeitig eine Schwefelkugel und eine Glaskugel in Drehung und richteten es so ein, dass ihre durch Elektrometer gemessene Stärke bald gleich, bald ungleich war (die Elektricität des Schwefels ist dieselbe wie die des Siegellacks und aller öligen und brennbaren Körper). Wir sahen aber in allen Fällen, wie die von der Elektricität der einen Kugel abgestossenen Körper von der anderen Kugel angezogen wurden, und zwar weit stärker und auf eine grössere Entfernung als von unelektrischen Körpern.

IV S. 8—11. Besprechung der Lichterscheinungen an elektrischen Spitzen und des elektrischen Windes. Bestätigung der Nollet'schen Ansicht, dass die Lichtpunkte kurze Büschel seien. Die von Nollet behauptete Bewegung einer kleinen Flamme durch den elektrischen Wind wird als ungewiss und zweifelhaft bezeichnet, aber die Abstossung kleiner Körperchen bestätigt. Die genannten Erscheinungen sind nicht als sichere Anzeige entgegengesetzter Elektricitäten zu betrachten.

V S. 11—12. Allein es erübrigt ein dritter Beweisgrund, der ausser Zweifel und Irrthumsgefahr zu stehen scheint, und der uns, die wir zögerten und gleichfalls der Unterscheidung verschiedener Elektricitäten widerstrebten, völlig besiegte. Niemand nämlich bezweifelt, dass entgegengesetzt ist, was sich gegenseitig vernichtet. — Versuch: Es sind zwei Kugeln vorhanden, die eine von Glas, die andere von Schwefel; zu jeder gehört ein Conductor und ein Elektrometer. Die Bewegung der Kugeln werde so bemessen, dass beide Elektrometer denselben Elektricitätsgrad anzeigen. Nach Unterbrechung der Bewegung verbinde man die Conductoren miteinander; alsbald hört in beiden jede Elektricitätsanzeige auf. Waren aber die Elektricitätsgrade vor der Verbindung ungleich, so bleibt nach vollzogener Verbindung nur der Unterschied oder der Ueberschuss des stärkeren über den schwächeren. Daher beweist dieses Experiment, dass die Elektricitäten des Glases und des Schwefels entgegengesetzt sind.

VI S. 12—13. Wie könnten wir aber jenen Gegensatz begreifen, wenn wir nicht mit Franklin annähmen, das elektrische Fluidum werde in gewissen Körpern verdichtet und in anderen verdünnt, da hauptsächlich nichts natürlicher ist, als dass das elastische und sehr bewegliche Fluidum der Luft regelmässig verdichtet und verdünnt wird? Deshalb ist diese Unterscheidung zwischen Elektricität aus Verdichtung und Elektricität aus Verdünnung entstanden, welche wir als übereinstimmend mit dem Experiment und der Wirklichkeit unbedenklich zulassen.

VII S. 13. Wenn nun gefragt wird, welche Körper das verdichtete, und welche das verdünnte elektrische Fluidum enthalten, und das Zeichen verlangt wird, woran man jede dieser Elektricitäten erkennen und von der andern unterscheiden kann, so nehmen wir zu der freilich etwas unsicheren Lichterscheinung an Spitzen unsere Zuflucht, bis ein zuverlässigeres Kennzeichen gefunden ist; die verdichtete Elektricität erkennen wir in den Körpern, welche den Büschel, die verdünnte in jenen, welche den Lichtpunkt zeigen. Die Ausdrücke „verdichtet, verdünnt" verstehen wir nicht als etwas absolutes sondern als eine blosse Beziehung, so dass die nämliche Elektricität bald verdichtet, bald verdünnt genannt wird, je nach dem Grad, mit welchem man sie vergleicht.

VIII S. 13—16. Von der Leidener Flasche handeln zahllose Fragen, welche wir alle durch sichere Experimente zu lösen unternommen haben. Vor allem müssen wir bekennen, dass wir an dem amerikanischen Physiker Franklin bewundert haben: den Scharfsinn und Fleiss bei der Ergründung der Ursachen, die Wahrhaftigkeit bei der Schilderung der Erscheinungen; die Lauterkeit in der Anerkennung der eigenen Irrthümer und die von jeder eitlen Ruhmbegierde reine Wahrheitsliebe; in dieser Hinsicht möchte Amerika von Europa sehr verschieden sein.

Franklin hat zuerst angenommen, dass das elektrische Fluidum auf derjenigen Fläche der Flasche verdichtet werde, welche durch einen Metalldraht die Elektricität der Glaskugel empfängt, und welche die überladene oder innere (superior, vel etiam interior) genannt wird; und dass auf der entgegengesetzten Fläche, auf der zu wenig geladenen oder äusseren natürlich (inferior scilicet exterior), das elektrische Fluidum verdünnt sei[1]).

Nollet, welcher jeden Wettstreit zwischen den Elektricitäten verwirft, wies Franklin's Ansicht sofort zurück. Wir aber, begierig, den wahren Sachverhalt kennen zu lernen, verfuhren gemäss der Grundsätze der 5. These auf folgende Art. — Lullin beschreibt sodann einige Versuche, aus welchen er den Schluss zieht, dass auf den entgegengesetzten (oppositis) Flächen der Leidener Flasche die elektrischen Kräfte verschieden und entgegengesetzt (contrarias) seien.

IX S. 16—17. Es fragt sich jetzt, ob die Verdichtung des elektrischen Fluidums auf der einen Fläche des Glases gleichen Gang und Schritt hält mit der Verdünnung auf der entgegengesetzten Seite. — Lullin beschreibt einige zu diesem Zweck angestellte Versuche, aus welchen er folgert: 1. dass von dem elektrischen Fluidum soviel aus der einen Fläche ausgetrieben wird, als sich auf der anderen anhäuft; 2. dass hingegen auf die eine Fläche soviel zurückgeht, als von der anderen fortgetrieben wird.

---

1) Die hier von Lullin gebrauchten Adjective superior und inferior, welche in These XIV bei der Beschreibung des „Lullin'schen Versuchs" wiederkehren, entsprechen den englischen, im Sinne der unitarischen Hypothese zu verstehenden Ausdrücken: overcharged, undercharged.

X S. 18—19. Erklärung einiger Versuche mit der Leidener Flasche vermittelst der in IX bestätigten Franklin'schen Grundsätze.

XI S. 19—20. Gegen jene Grundsätze wird jedoch eingewendet: die isolirte Flasche lade sich zwar schwächer als die abgeleitete, aber doch einigermaassen; man fragt, wie sich nach unseren Grundsätzen das elektrische Fluidum auf der inneren Fläche anhäufen könne, wenn das auf der äusseren Fläche enthaltene nicht zu entweichen vermag. Mehrere Franklinisten, welche an der Lösung des gordischen Knotens verzweifeln, zerschneiden denselben und behaupten, man könne die Flasche alsdann überhaupt nicht laden. Doch haben Versuche, welche sorgfältig und ohne Parteilichkeit angestellt wurden, gelehrt, dass man die Flasche zwar schwach aber sicher laden kann. Die Schwierigkeit scheint übrigens nicht unüberwindlich zu sein; weil nämlich die die isolirte Flasche umgebende Luft für das elektrische Fluidum zwar schwer durchgängig ist, demselben aber nicht jeglichen Ausgang versperrt, so entweicht das aussen auf der Flasche enthaltene elektrische Fluidum langsam durch die Luft, während es sich innen anhäuft; und so wird die Flasche schwierig und schwach geladen[1]).

XII S. 20—22. Ist das elektrische Fluidum auf dem Glase der Leidener Flasche, oder im Wasser oder Metall der Flasche, oder vielleicht in beiden enthalten? Franklin behauptet, es sitze nur im Glase, Nollet in beiden. — Vermittelst einer grossen Franklin'schen Tafel mit abnehmbaren Belegungen erkannte Lullin die Ansicht Nollet's als die richtige; er zog diesen Apparat einer mit Wasser gefüllten Flasche vor, damit der Versuch leichter wäre, und die zwischen Nollet und Beccaria entstandenen Zwistigkeiten vermieden würden. Auch erwähnt er die folgende, bei der Ladung des Apparates gemachte Beobachtung: Indessen steigt das Holunderkügelchen des Elektrometers sehr langsam, die Funken aus dem Conductor sind sehr kurz und gänzlich verschieden von jenen, welche bei Abwesenheit der Flasche herausgezogen werden. Die letzteren sind weiss und geben eine einzige Explosion, einen einzigen Knall mit einem einzigen Stich. Die ersteren

---

1) Hiermit ist zu vergleichen, was Hoppe auf S. 26 seiner Gesch. d. El. bemerkt: v. Kleist behauptete noch im Mai 1746 fälschlich, eine Flasche auch laden zu können, wenn sie völlig isolirt sei, obwohl Gralath im April die Nothwendigkeit der Ableitung der äusseren Fläche ausdrücklich betont hatte. — Ferner erzält Poggendorff in seiner Gesch. d. Phys. S. 855—856, dass der französische Arzt Le Monnier bei seinen Versuchen mit der elektrischen Flasche (1746) nebst anderen lehrreichen und wichtigen Thatsachen auch die erkannte: dass die Flasche nicht geladen werden könne, wenn sie auf einem trockenen Glase steht oder an seidenen Schnüren hängt, also isolirt ist, dass sie aber sogleich Ladung annehme, sobald man sie aussen ableitend berührt. (Auch in Hoppe's Buch aufgenommen, S. 22.)

sind röthlich, kommen gleichzeitig zu mehreren in geringem Abstande hervor und durchbohren den Finger mit herbem Schmerz und unter beständigem Zischen, als ob das elektrische Fluidum die geliebte Fläche des Glases ärgerlich und widerwillig verliesse. — Lullin glaubt, dass wegen unzureichender Beobachtungen und Versuche Niemand eine Erklärung dieser Thatsachen geben könne.

Anmerkung. Die Erfindung der Franklin'schen Tafel verdankt man bekanntlich nicht Franklin selbst, sondern dem englischen Mechaniker Smeaton oder dessen Landsmann Dr. Bevis (Hoppe, Gesch. d. El. S. 24 und 31). Der erste, welcher die Belegungen abnehmbar herstellte und mit der so vorgerichteten Tafel eingehende Versuche anstellte und veröffentlichte, war der Deutsche Joh. Karl Wilcke (1762); seine Experimente wurden von dem Italiener Beccaria wiederholt (Hoppe S. 69). Lullin bedient sich in seiner Dissertation stets des Ausdruckes Zaubertafel (magica tabula oder tabula magica).

Von ganz besonderem Interesse war es mir auch, bei Lullin zweimal den heutzutage fast in Vergessenheit gerathenen Ausdruck symperielektrisch zu finden; in These XII heisst es von der unteren der abnehmbaren Belegungen (die Zaubertafel war in horizontale Lage gebracht): symperielectricis corporibus insistebat, musaei tabulato contiguis, und in der letzten These XXIII der Dissertation findet sich das Wort nochmals. Trotz mehrfacher Bemühungen ist es mir bis jetzt nicht gelungen, ausfindig zu machen, wer das Wort symperielektrisch geschaffen hat. Das der Grossh. Hof- und Landesbibliothek gehörige, aus dem Englischen übersetzte Werk: Tiberius Cavallo, Vollständige Abhandlung der theoret. und prakt. Lehre von der Elektricität, Leipzig 1779 (das englische Original: Compleat Treatise on Electricity erschien zu London 1778) beginnt nach der Einleitung mit der „Erklärung einiger Kunstwörter, welche in der Lehre von der Elektricität vorzüglich gebraucht werden", und als letztes dieser Kunstwörter ist auf S. 9 das Wort symperielektrisch erwähnt, indem es heisst: „Ein Körper, der gänzlich mit Nichtleitern umgeben ist, heisst in diesem Zusande isolirt (corpus symperielectricum)". In der gleichen Bedeutung, oder in dem Sinne leitend, scheint auch Lullin das Wort zu gebrauchen.

Sonst habe ich den Ausdruck symperielektrisch nur noch in einem der besseren kleinen physikalischen Lehrbücher der Gegenwart gefunden; danach soll das Wort von W. Gilbert (1600) herrühren und einen von dem angegebenen völlig abweichenden Sinn haben. Man liest nämlich in dem Lehrbuch der Physik von Peter Münch, Freiburg i. Br., Verlag von Herder, im § 7 der Lehre von der Elektricität: „Gilbert (1600) zeigte, dass auch andere Körper die Eigenschaft des Bernsteins erhalten können. Er nannte dieselben elektrisch, und diejenigen, bei denen er die Erscheinung nicht hervorrufen konnte, anelektrisch. Die elektrischen theilte er ein in idioelektrische, d. h. solche, die durch blosses Reiben elektrisch wurden, und in symperielektrische, d. h. solche, die er nur durch Berührung mit einem elektrischen Körper elektrisiren konnte. Gray (1727 — sollte 1729 heissen) wies den Unterschied zwischen Leitern und Nichtleitern nach; Leiter sind die früher anelektrisch, Halbleiter die früher symperielektrisch, Nichtleiter die früher idioelektrisch genannten Körper".

Aus welcher Quelle (?) Herr Münch diese Mittheilungen entlehnt hat, ist mir unbekannt; jedenfalls aber muss ich dieselben für durchaus irrthümlich erklären. Die Direction der königlichen Universitätsbibliothek in Göttingen hatte die Güte, mir die Originalausgabe des berühmten Gilbert'schen Werkes: De magnete etc., Londini 1600, für einige Wochen anzuvertrauen; allein ich suchte ganz vergeblich nach der von Herrn Münch erwähnten Eintheilung. Das Wort electrica (elektrische Körper) steht bereits vor dem Index capitum, unmittelbar nach der drei Seiten langen Vorrede Gilbert's und der fünf Seiten langen lobpreisenden Empfehlung (*παραίνεσις ἐγκωμιαστική*) des Werkes durch Edward Wright, unter der Ueberschrift: „Verborum quorundam interpretatio", und zwar lautet die Definition:

Electrica, quae attrahunt eadem ratione ut electrum (wie der Bernstein). — Ebenda stehen unter anderen die Definitionen:

Terrella, magnes globosus (kugelförmiger Magnet). — Nicht Terella, wie in Poggendorff's Gesch. d. Phys. angegeben ist, obgleich diese Schreibweise ja auch sprachliche Berechtigung hat.

Magnes armatus, qui ferrea induitur casside, sive naso (armirter Magnet).

Orbis virtutis, est totum illud spatium, per quod quaevis magnetis virtus extenditur (magnetischer Wirkungskreis, magnetisches Feld). — Der Begriff „elektrischer Wirkungskreis" wurde erst im Jahr 1759 von dem Deutschen Aepinus eingeführt. (Hoppe S. 49 und 32, Fussnote 2.)

Das für die Elektricitätslehre wesentlich in Betracht kommende zweite Kapitel des zweiten Buches (S. 46—60) trägt die Ueberschrift: De coitione magnetica, primumque de succini attractione, sive verius corporum ad succinum applicatione. Hier wird das Wort elektrisch (effluvia electrica, etc.) wiederholt gebraucht, und dann erst kommt auf S. 52 die öfters citirte, mitten in einem Satz zwischen Klammern befindliche Stelle: „vim illiam electricam nobis placet appellare quae ab humore provenit". — Nach den Wörtern idioelektrisch, anelektrisch und symperielektrisch habe ich aber ganz vergeblich gefahndet und bemerke ausdrücklich, dass Poggendorff in seiner Gesch. d. Phys., wenn auch nicht völlig genau, doch im allgemeinen zuverlässig über Gilbert's Werk berichtet hat (S. 279—286 und 830—832).

Nach Poggendorff (S. 843—844) und Hoppe (S. 13) war es Desaguliers († 1744), ein Mitglied der Londoner Royal Society, welcher zuerst die Wörter Leiter (conductores) und nicht leitende oder für sich elektrische Körper (corpora electrica per se) gebrauchte. Sollte er vielleicht auch die Ausdrücke idioelektrisch, anelektrisch, symperielektrisch und isoliert gebildet haben? — In seinem auf der Grossh. Hof- und Landesbibliothek zu habenden Werke: Cours de physique expérimentale, traduit de l'anglais, 2 tomes, 4°, Paris 1751, steht nur wenig über Elektricität, wie vol. I p. 18 u. s. w., 41 u. s. w.; das Buch handelt wesentlich über Mechanik. Die betreffenden Abhandlungen aber, womit Desaguliers die Philosophical Transactions bereichert hat (1739—1742), konnte ich bis jetzt nicht durchsehen. Vergl. den Nachtrag, unten S. 507.

Nicht ungerügt soll hier bleiben, dass Hoppe (S. 2) und Hankel (historische Einleitung zu Wiedemann's Lehre von der Elektricität, Braunschweig 1882, Bd. 1 S. 3, Fussnote 3) den Titel des Gilbert'schen Werkes unrichtig angeben: Tractatus sive physiologia nova de magnete etc. In Wirklichkeit lautet derselbe:

> Guilielmi Gilberti Colcestrensis, medici Londinensis, De magnete, magneticisque corporibus, et de magno magnete tellure; physiologia nova, plurimis et argumentis et experimentis demonstrata. Londini Excudebat Petrus Short, anno MDC.

Das Wort tractatus steht also überhaupt nicht im Titel und physiologia nicht zu Anfang. Ueber die Entstehung des falschen Titels habe ich eine bestimmte Vermuthung, ziehe es aber vor, die Aufklärung den oben Genannten anheim zu geben.

XIII S. 22—23. Ob aber, wie Franklin meint, aus der einfachen Wiederherstellung des Gleichgewichts zwischen den entgegengesetzten Flächen der Flasche die erschütternde Kraft herrührt? Dem scheint nicht so zu sein; denn wieviel elektrisches Fluidum auch auf einem Körper, wenn man das Glas fortnimmt, verdichtet und auf einem anderen verdünnt worden sein mag, so erfährt doch der Körper, durch welchen das Gleichgewicht hergestellt wird, nie eine Erschütterung; zwar brechen starke, knallende, stechende, leuchtende Funken aus grosser Entfernung hervor, aber ohne jenes sonderbare Gefühl der Erschütterung, das leicht erkannt, schwer beschrieben wird. Auch besteht der Unterschied nicht in der Grösse des Schmerzes, sondern in der Art des Gefühls; denn die leichteste Erschütterung ist von einem sehr starken Funken grundverschieden, obgleich dieser mehr Schmerz als jene verursacht. Vielleicht dass hier, wie Nollet geistreich vermuthet hat, eine aus dem Glase stammende Gegenwirkung mithilft. Da aber die Gesetze und Natur dieser Reaction noch nicht deutlich erklärt sind, so halten wir dafür, dass die Ursache der Erscheinung noch unbekannt ist.

XIV S. 23—27. Die Physiker haben längst beobachtet, dass dünnere Körper, welche dem freien Lauf des elektrischen Fluidums widerstehen, bei der Entladung der Leidener Flasche oder der Zaubertafel (vergl. die Anm. zu XII) vom elektrischen Fluidum durchbohrt werden. Sie bemerkten auch, dass in solchem Falle faserige Körper, wie Holz oder Papier, neben den Rändern der Oeffnung durch Fasern oder ausgeworfene Theilchen rauh werden, und erwarteten, aus der Richtung jener Fasern den Weg des elektrischen Fluidums beurtheilen zu können; denn es erscheint natürlich, dass jene Fasern diejenige Fläche fliehen, aus welcher eben die Kraft ausbricht. Doch mit welchem Erstaunen sah man aus einer Beobachtung Nollet's, dass jene Fasern nach der einen Richtung nicht mehr als nach der anderen strebten, sondern der Durchgang so erfolge, als ob aus des durchbohrten Körpers Mitte das elektrische Fluidum nach jeder Richtung hervorbreche, was auch P. Beccaria in vorzüglichen Versuchen über diese Explosionen bemerkte. Aus diesen Versuchen allein könnte deshalb nichts über die Richtung des elektrischen Fluidums gefolgert werden, wofern man nicht mit Nollet schliessen möchte, dass das Fluidum von beiden Flächen des Glases ausginge und die Explosion durch das Zusammentreffen zweier entgegengesetzten Ströme entstehe. Da wir aber durch die oben erzählten Versuche belehrt waren, dass diese Grundsätze unwahr sind, so glaubten wir, um bei jenen Durchbohrungen den Gang des elektrischen Fluidums wahrzunehmen, die Natur sei durch folgenden Versuch zu befragen. (Die jetzt folgende Beschreibung des „Lullin'schen Versuchs" möge hier im Originale wiedergegeben werden.)

Inferiori tabulae magicae superficiei (über die Bedeutung von inferior und superior ist VIII zu vergleichen, über tabula magica die Anmerkung zu XII) contiguum erat extremum fili aurichalcei (= orichalci), sex circiter pollices longi, crassiusculi, utrimque obtusi, vitro incumbentis; alteri hujusce fili extremo superponebatur charta lusoria. Tum aliud filum priori simile super chartam ponebatur, ita ut charta inter ambo fila jaceret, eaque a se invicem separaret, filorumque in eadem directione positorum extrema non sibi invicem congruerent, sed duas tresve lineas a se invicem distarent.

Tum onerata tabula magica, ex superiori filo ita trahebatur scintilla, ut communicatio inter ambas tabulae superficies, nonnisi per fila et trans chartam fieri posset. Hoc agendo scire volebam, quam directionem, chartam perforando, sequeretur fluidum electricum, an oblique, an in media distantia filorum, an e regione hujus vel illius fili, chartam perforaret. Patuit, chartam, neque oblique, neque in medio filorum intervallo, sed semper e regione fili quod inferiori tabulae magicae superficiei contiguum, est perforari. Unde sequitur fluidum electricum e superiori filo cum superiori tabulae magicae superficie communicante, torrentis instar exire, nec subito ad perforandam chartam inflecti, sed super chartae superficiem gliscere, donec ad ejus partem, quae filo inferiori respondet, pervenerit, quo in loco eam revera disrumpit, et ad inferiorem tabulae superficiem per filum subpositum affluit. Hoc experimentum quomodocumque institutum variatumque succedit, dummodo filorum intervallum tabulae magicae virtuti adtemperetur. Confirmatque illud quod praecedentia jam evicerant, nempe electricum fluidum non aequaliter ab utraque superficie, sed a superiori tantum ad inferiorem tendere.

Warum aber (fragt Lullin jetzt, im Rückblick auf die im ersten Theil der These besprochene Erscheinung) geht die Wirkung der Explosion bei der Durchbohrung eines Körpers nicht geradeaus, längs des Weges, welchen das elektrische Fluidum verfolgt? Wir bekennen frei heraus, dass uns die Ursache dessen verborgen ist. Wir gehen voran, bis wohin uns die Versuche und die unmittelbar darauf gestützten Vermuthungen zu führen scheinen; dort angelangt, bleiben wir stehen; so wollten wir lieber zeigen, was den Physikern zu thun und zu erforschen übrig bleibt, als durch leere überlieferte Hypothesen, welche als die Wahrheit selbst feilgeboten werden, alles jetzt Behandelte entstellen.

Die nach allen Richtungen erfolgende Explosion, deren Ursache wir nicht zu kennen gestehen, ereignet sich jedesmal, wenn das elektrische Fluidum, irgend ein Mittel leicht durchfliessend, gezwungen wird, ein anderes zu durchdringen und dabei eine gewisse Hemmung (refractio) zu erleiden. Wir haben dies durch zahllose Versuche erprobt, deren Erzählung hier zu weit führen würde. Wir sagen nur soviel, dass weit grössere Wirkungen entstanden, indem wir bei Beccaria's Versuchen Oel an die Stelle des Wassers setzten, weil nämlich die Hemmung des elektrischen Fluidums beim Uebergang aus Metall in Oel weit grösser ist, als beim Uebergang aus Metall in Wasser. So haben wir dicke gläserne Becher, auch wenn sie offen und konisch waren, durch eine fast gefährliche Explosion zersprengt, indem wir die Erschütterung zwangen, durch das in den Bechern enthaltene Oel zu gehen.

Anmerkung. Den Gegenstand des hiermit abgeschlossenen Paragraphen findet man bei Peter Theophil Riesz, Lehre von der Reibungselektricität, Bd. 2 S. 8 und 9, in folgender Darstellung:

„Lockere, unvollkommene Isolatoren, namentlich Papier und Baumwolle, werden von dem Entladungsschlage leicht durchbohrt. Die hierher gehörigen Versuche sind früher mit grosser Aufmerksamkeit verfolgt worden, da man in ihnen Beweise für und gegen die Existenz zweier Elektricitätsarten zu sehen glaubte. Symmer (Philos. transact. 1759. pap. IV. — abridg. *11. 415) untersuchte ein Buch Papier, das Franklin durch den Entladungsschlag einer Leidener Batterie durchbohrt hatte, und fand das Loch im ersten und letzten Blatte mit auswärts gerichteten Rändern, als ob das Buch von zwei Pfriemen in entgegengesetzter Richtung durchbohrt wäre. Dieselbe Erscheinung wird erhalten, wenn man eine rohe Pappe lose zwischen die Spitzen des allgemeinen Ausladers setzt; die Entladung schlägt ein Loch durch die Pappe, das an beiden Flächen einen erhabenen Rand zeigt. Daraus ist aber nur zu schliessen, dass die mechanische Wirkung sich nach allen Seiten äussert und keine bestimmte Richtung hat. Ein Flocken zusammengedrückter Baumwolle, in dem Auslader angebracht, wird durch die Entladung nach allen Seiten zerzaust und aufgelockert; liegt die Baumwolle in einer engen Röhre, so kann die Auflockerung nur an den freien Enden geschehen. Ein Gleiches lehrt der Versuch mit der durchlöcherten Pappe; die Papierfasern werden durch den Versuch dahin gerichtet, wo sie keinen Widerstand finden, also senkrecht gegen die Flächen der Pappe[1]). Wenn man aufeinander geschichtete Papierblätter durch eine starke Entladung durchbohrt, so bilden die einzelnen Löcher in den Papieren ziemlich eine gerade Linie. Hat man aber zwischen die Papiere ein Stanniolblatt gelegt, so ist, nach Trémery[2]) (Gilbert Annalen *32. 313) der Durchbohrungskanal der Papiere auf der einen Seite des Stanniolblattes nicht die Verlängerung des Kanals auf der anderen Seite, und das Stanniolblatt wird an zwei Stellen durchbohrt.

Besonders merkwürdig ist der folgende, von Lullin (Dissertatio physica de electricitate. Genev. 1766) angestellte Versuch. Man bringe eine Spielkarte so zwischen die ½ Zoll voneinander entfernten Spitzen des Ausladers, dass die Spitzen die entgegengesetzten Flächen der Karte berühren. Bei der Entladung der Batterie geht der Funke stets von der Spitze aus, die mit der positiv elektrisirten Belegung verbunden ist, über die Fläche der Karte fort, und durchbohrt sie in

1) Diese Erklärung rührt nicht von Riesz, sondern ist bereits von Franklin gegeben; vgl. J. K. Fischer, Gesch. d. Phys., Bd. 5 S. 581 § 6, Göttingen 1804.

2) Die obige Schreibung dürfte, mit Rücksicht auf den betreffenden Originalartikel in Poggendorff's biogr.-liter. Handwörterb., die richtige sein; Riesz, Hoppe und Andere schreiben den Namen ohne Accent.

der Nähe der negativen Spitze. Bequemer wird der Versuch, wenn man, nach Pictet's Angabe (Gilbert Annalen *43. 218), die beiden Seiten einer Karte mit zwei Dreiecken aus Stanniol belegt, deren Basen die entgegengesetzten Ränder der Karte berühren, und deren Spitzen etwa 1 Linie auseinander stehen. Bringt man die Karte in den Schliessungsbogen der Batterie, so wird sie in der Nähe der Spitze des Dreiecks durchbohrt, das mit der negativen Belegung der Batterie in Verbindung steht. Trémery (Gilbert Annalen *23. 426) wiederholte den Versuch unter der Glocke einer Luftpumpe, in welcher die Luft bis 5 Zoll Druck verdünnt war. Hier ging der Funke von beiden Spitzen aus, und die Durchbohrung der Karte geschah nahe in der Mitte zwischen den Spitzen. Dieser Versuch hängt mit den Lichterscheinungen zusammen, die eine Spitze zeigt, je nachdem sie positiv oder negativ elektrisirt ist; ich werde später eine Erklärung dieser Erscheinungen versuchen (§ 751)." — In diesem Paragraphen, auf S. 213 und 214 heisst es nun weiter:

„Die Wirkung der Entladung, durch die hier die Abformung der Staubfiguren erklärt worden ist, gibt zugleich die Erklärung des früher beschriebenen, sog. Lullin'schen Versuchs (§ 554), in welchem eine zwischen zwei Spitzen des Schliessungsbogens gestellte Spielkarte stets an der Spitze durchbohrt wurde, welche die negative Elektricität auf die Karte führte. Indem nämlich die erste Partialentladung an beiden Spitzen die Karte trifft, macht sie die Oberfläche derselben negativ elektrisch (durch Reibung mit der an der Karte hingetriebenen Feuchtigkeitsschicht); bei der folgenden Partialentladung hat daher positive und negative Elektricität sich auf einer negativ elektrischen Fläche zu verbreiten, und die erstere wird einen grösseren Raum einnehmen können. Dies wird in stärkerem Grade bei jeder folgenden Entladung geschehen, so dass die Durchbohrung der Karte an einer Stelle in der Nähe der negativen Spitze geschehen muss. Verdünnung der Luft, in der sich die Karte befindet, wird, wie bei den Staubfiguren, die Erscheinung beschränken und, wenn sie in hohem Grade stattfindet, aufheben. Vielleicht gibt das angewandte Erklärungsprincip auch Aufschluss über den sehr räthselhaften Unterschied der Lichterscheinungen der positiven und negativen Elektricität".

Wie man bemerkt haben wird, ist die Riesz'sche Beschreibung des Lullin'schen Versuchs nicht völlig historisch getreu. Der Abstand der Spitzen, welche die entgegengesetzten Seiten der Spielkarte berührten, betrug nicht ½ Zoll, sondern 2 bis 3 Linien; ferner bediente sich Lullin nicht einer elektrischen Batterie sondern einer Franklin'schen Tafel (tabula magica). Erst zum Schlusse sagt uns Lullin, dass der Versuch auch bei einer Abänderung gelinge, wofern nur der

Abstand der Spitzen entsprechend der Kraft der Zaubertafel gewählt werde. Riesz hatte ja von der Lullin'schen Dissertation nicht selbst Einsicht genommen, was die Abweichung seiner Angaben erklärlich und entschuldbar macht. — Eher noch ungenauer erzählt J. Priestley den Lullin'schen Versuch, in seiner Geschichte der Elektricität, übersetzt von Krünitz, Berlin 1772 S. 181; er lässt Lullin den Versuch mit einer „Flasche“ und einer „gemeinen Karte“ anstellen und behauptet, Lullin habe geglaubt, der Versuch komme dem „Kreuzversuche“ näher als irgend ein anderer, während in der Dissertation das experimentum crucis thatsächlich nicht erwähnt ist. Obgleich daher Priestley an fünf Stellen, und wahrscheinlich öfter als irgend ein späterer Schriftsteller, die Lullin'sche Dissertation anerkennend citirt und vereinzelte Mittheilungen daraus macht, muss ich doch bezweifeln, dass sie ihm im Originale vorgelegen hat. Was aber J. K. Fischer in seiner Geschichte der Physik, Bd. 5 S. 613, 651, 745, 755, aus der Lullin'schen Abhandlung mittheilt, und vieles andere, ist einfach aus Priestley ausgeschrieben. — Benutzt man zum Lullin'schen Versuch statt der Spielkarte ein Stück weissen Glanzcarton, so zeichnet sich der Weg des Funkens von der positiven Spitze auf der anstossenden Kartenfläche gegen die negative Spitze hin, wo die Durchbohrung stattfindet, dauernd ab. Eine solche Zeichnung habe ich auf der diesjährigen Versammlung der akademisch gebildeten Lehrer Badens vorgezeigt; die Länge der Funkenbahn betrug nahe 3 cm, obwohl mir zum Versuch nur eine einzige grosse Kleist'sche Flasche gedient hatte. Das oben in der Anmerkung zu XII erwähnte Lehrbuch Cavallo's enthält auf S. 264—268 ein besonderes Kapitel über die Einwirkung der elektrischen Schläge auf Farben (Zinnober, Bleiweiss etc.); bereits auf S. 172 ist „der unauslöschliche Streif“ erwähnt, welchen der Schlag auf das Glas zeichnet. Zum Lullin'schen Versuch, welcher auf S. 173—174 als zwölfter Versuch mit der Leidener Flasche beschrieben ist, wird gesagt: „dieser vortreffliche Versuch, der die Richtung der elektrischen Materie beim Ausladen einer Flasche so deutlich zeigt, ist eine Erfindung des Herrn Lullin aus Genf“, und die Anmerkung hinzugefügt: „Sind die Flaschen sehr gross, so macht der Schlag mehrere Löcher, auf eine solche Art, dass der Erfolg dadurch zweideutig wird.“

Der von Riesz erwähnte Trémery, mit den Vornamen Jean Louis, ist in Paris geboren (1773) und gestorben (1851); er war Bergingenieur (seit 1832 Ingénieur-en-chef des Mines) und veröffentlichte im Journal de Physique zwei Abhandlungen über Elektricität: Sur les émissions du fluide électrique (1799) und Examen des phénomènes électriques qui ne paraissent pas s'accorder avec la theorie des deux fluides (1802). Ueber letztere hat L. W. Gilbert im Bd. 23 seiner Annalen (1806) auf S. 426—430 folgendermaassen berichtet:

Der Lullin'sche Versuch scheint auf den ersten Anblick mit der Theorie zweier elektrischen Flüssigkeiten unvereinbar, und für die Franklin'sche Theorie entscheidend zu sein. Herr Trémery zeigt indes, dass er sich allerdings auch mit jener Theorie in Harmonie bringen lasse, wenn man nur annimmt, dass die atmosphärische Luft für beide Elektricitäten ein sehr verschiedenes Leitungsvermögen besitze, und zwar für die + E ein ohne Vergleich grösseres, als für die — E. Da unter dieser Voraussetzung die — E unendlich mehr Widerstand als die + E beim Verbreiten durch die atmosphärische Luft finden würde, so wäre es so gut, als fesselte die Oberfläche der Körper die — E, und als hätten die negativ elektrisirten Körper selbst eine mächtige Anziehung zur + E, obgleich diese Anziehung nur der in ihnen enthaltenen — E zukäme. Hieraus würden sich zugleich die Verschiedenheiten der Lichtgestalten bei Spitzen und der Lichtenbergischen Figuren erklären lassen.

Um diese Annahme zu prüfen, wiederholte Herr Trémery den Versuch unter dem Recipienten einer Luftpumpe, unter welchem die Luft bis zu einer Quecksilbersäule von ungefähr 5 Zoll ausgepumpt war. Die Karte wurde nur in einem Punkte durchbohrt, der ungefähr in der Mitte zwischen den beiden Spitzen lag, und zu beiden Seiten der Karte sah man Lichtströme. Er liess nun die Luft wieder allmählich hinein und wiederholte den Versuch in verschiedenen Dichtigkeiten. Für jede entstand ein Loch an einer anderen Stelle. Damit die Entladung nicht durch die früher gebildeten Löcher gehe, muss die Karte etwas in die Höhe gezogen werden. Manchmal entstehen bei einem Schlage mehrere Löcher zugleich; dann sind aber alle Löcher so vertheilt, dass es unmöglich sein würde zu sagen, an welcher Seite der positive, und an welcher der negative Draht gewesen sei. Wird der Versuch in Luft von noch geringerer Dichtigkeit wiederholt, so liegt der Punkt, wo der Schlag die Karte durchbohrt, näher bei dem positiven Drahte als bei dem negativen, und der grössere Lichtstrom zeigt sich dann an der negativen Seite.

Herr Trémery schliesst hieraus:

1. Dass das Leitungsvermögen (oder nach ihm, les forces coërcitives) der atmosphärischen Luft für positive und negative Elektricität wesentlich verschieden ist.

2. Dass unter dem gewöhnlichen Druck der Atmosphäre das Leitungsvermögen der Luft für positive Elektricität ohne Vergleich grösser ist, als das für negative Elektricität.

3. Dass dieses Leitungsvermögen, jedes nach einem eigenen Gesetze, sich mit der Dichtigkeit der Luft verändert, so dass für eine gewisse, bestimmte Dichtigkeit der Luft beide einander gleich sind.

4. Dass von diesem verschiedenen Leitungsvermögen der Luft beim gewöhnlichen Drucke der Atmosphäre alle Zeichen herrühren, welche zu beweisen scheinen, dass die Glaselektricität positive (Ueberschuss), die Harzelektricität negative (Mangel an) Elektricität sei.

„Die Theorie von zwei elektrischen Flüssigkeiten", sagt H. Trémery, „hat den Vorzug, beiden Elektricitäten einen völlig gleichen Antheil an den Wirkungen beizulegen, die sich dem Beobachter unter so gleichen Zügen zeigen, und alles auf gleiche Erklärungen zurückzuführen. Dass zwei negativ elektrisirte Körper einander abstossen, dieses zu erklären, ist von jeher der Stein des Anstosses für die Franklin'sche Theorie gewesen. Denn wie lässt sich begreifen, dass Mangel an elektrischer Materie ebenso Abstossung bewirken könne, als Ueberschuss an derselben? Umsonst nimmt man zur umgebenden Luft, oder zu den umgebenden Körpern seine Zuflucht"[1]).

„Mit Unrecht hat man bisher den Widerstand, welchen Nichtleiter den beiden Arten von Elektricitäten leisten, miteinander vermischt und für Eins genommen. Ich vermuthe, dass man in dieser Hinsicht sehr grosse Verschiedenheiten finden würde, wenn man für alle Nichtleiter mit Genauigkeit den Widerstand bestimmen könnte, den sie der einen, und den sie der anderen Elektricität leisten".

Zu diesem Berichte fügt Gilbert die Anmerkung: „Um einen grossen Schritt weiter in diesem dunkeln Theile der Elektricitätslehre sind wir seitdem durch die Untersuchungen gekommen, welche Erman in den Ann. XXII, 14, bekannt gemacht hat. Vorzüglich wichtig würde es indes allerdings sein, über das Leitungsvermögen der Luft für beide Elektricitäten etwas mehr im Klaren zu sein". Vergleiche Hoppe, S. 178 und 184.

XV S. 27—30. Ob das Glas für das elektrische Fluidum durchgängig sei, wird von Nollet bejaht, von Franklin, Beccaria und anderen Franklinisten verneint. Auf Grund von Versuchen über den Verlust der Ladung einer Leidener Flasche neigt Lullin zu der Ansicht, dass das Glas der Elektricität einen allerdings sehr langsamen Durchgang gestattet. Vergleiche hierzu Priestley S. 186, 273, 288 und J. K. Fischer Bd. 5 S. 640, 755, 846 u. s. w.

XVI S. 31—32. Von allen Physikern wird ohne Widerrede zugegeben, dass eine von der elektrischen Kraft getränkte Röhre bei der Annäherung an eine nicht isolirte Kerzenflamme ihre Kraft plötzlich

---

1) Vergleiche hierüber Hoppe, Geschichte der Elektricität, S. 32.

verliert. Durch einen neuen Versuch glaubt jedoch Lullin den Nachweis liefern zu können, dass unter bestimmten Umständen die Elektricität durch eine solche Flamme nicht nur nicht ausgelöscht, sondern auch durch deren Wirkung erregt, oder vielmehr wieder erweckt werde.

XVII S. 32—33. Unterscheidung zwischen der Gesammtmenge der auf einem Conductor (propagator) angesammelten Elektricität, und zwischen der elektrischen Dichte in einem bestimmten Punkt.

XVIII S. 33—38. Haben wir uns vorzustellen, dass die elektrische Materie um die Körper ruhig angehäuft, oder dass sie in beständiger und lebhafter Schwingungsbewegung sei, nach Jallabert, Nollet und Andern? Auf Grund von Versuchen entscheidet sich Lullin zur letzteren Ansicht. Von diesen Versuchen seien folgende hervorgehoben:

1. Ein isolirtes Metallgefäss, dessen Höhe die Weite übertraf, z. B. ein Silberbecher von 9 Zoll Höhe und 6 Zoll Weite, wurde elektrisirt und aussen, oder innen am Boden, mit einer an einem Seidenfaden hängenden Kugel berührt; im letzteren Falle zeigte sich die Kugel unelektrisch, nachdem man sie rasch und ohne Berührung der Wand emporgezogen hatte. Der berühmte Franklin bekannte, dass ihm im letztverflossenen Jahr das obige Experiment zu London erzählt worden sei, dass er selbst es aber noch nicht gemacht habe. Zwei damals dort anwesende Freunde von uns hörten davon und waren mit Recht erstaunt.

2. Wird die Kugel vor dem Eintauchen elektrisirt, so gibt sie die Elektricität an das Gefäss ab und ist nach dem Herausziehen der Elektricität beraubt.

3. Wollte aus diesen Experimenten Jemand schliessen, dass der Gefässboden von aller Elektricität frei sei, so würden wir ihn heissen, die Hand auf den Boden hinabzutauchen; er würde dann durch einen stechenden Funken an die Kühnheit des Schlusses gemahnt werden.

10. Es ist auch nicht erforderlich, dass der Boden und die Wände des Gefässes zusammenhängend und undurchbrochen sind; uns gelang zu unserem Erstaunen der Versuch, als wir statt des Metallgefässes ein Metallnetz derselben Form benutzten, wobei die Abstände zwischen den Drähten etwa 6 Linien betrugen.

11. Man braucht das Pendel nicht genau in die Gefässmitte zu tauchen, sondern kann es auch mit der innern Wand in Berührung bringen, doch muss beim Herausziehen die Kugel fern vom Rand bleiben. Der Versuch gelingt um so besser, je tiefer man die Kugel eintaucht. Vergleiche Priestley S. 488—490.

Anmerkung. Dass die Oberfläche der Leiter als Sitz der Elektricität zu betrachten ist, scheint zuerst Le Monnier (1747) klar erkannt zu haben; Hoppe S. 23. — Gray und später noch Franklin waren der Ansicht, dass die Elektricität die Leiter ganz durchdringe; Hoppe S. 10. Daher wohl auch der Ausdruck zu Anfang des soeben besprochenen Lullin'schen Paragraphen, welcher bereits in XVI vorkam: Tubum virtute electrica imbutum. Uebrigens ist die letztere Ansicht auch neuerdings wieder aufgetaucht: Fr. Tuma, Versuch einer Theorie der Elektricität, Centralzeitung für Optik und Mechanik, Leipzig 1885, Nr. 3 S. 27—28.

XIX S. 38—39. Elektrischer Schirm (Abänderung eines Hawksbee'schen Versuchs). Versuch über die Ladung einer Flasche mit engem Hals, vermittelst eines bis auf den Boden reichenden und etwas hervorstehenden Drahtes.

XX S. 39—43. Alle Physiker sind jetzt darin einig, dass man den Blitz unter die elektrischen Erscheinungen zu rechnen habe; wo es sich aber um die Ursache der Wolkenelektricität handelt, zeigen sich verschiedene Ansichten. Zu deren Entscheidung wurden von Lullin einige Arbeiten unternommen. Elektrische Röhren und Maschinen wurden auf hohe Berge, den Salève und Môle gebracht; auf den Gipfeln liess man einen Drachen steigen und errichtete eine 16 Fuss hohe Stange, auf deren oberem Ende sich eine isolirte eiserne Spitze befand, von der man eine Leitung abwärts zu einer gleichfalls isolirten Weissblechröhre (ad tubum stanneo-ferreum) führte. Aus einer auf dem Môle gemachten Beobachtung schliesst Lullin, dass die Ursache der Wolkenelektricität eine zweifache sein könne, die Reibung der Wolken in der Luft und die Kraft der Sonnenstrahlen. Die über der Stange hinziehenden Wolken gaben nämlich nur so lange elektrische Anzeigen, als sie den Sonnenstrahlen ausgesetzt waren. — Ueber diesen „artigen“ Versuch berichtet auch J. K. Fischer in seiner Geschichte der Physik, Bd. 5 S. 613, — eine Abschrift der Priestley'schen Beschreibung, S. 220, des „überaus artigen“ Experiments.

XXI S. 43—45. Nach der Heimkehr wurden bezüglich dieser möglichen Ursachen Versuche im Kleinen angestellt, wobei Aeolipilen zur Dampfentwicklung dienten; aber trotz sieben verschiedener Versuchsanordnungen erfolgte keine Anzeige von Elektricität.

XXII S. 46—50. Für die Erfolglosigkeit dieser Arbeiten sah sich Lullin durch eine Entdeckung entschädigt, die ihn ins höchste Erstaunen versetzte. In dem dampferfüllten Zimmer, wo die Aeolipilen in Gang gesetzt waren, wurde eine Elektrisirmaschine getrieben; nämlich eine in Umdrehung versetzte Glaskugel rieb sich an der inneren Handfläche einer Person und diese Glaskugel war mit einem Conductor (propagator) versehen, welche Einrichtung mit der Hausen(Litzendorf)-Bose'schen Maschine übereinstimmt[1]). Nun beobachtete Lullin, dass unter dem Einfluss dieser Maschine ein Elektrometer eine entgegengesetzte Ladung annahm, welche sich durch Ableitung des Elektrometers nicht entfernen liess. Diese Erscheinung konnte sich Lullin nicht erklären; von Influenz und Bindung hatte er demnach keinen Begriff.

Anmerkung. Die erste Beobachtung einer Influenzwirkung hat bereits O. v. Guericke[2]) im Jahr 1663 gemacht und 1672 veröffentlicht; vergl. Hoppe S. 4 u. s. w. Weitere solche Wahrnehmungen verdankt man Stephen Gray (1730), John Canton (1753), Joh. Karl Wilcke (1757) und Franz Ulrich Theodor Aepinus (1759); von Letzterem, welcher die Erscheinung zuerst mit vollkommener Klarheit auffasste, sagt Hoppe auf S. 50, dass wir ihn mit Fug und Recht den Entdecker der Influenzelektricität nennen können. B. Franklin hatte bis auf Canton's Beobachtung immer behauptet, dass ein Körper, welcher in die von einem anderen ausströmende „elektrische Atmosphäre" eingetaucht werde, auf seiner ganzen Oberfläche dieselbe Elektricität empfinge. Aepinus führte statt der elektrischen Atmosphäre, den „elektrischen Wirkungskreis" ein; vergl. den in der Anm. zu XII erwähnten magnetischen Wirkungskreis Gilbert's. Der Begriff der Bindung dürfte wohl auf Rob. Symmer (1759), den Begründer der dualistischen Hypothese, zurückzuführen sein; vergl. Fischer, Geschichte der Physik, Bd. 5 S. 898 u. s. w.

XXIII S. 50—55. Zunächst entwickelt Lullin folgende Ansicht über die Bedeutung der Gewitter. Das elektrische Fluidum erfüllt

---

1) Vergl. Priestley, Geschichte der Elektricität, S. 44, 346 u. s. w.; Fischer, Geschichte der Physik, Bd. 8 S. 476 u. Bd. 5 S. 438—486; Poggendorff, Geschichte der Physik, S. 844; Hoppe, Geschichte der Elektricität, S. 13. Bei Poggendorff ist übrigens der Bose'sche Conductor mangelhaft beschrieben; es fehlt die Erwähnung des einzulegenden Fadenbündels. — Ferner ist zu vergleichen Riesz, Reibungselektricität, Bd. 1, S. 272 u. s. w.

2) Die auffällige Schreibweise dieses Namens erklärt sich, was noch wenig bekannt zu sein scheint, auf folgende Weise. Unser berühmter Landsmann Otto Gericke — so hiess er bis Ende 1665 — wurde zu Neujahr 1666 von Kaiser Leopold I. in den Adelsstand erhoben; von da an adoptirte er die im Diplome gewählte Schreibung und nannte und unterzeichnete sich Otto v. Guericke. Der Stammbaum der Familie Gericke, so weit er bekannt ist, beginnt mit Wesse(c)ke (Werner) Gericke, geboren in Braunschweig, welcher sich um 1315 in Magdeburg ansiedelte. Otto v. Guericke starb bekanntlich vor 200 Jahren (1686) in Hamburg; dass aber seine Leiche nach Magdeburg übergeführt wurde, wie Poggendorff auf S. 422 seiner Geschichte der Physik angibt, muss bezweifelt werden. — Vergl. F. W. Hoffmann, Otto v. Guericke. Ein Lebensbild. Magdeburg 1874, bei Baensch, S. 2, 166, 241, 237—40. Ich verdankte diese sehr zu empfehlende Schrift der Grossherzoglichen Universitätsbibliothek in Heidelberg.

das ganze Weltall. Frei und beständig wäre die Verbindung und das Gleichgewicht zwischen dem himmlischen und irdischen Fluidum, wenn nicht die schwer durchgängige und die Erde rings umgürtende Luft dem elektrischen Fuidum im Wege stünde. Erfolgt eine Aenderung in der Stärke des himmlischen und irdischen Fluidums, so geht von dem stärkeren Fluidum unter Blitz und Donner ein Theil auf die Wolken und Dämpfe über, und von da weiter nach der Erde oder dem Himmel, wodurch das Gleichgewicht wieder hergestellt wird. — Sodann versucht Lullin die Beantwortung einiger auf die Luft- und Gewitterelektricität bezüglichen Fragen:

Warum führen die elektrischen Drachen eine um so stärkere Elektricität vom Himmel, je höher sie steigen? Weil sie dann die dünnere, fürs elektrische Fluidum durchgängigere Luft erreichen; das dort befindliche Fluidum ist dem himmlischen Fluidum leichter zuwillen, verdichtet und verdünnt sich mit ihm, was nicht geschehen kann, ohne dass man gegen die Erde hin die Zeichen der Veränderung wahrnimmt.

Warum werden die Drachen und Stangen von den über sie hinziehenden Wolken elektrisirt, wie wir es auf dem Berge Môle erfahren haben? Weil die Wolken um ihre ganze Höhe diejenige des Drachens oder der Stange vermehren, und so die Verbindung zwischen diesen Gegenständen und dem himmlischen Fluidum bilden.

Warum ist im Sommer die atmosphärische Elektricität (electricitas naturalis) am stärksten? Weil die Luft dann am dünnsten ist, und die Dämpfe und Wolken am höchsten steigen.

Warum hört abends die Luftelektricität meist auf? Weil die durch die abendliche Kälte verdichteten Dämpfe als Thau herabfallen und überall eine ausgedehnte, das Gleichgewicht stillschweigend wieder herstellende Verbindung zwischen Himmel und Erde eröffnen. Dies wird dadurch bestätigt, dass der Thau sich von der Elektricität erregt zeigt, indem er idioelektrischen Körpern anhängt und von symperielektrischen Körpern abgestossen wird (vergl. die Anm. zu XII). Diese sonderbare, den Physikern längst bekannte Erscheinung bestätigte Beccaria durch mehrere Beobachtungen, die wir als richtig erkannten. Aber wir sahen noch etwas mehr, als Beccaria, nämlich, dass sich die thaufliehende Kraft des Metalls selbst durch Glas hindurch bethätigt. Auf Seilen, die am Abend unter freiem Himmel gespannt waren, lag eine dünne, ebene Glasscheibe; mitten auf dieser stand eine kleinere blanke Messingscheibe. Als ich den Apparat in der Frühe betrachtete, fand ich das Metall trocken, beide Flächen des Glases aber, oben und unten, nur so weit bethaut als sie über das Metall hervorragten. — (Priestley erzählt diesen Versuch auf S. 281 und beruft sich dabei nicht auf Lullin's Dissertation, sondern auf Nollet's Lettres[1]), vol. 3 p. 54, wodurch ein oben, S. 499, geäusserter Zweifel nur um so berechtigter erscheint. — J. K. Fischer aber schweigt in dieser Sache von Lullin, indem er lehrt: Bd. 5 S. 459: „Du Fay bemerkte zuerst, dass elektrische Substanzen den Thau mehr anzögen, als Leiter. Beccaria erklärt dies dadurch, dass er annimmt, dass Veränderungen in der Elektricität der Luft gleichmässige Veränderungen in der Elektricität der Metalle, worin sich die elektrische Flüssigkeit mit der grössten Bequemlichkeit bewege, gar leicht, in dem Glase hingegen nicht hervorbringen. So oft also der Zustand der elektrischen Flüssigkeit in der Luft verändert ist, so oft wird das Glas mehr oder weniger elektrisch, und zieht daher die Dünste in der Luft an sich".)

Wie kommt es, dass furchtbare und fast zahllose Blitze in den kürzesten Zwischenzeiten ganze Nächte hindurch aufeinanderfolgen, wie solches in Leipzig und sonst vorgekommen ist? Erfordert dies nicht, dass der Behälter des elektrischen Fluidums, aus welchem so viele und starke Blitze geschöpft werden, unermesslich und fast unendlich ist? Zwingt uns dies nicht, selbst wider Willen, Räume, welche grösser als unsere Atmosphäre sind, und die ganze Ausdehnung des Himmels zu Hilfe zu rufen?

Warum verwandelt sich die Wolkenelektricität bisweilen in den kürzesten Zwischenzeiten aus positiver in negative und bisweilen plötzlich aus einem Maximum in Null? Weil die Strömungen, welche in jenem unermesslichen und äusserst beweglichen Meere (aequor) sich sehr schnell vollziehen, unserer hindurchschiffenden Erde das Fluidum bald verdünnt, bald verdichtet, bald im Gleichgewicht entgegenwerfen.

Lullin schliesst nunmehr seine Abhandlung mit den folgenden Versen (Bd. 1 S. 400—404) des römischen Dichters, welchem er auch das Motto zu seiner Arbeit entlehnte:

> Multaque praeterea tibi possum commemorando
> Argumenta, fidem dictis conradere nostris;
> Verum animo satis haec vestigia parva sagaci
> Sunt, per quae possis cognoscere caetera tute.

Anmerkung. Bezüglich älterer Hypothesen über das Wesen der Elektricität verweise ich auf J. K. Fischer, Gesch. d. Phys. Bd. 5 S. 883—903 und Bd. 8 S. 863—869, sowie auf Riesz, Reibungselektricität Bd. 1 S. 215—220. Ueber den gegenwärtigen Stand der Theorie der Elektricität, des Gewitters und der Gewitterelektricität, sowie über

1) Nollet, Lettres sur l'électricité, 3 vol., Paris 1753. Diese Briefe, welche gegen die Franklin'schen geschrieben sind, konnte ich noch nicht durchsehen; sie fehlen auf der grossh. Hof- und Landesbibliothek.

die einschlägige Literatur, berichtet der soeben erschienene 22. Jahrg. des Jahrbuchs der Erfindungen, von Gretschel und Bornemann, Leipzig 1886, S. 179—245; in Betreff der elektrischen Fernewirkung der Sonne vergl. ebendas. S. 3—15. Uebrigens ist auf S. 198—200 jedesmal Sohncke statt Lommel zu setzen; wie erklärt sich die Möglichkeit einer solch starken und wirklich unbegreiflichen Verwechslung?

Nachtrag.

Bezüglich der oben auf S. 492 und 493 erwähnten Kunstwörter kann ich nachträglich noch Genaueres feststellen. Die grossh. Hof- und Landesbibliothek (Katalog I S. 2 Nr. 64) besitzt eine Sammlung von »Dissertations qui ont remporté le prix au jugement de l'académie royale des belles-lettres, sciences et arts, de Bordeaux«, und die zweite Hälfte dieses starken Quartbandes enthält unter anderem die 28 Seiten lange Schrift: »*Dissertation sur l'électricité des corps, par Monsieur* Desagulliers (so ist der Name dort geschrieben), de la société royale de Londres, chapelain de M. le prince de Galles. A Bordeaux, 1742«. Hier heisst es nun gleich auf S. 2:

»Je distingue toutes sortes de corps, en *corps électriques d'eux-mêmes*, et corps *non électriques d'eux-mêmes.* Un corps *électrique par soi-méme,* est un corps dans lequel on peut exciter l'électricité par quelque action sur ce corps, chauffant, battant, ou quelque-fois en l'exposant seulement à un air froid et sec, après qu'il a été couvert, etc. Le corps *non électrique par soi-même,* ne peut être excité à l'électricité par aucune action sur le corps même: Cependant les corps non électriques *per se,* reçoivent l'électricité, quand on en rapproche des électriques *per se,* dans lesquels on a excité l'électricité. Pour qu'on s'aperçoive que les non-électriques *per se,* ont reçu l'électricité, il faut que que ces corps soient isolés (in der Dissertation: isolez), c'est-à-dire, qu'ils ne soient suspendus ou supportés (in der Dissertation: suportez) que par des électriques *per se*«.

Ferner heisst es am Schluss der Breschreibung eines Versuchs über die Mittheilung der Elektricität an einen 1200 Fuss langen Bindfaden, auf S. 12: »Nous appellerons ci-après, le non-électrique étendu en long, qui reçoit l'électricité, le *conducteur* d'électricité; et les corps sur lesquels il repose, ou par lesquels il est suspendu, les *supporteurs* du conducteur«.

Die durch Cursivdruck hervorgehobenen Ausdrücke sind als von Desagulliers neu eingeführt zu betrachten; das durch den Druck nicht ausgezeichnete Wort »isolé« muss schon vorher gebräuchlich gewesen sein. Weiterer Nachforschung bleibt es vorbehalten, festzustellen, wer dieses Wort, sowie die Ausdrücke idioelektrisch, anelektrisch und symperielektrisch in die Wissenschaft eingeführt hat.

Einstweilen sei noch auf ein anderes, überaus lesenswerthes Buch der grossh. Hof- und Landesbibliothek hingewiesen: „Des Herrn Benjamin Franklin's Esq. Briefe von der Elektricität, aus dem Engländischen übersetzet, nebst Anmerkungen von J. C. Wilcke, Leipzig 1758, verlegts Gottfried Kiesewetter, Buchh. in Stockholm". (Auf dem Titel steht Wilcke, und so schreibt auch Riesz; desgl. Poggendorff in seinem biogr.-lit. Handwörterbuch, während in seiner Geschichte der Physik die Wahl zwischen Wilke und Wilcke gelassen ist; Priestley, bezw. Krünitz, sowie Fischer und Hoppe schreiben immer, oder doch fast ausnahmslos, Wilke.) — Im Anschluss an seinen 6. Brief (1751) stellt Franklin auf S. 125 die Frage: Worin besteht der Unterschied eines elektrischen und unelektrischen Körpers? Und in der Beantwortung derselben kommt er zu dem Ergebnis, dass diese Redensarten als uneigentlich abzuschaffen und durch die Ausdrücke nichtleitende und leitende Körper zu ersetzen seien. (Die Wilcke'sche Uebersetzung an dieser Stelle: abführende und nicht abführende Materien hat doch ihre Bedenken!) — Ein weiterer Fortschritt liegt in der Anmerkung, welche Wilcke auf S. 290 zu der neuen Franklin'schen Eintheilung macht: „Eigentlich zu reden kann man die Körper auch nicht einmal in ableitende und nicht ableitende eintheilen. Denn die elektrische Materie wird über Seide, Glas, Lack, Pech u. dgl., ebenfalls fortgepflanzt. Der einzige Unterschied liegt in den Graden der Fortpflanzung, welche bei einigen Körpern schneller und in grösserer Menge, als bei anderen von statten geht". Wilcke begründet sodann diese Behauptung durch Versuche; z. B. brauchte bei einem etwa 30 Fuss langen, aus Glasröhren zusammengesetzten Conductor die Elektricität eine Viertelstunde zur Fortpflanzung von einem ans andere Ende.

Es versteht sich von selbst, dass jene Briefe auch das beste Hilfsmittel sind, um sich bezüglich der Richtigkeit der Lullin'schen Angaben über Franklin zu verlässigen. Dass beispielsweise Franklin der Ansicht war, die Elektricität fliesse durchs Innere der Leiter, folgt aufs klarste aus vielen Stellen, wie S. 72, 110, 126, 127, 155; und über Franklin's eigenthümliche Vorstellung bezüglich der Undurchgängigkeit des Glases für das elektrische Fluidum belehrt die 20. Seite der 24 Seiten langen, nicht paginirten Vorrede des Uebersetzers, ferner der 1. Brief, S. 1 u. s. w., insbesondere auch S. 98 u. s. w., S. 102, 209 und 338. — Im 3. Briefe, S. 37, bekennt Franklin: „Aus dem neulich erhaltenen letzten Buche des sinnreichen Herrn Watson habe ich ersehen, dass Dr. Bevis schon vor uns sich der Glasplatten bedient hat, eine Erschütterung zu geben." — Dass bei der Durchbohrung eines Körpers die Materie nach der Seite des geringsten Widerstandes ausweicht, ist auf S. 162 erklärt, und von Wilcke auf S. 305 wiederholt. — Die Seiten 186—208 erzählen Versuche Canton's (1753) und Franklin's (1755), welche Wilcke (S. 306) zu den wichtigsten Entdeckungen in der Elektricität rechnet, und deren Ergebnis er in dem Satze zusammenfasst: In der Atmosphäre eines positiven Körpers werden die Theile der eingetauchten Körper negativ; in einer negativen Atmosphäre werden dieselben aber positiv. Bei dieser Gelegenheit beschreibt Wilcke auf S. 308 auch einen Versuch mit seiner Lufttafel, d. h. einem Verstärkungsapparat, worin das Glas der Franklin'schen Tafel durch Luft ersetzt ist. — Ueber Franklin's Theorie der Elektricität vgl. S. 11 u. s. w. der Vorrede; über Gewitterelektricität den 4. Brief, S. 50, ferner den 12. Brief, S. 145, und den Brief Franklin's an Herrn D'Alibard (von Wilcke und vielen anderen Dalibard geschrieben), S. 208, sowie Wilcke's Anmerkungen §§ 42—44, §§ 73 und 79. — In § 41 sagt Wilcke: Durch eine tägliche Erfahrung bin ich überführt worden, dass bei jeder Erregung der Elektricität der eine Körper positiv, der andere negativ werde; ähnlich äussert er sich in § 73 bei Besprechung der sog. spontanen oder freiwilligen Elektricität[1]).

Schliesslich sei noch auf ein sonderbares, auch von Hoppe (S. 58, Fussnote 2) bemerktes Versehen hingewiesen: In § 41 der Wilcke'schen Anmerkungen wurde nach S. 272 mit S. 257 zu paginiren fortgefahren, so dass von den Seiten 257—272 jede doppelt, aber dabei inhaltlich verschieden, in dem Buche steht.

---

1) Vergl. Riesz, Reibungselektricität, Bd. 2 S. 357 u. s. w.

Das Volumen und der Dampfdruck des Wassers in seinen chemischen Verbindungen.

Von

W. Müller-Erzbach.

Von jeder Form der Atome oder der Atomgruppen abgesehen darf mit der grössten Wahrscheinlichkeit behauptet werden, dass die in einem Moleküle stattfindenden Bewegungen jener Atome oder Atomgruppen um so mehr von der ursprünglichen sich unterscheiden, je mehr die gegenseitige Lage der Componenten durch die Verbindung sich geändert hat. Je näher sich zwei Atome infolge einer Verbindung oder einer Umsetzung gekommen sind, desto mehr wird jedes derselben von den Eigenthümlichkeiten seiner eigenen Bewegung verlieren und von der fremden aufnehmen. Grössere Nähe der Bewegungscentra bedingt grössere Energie der übertragenen Bewegung.

Wenn man die chemische Verwandtschaft als allgemeine Massenanziehung auf minimale Entfernungen auffasst, so könnte man bei weiterem Vergleichen der Bewegungen im grossen und im kleinen in dem gegenseitigen Einflusse der Atome auf ihre Schwingungen zu den Störungen der Himmelskörper eine gewisse Analogie finden. In beiden Fällen, bei der Molecularbewegung wie bei den Störungen ist der Grad der Veränderung von den Entfernungen und dem Verhältnisse der wirksamen Massen zugleich abhängig. Auch ist die Tragweite der Molecularkräfte im Verhältnisse zu ihrem Durchmesser so bedeutend, dass sie eine Grösse derselben Ordnung ausmacht, wie sie beispielsweise für die Gravitationswirkung der Sonne aus dem Abstande des entferntesten Planeten und dem Sonnendurchmesser sich ergibt. Weiter reicht jedoch die Aehnlichkeit nicht und es darf bei einem solchen Vergleiche nicht übersehen werden, dass bei der Vereinigung der Atome eine dem Principe der Gravitation gerade entgegengesetzte Erscheinung sich zeigt, denn mit der Vergrösserung der vereinigten Massen wird die Anziehung gegen unverbundene Elemente nicht stärker, sondern sie nimmt mit dem Wachsen der Moleküle schnell ab, gerade so, als wenn durch jenes Anwachsen eine Repulsivkraft entstände, welche schliesslich der Anziehung heterogener Masse das Gleichgewicht hält.

Die gegenseitige Anziehung von zwei grösseren Complexen scheint in einzelnen Fällen wieder leichter zu erfolgen, als wenn eine der Componenten einfacher constituirt ist; wenigstens liesse sich die vielfach leichte Bildung von Doppelsalzen dahin deuten, aber zu auch nur einigermaassen bestimmten Schlüssen sind diese Verhältnisse noch zu wenig aufgeklärt.

Mit der chemischen Verbindung ist in der Regel eine Verminderung des Gesammtvolumens der Componenten verbunden, bei einzelnen Klassen derselben wie bei denen des Jods kommen auch Ausdehnungen vor, aber ebenfalls in gleichartig regelmässiger Abstufung von Glied zu Glied gerade so wie sie sich bei den Verminderungen der Volumina bemerklich macht. Drückt man diese Ausdehnung oder Zusammenziehung in Procenten der Volumensumme von den Componenten aus, so erhält man nach der gewöhnlichen Auffassung die Contraction. Dieselbe kann innerhalb des Moleküls erfolgen oder in einer blossen Annäherung der Moleküle bestehen oder beide Wirkungen in sich vereinigen. Die extramoleculare Contraction ist wahrscheinlich von der Form und Bewegungsart der unter sich gleichen Moleküle abhängig, die intramoleculare von den Eigenschaften ihrer atomistischen oder molecularen Bestandtheile. Wenn nach der gewöhnlichen Annahme die Abstände der Moleküle im Vergleiche zu denen ihrer Bestandtheile bedeutend überwiegen, so müsste demnach bei einer neuen Gruppirung des Stoffs der gegenseitige Einfluss oder die Veränderung von den Eigenschaften der Componenten vorzugsweise durch ihr Eintreten in ein anderes Molekül und durch die Entfernungen innerhalb desselben bedingt sein. Die Art der Raumausfüllung oder die Dichtigkeit einer ganzen Masse wäre dann für die Eigenschaften derselben hauptsächlich nur soweit von Bedeutung, als sie durch die intramoleculare Lagerung hervorgerufen ist. Beispielsweise könnten nun vier Atome der einen Art ein fünftes wie die vier Eckpunkte eines regulären Tetraeders den Schwerpunkt umschliessen oder man könnte sie sich etwa wie die Eckpunkte eines Quadrats um seinen Mittelpunkt zu einer flachen quadratischen Tafel gruppirt denken. In beiden Fällen würden dann unter der Voraussetzung eines gleichen Abstandes der verschiedenartigen Atome doch die Gesammtvolumina voneinander abweichen, es wäre also eine Contraction möglich ohne grössere Aenderung in den Eigenschaften der Componenten. Bei einer allgemeinen Berücksichtigung aller denkbaren Fälle darf die Möglichkeit einer solchen Lagerung nicht übersehen werden, die Verwirklichung einer ähnlich abweichenden Anordnung kann dagegen nur bei sehr verschiedenartigen Verbindungen angenommen werden, je gleichartiger die Verbindungen nach der Art und Zahl der Elemente erscheinen, um so mehr wird man auf eine analoge Constitution der Bestandtheile rechnen dürfen und die Wahrscheinlichkeit dieser Annahme tritt in dem Falle des Isomorphismus oder grosser Aehnlichkeit in der Form noch bestimmter hervor.

Eine Entscheidung darüber, ob die Annäherung der Moleküle oder diejenige der Bestandtheile innerhalb der Moleküle die Verringerung des Gesammtvolumens veranlasst hat, ist für feste und flüssige Stoffe, welche hier allein in Betracht kommen, jedenfalls bisher unmöglich, doch kann sie auch für den Zweck der vorliegenden Untersuchung entbehrt werden. Es genügt als allgemeine Regel und am meisten naheliegend festzuhalten, dass bei grösserer Contraction eine grössere Veränderung der Eigenschaften erwartet werden muss, und dass beide Erscheinungen sich um so vollständiger entsprechen werden, je gleichartiger die verglichenen Verbindungen constituirt sind.

Die durch die Annäherung veranlassten Veränderungen wird man, wenn auch nicht in gleichem Maasse, für alle Eigenschaften erwarten und das findet in den darüber vorliegenden Thatsachen anscheinend seine Bestätigung. Die nahe Beziehung der Dichtigkeit der Körper auf ihr Brechungsvermögen [1]), ihren Schmelzpunkt [2]) und Siedepunkt [3]) sind in weitem Umfange nachgewiesen. In wässerigen oder alkoholischen Lösungen wurde ausserdem vielfach eine Leitungsfähigkeit beobachtet, welche die mittlere der Bestandtheile weit [4]) übertrifft. Vielleicht ist dabei die Annäherung ebenfalls die Ursache für die Veränderung des elektrischen Verhaltens, doch lässt sich Bestimmtes darüber nicht behaupten und auch die Verschiedenheit im Leitungsvermögen ungleich concentrirter Lösungen lässt darüber keine Entscheidung zu, weil dabei neben der Dichtigkeit zugleich das Mengenverhältnis der Bestandtheile ein anderes wird. Diesen nachgewiesenen oder wahrscheinlichen Einflüssen gegenüber liegt es besonders nahe für die chemische Anziehung eine Veränderung nach dem Abstande der Componenten zu erwarten, weil wir die Festigkeit einer chemischen Verbindung bei jeder Auffassung über die Ursache derselben von der Lage ihrer Bestandtheile abhängig ansehen müssen.

Für eine grosse Zahl gleichartig constituirter Verbindungen habe ich nun die Thatsache festgestellt, dass durch stärkere chemische Verwandtschaften die wirksamen Massen auf einen immer kleineren Raum zusammengedrängt werden. Sechzehn Salzreihen, und zwar ohne Ausnahme alle darauf untersuchten, zeigen für die

1) Landolt, Pogg. Ann. S. 122, 545 ff.
2) Müller-Erzbach, Ch. Ges.-Ber. Bd. 17 S. 198.
3) Brühl, Ann. Chem. Pharm. 1880, 203 S. 269.
4) G. Wiedemann, Elektricität Bd. 1 S. 568.

Metalle der Alkalien und alkalischen Erden übereinstimmend bei der Bildung des Kaliumsalzes die grösste und mit fortgesetzter Abnahme in den Zwischengliedern bei der Bildung des Magnesiumsalzes die kleinste Verringerung im Gesammtvolumen der Componenten. Auch bei den schweren Metallen finden sich ähnliche Regelmässigkeiten, aber sie sind wegen der geringen Unterschiede im Volumen der Metalle theilweise weniger deutlich und zugleich sind die Verwandtschaftsverhältnisse weniger bestimmt, so dass zunächst von ihnen ganz abgesehen werden soll. Die grosse Zahl der Einzelfälle bei den leichten Metallen ist an sich völlig ausreichend, um die nahe Beziehung von Contraction und chemischer Anziehung unzweifelhaft festzustellen.

Weil jedoch die Unterschiede in der chemischen Verwandtschaft selbst der leichten Metalle vielfach nicht unmittelbar nachgewiesen oder nachweisbar sind, so habe ich noch eine zweite Prüfung der Contractionstheorie an sämmtlichen nach ihrer Dichtigkeit bekannten Verbindungen des Wassers ausgeführt. Da mir nämlich bei allen in Betracht kommenden festen und flüssigen Körpern die Annahme unbedingt zulässig erscheint, dass das Wasser um so fester gebunden ist, je mehr seine Dampfspannung durch die Verbindung abgenommen hat, so wird der Druck des durch Dissociation abgeschiedenen Wasserdampfes ein einheitliches Mittel, um die Stärke der chemischen Bindung zu vergleichen. Aber während die Untersuchung nach dieser Seite leicht ausführbar erschien, wurde andrerseits die grosse Verschiedenheit in der Constitution der zu prüfenden Körper ein Hindernis für dieselbe. Schon der ungleiche Grad der Zusammenziehung, wie ihn E. Wiedemann sowie Thorpe und Watts unter anderem an den verschiedenen Wassermolekülen derselben Verbindung beobachtet haben, beweist deutlich genug, dass man jene Moleküle unmöglich als gleichartig nebeneinander stellen darf. Die Prüfung müsste sich demnach wenigstens darauf beschränken, dass man nur Verbindungen von gleicher Constitution zur Vergleichung benutzte. Es erschien mir jedoch wünschenswerth, darüber hinauszugehen und den engen Zusammenhang zwischen Contraction und chemischer Verwandtschaft möglichst allgemein zu beweisen. Und diesen Beweis glaube ich schliesslich dadurch geliefert zu haben, dass es möglich wurde, zu ermitteln, dass bei festen Körpern alle stärksten Contractionen mit den stärksten Verminderungen des Dampfdruckes und die schwächsten Contractionen mit den geringsten Verminderungen des Dampfdruckes zusammentreffen, während bei den flüs-

sigen Verbindungen des Wassers Contraction und Spannungsabnahme in regelmässiger Abstufung sich begleiten.

Für jede durch eine Verbindung oder eine Zersetzung hervorgerufene Contraction ist es fraglich, wieviel davon den einzelnen Componenten zufällt. Weder thatsächliche Beweise noch die Wahrscheinlichkeit können dafür angeführt werden, dass man, wie es häufig geschieht, die Zusammenziehung der einen Componente allein zuschreibt. Dieselbe wird sich auf alle wirksamen Theile erstrecken, also in den Wasserverbindungen mit mehr als einem Molekül Wasser zuletzt auf das neu eintretende Wasser und die ausserdem vorhandenen Bestandtheile, die früher aufgenommenen Wassermengen eingerechnet. Obgleich nun die Contractionsfähigkeit der verschiedenartigen Complexe, welche das Wasser aufnehmen, unzweifelhaft verschieden ist, so liegt doch eine stärkere Contraction der Gesammtmasse ohne eine entsprechende Abnahme des Wasservolumens ausser aller Wahrscheinlichkeit und es müsste eine derartige Annahme erst besonders begründet werden. Wenn man hiernach das Volumen des in eine Verbindung eingetretenen Wassers unter der Voraussetzung berechnet, dass die übrigen Bestandtheile unverändert denselben Raum ausfüllen, so erhält man an sich ein kleineres als das diesem Wasser in Wirklichkeit zukommende Volumen. *Geringere Unterschiede* der so gefundenen Molecularvolumina können auf einer Raumveränderung der anderen Bestandtheile der Verbindungen beruhen, wo *aber das in der bezeichneten Weise berechnete Wasservolumen verhältnissmässig sehr grosse oder sehr kleine Werthe annimmt,* da *ist es jedenfalls am natürlichsten und durch die Wahrscheinlichkeit geboten, anzunehmen, dass selbst in festen Verbindungen, in denen eine regelmässige Raumausfüllung am meisten Hindernisse findet, ein solches Resultat nicht durch die Nebenwirkungen veranlasst* ist, *sondern, dass das Wasser in Wirklichkeit eine entsprechende Ausdehnung besitzt.*

So habe ich nun alle festen und flüssigen Verbindungen verglichen, für welche ich die nöthigen Angaben über das specifische Gewicht und die Dampfspannung ermitteln konnte. Letztere habe ich selbst in den meisten Fällen aus den Gewichtsverlusten während der Verdampfung gemessen, von den specifischen Gewichten habe ich ebenfalls eine grössere Anzahl bestimmt und mich dazu gewöhnlich des Volumenometers von *Paalzow* bedient. Dasselbe ergab für die glatt krystallisirten Körper im allgemeinen befriedigende und mit anderen Messungen meist gut übereinstimmende Resultate, aber für amorphe

Pulver in der Regel höhere und zuweilen beträchtlich höhere Werthe als sie früher gefunden sind, indem wahrscheinlich die adhärirende Luft hinderlich wird. Für solche Pulver müssen daher die von mir bestimmten specifischen Gewichte, soweit sie nicht durch nachträgliche Wägungen unter Wasser controlirt sind, als weniger sicher angesehen werden. Wenn ein Theil des Wassers unter stärkerer Spannung verdunstete als der übrige und nach seinem Volumen nicht bekannt war, so konnte ich dafür die Durchschnittszahl für alle Moleküle als Minimum hinstellen, weil die zuerst aufgenommenen Wassermoleküle, soweit die Beobachtung reicht, in keinem Falle einen grösseren Raum ausfüllen als die späteren. Sollten Ausnahmen davon vorkommen, so würden sie auf das Resultat der Untersuchung nur dann einen wesentlichen Einfluss ausüben, wenn sie bei den Verbindungen des Wassers gegen alle Wahrscheinlichkeit und gegen alle Erfahrung bei anderen Verbindungen sehr beträchtlich wären. Die in den nachstehenden Tabellen (S. 516 ff.) enthaltenen Bestimmungen der specifischen Gewichte, welche von mir ausgeführt sind, habe ich mit M. bezeichnet. Die festen Verbindungen gehen den flüssigen voraus, bei den ersteren ist im ganzen nach abnehmendem Wasservolumen geordnet, bei den letzteren nach der wachsenden Zahl der Wassermoleküle.

Nach den Beobachtungen von Roscoe und Dittmar verdunstet aus der wasserreicheren Salzsäure solange vorwiegend das Wasser, bis die Zusammensetzung $HCl + 6\,H_2O$ erreicht ist. Da jedoch etwas Chlorwasserstoff mit verdunstet, so war es für die Druckmessung erforderlich, die Menge desselben wenigstens annähernd zu ermitteln. Ich brachte deshalb wässerige Salzsäure in die Atmosphäre einer wässerigen Schwefelsäure von möglichst gleicher Dampfspannung, so dass ein jetzt noch erkennbarer Gewichtsverlust dem Entweichen von Chlorwasserstoff allein zugeschrieben werden konnte. Auf diese Weise und durch Analyse des Rückstandes habe ich gefunden, dass aus einer Salzsäure von der Zusammensetzung $HCl + 7{,}2\,H_2O$ bei einer durchschnittlichen Temperatur von 18^0 nicht über 2% vom Gewicht des verdunstenden Wassers an Chlorwasserstoff entweicht. Daher sind die angegebenen, auf der Gewichtsabnahme beruhenden Druckmessungen des Wasserdampfes durch den Chlorwasserstoff nur wenig beeinflusst und geben jedenfalls ein hinreichend genaues Bild von dem Verhältnisse der Druckwerthe bei Salzsäuren von verschiedenem Wassergehalt. Für den Dampfdruck der verdünnten Schwefelsäure habe ich die Beobachtungen von Regnault angegeben, die eigenen und früher bereits publicirten weichen nicht wesentlich davon ab.

Die ganze Reihe der hier angeführten und von mir überhaupt untersuchten Fälle zeigt, dass die festen Ver-

Verbindung	Volumen derselben	Beobachter des specifischen Gewichtes	Volumen der wasserfreien Verbindung	Beobachter	Kleinstes Molecularvolumen des verdunstenden Wassers	Dampfdruck bei 15°	Anzahl der verdunstenden Wassermoleküle
$SrH_2O_2 + 8H_2O$	190,0	Filhol	33,8	Filhol	19,5	9,5 mm u. 3,2	erst 1, dann 6
$BaH_2O_2 + 8H_2O$	190,0	"	38	"	19	11,4—2,5 u. 1,5	erst 1, dann 5 u. 1
$Na_2SO_4 + 10H_2O$	220,5	Schiff, Stolba	52,8	Schröder	16,8	9,9	10
$Na_2CO_3 + 10H_2O$	195,9	Buignet (M.)	42,4 (43,2)	Filhol (M.)	15,4 (15,3)	8,5—1,14	erst 9, dann 1
$Na_2HPO_4 + 12H_2O$	231 (22,8)	"	61	M.	14,2 (13,9)	8,5—5,3—0,51	erst 5, dann 5 u. 2
$B_2O_3 + 3H_2O$	83, (79,5)	Kirwan (M.)	38,9	Davy	15 (13,5)	2,0 mm bei 20°	?
$ZnSO_4 + 7H_2O$	146,8	Thorpe u. Watts	45,6	Thorpe u. Watts	14,5	5,6	5
$MgSO_4 + 7H_2O$	146,6 (145,6)	Thorpe u. Watts (M.)	44,8 (45,5)	Thorpe u. Watts (M.)	14,5	3,8	1
$NiSO_4 + 7H_2O$	144,6	Thorpe u. Watts	44,6	Thorpe u. Watts	14,3	7,1	1
$CoSO_4 + 7H_2O$	146,0	"	44,7	"	14,5	6,7	1
$FeSO_4 + 7H_2O$	146,7	"	44,5	"	14,6	3,8 (6,3)	3
$MnSO_4 + 5H_2O$	114,4	"	45,0	"	13,9	6,6	3
$CuSO_4 + 5H_2O$	109,1	"	44,4	"	12,9	1,2 (2,5)	2
$Na_2Br_2 + 4H_2O$	128,1	Favre u. Valson	68,7	Kremers	14,6	3,3	4
$CaCl_2 + 6H_2O$	133,9 (137,8)	Filhol (M.)	50,4 (51,9)	Schiff (M.)	13,9 (14,3)	1,5—1,01—0,15	erst 2, dann 2 u. 1
$MgCl_2 + 6H_2O$	130,1 (124,1)	"	43,7	Playfair u. Joule	14,4 (13,4)	0,18	2
$CoCl_2 + 6H_2O$	129,3	Bödeker u. Ehlers	44,8	"	14,1	2,5	4
$Na_2B_4O_7 + 10H_2O$	222,7 (217,0)	Stolba (M.)	85,3	Filhol	18,7	3,4 zuweil. unregelm.	5
$SrN_2O_6 + 4H_2O$	126	Favre u. Valson	71 (70)	Favre u. Valson (M.)	13,7	7,7	4
$CaN_2O_6 + 4H_2O$	124,2 (125,5)	Ordway (Favre u. Valson)	66,4	Kremers	14,4	0,9	4
$CaN_2O_6 + 3H_2O$	108	M.	66,4	—	12,9	1,4—0,5	erst 1, dann 2
$ZnN_2O_6 + 6H_2O$	146,3	"	69,2	M.	12,9	2,3—0,9	erst 2, dann 1
$MnCl_2 + 4H_2O$	99	Bödeker	50,8	Hermann	12,1	2,3	erst 2, dann 1
$BaCl_2 + 2H_2O$	79,2	Buignet	54,5	Schiff, Richter	12,3	0,4—0,06	erst 1, dann 1
$Fe_2O_3 + 2H_2O$	61,8	M. (nach d. Gewichtsverluste im Wasser)	34,0 (33,8)	Playfair u. Joule (M.)	13,6	0	0
$Co_2O_3 + 3H_2O$	71,0	M. (G. i. W.)	34,6 (31,3)	Playfair u. Joule (Herapath)	12,1	0	0
$ZnO + H_2O$	28,3	M. (G. i. W.)	14,5	Filhol, Brocks	13,8	0	0
$PbO + H_2O$	34,4	M.	24,2	Karsten	10,2	0	0

Verbindung	Volumen derselben	Beobachter des specifischen Gewichtes	Volumen der wasserfreien Verbindung	Beobachter	Kleinstes Molecularvolumen des verdunstenden Wassers	Dampfdruck bei 15°	Anzahl der verdunstenden Wassermoleküle
$CaO + H_2O$	28,4	M. (gelöschter Kalk)	17,6	Filhol	10,8	0	0
$SrO + H_2O$	33,6	Filhol	21,8 (22,5)	Brügelmann (Filhol)	11,8 (11,1)	0	0
$BaO + H_2O$	38	„	26,8 (28)	„	11,2 (10)	0	0
$ZnSO_4 + H_2O$	54,7	Thorpe u. Watts	45,6	Thorpe u. Watts	9,1	0	0
$FeSO_4 + H_2O$	56,2	„	44,5	„	11,7	0	0
$NiSO_4 + H_2O$	56,5	„	44,6	„	11,9	0	0
$CoSO_4 + H_2O$	55,2	„	44,7	„	10,5	0	0
$MgSO_4 + H_2O$	55,6	„	44,8	„	10,8	0	0
$MnSO_4 + H_2O$	55,7	„	45,0	„	10,7	0	0
$CuSO_4 + H_2O$	54,3	„	44,4	„	9,9	0	0
$KHO + 1\frac{1}{3} H_2O$	44,7	Schiff	28	Filhol	12,5	minimal	minimal
$+ 2 H_2O$	55	„	28	„	13,5		
$+ 6\frac{1}{2} H_2O$	128,8	„	28	„	15,9	8,3 Wüllner	
$HCl + 3 H_2O$	75,6	Ure	40 bei 0° (43,7 bei 15°)	Ansdell	11,8	minimal Graham	*Zunahme d. Volumens durch das letzte Wassermolekül:*
$+ 4 H_2O$	92, 97	„	„	„	13,3		17,37
$+ 5 H_2O$	110,7	„	„	„	14,1		17,73
$+ 6 H_2O$	128,5	„	„	„	14,7	7,1 bei $6\frac{1}{2} H_2O$	17,8
$+ 7 H_2O$	146,3	„	„	„	15,2	7,5	17,8
$+ 8 H_2O$	164,2	„	„	„	15,5	7,9	17,9
$+ 9 H_2O$	182,1	„	„	„	15,8		17,9
$H_2SO_4 + H_2O$	65,3	Kolb	53,2	Kolb	12,1	0,18 Regnault	
$+ 2 H_2O$	81,2	„		„	14	0,63 „	15,9
$+ 3 H_2O$	98,2 (98,0)	Kolb (Bineau)		„	15	1,6 „	17 (16,8)
$+ 4 H_2O$	115,2	Kolb		„	15,5	2,7 „	17 (17,2)
$+ 5 H_2O$	132,5	„		„	15,8	4,45 „	17,3
$+ 7 H_2O$	167,2	„		„	16,3	6,2 „	17,35
$+ 9 H_2O$	202,0	„		„	16,5	8,0 „	17,4
$+ 11 H_2O$	237,0	„		„	16,7	9,0 „	17,5
$+ 17 H_2O$	343,0	„			17	10,7 „	17,7

bindungen mit einem Wasservolumen von mehr als 15 bei 15° den relativ hohen Dampfdruck von mehr als 8 mm besitzen, während bei einem Volumen des Wassers, welches kleiner ist als 12 (11 Fälle), der Dampfdruck ohne Ausnahme auf ein Minimum oder auf Null herabsinkt. Die übrigen Werthe liegen zwischen diesen Grenzen. Es ergibt sich hiernach in der vorher abgeleiteten Weise die enge Beziehung zwischen Volumen und chemischer Anziehung schon für die Gesammtheit der festen Verbindungen, sie bleibt unverkennbar und wird an der oberen und unteren Grenze selbst da nicht verdeckt, wo die räumliche Ausdehnung durch die Krystallisation beeinflusst wird, was man ja unter anderem nach den bekannten plötzlichen Veränderungen vieler Volumina beim Schmelzen annehmen muss. Am deutlichsten und völlig unzweifelhaft erkennt man aber jene Beziehung bei den nicht an feste Gewichtsverhältnisse gebundenen verdünnten Säuren und Alkalien, die wegen des flüssigen Aggregatzustandes den im Inneren der Masse wirksamen Kräften am leichtesten folgen können. Sie zeigen eine stetige Zunahme im Wasservolumen überall mit einer stetigen Zunahme des Dampfdrucks verbunden. Dass für eine Art dieser Verbindungen, die wasserhaltigen Schwefelsäuren, von Mendelejeff[1]) ein mit der Contraction regelmässig wachsender Werth der Wärmetönungen nachgewiesen werden konnte, ist nur ein weiterer Beleg für die Abhängigkeit der chemischen Anziehung von der räumlichen Ausdehnung.

Die früher von mir mitgetheilten Tabellen über die Bestimmung der chemischen Verwandtschaft nach der Contraction finden demnach im Verhalten der wasserhaltigen Verbindungen eine neue Begründung.

---

1) Chem. Ber. 19, 400.

Luftwägung in der Lehrstunde.

Von

A. Kurz.

Als das geeignetste Instrument empfehle ich hierzu das „Gewichtsmanometer von Guericke", welcher Name (im Leitfaden von v. Beetz z. B.) mir deutlicher zu sein scheint als „Baroskop" oder „Dasymeter" (im grossen Pfaundler'schen Buche). Der erstgenannte Autor kommt auf die Luftwägung (mittels grossen Ballons) zweimal, im 2. und 3. Abschnitte seines Buches, zu sprechen, wobei überdies noch ein zweiter gleich grosser Glasballon als Gegengewicht angeführt wird, der füglich entbehrt werden kann. Pfaundler erwähnt und zeichnet den kleinen Ballon von Guericke auch an zwei Stellen seines 1. Bandes, benutzt ihn aber nur für das archimedische Princip und den Luftballon. Ich aichte den in hiesiger Sammlung sich befindenden mit Wasser, indem ich ihn in einem Kaliber untertauchte und 330 cbcm durch die Steigung des Wasserspiegels vorfand. Ferner aichte ich auch das Instrumentchen als Wage, indem ich

0,05 g auf den Ballon legte und 11 Scalentheile Zeigerausschlag,
sowie 0,10 g „ „ „ „ „ 21 „ „
erhielt.

Unser Manometer empfiehlt sich, nebenbei bemerkt, auch dadurch, dass es gleich beim ersten Kolbenhub die Verdünnung der Luft anzeigt, während das abgekürzte Barometer von ca. 22 cm Länge erst

beim 7. Kolbenhub auf 21 cm,
„ 8. „ „ 18 „
„ 9. „ „ 15 „ fiel.

Diese drei Beispiele verwende ich jetzt zur Bestimmung des Verhältnisses $c:v$ vom Stiefel- zum Recipientenraum, wobei zum letzteren auch der Raum des abgekürzten Barometers einzurechnen ist. Der Barometerstand betrug 72 cm, also ist

$$72 \cdot \left(\frac{v}{v+c}\right)^7 = 21, \qquad 72 \cdot \left(\frac{v}{v+c}\right)^8 = 18, \qquad 72 \cdot \left(\frac{v}{v+c}\right)^9 = 15;$$

die Resultate dieser drei Gleichungen stimmen in

$$\frac{c}{v} = 0{,}19$$

überein. Die Capacität der Glocke wurde mit Wasser gleich wenig über 4 l gefunden, so dass der Stiefelraum c nahe $\frac{4}{5}$ l resultirt.

Wurde alsdann der Versuch mit obigem Manometer angestellt, wobei das abgekürzte Barometer abgesperrt bleiben kann, so muss für v auch wegen der genannten 330 cbcm etwas weniger als 4 l, etwa 3,6 gesetzt werden und es berechnet sich der Barometerstand nach dem 1. Kolbenhube gemäss

$$72 \cdot \frac{3{,}6}{3{,}6 + 0{,}8} \text{ gleich } 59 \text{ cm},$$

d. h. 13 cm gingen beim 1. Kolbenhub von den anfänglichen 72 verloren. Nimmt man die Zahl $s = 800$ für das Verhältnis der Dichte des Wassers zur Dichte der Luft von 76 cm Quecksilber Druck und etwa 10° C. Temperatur einstweilen als bekannt an, so ist der Ballon gemäss dem Princip von Archimedes jetzt schwerer geworden um

$$\frac{330}{800} \cdot \frac{13}{76} \text{ oder } 0{,}070 \text{ g};$$

dabei wanderte der Zeiger des Manometers um 15 Scalentheile, welchen nach der schon angeführten Aichung

$$15 \cdot \frac{0{,}10}{21} \text{ oder } 0{,}071 \text{ g entsprechen.}$$

Diese Uebereinstimmung ist gewiss erfreulich. Setzt man dem Titel dieser Mittheilung zulieb

$$\frac{300}{s} \cdot \frac{13}{76} = 0{,}071,$$

so wird s um 1 auf 70 zu niedrig, also statt 800 ungefähr 790 gefunden. —

In hiesiger Sammlung befindet sich auch ein kugelförmiger Glasballon mit Armatur für die Luftpumpe von ungefähr 2 l Inhalt. Um mittels desselben die Luftdichte s zu finden, bedarf es längeren Pumpens und auch längeren Wägens als mit dem kleinen geaichten Instrumente unter der Luftpumpenglocke.

Ich unterlasse es, auch den 2. oder noch den 3. Kolbenhub zur Bestimmung von s, bezw. zu dessen Verification zu benutzen. Weitere Kolbenhübe machen das Verfahren auch wegen nicht absoluten Dichthaltens der Pumpe unsicherer, nach dem allgemeinen Strömungsgesetze (Luft-, Wasser-, Wärme- und elektrischer Strom), dessen ein specieller Fall das Ohm'sche Gesetz ist.

Messungen der durch Anspannen von Drähten bewirkten Quercontraction.

Vierte Mittheilung[1]).

Von

H. Götz und **A. Kurz.**

Drähte aus anderen Metallen als Stahl.

§ 1. Platin, Durchmesser 1,73 mm, also Querschnitt $q = 2{,}35$ qmm. Wertheim gibt für den Elasticitätsmodul $E = 17{,}000$, Tomlinson 15,000 kg pro 1 qmm; mit dem Mittelwerthe 16,000 berechnet sich aus der Gleichung

$$\frac{P}{q} = E \cdot \frac{\lambda}{l}$$

für die Dehnung $\lambda = \frac{1}{4}$ mm pro $l = 1000$ die Spannkraft

$$\frac{P}{q} = 4 \text{ kg pro } 1 \text{ qmm.}$$

Bei der ersten und zweiten Verlängerung um je $\frac{1}{4}$ mm wurde am Wasserstande die Senkung abgelesen von bezw. 0,29 und 0,31 Scalentheilen, also im Mittel 0,30, was nach § 1 der ersten Mittheilung

$$0{,}30 \cdot 2{,}09 = 2{,}35 \cdot 2\,\sigma \cdot \frac{1}{4000} \cdot 1000$$

für das Verhältnis σ der Quercontraction zur Längsdilatation den Werth 0,53 liefern würde. Bekanntlich würde $\sigma = \frac{1}{2}$ bedeuten, dass durch den Zug keine Volumzunahme stattfände, indem die Längszunahme durch die Querabnahme ausgeglichen würde.

Allein es lässt sich wohl denken, dass am Anfange auch Geradestreckung stattfand, so dass hernach statt 0,30 eine geringere Senkung des Wassers, also auch ein kleinerer Werth von σ aus letzterer Rechnung sich ergeben wird.

---

1) Die dritte Mittheilung im vorigen Bande S. 511—519. Die obige vierte bildet, wenigstens soweit jetzt beabsichtigt ist, den Schluss dieser Messungen.

So kam auch am selben Tage (1. Juni v. J.) bei der dritten Vierteldrehung nur 0,11 statt 0,30 zum Vorschein.

Diese drei Streckungen um je $\frac{1}{4}$ mm wurden hernach wieder aufgehoben, und am 2. Juni wiederholt, wodurch wiederum

0,11 und 0,22 und 0,16

Scalentheile zur Ablesung gelangten.

Schliesst man den ersten dieser drei Werthe wieder aus, wie schon in der zweiten Mittheilung geschah und durch eine von früher her zurückgebliebene kleine Verlängerung motivirt ist, so wäre jetzt die obige Rechnung mit 0,20 statt 0,30 anzustellen, so dass

$$\sigma = \frac{1}{3}$$

sich ergäbe.

Von jetzt ab drehten wir nicht mehr ganz zurück, sondern beliessen das erste $\lambda = \frac{1}{4}$ dauernd in dem Drahte und in den folgenden Tagen wiederholte sich der vorige Werth annähernd so oft, dass man letzteren Werth (oder wenig darüber) innerhalb der Elasticitätsgrenze annehmen kann [1]).

Gegen Ende des Monats Juni wurde der Platindraht auch noch über diese Grenze hinaus ausgedehnt, bis ein Rutschen desselben innerhalb der Klemmen bemerkbar wurde. Dabei wurden (ohne Ausschluss einer Zahl) die Scalentheile

0,24 0,22 0,26 0,23 0,23

also σ nicht viel grösser als vorhin beobachtet. Die unmittelbare Dickenmessung (Mittel aus 20 Zahlen) gab $d = 1,674$ (Minimum 1,660, Maximum 1,690), so dass der Durchmesser um 6 auf 173 abgenommen hatte.

Bei dieser Ueberanstrengung war der Draht viermal um je $\frac{1}{2}$ mm ausgestreckt worden, das erwähnte Rutschen trat beim fünften Halbmillimeter ein. Es wurde also

$$\frac{\lambda}{l} = 0,002 \text{ und } \frac{\delta}{d} = \frac{0,06}{1,73} = 0,03 \cdot 5$$

insgesammt; von letzterem Werthe käme allenfalls noch jene Dicken-Minderung in Abzug, welche der Draht vorher erlitten haben mochte.

1) Tomlinson gibt in Tab. II der von uns im Rep. 1885 S. 87 u. f. citirten Abhandlung für einen hartgezogenen Platindraht $\sigma = 0,051$ bloss und für einen geglühten 0,076, welche Werthe aus der im Eingange unserer ersten Mittheilung angegebenen Formel berechnet wurden. Diese Zahlen dienen also als Bestätigung unserer dort ausgesprochenen Behauptung. Zu vergl. auch das kurze Referat über unsere Abhandlung im Rep. 1885 S. 87 u. f. von Seite der Beiblätter zu Wiedemann's Ann. IX (1885) S. 525.

Aber wenn die früheren Verlängerungen, welche jeweils wieder aufgehoben wurden, auch in Bezug auf die Querverkürzungen im strengen Sinne elastische waren, so durfte ja vorher auch nichts von der Querverkürzung zurückbleiben. Dann wäre also hernach, bei der Ueberreizung des Drahtes, $\frac{\delta}{d}$ das 17fache des $\frac{\lambda}{l}$ gewesen, das ist eine bedeutende Verdichtung des Platindrahtes durch Zug.

Vorher, innerhalb der Elasticitätsgrenze, wurde der Platindraht höchstens $\frac{3}{4}$ mm weit gestreckt, also höchstens bis zu 12 kg pro 1 qmm angestrengt.

§ 2. Neusilberdraht, Durchmesser 1,455 mm, also Querschnitt $q = 1{,}60$ qmm. Tomlinson gibt für den Elasticitätsmodul 13,000 kg pro 1 qmm, woraus für die Dehnung $\lambda = \frac{1}{4}$ mm pro $l = 1000$ die Spannkraft

$$\frac{P}{q} = \frac{13}{4}\,\text{kg}$$

sich ergibt. Am 1. Juli wurden drei solche Dehnungen vorgenommen, also insgesammt um $\frac{3}{4}$ mm, wobei der Wasserstand je um

0,20 0,12 0,13 Scalentheile

herabsank. Für die zweite dieser Zahlen wird

$$\sigma = 0{,}31.$$

Am 2. Juli wurde dieser Versuch wiederholt (am 1. Juli waren jene Dehnungen durch Zurückdrehen wieder aufgehoben worden) und es sank der Wasserstand bezw. um

0,15 0,18 0,13 Scalentheile.

Die letztere Zahl 0,13 wiederholte sich also an gleicher Stelle. An den folgenden Tagen bis zum 23. Juli kam sie auch noch manchmal zum Vorschein, aber untermischt mit anderen, wie z. B. am 6. Juli

0,10 0,15;

diese letztere Zahl 0,15 kam noch öfter vor, so am 23. Juli

0,15 0,15 0,15.

Deshalb mag insgesammt

$$\sigma = 0{,}3 \text{ bis } 0{,}4$$

als wahrscheinlicher Werth sich ergeben.

§ 3. Derselbe Neusilberdraht, im Kohlenfeuer geglüht. Da wurde, was bemerkenswerth, gleich am ersten Versuchstage (31. Juli) auch als zweiter Werth der Senkung des Wasserstandes

0,13

gefunden; aber schon am zweiten Versuchstage (5. August) ward ein mehr als doppelt so grosser Werth beobachtet; am 7. August wieder

0,14 als Senkung beim zweiten Viertelmillimeter der Längsdehnung; und so untermischt ging es weiter, bis wir diese Proben am 11. October abbrachen. Dazwischen war auch eine Pause, im Monat September. Nach den Erfahrungen, die wir später an einem Zinkdrahte machten (s. § 6), unterlassen wir es jetzt umsomehr, eine weitere Folgerung hinsichtlich des Werthes von σ zu ziehen.

§ 4. Silicium-Bronze-(Telephon-)Draht, Patent von Lazare Weiller & Cie., Paris und Angoulôme, Generalvertreter für Oesterreich-Ungarn und das deutsche Reich J. B. Grief, Wien 1, Tuchlauben 11. Letzterem Herrn verdanken wir die unentgeltliche Zusendung von Proben dieses und des im § 5 erwähnten Drahtes.

In der „Elektrotechnischen Zeitschrift" v. J. 1884 ist unter anderem die Zugfestigkeit dieses Drahtes zu 80—86 kg pro Quadratmillimeter angegeben (die Leitungsfähigkeit gleich 43—45% gegenüber reinem Kupfer). Sein Durchmesser beträgt 1,11 mm, also der Querschnitt 0,97, also nahe 1 qmm.

Am 15. October, dem ersten Versuchstage, wurden für je $\frac{1}{4}$ mm Verlängerung die Wasserstandsdifferenzen abgelesen

0,14 0,29! 0,06 Scalentheile.

Mit der letzten Zahl würde sich σ ergeben aus

$$0{,}06 \cdot 2{,}09 = 1 \cdot 2\sigma \cdot \frac{1}{4}, \text{ also } \sigma = 0{,}25.$$

Am 16. October waren die Differenzen auch zu hoch, wie die beiden ersten vom 15. October. Am 19. October dagegen lauteten sie

0,06 0,05 0,16,

also nur die dritte zu hoch, die beiden andern ganz oder nahezu im Einklange mit dem vorhin erwähnten Resultate. Am 20. October

0,07 0,08 0,15 Scalentheile.

Am 21. October aber wieder zu hoch, nämlich

0,18 0,14 Scalentheile

und schliesslich am 22. October

0,04 0,11 0,18 Scalentheile.

Die Mehrheit der auf diese Weise ausgewählten Zahlen, deren alle hier Erwähnung fanden, macht wohl

$$\sigma = 0{,}3$$

ungefähr als Resultat wahrscheinlich.

§ 5. Silicium-Bronzedraht, „Telegraphenqualität" laut geehrter Zuschrift der im § 4 genannten Firma, von 2 mm Dicke. Nach 14 Messungen unserseits betrug dieselbe 2,03 (zwischen 2,01 und 2,04), so dass der Querschnitt 3,24 qmm. Die Zugfestigkeit wird in der elektrotechnischen Zeitschrift gleich 44—46 kg pro Quadratmillimeter, die Leitungsfähigkeit gleich 97—99% gegenüber reinem Kupfer angegeben.

Nach einer Störung im Apparate, die wir am dritten Beobachtungstage erkannten, wurde derselbe neu zusammengestellt und am 11. November die Ablesung von

0,11 0,30 0,28 Scalentheilen

gemacht. Mit dieser zweiten Zahl 0,30 ergibt sich

$$\sigma = 0{,}39.$$

Am 12. November erhielten wir

0,34 0,30 0,35 Scalentheile,

also Uebereinstimmung dieses zweiten Resultates mit dem vorigen;

am 13.	November	0,15	0,32	0,34	Scalentheile,
„ 16.	„	0,21	0,36	0,36	„
„ 17.	„	0,12	0,36	0,35	„
„ 20.	„	0,27	0,36	0,26	„
„ 23.	„	0,31	0,34	0,31	„
„ 24.	„	0,27	0,31	0,24	„
„ 26.	„	0,32	0,32	0,27	„
„ 30.	„	0,22	0,30	0,31	„

Dies sind alle Messungen; die zweite Colonne schliesst wieder mit 0,30 und variirt weniger als die dritte, geschweige denn die erste; das Mittel ihrer 8 resp. 9 Werthe (s. auch die 5. Zeile vorher), wenn man diese alle als gleichberechtigt ansehen wollte, ist 0,33. Im ganzen kann also

$$\sigma = 0{,}40$$

als das Verhältnis der Quercontraction zur Längsdilatation für diesen Draht angesehen werden.

§ 6. Zinkdraht, Durchmesser bestimmt mit dem Dickemesser, der die 0,01 mm angibt (die 0,001 durch Schätzung), aus zehn Ablesungen an verschiedenen Stellen

2,107 mm;

also Querschnitt $q = 3{,}48$ qmm.

Kohlrausch gibt als Elasticitätsmodul des Zinks 8700 kg für $q = 1$ an; also wird bei einer Viertelumdrehung der Zugspindel ein Zug von 2,2 kg für $q = 1$ nöthig. Der Apparat ohne Wasser wiegt 3,21 kg, das Wasser 0,15 kg.

Am 10. December, acht Tage nach der Einbringung des Drahtes in den Queremesser, mussten aber sieben Viertelumdrehungen gemacht werden, um nur 0,05 Scalentheile Senkung in der Capillarröhre wahrzunehmen, so dass man hätte glauben können, der Draht wäre etwa innerhalb eines Pfropfens gerissen.

Dies wiederholte sich auch in den nächsten Tagen. Am 21. December hatten wir 9 mm Verlängerung auf 1000; zur Abkürzung wird diese ausserhalb des Apparates sichtbare Strecke a genannt.

Am 23. December schlossen wir mit Recht, dass der Draht vorzugsweise am oberen Ende, zwischen der Klemme und dem oberen Röhrenende, ausgezogen worden war, während der Draht in der Röhre fast gar nicht afficirt wurde.

Am 5. Januar bis zu $a = 24$ mm ausgedehnt, Dicke mit obigem Instrumente $= 2{,}0$ mm gemessen.

Das Wasser stieg auch in den folgenden Tagen über die Röhre hinaus, was dem Einfluss des sich mit der Kälte zusammenziehenden Eisenrohres zugeschrieben werden muss. Vergl. § 2 unserer dritten Mittheilung, im vorigen Bande S. 512, wonach die scheinbare Ausdehnung des Wassers bei der Abkühlung von 40—0° gleich 0,00026, also für das Volum von 150 cbcm beträgt 0,04 cbcm oder 40 cbmm oder fast 20 numerirte Theilstriche auf der Capillarröhre, das ist fast 200 Scalentheile.

Aus diesen Gründen wurden die Beobachtungen absichtlich sistirt; im Februar, also nach Abnahme der Winterkälte war das Wasser in der Röhre gefallen, und am 15. Februar wurde der Draht aus dem Queremesser herausgenommen und mit dem Dickemesser fand sich $d = 1{,}93$ und $1{,}98$ ganz oben, an der Stelle a, die nicht im Queremesser sich befand. Dagegen innerhalb der 1 m langen Röhre des Queremessers

$$d = 2{,}079$$

als Mittel von zehn Messungen.

Unter diesen Umständen muss natürlich von einer Angabe über σ abgesehen werden. Der Draht ist zu weich für diesen Messapparat.

Auch blieben Versuche mit einem gewöhnlichen Dickemesser ohne nennenswerthe Resultate. Es war nämlich der Zinkdraht zwischen den beiden Klemmen ohne den vorigen Apparat eingespannt und dessen Dicke von Decimeter zu Decimeter in zwei zu einander senkrechten Richtungen gemessen worden.

Dass der gewöhnliche Dickemesser selbst, abgesehen von dem Material des zu messenden Drahtes, keine brauchbaren Resultate gibt, zeigte sich hernach noch sowohl an dem in § 1 untersuchten Platindrahte, als auch an einer frischen Probe solchen Drahtes.

§ 7. Schluss. Von § 4 an waren diese Messungen neben anderen, die in die Elektricitätslehre einschlagen und auch in dieser Zeitschrift zur Erwähnung kommen, noch fortgesetzt worden. Als letztes Ergebnis kann wohl angeführt werden, dass der in unserer ersten und dritten Mittheilung beschriebene Apparat, kurzweg Queremesser genannt, zur Ermittlung so kleiner Aenderungen von ohnehin schon kleinen Durchmessern der Drähte seine Dienste leistet, wenn man angesichts dieser schwierigen Aufgabe keine zu grossen Anforderungen stellt und wenn die Drähte, sowohl was das Material als den Querschnitt betrifft, hinreichend stark sind. Auf die einschlägigen Versuche anderer Physiker wurde in unseren Mittheilungen schon hingewiesen.

Wind und Wasserwellen.

Von

M. Möller.

In Bd. 22 S. 601—604 d. Zeitschr. entwickelt Herr J. F. Hermann Schulz einige Ansichten über das verschiedene Verhalten der Wasserwellen bei Strömung des Wassers gegen oder mit dem Winde. Herr Schulz beginnt die Ausführung mit der Bemerkung, dass der Verfasser dieser Zeilen im vierten Hefte des Jahrg. 1886 die bei Seeleuten verbreitete Ansicht bestreite, dass bei einander entgegengerichtetem Strom und Wind, die von letzterem erregten Wellen einen wesentlich anderen, gefährlicheren Charakter besitzen, als wenn keine, oder gar eine dem Winde gleichgerichtete Strömung vorhanden wäre. — Diese Auslassung des Herrn Schulz beruht gänzlich auf Irrthum und erlaube ich mir daher auf Nr. 5 und 6, S. 255 u. 256 Bd. 22 meiner kleinen Abhandlung zu verweisen, woselbst gerade die Nothwendigkeit einer anderen Umgestaltung der Wellenform zu begründen versucht wird, je nachdem die Welle in schneller oder langsamer fliessendes Wasser übertritt. Da nun auf einem Flusse am Rande und in der Mitte, resp. dem Stromstrich, stets verschiedene Geschwindigkeiten sich vorfinden, so bilden sich auch andere Wellen aus, je nachdem der Wind die Wellen schräge vom Ufer stromaufwärts oder stromabwärts dem Stromstriche zutreibt. Im ersteren Fall entstehen kurze und hohe, also gefährlichere, im letzteren Fall niedrigere, gestrecktere Wellen.

Herr Schulz übersieht die Darlegungen 5 und 6 und bemüht sich nur nachzuweisen, dass Wellen, in constant fliessendem Strome sich bewegend, auch dann doch verschieden hoch ausfallen müssten, wenn in Fällen verschiedener absoluter Bewegung die relative Bewegung zwischen Luft und Wasser gleich bleibt. Die Unrichtigkeit dieser Ansicht liegt ja auf der Hand, es braucht nur darauf hingewiesen zu werden, dass in den Figuren 1, 2 und 3 jener Abhandlung an jedem Punkte die relative Bewegung des Wasserelementes und der Luft im Winde dieselbe ist, nämlich oben 9 m, unten 11 m, und dass also aus jenen Skizzen durchaus nicht ersichtlich ist, weshalb auf diese Wellen, in je einem Strome constanter Stromgeschwindigkeit fortschreitend verschiedene Kräfte wirken sollten. Wo aber die Kräfte, die Kraftrichtungen und die Wegeslängen in Bezug auf den fortschreitenden Mittelpunkt der Schwingungsbahn eines Elementes gemessen, gleich sind, da müssen auch gleiche Wellenformen sich ergeben.

Eine andere Frage ist diese, ob der die Wellenbewegung störende Einfluss der Reibung des Wassers am Strombette bei Strömung gegen den Wind anders wirke als bei Strömung mit dem Winde und ob daher dieser Einfluss eine besondere Beachtung verdient. Diese Frage vermag ich zur Zeit aber nicht zu beantworten.

Ueber das Gleichgewicht eines Gases unter dem blossen Einfluss seiner eigenen Schwere[1]).

Von

Sir **W. Thomson**[2]).

Dieses Problem wurde für den Fall einer gleichförmigen Temperatur meines Wissens zuerst von Tait vorgelegt — in folgender sehr interessanten Frage, die er bei einer Prüfung stellte (Glasgow, 2. Oct. 1885): „Unter Voraussetzung der Giltigkeit des Boyle'schen Gesetzes für einen beliebigen Druck ist der Ausdruck für die Dichte der Luft im Gleichgewichtszustande als Function der Entfernung vom Mittelpunkt einer anziehenden, kugelförmigen Masse abzuleiten, wenn letztere in einen unendlichen, ursprünglich mit Luft gefüllten Raum gestellt wird, ferner ist anzugeben, welche einfache Potenz der Entfernung vom Kugelmittelpunkt eine specielle Lösung bildet".

Die Antwort (im Prüfungsstil!) lautet: Bei passender Wahl der Einheiten ist

$$\frac{d\varrho}{dr} = -\frac{\varrho \int_0^r \varrho r^2 dr}{r^2} \tag{1}$$

worin ϱ die Dichte in der Entfernung r vom Mittelpunkt bezeichnet. Unter der Annahme

$$\varrho = A r^x \tag{2}$$

1) Uebersetzt aus Phil. Mag. (5) vol. XXIII, März 1887.

2) Mittheilung des Verfassers nach einem Vortrag in der Royal Society zu Edinburgh am 7. und 21. Februar 1887.

Anmerkung vom 22. Februar 1887. Nachdem ich gestern die letzte Correctur dieser Abhandlung zum Druck befördert hatte, erhielt ich heute von Prof. Newcomb einen Brief, der mich auf eine sehr wichtige Abhandlung des Herrn J. Homer Lane „Ueber die theoretische Sonnentemperatur" aufmerksam machte, welche im Americ. Journ. of. Science, Juli 1870 p. 57 erschien, — worin genau dasselbe Problem wie in meinem Artikel sehr eingehend, sowohl in mathematischer wie in physikalischer Beziehung, behandelt ist. Vor der Drucklegung kann ich nur mehr auf Herrn Lane's Schrift hinweisen, ich hoffe aber daraus grossen Nutzen zu ziehen, wenn ich die vorliegende Arbeit fortsetze, wie ich es vorgehabt und noch immer vorhabe. W. T.

findet man $A = 2$, $\varkappa = -2$, mithin ist

$$\varrho = \frac{2}{r^2} \tag{3}$$

die verlangte Lösung der Gleichung.

Tait berichtet mir, dass ihm diese Frage aufstiess, als er für „Nature" Stockes' Vorlesung[1]) über Anwendungen der Spectralanalyse auf das Sonnenlicht und das Licht von Sternen, Nebeln und Kometen recensirte; auch gab er in den „Fortschritten der Edinburgher mathematischen Gesellschaft" einige Transformationen der Gleichgewichtsgleichung. Dasselbe statische Problem hat sich neulich auch mir aufgedrängt bei Betrachtungen, die ich gelegentlich einer Vorlesung nicht vermeiden konnte, welche ich unlängst in der Royal Instution zu London hielt über den wahrscheinlichen Ursprung, den gesammten Betrag und die mögliche Dauer der Sonnenwärme.

Helmholtz'ens Erklärungsart, welche die Sonnenwärme der Verdichtung infolge der wechselseitigen Gravitation aller Theilchen der Sonnemasse zuschreibt, ist keine Hypothese mehr, sondern eine Thatsache, sobald man zugibt, dass von der Wärme, welche die Sonne ausstrahlt, gegenwärtig kein beträchtlicher Theil durch ein Hineinregnen meteorischer Massen erzeugt wird. Auch die vorliegende Schrift tritt für die Gaswirkungen der Sonne, Sterne und Nebel ein.

Um die Berechnung praktischer Resultate zu erleichtern, nehmen wir 1 km als Längeneinheit, ferner als Krafteinheit den Druck, welchen 1 cbkm Wasser von der Dichte 1, als der grössten Dichte bei gewöhnlichem Druck, an der Erdoberfläche ausübt (nahezu 1000 Millionen Tonnen Druck an der Erdoberfläche). Bezeichnet p den Druck, ϱ die Dichte, t die absolute Temperatur[2]) mit 1^0 C. als Einheit, so ist nach dem Gesetz von Boyle und Charles

$$p = H\varrho t, \tag{4}$$

worin H nichts anderes als die sog. „Höhe der homogenen Luftschicht" bei 0^0 C. vorstellt. Für gewöhnliche trockene Luft ist nach Regnault's Bestimmung der Dichte

$$H = 7{,}985 \text{ km.} \tag{4a}$$

Sei β die Gravitationsconstante in den gewählten Einheiten, so dass $\beta m m' : D^2$ die Kraft angibt zwischen zwei Maassen m und m' bei der Entfernung D. Setzt man die mittlere Dichte der Erde $= 5{,}6$, den Erdradius $= 6370$ km, so wird

1) Dritte Vorlesung des II. Kurses von „Burnet Lectures", Aberdeen, December 1884; veröffentlicht zu London 1885 (Macmillan).

2) Vergl. hierüber meine Collected Mathematical and Physikal Papers, vol. I Arts. XXXIX und XLVIII part. VI §§ 99, 100 und Artikel „Heat" §§ 35—38 und 47—67, Encyc. Brit. und vol. III der Collected Papers (wird bald erscheinen).

$$\frac{4\pi}{3}\cdot 6370\cdot 5{,}6\beta = 1, \text{ also } 4\pi\beta = \frac{1}{11890}. \tag{5}$$

Möge nun p, ϱ, t von Gl. 4 Druck, Dichte und Temperatur in der Entfernung r vom Mittelpunkt einer Kuppelschale sein, die ein Gas im grossdynamischen[1]) Gleichgewicht enthält. Die Elemente der Hydrostatik liefern

$$\frac{dp}{dr} = -\varrho\frac{\beta}{r^2}\left(M + \int_a^r \varrho\, 4\pi r^2\, dr\right) \tag{6}$$

demnach

$$\frac{d}{dr}\left(\frac{r^2}{\varrho}\frac{dp}{dr}\right) = -4\pi\beta r^2\varrho. \tag{7}$$

worin M die Gesammtmasse innerhalb einer Kugelfläche vom Radius a bedeutet, welche aus einem Kern und einem Gas oder aus lauter Gas bestehen kann.

Wenn das Gas in einer starren, für Wärme undurchdringlichen Kugelschale eingeschlossen und hinreichend lang sich selbst überlassen ist, so geräth es in den Zustand von beweglichem Wärmegleichgewicht, indem solange Wärmeleitung stattfindet, bis allenthalben die gleiche Temperatur herrscht. Wenn es aber durch ein künstliches Rührwerk überall erregt würde, dann würden es Strömungen ohne beträchtliche Störung der statischen Druck- und Dichtevertheilung in den Zustand bringen, welchen ich „convectives Temperaturgleichgewicht" genannt habe[2]), d. h. in einen Zustand, bei welchem die Temperatur in einem Theile P dieselbe ist, als sie in einem andern Theil sein würde, wenn er durch einen adiabatischen Vorgang auf die gleiche Dichte mit P gebracht würde. Das natürliche Rührwerk, welches bei einer grossen freien Flüssigkeitsmasse, wie es die Sonne ist, in der Abkühlung an der Oberfläche besteht, muss nach meiner Ansicht immerhin eine ungefähre Annäherung an das convective Gleichgewicht in der ganzen Masse herbeiführen. Die bekannten Beziehungen zwischen Temperatur, Druck und Dichte für ein ideales, vollkommenes Gas, wenn es einem adiabatischen Process unterworfen wird, sind[3])

$$p = HT\varrho^k \tag{8}$$

$$t = T\varrho^{k-1} \tag{9}$$

1) Keineswegs im molecularen Gleichgewicht, auch nicht im beweglichen Wärmegleichgewicht, ausser das Gas hat durchaus eine gleichförmige Temperatur.

2) Vergl.: „On the Convective Equilibrium of Temperature in the Atmosphere" Manchester Phil. Soc. vol. II 3. sér. 1862 und vol. III der Collected Papers.

3) Vergl. meine Collected Mathematical and Physical Papers, vol. I Art. XLVIII. note 3.

worin k das Verhältnis der Wärmecapacitäten des Gases bei constantem Druck und bei constantem Volumen bezeichnet, welches etwa gleich 1,41 oder 1,40 (ich nehme 1,4 an) für alle Gase und für alle Temperaturen, Dichten und Drücke ist, und T die Temperatur bedeutet, welche der Dichte 1 bei dem betreffenden Gase entspricht.

Durch Elimination von p aus Gl. 7 mit Hilfe von Gl. 8 findet man

$$\frac{d}{dr}\left[r^2 \frac{d(\varrho^{k-1})}{dr}\right] = -\frac{4\pi\beta(k-1)}{HTk} r^2 \varrho, \tag{10}$$

welche Gleichung durch die Substitutionen

$$\varrho^{k-1} = u \tag{11}$$

$$\frac{1}{k-1} = \varkappa \tag{12}$$

$$\frac{1}{r}\sqrt{\frac{HTk}{4\pi\beta(k-1)}} = x \tag{13}$$

die überaus einfache Form

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = -\frac{u^\varkappa}{x^4} \tag{14}$$

annimmt.

Sei $u = f(x)$ eine particuläre Lösung dieser Gleichung, so dass

und demnach

$$\left.\begin{aligned} f''(x) &= -\Big[f(x)\Big]^\varkappa \cdot x^{-4} \\ f''(mx) &= -\Big[f(mx)\Big]^\varkappa \cdot m^{-4} x^{-4} \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Daraus leiten wir eine allgemeine Lösung mit einer willkürlichen Constanten ab durch die Annahme:

$$u = Cf(mx). \tag{16}$$

Durch Einsetzen in Gl. 14 folgt vermöge Gl. 15

$$m^2 = C^{-\varkappa+1}, \tag{17}$$

so dass sich als allgemeine Lösung

$$u = C \cdot f\left[xC^{-\frac{1}{2}(\varkappa-1)}\right] \tag{18}$$

ergibt.

Nun wird uns nur jene Klasse von Integralen der Differenzialgleichung 14 interessiren, für welche Dichte und Temperatur endlich und stetig sind — vom Centrum an bis zu einer gewissen endlichen Distanz, für welche beide verschwinden. Hierbei steigt u von 0 auf einen endlichen Werth an, während x von einem endlichen Werth bis ∞ wächst. Wenn also $u = f(x)$ dieser Klasse angehört, so gehört ihr auch $u = Cf(mx)$ an. Es ergeben sich also unmittelbar nachfolgende Schlüsse:

1. Die Durchmesser verschiedener kugelförmiger[1]) Gassterne von derselben Gasart verhalten sich verkehrt wie die $\frac{1}{2}(\varkappa - 1)^{\text{ten}}$ (oder $\frac{3}{4}^{\text{ten}}$) Potenzen ihrer centralen Temperaturen in Zeitpunkten, wann im Verlauf des Abkühlungsprocesses ihre Temperaturen an Orten von derselben Dichte gleich sind (oder T für die verschiedenen Massen dasselbe ist). So entspricht z. B. ein Sechzehntel der centralen Temperatur dem achtfachen Durchmesser, ein Einundachtzigstel der centralen Temperatur dem siebenundzwanzigfachen Durchmesser.

2. Unter denselben Bedingungen wie bei 1. (d. h. bei gleichem H und T für verschiedene Massen) verhalten sich die centralen Dichten wie die $\varkappa^{\text{ten}}$ (oder $\frac{5}{3}^{\text{ten}}$) Potenzen der centralen Temperaturen und daher verkehrt wie die $\dfrac{2\varkappa}{\varkappa - 1}$ oder $\dfrac{2}{2 - k}$ oder $\frac{10}{3}^{\text{ten}}$ Potenzen der Durchmesser.

3. Noch immer unter gleichen Bedingungen wie bei 1. und 2. verhalten sich die Massen der zwei Bälle verkehrt wie die $\left(\dfrac{2}{2 - k} - 3\right)^{\text{ten}}$ Potenzen (verkehrt wie die Cubikwurzeln) ihrer Durchmesser.

4. Die Durchmesser verschiedener kugelförmiger Gassterne von derselben Gasart und gleicher centraler Dichte verhalten sich wie die Quadratwurzeln aus ihren centralen Temperaturen.

5. Die Durchmesser verschiedener kugelförmiger Gassterne von verschiedenen Gasarten, aber gleicher centraler Dichte und Temperatur, verhalten sich verkehrt wie die Quadratwurzeln aus den specifischen Dichten der Gase.

6. Eine einzelne Curve $y = f\left(\dfrac{1}{r}\right)$ mit einem, gemäss den Formeln 18, 17 und 11 gewählten Maassstab für die Ordinaten (r) und Abscissen (y) zeigt für eine Kugel von einer im molecularen Gleichgewicht befindlichen Gasart, von gegebener Masse und gegebenem Durchmesser, die absolute Temperatur in irgend einer Entfernung vom Mittelpunkt. Eine andere Curve $y = \left[f\left(\dfrac{1}{r}\right)\right]^{\varkappa}$ mit entsprechend ge-

1) Dieses Beiwort schliesst Sterne oder Nebel aus, welche beständig mit so grosser Winkelgeschwindigkeit rotiren, dass sie stark abgeplattet oder ringförmig sind, ebenso Nebel, welche sich mit verschiedenen Winkelgeschwindigkeiten für die verschiedenen Entfernungen vom Centrum drehen, wie es ungefähr bei Spiralnebeln der Fall sein mag. Es würde mit hinreichender Genauigkeit die Sonne in sich begreifen mit ihrer geringen Winkelgeschwindigkeit, bei welcher in 25 Tagen eine Umdrehung erfolgt, wenn nicht die Flüssigkeit in einem grossen Theil im Innern zu dicht wäre, um annähernd den Gesetzen für Gase zu gehorchen. Ohne Zweifel passt der Satz auf jene früheren Epochen der Sonnengeschichte, da sie eine viel geringere Dichte hatte als jetzt.

wähltem Maassstab zeigt die Vertheilung der Dichten von der Oberfläche bis zum Mittelpunkt.

Es ist leicht mit einem beliebigen Grad von Genauigkeit die particuläre Lösung von Gl. 14 zu finden, für welche

$$u = A, \; \frac{du}{dx} = A' \text{ für } x = a \tag{19}$$

ist, worin a einen angenommenen Werth von x, A und A' zwei willkürliche Zahlen bezeichnen, indem man wiederholt die Formel

$$u_{i+1} = A - \int_a^x dx \left(A' - \int_a^x dx \frac{u_i^x}{x^i} \right) \tag{20}$$

anwendet. Die Quadraturen lassen sich mit einer Mühewaltung ausführen, welche dem geforderten Grad von Genauigkeit ungefähr proportional ist, indem man die Curven auf Millimeter-Papier zeichnet und die auf die Fläche entfallenden Quadratchen und Bruchtheile von Quadratchen abzählt. Beim Beginn mag man u_0 aufs Gerathewohl wählen. Man kann es aber zweckentsprechend erhalten durch eine flüchtige graphische Darstellung, indem man Schritt für Schritt aufeinanderfolgende Curvenbögen[1]) mit Krümmungsradien zeichnet, die aus Gl. 14 mit Hilfe des stufenweise gefundenen Werthes von $\frac{du}{dx}$ berechnet sind. Wenn diese vorläufige Construction sorgfältig und mit guten Zeicheninstrumenten vollzogen wird, so wird man finden, dass der aus u_0 durch Quadraturen berechnete Werth von u_1 so genau mit u_0 übereinstimmt, dass sich u_0 selbst als eine gute Lösung erweist. Findet sich ein Unterschied zwischen beiden, so ist u_1 vorzuziehen, u_2 ist ein besserer Näherungswerth als u_1, u. s. f. ohne Grenze für die erreichbare Genauigkeit.

Herr Magnus Maclean, mein öffentlicher Assistent an der Universität in Glasgow, hat es mit Erfolg unternommen, diesen Process für den Fall $u = 16$, für $x = \infty$, auszuführen und hat bereits eine

1) Diese Methode der graphischen Integration einer Differenzialgleichung zweiter Ordnung, deren Verwendbarkeit zur Auffindung der Gestalt specieller Fälle von capillaren Rotationsflächen mir schon vor vielen Jahren begegnete, wurde mit Erfolg von Prof. John Perry betrieben, als er 1874 als Student in meinem Laboratorium war. Er führte mit Geschick eine Reihe von Zeichnungen aus, welche eine grosse Menge capillarer Rotationsflächen darstellen, und gewöhnlich in meinen naturwissenschaftlichen Vorlesungen an der Universität in Glasgow vorgezeigt wurden. Diese Curven werden kürzlich in den „Proc. Roy. Inst. (Lecture of Jan. 29. 1886)“ und in „Nature“ veröffentlicht; sie werden auch in einem unter der Presse befindlichen Band von Vorlesungen erscheinen, der in den „Nature“-Heften bald veröffentlicht wird.

ziemlich angenäherte Lösung erhalten, deren für unser Problem nützliches Ergebnis in nachstehender Tabelle ausgedrückt ist.

Numerische Lösung der Differenz.-Gleichung

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{u^{2,5}}{x^4} = 0.$$

Distanz vom Centrum $= r = \frac{1}{x}$	Recipr. Werth der Distanz vom Centrum $= x = \frac{1}{r}$	Temperatur $= u$	Dichte $= u^{2,5}$	Masse innerhalb der Distanz r vom Centrum $= \frac{du}{dx} = \int_x^\infty dx\, u^{2,5} x^{-4}$
0,	∞	16,00	1024	0,00
0,100	10	14,46	795,2	0,28
0,111	9	14,14	751,6	0,38
0,125	8	13,71	695,8	0,52
0,143	7	13,10	621,2	0,731
0,167	6	12,20	520,0	1,056
0,200	5	10,92	394,1	1,566
0,250	4	9,00	243,0	2,336
0,333	3	6,15	93,81	3,436
0,500	2	2,25	7,595	4,366
0,667	1,5	0	0	4,49

Aus diesen Zahlen Resultate abzuleiten, welche in passenden Einheiten die Temperatur und Dichte ausdrücken in einem Punkt einer gegebenen Masse von bekannter Gasart, die eine Kugel von gegebenem Radius einnimmt, das behalte ich mir für eine spätere Mittheilung vor.

Ein interessantes Resultat, das ich jetzt geben kann, und welches sich aus den ersten und letzten Zahlen der verschiedenen Columnen der vorhergehenden Tabelle ableiten lässt, besteht darin, dass die centrale Dichte eines kugelförmigen Gassternes $22\frac{1}{2}$ mal so gross ist als die mittlere Dichte.

Bemerkungen über die Durchsichtigkeit des Platins und der auf elektrolytischem Wege hergestellten Spiegel aus Eisen, Nickel und Cobalt[1]).

Von

Edmund van Aubel.

Die Akademie hat im verflossenen Mai in ihren Monatsberichten eine kurze Notiz abgedruckt[2]), die ich über die Durchsichtigkeit des Platins einsandte.

In dieser Arbeit hatte ich mit dem Mikroskop und Spectroskop Platinspiegel untersucht, die ich von Herrn Paul Lohmann in Berlin bezog.

Diese Spiegel erschienen fürs Auge vollkommen durchsichtig und doch besassen sie nur eine falsche Durchsichtigkeit, insoferne als das Licht, statt das Platin selbst zu durchdringen, durch die beträchtlichen zwischen den Metalltheilchen befindlichen Zwischenräume hindurchging.

Der Spiegel wurde zuerst in ein Bündel von parallelen Lichtstrahlen eingeführt, welche man mit dem Spectroskop untersuchte, dann wurde er mit der metallischen Fläche gegen den Spalt desselben Apparates gestellt. Seine Oberfläche wurde auch mit dem Mikroskop im durchgehenden und im auffallenden Lichte untersucht.

Ich glaube, dass die gleichzeitige Verwendung von Mikroskop und Spectroskop hinreicht, um über die Durchsichtigkeit eines Körpers zu entscheiden. Das Auftreten vollkommen schwarzer, paralleler Längsstreifen, welche ich beobachtete, wenn der Spiegel sich vor dem Spalt des Spectroskops befand, beweist das Vorhandensein undurchsichtiger Punkte in der Platinschicht.

Herr Cornu[3]) hat dargethan, dass Platinspiegel, selbst wenn sie durchsichtig sind, sich für das Studium ultravioletter Strahlen besser

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus dem Bull. de l'Academie royale de Belgique, (3) t. XII (1886).

2) Uebersetzt in Exner's Repert. d. Physik Bd. 23 S. 272 (1887).

3) Vergl. Jamin et Bouty, Cours de physique, t. IV fasc. 3, p. 125.

eignen als Silberspiegel, weil Silber diese Strahlen theilweise absorbirt.

Wenn man auch voraussetzt (was ja möglich ist), dass das Platin ein sehr schwaches Absorptionsvermögen besitzt[1]), so hätte ich doch eine Veränderung im violetten Theile des Spectrums beobachten müssen, für den Fall als meine Platinspiegel durchsichtig gewesen wären. Ich konnte aber eine solche Veränderung nie nachweisen.

Von der Meinung als hätte sich mit solchen Spiegeln das Spectrum des Platins studiren lassen, bin ich weit entfernt. Der unvollkommene Zusammenhang der Metallbelegung verhinderte es. Aber in Wirklichkeit würde auch eine sehr schwache Anzeige hingereicht haben, um über die Durchsichtigkeit des Metalls zu entscheiden.

Ueberdies, wie klein auch das Absorptionsvermögen des Platins sein mag, es kann kein plötzlicher Uebergang von Durchsichtigkeit zur Undurchsichtigkeit vorkommen, und daher „könnte das Licht, welches durch die Zwischenräume sickert, im Mikroskop nicht weiss erscheinen, selbst an Stellen, welche mit dunkelblau gefärbtem Platin bedeckt sind“[2]).

Wie dem auch sein mag, die Frage nach der Durchsichtigkeit der Metalle ist wichtig und schwierig genug, um die Anwendung aller möglichen Vorsichtsmaassregeln zu rechtfertigen.

Daher stellte ich mir die Aufgabe, den Beobachtungsmitteln, deren ich mich bei meinen früheren Untersuchungen bedient hatte, eine interferenzielle Methode hinzuzufügen, welche sich auf die Verwendung des Jamin'schen Refractometers gründet[3]). Es ist bekannt, dass sich bei diesem Instrument jeder Wechsel in der Dichte durch charakteristische Aenderungen in den Lichtstreifen verräth.

Wenn es in der Umgebung eines undurchsichtigen Platinpunktes Stellen gibt, wo das Platin durchsichtig ist, so wird ein auf den Spiegel senkrecht auffallender Lichtstrahl beim Durchgang durch diese durchsichtigen Randstellen eine ganz andere Veränderung erleiden, als wenn er das Glas allein durchsetzt hätte. Und eben diesen Unterschied in den Veränderungen des Lichtstrahls wird uns das Refractometer anzeigen.

---

1) Siehe Untersuchungen über die bei der Beugung des Lichtes auftretenden Absorptionserscheinungen von W. Wien, S. 21.

2) Vergl. den der Abhandlung vorausgehenden Bericht von Herrn Stas.

3) Siehe Jamin et Bouty, Cours de physique t. III fasc. 3 p. 259. Dieses Instrument war im kgl. Observatorium zu Brüssel nicht vorhanden als ich meine Untersuchungen anstellte, und ich habe bei dem kurzen Aufenthalt, den ich dieses Jahr an dem Polytechnikum in Aix-la-Chapelle nahm, meine Versuche nur mit einem Apparate fortsetzen können, welchen Herr Prof. Wüllner gütigst zu meiner Verfügung stellte.

Es ist wohl klar, dass diese interferenzielle Methode unvergleichbar genauer ist als die zwei anderen[1]).

Herr Quincke hat im Jahre 1866 eine Reihe bemerkenswerther Arbeiten über die Durchsichtigkeit von Metallen, speciell von Gold, Silber und Platin veröffentlicht[2]).

Aus seinen Untersuchungen geht hervor, dass Blättchen aus Platin bei einer Dicke von 0,0004 mm, aus Gold bei 0,00016 mm, aus Silber bei 0,00009 mm noch Licht durchlassen.

Der Heidelberger Gelehrte hat seine Platinschichten hergestellt, indem er zwischen einem Uhrglas und einer Glasplatte eine organische Lösung von einem Platinsalz erhitzte.

Die Beobachtungen des Herrn Quincke sind nicht in Widerspruch mit meinen Versuchsergebnissen, welche, wie ich es selbst in meiner Arbeit sagte und wie Herr Stas noch ausdrücklich betont hat, sich lediglich auf Spiegel beziehen, die mir Herr Lohmann geliefert hat.

Entsprechend gefälltes Platin kann durchsichtig sein, wie Quincke behauptet, aber die im Handel befindlichen Platinspiegel, mit denen ich arbeitete und ebenso auch Herr Kundt, werden gewonnen, indem man das Spiegelglas soweit erweicht, bis es mit dem Platinniederschlag gewissermaassen geschwängert ist.

Es ist nicht widersinnig, anzunehmen, dass bei diesem Vorgang das Metall eine Veränderung erfährt, welche auch seine Durchsichtigkeit ändert.

Vielleicht geht hier etwas Analoges zu dem vor, was man an Silberspiegeln beobachtet, die eine zeitlang dem Sonnenlicht ausgesetzt sind[3]).

Jedenfalls scheint die Frage nach der Absorption des Lichtes im Platin noch lange nicht genug aufgeklärt zu sein. Nach Hrn. Voigt[4]) würde Platin weniger durchsichtig sein als Silber, während es nach Herrn Quincke dreimal durchsichtiger wäre.

Bei dem gegenwärtigen Stand unserer chemischen Kenntnisse bietet dieses Studium um so mehr Schwierigkeiten dar, als die Platinschichten des Zusammenhangs entbehren[5]). Man müsste in jedem Falle genau verzeichnen, unter welchen Umständen das gefällte Platin gewonnen wurde.

---

1) Wir werden so sehen können, ob die gleichzeitige Anwendung von Mikroskop und Spektroskop zur Bestimmung der Durchsichtigkeit eines Körpers hinreicht.

2) Annalen der Physik, 5. Serie, Bd. 9 S. 44, 177 (1866).

3) Siehe den Bericht von Herrn Stas.

4) Annalen der Physik, Bd. 23 S. 144 (1884).

5) Wien, a. a. O. S. 28.

Die im Handel vorkommenden Platinspiegel, welche durch Fällung des Platins aus einer Lösung von Platinchlorid mittels Lavendelessenz bei einer hohen Temperatur gewonnen werden, indem man das Glas soweit aufweicht, bis es mit dem Platinniederschlag geschwängert ist, besitzen keinen hinreichenden Zusammenhang. Herr Kundt führt das überdies in seiner Arbeit an. Ein besseres Mittel zur Herstellung einer gleichförmigeren Platinschicht ist das Verfahren mittels der elektrischen Entladung. Durch Nachahmung dessen, was man beim Gold ausführt[1]), erhielt ich sehr zusammenhängende Schichten von Platinniederschlag. Zu dem Behuf behandelt man eine Lösung von Platinchlorid mit einer schwachen Menge Glycerin. Diese Mischung giesst man in ein Krystallisationsgefäss, so dass man eine Flüssigkeitsschicht von geringer Dicke hat, erhitzt sie in einem Sandbad fast bis zur Trockenheit und wäscht sie dann mit Alkohol, um jene Producte zu entfernen, welche aus der Zersetzung des Glycerins hervorgehen[2]). Derart gefälltes Platin hat ein graues, metallisches Aussehen und haftet gut am Glas.

Ich hatte Gelegenheit, mit Herrn Stas Platinbelegungen mikroskopisch zu untersuchen, welche ich nach dem soeben beschriebenen Verfahren erhalten hatte. Wir haben gefunden, dass sie viel gleichförmiger gebildet waren als die auf den Lohmann'schen Spiegeln. An manchen Stellen war der Zusammenhang sogar vollkommen. Das Platin war schlechterdings durchsichtig und das durchgelassene Licht besass eine dunkelblaugraue Farbe.

Nichtsdestoweniger scheint mir aus all dem die Thatsache hervorzugehen, dass das Platin bei den von mir benutzten Spiegeln undurchsichtig war. Daraus hatte ich gefolgert, dass auf elektrolytischem Wege hergestellte Spiegel aus Eisen, Nickel und Cobalt gleichfalls undurchsichtig seien.

Ich muss jedoch die Bemerkung hinzufügen, dass es bei hinlänglich weit getriebener Elektrolyse dahin kommen kann, dass das Eisen, welches sich anfänglich bloss auf das Platin hinauf ablagert. sich endlich zusammenschliesst und Spiegelstellen bedeckt, auf denen kein Platin vorhanden ist, so dass sich zuletzt eine fast gleichförmige, über den ganzen Spiegel ausgebreitete Eisenschicht bildet.

Ohne Zweifel hat auf diese Art Herr Prof. Kundt seine durchsichtigen Eisenspiegel erhalten, wiewohl er das Gegentheil annimmt,

1) Jahresbericht über die Fortschritte der chemischen Technologie von Wagner, 1879, S. 545.

2) Der Zusatz von Alkohol zur Platinchloridlösung macht den Platinniederschlag auf dem Glase erst gleichförmiger.

denn er sagt in seiner Arbeit: „Die Metallschichten kann man leicht so dünn erhalten, dass dieselben und das Platin zusammen noch durchsichtig sind".

Das Eisen wäre also nach meiner Ansicht über Spiegelstellen, wo kein Platin ist, durchsichtig.

Man kann sich leicht mit freiem Auge der Continuität einer Eisenschichte vergewissern. In dem Maass als die Elektrolyse fortschreitet, verschwinden die Lücken in der Metallfläche. Das so erhaltene Eisen hat eine schöne, dunkelbraune Farbe. Damit ist noch kein zwingender Beweis für die Durchsichtigkeit des Eisens gegeben, aber nachstehendes Experiment hat in dieser Hinsicht Beweiskraft:

Wenn man einen auf solche Art erzeugten Eisenspiegel zwischen die Pole eines grossen Ruhmkorff'schen Elektromagnets stellt, der von einem hinreichend starken Strom durchflossen ist, so beobachtet man eine Drehung der Polarisationsebene, deren Sinn mit der Richtung des Stromes wechselt und die grösser ist als die Drehung, welche man beobachtet, wenn der mit Eisen nicht bedeckte Platinspiegel zwischen die Pole gestellt wird.

Ich habe diese Drehung nachgewiesen, indem ich nacheinander als Polarimeter zwei Nicole, das Laurent'sche Saccharimeter mit Halbschatten und das Polaristrobometer von Wild anwendete.

Ferner ist die Zerstreuung ungewöhnlich, die Drehung ist für die rothen Strahlen grösser als für die blauen.

Diese Experimente lassen sich nur durch Annahme der Durchsichtigkeit des Eisens erklären. Sie bestätigen also die Kundt'schen Beobachtungen über die elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene des Lichtes, wiewohl die von ihm benutzten Platinspiegel nicht durchsichtig gewesen sein dürften.

Man braucht daher nicht, wie es von mir in der ersten Arbeit geschehen ist, erst Reflexionserscheinungen heranzuziehen, um entweder die Farbe des elektrolysirten Metalls oder die von Herrn Kundt angegebene elektromagnetische Drehung der Polarisationsebene zu erklären.

Zum Schlusse bemerke ich, dass Herr Righi[1]) ebenfalls diese Drehung der Polarisationsebene in Eisenspiegeln beobachtet hat, welche durch Elektrolyse gewonnen waren, indem er als Elektroden Silberplatten gebrauchte, welche durch Fällung nach der Martin'schen Methode hergestellt waren. Dies bestätigt meine eben aufgestellte Behauptung bezüglich der Durchsichtigkeit des Eisens.

---

1) Annales de chimie et de physique, septembre 1886, p. 143.

Zur Contacttheorie[1].

Von

Prof. **Franz Exner.**

In einer vor mehreren Jahren erschienenen Abhandlung[2]: „Ueber einige auf die Contacttheorie bezügliche Experimente" habe ich zuerst darauf aufmerksam gemacht, dass einige Consequenzen dieser Theorie mit der Erfahrung nicht in Einklang zu bringen sind; es fordert nämlich die Contacttheorie, dass ein jedes zur Erde abgeleitete Metall sich auf einem bestimmten, ihm eigenthümlichen Potentiale befindet, das ich das natürliche genannt habe. Bezeichnen wir das Potential der Erdleitung mit E, so wird ein Stück Zink im abgeleiteten Zustande das Potential E/Zn, ein Stück Kupfer das Potential E/Cu u. s. f. haben. Bilden wir daher aus Zn und Cu einen Condensator, so wird zwischen den Platten auch ohne Verbindung derselben eine Induction entsprechend der Potentialdifferenz Zn/Cu eintreten, wie ich seinerzeit auch experimentell gezeigt habe.

Es folgt somit, dass ein jedes Metall sich auf seinem eigenthümlichen Potential befindet und, dass dessen Werth durch keine wie immer geartete Contactwirkung mit anderen Metallen alterirt werden kann, weshalb auch ein Nachweis der Existenz dieser Potentiale am Elektrometer selbstverständlich unmöglich ist.

Es folgt aber auch weiter daraus, dass ein jedes Metall, wenn es abgeleitet oder isolirt ist, eine bestimmte, seinem Potentiale entsprechende Ladung besitzen muss, und diese Ladung müsste sich elektrometrisch nachweisen lassen, wenn sie wirklich existirte. Denn ist V das Potential, C die Capacität des Metalles — somit die Ladung $V \cdot C$ — und ändern wir den Werth von C nachdem wir das Metall isolirt haben, so muss auch V eine entsprechende Aenderung erleiden und diese könnte am Elektrometer nachgewiesen werden. Wird die neue Capacität mit C_1

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 595 (1887).

2) Wiener Akad. Bd. 86 (Juli 1882).

bezeichnet, so ergibt sich die zu beobachtende Potentialänderung dV des Metalles:

$$dV = V\frac{C - C_1}{C_1}.$$

Die eingangs erwähnten Versuche (vom Jahre 1882) haben für Stanniol und für Kupfer diese Aenderung des Potentials gleich Null ergeben, woraus folgt, dass sowohl Stanniol als Kupfer in Verbindung mit der Erde das Potential Null haben. Deshalb hielt ich und halte noch diese Versuche für einen directen Beweis gegen die Richtigkeit der Contacttheorie.

Die Versuche, die im folgenden beschrieben werden, hatten den Zweck, den vorstehenden Gedanken in eine möglichst einfache experimentelle Form zu bringen; denn bei der fundamentalen Bedeutung der in Rede stehenden Kraft für die ganze Elektricitätslehre wäre eine Wiederholung der Versuche von verschiedenen Seiten höchst wünschenswerth. Es sind zwar in jüngster Zeit derartige Messungen ausgeführt worden — von Herrn Uljanin[1]) im physikalischen Institute zu Strassburg — aber gerade mit Rücksicht auf diese scheinen mir die nachfolgenden Versuche bemerkenswerth, denn sie zeigen deutlich, welchen Fehlerquellen Herr Uljanin seine Resultate verdankt, und werden so vielleicht dazu beitragen, bei künftigen Wiederholungen derartige Fehlerquellen zu vermeiden. Auf Herrn Uljanin's Beobachtungen zurückzukommen, wird zum Schlusse noch Gelegenheit sein.

Versuche. Das Princip der Messungen war das folgende: Mit dem Messquadranten des Elektrometers, dessen Capacität C_1 sei, ist ein Metallkörper von der Capacität C_2 in dauernder metallischer Verbindung; das ganze System ist gut isolirt und kann an einem Punkte des Verbindungsdrahtes von Elektrometer und Metallkörper mittels eines Contactschlüssels zur Erde abgeleitet werden. Diese Verbindung ist für gewöhnlich hergestellt. In diesem Zusande hat das Elektrometer das Potential V_1 und der Körper V_2; V_1 und V_2 sind die natürlichen Potentiale der Metalle, aus denen die betreffenden Theile bestehen, das Elektrometer hat daher seine Ruhelage. Die respectiven Ladungen von Elektrometer und Körper sind $M_1 = V_1 C_1$ und $M_2 = V_2 C_2$. Unterbricht man nun die Erdleitung, so bleibt alles in Ruhe; bringt man aber nach dieser Unterbrechung die Capacität des Körpers durch Deformation auf das n-fache, so muss nach der Contacttheorie das Gleichgewicht gestört werden, und zwar in einer Weise, die sich leicht angeben lässt. Infolge der Capacitätsänderung des Körpers hat sich

1) Wied. Ann. Bd. 30 S. 699 (1887).

sein ursprüngliches Potential V_2 geändert und damit ist auch die Differenz $V_1 - V_2$ nicht mehr auf dem anfänglichen Werthe; da diese Differenz aber constant bleiben soll, so muss eine Elektricitätsbewegung eintreten, der zufolge die Menge $+m$ in das Elektrometer, $-m$ in den Körper strömt, und zwar so lange, bis die ursprüngliche Potentialdifferenz wiederhergestellt ist. Seien jetzt die respectiven Potentiale φ_1 und φ_2, so hat man $\varphi_1 - \varphi_2 = V_1 - V_2$. Die Gesammtladung des Systems bleibt natürlich durch diesen Process ungeändert. Man hat somit

$$\varphi_1 = \frac{M_1 + m}{C_1}, \quad \varphi_2 = \frac{M_2 - m}{n \cdot C_2}, \quad V_1 = \frac{M_1}{C_1}, \quad V_2 = \frac{M_2}{C_2},$$

woraus sich die Potentialänderung $d\,V_1$ des Elektrometers ohne weiteres ergibt:

$$d\,V_1 = V_2 C_2 \frac{1-n}{n C_2 + C_1}.$$

Diese Potentialänderung wird, wie man sieht, nur dann gleich Null, wenn C_1 die Capacität des Elektrometers gegen die des Körpers unendlich gross wird oder wenn $n = 1$ wird, d. h. wenn die Capacität des Körpers ungeändert bleibt, oder endlich, wenn C_2 oder V_2 Capacität oder natürliches Potential des Körpers der Null gleich sind. Die Grössen $C_1\, C_2\, n$ sind leicht zu ermitteln, man hat durch Beobachtung von $d\,V_1$ somit Gelegenheit, den wahren Werth von V_2 nicht nur qualitativ, sodern auch quantitativ zu bestimmen.

Werden die Grössen V_2 auf diese Weise für verschiedene Metalle bestimmt, so erhält man dadurch ihre wahren Potentialdifferenzen, und zwar ganz unabhängig von der Natur der Erdleitung; diese wahren Potentialdifferenzen kann man dann mit jenen vergleichen, die aus dem Volta'schen Fundamental-Versuche gemäss der Contacttheorie abgeleitet werden. Man wird dabei finden, dass die Contacttheorie zur Erklärung dieses Versuches nicht ausreichend ist.

Ausführung der Versuche. Das Elektrometer wurde bei verschiedener Capacität und damit auch bei verschiedener Empfindlichkeit gebraucht; letztere variirte von ca. 60—130 Theilstriche für 1 Daniell. Die Zuleitungsdrähte, sowie der Schlüssel und die Versuchskörper befanden sich sämmtlich in metallischen abgeleiteten Gehäusen, eine Vorsicht, die bei derartigen Versuchen unerlässlich ist. Was die Versuchskörper anlangt, so bestanden dieselben aus Kreisplatten von 25 cm Durchmesser, je zwei aus dem gleichen Material. Die untere von einem derartigen Plattenpaare ruhte horizontal auf drei isolirenden Füssen und war dauernd mit dem Elektrometer verbunden; auf ihr lag direct die zweite und konnte mittels eines isolirenden Stieles auf ca. 15 cm gehoben werden. Beide Platten sind ausserdem durch einen feinen Draht dauernd miteinander in metallischer Schliessung. Da die Platten nur sehr geringe Dicke hatten, so wird beim Aufheben der oberen die Capacität des Versuchskörpers ungefähr verdoppelt; es wäre leicht, Anordnungen zu treffen, bei denen die Aenderung der Capacität eine noch bedeutendere ist, ich bin jedoch bei dieser einfachen Art stehen geblieben, da dieselbe sich als genügend erwies. Wünschenswerth wäre nur ein noch grösserer Durchmesser der einzelnen Platten, was eine beträchtlich vermehrte Genauigkeit der Versuche zur Folge haben würde. Das Material, aus welchem die Plattenpaare bestanden, war Graphit, Kupfer und Stanniol, also Substanzen, die in der Spannungsreihe fast um 1 Daniell auseinander stehen.

Der Gang der Versuche war der folgende: Die beiden Platten (aus demselben Materiale) eines Paares lagen aufeinander, die Erdleitung wurde unterbrochen, dadurch änderte sich der Stand des Elektrometers natürlich nicht; nun wurde die obere Platte gehoben, somit die Capacität des Körpers vermehrt und das Elektrometer hätte einen der Grösse $d V_1$ entsprechenden Ausschlag anzeigen müssen, wenn nicht $V_2 = 0$ ist. Es wurde dann auch in umgekehrter Richtung beobachtet, nämlich bei geöffneten Platten die Erdleitung unterbrochen und die Platten aufeinander gesenkt, wobei gleichfalls ein bestimmter Ausschlag hätte eintreten müssen.

Resultate der Versuche. Von derartigen Ausschlägen war bei Ausführung der Versuche absolut nichts zu bemerken; bei allen drei Substanzen konnte bei vorsichtigem Oeffnen oder Schliessen der Platten eine Bewegung des Elektrometers nicht wahrgenommen werden, obwohl eine solche von 0,1, sicher aber von 0,5 Scalentheilen hätte beobachtet werden müssen. Bei Graphit und Stanniol verursachte auch eine Reibung der Platten aneinander keine Störung, bei Kupfer wurde dadurch mitunter ein Ausschlag von 2—3 Scalentheilen erzeugt, der in seiner Richtung jedoch ganz variabel war. Doch konnte, wie bemerkt, auch bei Kupfer beim Oeffnen der Platten ohne Reibung durchaus keine Elektricitätsbewegung wahrgenommen werden.

Es wurde bei der Wahl der Versuchsbedingungen selbstverständlich darauf Rücksicht genommen, dass der nach der Contacttheorie zu erwartende Effect hätte sichtbar werden müssen. Die Grössen der Gleichung

$$d V_1 = V_2 C_2 \frac{1 - n}{n C_2 + C_1}$$

hatten bei einer bestimmten Adjustirung des Elektrometers folgende Werthe: C_1 (Capacität des Elektrometers) wurde gleich 1 gesetzt; C_2 war 0,35; n (der Factor der Capacitätsänderung beim Oeffnen der

Platten) sollte gleich 2 sein, wurde aber wegen der Verbindungsdrähte etc. experimentell $= 1{,}8$ gefunden. Der einem Daniell entsprechende Ausschlag des Elektrometers war $D = 61{,}0$. Daraus lässt sich der einem bestimmten Potentiale V_2 der Platten entsprechende Ausschlag des Elektrometers finden; man erhält für $V_2 = D$, beim Oeffnen der Platten $dV_1 = -10{,}6$, beim Schliessen $dV_1 = +12{,}8$. So gross hätten also die Differenzen in den Ausschlägen bei verschiedenen Plattenpaaren sein müssen, wenn deren Potentialdifferenzen wirklich, wie es die Contacttheorie annimmt, von der Grössenordnung eines Daniell wären.

Man kann den zu erwartenden Effect leicht künstlich dadurch herstellen, dass man in den Verbindungsdraht von Elektrometer und Platten — zwischen der Erdleitung und letzteren — eine elektromotorische Kraft, z. B. ein isolirtes Daniell'sches Element, einschaltet. Es ist dann, so lange die Erdleitung geschlossen ist, das Elektrometer in Ruhe und bleibt es auch nach Unterbrechung derselben; sobald aber die Platten geöffnet oder die zuerst geöffneten geschlossen werden, zeigt sich mit ausserordentlicher Präcision der erwartete Ausschlag. Derselbe betrug im vorliegenden Falle beim Oeffnen $-10{,}0$, beim Schliessen $+12{,}0$ Scalentheile, ganz in Uebereinstimmung mit obiger Berechnung. Das Daniell war dabei so geschaltet, dass sein positiver Pol mit den Platten in Verbindung war.

Es wurde noch bei einer geänderten Capacität und Empfindlichkeit des Elektrometers beobachtet, doch konnte auch dabei keine Spur des gesuchten Effectes entdeckt werden; die Constanten waren dabei folgende: $D = 130$, $C_1 = 1$, $C_2 = 0{,}18$ (bei geschlossenen Platten), $n = 1{,}8$. Setzt man hier $V_2 = 130$, so hätten die Ausschläge beim Oeffnen, resp. Schliessen der Platten sein sollen: $-14{,}4$ und $+15{,}6$. Beim Einschalten eines Daniell, wie im Vorhergehenden, wurden auch thatsächlich die Ausschläge $-14{,}0$ und $+15{,}0$ beobachtet.

Aus den vorstehenden Zahlen ergibt sich somit mit Sicherheit dass die Potentiale der mit der Erde verbundenen Substanzen Graphit, Kupfer und Stanniol sich nicht um mehr als 0,02, wahrscheinlich nicht um 0,01 Daniell unterscheiden; jene elektromotorischen Kräfte, welche die Contacttheorie zur Erklärung des Volta'schen Fundamentalversuches heranzieht, müssen daher als nicht existirend betrachtet werden.

Um bei etwaigen künftigen Wiederholungen derartiger Versuche vor einer sehr energischen Fehlerquelle zu warnen, theile ich noch einige Resultate mit, die an einem Paar Zinkplatten (aus demselben Stück geschnitten) erhalten wurden. Es ist klar, dass, wenn die beiden Platten eines Paares nicht identisch sind, so dass beim Oeffnen der entsprechende Volta'sche Effect auftritt, dieser sich doch am Elektrometer nicht wird bemerkbar machen, da die positiven und negativen Ladungen der beiden Platten sich durch den Verbindungsdraht ausgleichen; das ist ja eben der Zweck dieses Drahtes. Es wurde auch thatsächlich bei Combination einer Graphit- und einer Kupferplatte weder beim Oeffnen noch beim Schliessen eine Bewegung des Elektrometers wahrgenommen.

Anders verhält sich die Sache, wenn man Platten aus Zink oder aus noch leichter oxydirbaren Metallen verwendet. Es ist schon längst bekannt, dass es nicht möglich ist, zwei Zink- oder Messingplatten von so gleichem Potential herzustellen, dass dieselben, zu einem Condensator vereinigt, nicht entgegengesetzte Ladungen annehmen würden. Auf diesem Umstande beruht ja unter anderem die Wirkung des allgemein verwendeten Replenishers von Thomson, sowie die von R. Kohlrausch studirte sog. Parteilichkeit des Condensators. Was aber vielleicht nicht so allgemein bekannt ist, das ist der Umstand, dass z. B. bei einem Zinkplatten-Condensator der die beiden Platten verbindende Draht nicht vollständig vor dieser Wirkung schützt.

Dass diese Wirkung durch Elektrisirung gut isolirender Oberflächenschichten (Oxyde) hervorgerufen wird, darüber kann kein Zweifel sein; denn es gelingt nicht, dieselben durch metallische Ableitung zu beseitigen. Bei dem in Rede stehenden Versuche rührte dieselbe vermuthlich von der geringen Reibung her, mit welcher das Aufsetzen und Abheben der Platten nothwendig verbunden ist und es genügt eine einmalige derartige Reibung, um die Platten für lange Zeit unbrauchbar zu machen. Ein vollständiges Amalgamiren der Platten erwies sich als fruchtlos.

War ein derartiges Paar Zinkplatten mit dem Elektrometer verbunden, so zeigte letzteres beim Oeffnen der Platten einen an Grösse sehr unregelmässigen Ausschlag (5—20 Scalentheile), über dessen Provenienz jedoch nicht der leiseste Zweifel sein konnte. Wäre derselbe der von der Contacttheorie geforderte gewesen, so hätten natürlich die beiden miteinander verbundenen Platten dasselbe Potential zeigen müssen; der Ausschlag ging aber sofort in die entgegengesetzte Richtung über, wenn die Elektrometerleitung an die andere Platte angelegt wurde. Er war daher die Folge einer Induction von Seiten elektrisirter Isolatoren auf die Elektrometerleitung. Zu bemerken ist noch, dass diese Doppelseitigkeit des Ausschlages immer vorhanden war, wenn ein solcher überhaupt eintrat. Es liess sich auch ermitteln, dass nur die obere, mit der isolirenden Handhabe versehenen Platte dauernd elektrisirt war, indem die untere Zinkplatte, z. B. mit einer Kupferplatte combinirt, nach Abblendung des Volta'schen Effectes durch den Verbindungsdraht und nach dem Abheben keinerlei Ausschlag am Elektrometer erzeugte.

Es folgt daraus, wie ja übrigens schon zur Genüge bekannt ist, dass man Stücke von Messing oder Zink nicht ohne weiteres als Körper gleichen Potentials ansehen darf, sondern dass man auf die oft sehr wechselnden Elektrisirungen ihrer Oberflächen Rücksicht nehmen muss. Es sind z. B. scheinbare Potentialdifferenzen bis zu 0,1 Daniell zwischen den Platten eines Messingcondensators nichts Seltenes; nur kann man sie in der Regel vernachlässigen, was jedoch nicht mehr angeht, wenn der ganze zu beobachtende Effect von derselben Grössenordnung ist.

Es ist dies der Grund, warum ich sowohl bei den vorstehenden als bei den erwähnten Versuchen vom Jahre 1882 von der Benutzung des Zinkes Umgang genommen habe[1]).

Ich komme nun zur Besprechung der schon erwähnten Versuche des Hrn. Uljanin, die sich nach dem Vorausgegangenen sehr kurz fassen lässt.

Nachdem Herr Uljanin meine Versuche vom Jahre 1882 mit Kupfer und Stanniol erwähnt hat, fährt derselbe fort: „Daraus schliesst Herr Exner, dass ein zur Erde abgeleitetes Metall keine Ladung habe und somit die Contacttheorie falsch sei. Dies wäre auch der Fall, wenn es sich wirklich so verhielte, wie Herr Exner angibt. Jedenfalls ist sein Resultat so auffallend, dass ich auf Anrathen des Herrn Prof. Kundt es unternahm, dieselben Versuche zu wiederholen".

Nach diesen Worten sollte man doch wirklich glauben, dass Herr Uljanin wenigstens einen der von mir angestellten Versuche wiederholt hat; dem ist jedoch nicht so. Die Versuche, die er im folgenden mittheilt, sind weder mit Kupfer noch mit Stanniol, sondern ausschliesslich mit Messing oder Zink angestellt, also gerade mit jenen

1) Ich will hier einen älteren Versuch erwähnen, der sich auf die Contactkraft zwischen Platin und Wasser (Seifenlösung) bezieht und den ich bisher nicht publicirt habe, da ich anderweitig die Grösse dieser Kraft (mit Hilfe eines Platin-Wasser-Condensators) bestimmte. Dieselbe hat sich gleich Null ergeben, während man ihr gewöhnlich eine Grösse von 0,5—1,0 Daniell beilegt. (Seither ist diese Grösse von S. Pagliani, Atti d. R. Acc. Torino XXI, 1886, gleichfalls mit dem Werthe Null bestimmt worden).

Der betreffende Versuch war folgender: An die Stelle der Metallplatten der obenstehenden Experimente trat eine isolirte Seifenblase, die durch einen Platindraht mit dem Elektrometer verbunden war; während die Erdleitung unterbrochen war, konnte sich die Seifenblase vollständig zusammenziehen, so dass ihre Capacität dabei vom Werthe C_2 auf Null sank. Das Elektrometer zeigte keine Spur einer Ablenkung. Die Constanten des Versuches waren die folgenden: $D = 34{,}0$, $C_1 = 1$, $C_2 = 0{,}3$, $n = 0$; für eine Potentialdifferenz von der Grösse 1 D hätte somit ein Ausschlag von ca. 10 Scalentheilen erfolgen sollen, während thatsächlich nicht der fünfzigste Theil davon zu beobachten war.

Materialien, die aus den vorher erörterten Gründen unbrauchbar sind, und welche ich eben deshalb schon bei den Versuchen vom Jahre 1882 vermied. Ausserdem hat es Herr Uljanin verstanden, seinen Versuchen eine solche Anordnung zu geben, dass der Effect der Fehlerquellen dadurch ein möglichst grosser wurde.

Herr Uljanin beobachtete nämlich mit Messing- und Zinkcondensatoren; letzterer bestand aus zwei concentrischen Cylindern, von denen der äussere 62 cm Höhe und 40 cm Durchmesser besass. Die Distanz der beiden Flächen betrug 2 cm. Von diesem mächtigen Condensator war der innere Theil isolirt und mit dem Elektrometer verbunden, der äussere, abgeleitete, konnte beliebig gehoben oder über den inneren herabgelassen werden. Es zeigte sich nun ein Ausschlag bis zu 60 Theilstrichen, wenn nach Unterbrechung der Erdleitung des Elektrometers der äussere Cylinder abgehoben wurde. Das ist der Versuch des Herrn Uljanin.

Der beobachtete Ausschlag von 60 Theilstrichen wird von Herrn Uljanin ohne weiteres als derjenige angesehen, der nach der Contacttheorie hätte eintreten müssen; es scheint aber nicht, dass er sich über die Richtigkeit dieser Voraussetzung irgendwie versicherte. Das schliesse ich aus dem Umstande, dass sich keinerlei Angabe über die Grösse des zu erwartenden Effectes in der Arbeit des Herrn Uljanin findet, ja nicht einmal eine Andeutung hierüber, ob die Richtung des Ausschlages der Voraussetzung entsprach; leider ist eine derartige Controle auch nicht mehr möglich, da Herr Uljanin weder eine Angabe über die Empfindlichkeit des Elektrometers, noch über die Capacitäten von Cylinder und Elektrometer, noch endlich über den Sinn des beobachteten Ausschlages macht.

Die Ursache des Ausschlages, den Herr Uljanin beobachtet hat, liegt wohl auf der Hand; seine beiden Zinkcylinder hatten eben nicht das gleiche Potential, sie wirkten wie die Flügel eines Replenisher; und da er diesen Fehler, anstatt denselben durch Anbringung eines Verbindungsdrahtes zu paralysiren, durch Anwendung eines Condensators noch möglichst verstärkte, so wird sein Resultat wohl Niemanden überraschen, der mit ähnlichen Versuchen vertraut ist.

Was aber überraschen muss, das ist, dass Herr Uljanin gar nicht untersuchte, ob der Ausschlag nicht in einer Potentialdifferenz der Cylinder seinen Grund hatte[1]); hätte er den äusseren Cylinder

1) Das muss um so mehr überraschen, als Herr Uljanin später die Differenz *Zn/Cu* bestimmte, indem er über einen Kupfercylinder einen solchen aus Zink stülpte und zwischen beide einen solchen Bruchtheil eines Daniell einschaltete, dass beim Aufheben kein Ausschlag erfolgte. Warum hat Herr Uljanin nicht auf gleiche Weise die Potentialdifferenz der beiden Zinkcylinder bestimmt?

vor dem Abheben isolirt und ihn nach dem Abheben am Elektrometer geprüft, so würde er ihn stets entgegengesetzt elektrisch gefunden haben wie den inneren. Wäre der Ausschlag aber eine Folge der Contactwirkung gewesen, so hätte der äussere Cylinder unelektrisch bleiben müssen. Die letztere Probe zum mindesten hätte Herr Uljanin machen müssen, um sicher zu sein, nicht bloss aus Fehlerquellen zu schöpfen.

Wenn Herr Uljanin mit den Worten schliesst: „Und so scheint mir dieser Versuch nicht nur keinen Beweis gegen die Contacttheorie, sondern sogar einen sehr schönen für die Richtigkeit derselben zu liefern", so kann ich dem nach dem Vorangegangenen durchaus nicht zustimmen. Ich halte dafür, dass der Versuch des Herrn Uljanin durchaus nichts Neues lehrt, sondern auf längst bekannte Fehlerquellen zurückzuführen ist, dass dagegen aus meinen Versuchen die Unhaltbarkeit der Contacttheorie insolange folgt als sich nicht noch eine andere Erklärung oder eine experimentelle Widerlegung derselben findet; deshalb scheint es mir sehr wünschenswerth, dass derartige Untersuchungen, womöglich mit besseren Mitteln, auch von anderer Seite wiederholt werden. Nur müsste das mit mehr Vorsicht und Kritik geschehen, als es von Seite des Herrn Uljanin im physikalischen Institute zu Strassburg der Fall war.

Was die Anhänger der Contacttheorie nachzuweisen hätten, das wäre, dass ein isolirtes, vorher abgeleitetes Metall durch Aenderung seiner Capacität elektrisch wird; die einfachste Versuchsanordnung wäre wohl die von mir gewählte mit zwei aufeinander gelegten identischen Platten, die zur Abblendung des Volta'schen Effectes dauernd durch einen Draht verbunden sind. Nach dem Oeffnen müssten beide Platten dieselbe Elektrisirung zeigen.

Protokoll der Wochenversammlung

der chemisch-physikalischen Gesellschaft zu Wien,

vom 10. Mai 1887.

Vorsitzender: Major A. v. Obermayer.

Das Protokoll der vorhergegangenen Sitzung wird verlesen und genehmigt.

Herr Prof. Franz Exner hält einen Vortrag unter dem Titel: „Zur Contacttheorie".

Darauf spricht Herr Dr. E. Lecher über: „Neue Versuche über den galvanischen Lichtbogen".

Herr Dr. F. Hildebrand wird als neues Mitglied aufgenommen.

Wien, 24. Mai 1887.

Der Secretär.

Eingesendete Bücher.

Jansen, Dr. K., **Methodischer Leitfaden der Physik und Chemie**, für Mittelschulen. Freiburg i/Br. bei Herder. 1887. 252 Seiten mit 200 Figuren. 3 Mk. Das Buch zeichnet sich durch klare Behandlung des Stoffes, sowie durch die Benutzung der neueren wissenschaftlichen Forschungen aus. Die Ausstattung ist eine sehr gute.

Hoh, Dr. **Th.**, **Elektricität und Magnetismus als kosmotellurische Kräfte.** Wien bei A. Hartleben. 1887. Bd. 37 der elektro-technischen Bibliothek. 264 S. 3 Mk. Der Inhalt des interessanten Werkes ist: I. Magnetische Eigenschaften der Erdrinde. 1. Die Magnetnadel. 2. Der Erdmagnetismus. 3. Das Nordlicht. II. Tellurische Elektricität. 1. Die elektrischen Erdströme. 2. Elektricität der Luft. 3. Elektricität der Wolken. 4. Das Ozon. 5. Das Helenenfeuer. 6. Blitz und Donner. 7. Verbreitung und Bedeutung der Gewitter. III. Kosmische Elektricität.

Eder, Dr. J. M., **Jahrbuch für Photographie und Reproductionstechnik.** Halle bei W. Knapp. 1887. 384 Seiten in Taschenformat.

Leyst E., **Katalog der meteorologischen Beobachtungen in Russland und Finland.** Petersburg 1887. gr. 4. 435 S.

Abdank-Abakanowicz, Les **Integraphes**, Étude sur un nouveau système d'intégrateurs mécaniques. Paris 1886. 156 S.

Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.

Achtzig Aquarelltafeln.

3000 Abbildungen im Text.

Soeben erscheint in gänzlich neuer Bearbeitung

MEYERS

KONVERSATIONS-LEXIKON

VIERTE AUFLAGE.

Bibliographisches Institut in Leipzig.

256 Hefte à 50 Pfennig. – 16 Halbfranzbände à 10 Mark.

4¹/8

Verlag von **R. Oldenbourg** in München und Leipzig.

Soeben erschienen:

Ueber den gegenwärtigen Stand

der

elektrischen Beleuchtung.

Bericht

an den Verein der Gas- und Wasserfachmänner Deutschlands

erstattet von

Dr. Schilling sen.

Octav. 45 Seiten. *Brochirt Preis 70 Pf.*

Die elektrischen

NATURKRAEFTE,

der Magnetismus, die Elektricität und der galvanische Strom mit ihren hauptsächlichsten Anwendungen.

Inhalt. Der Magnetismus. — Die elektrischen Fundamentalerscheinungen. — Der Blitz u. die Blitzableiter. — Der galvanische Strom. — Die Telegraphie. — Inductionsströme u. Inductionsapparate. — Das elektrische Licht. — Der Elektromagnetismus als Triebkraft. — Die Galvanoplastik. — Elektr. Zündungen.

Gemeinfasslich dargestellt von

Dr. Ph. Carl,

Professor an der kgl. Kriegsakademie in München.

Zweite Auflage. 1879. 8. 276 Seiten Text mit 113 Holzschn. Geh. 3 M., eleg. in Gnzlnwd. geb. 4 M.

Verlag v. R. Oldenbourg, München u. Leipzig.

Wind und Wetter.

Gemeinfassliche Darstellung der Meteorologie

von **Dr. E. Lommel.**

Auszug a. d. Inhalt: *I. Sonnenstrahlung, mit 28 Unterabtheilungen. — II. Die Winde, mit 15 Unterabtheilungen. — III. Meeresströme, mit 5 Unterabtheilungen. — IV. Klima, mit 10 Unterabtheilungen. — V. Die elektrischen Erscheinungen der Atmosphäre, mit 10 Unterabtheilungen — VI. Lichterscheinungen der Atmosphäre, mit 8 Unterabtheilungen.*

Zweite Auflage. 1880. 8. 346 S. m. 66 Holzschn. Geh. 3 M., in Ganzleinwand geb. 4 M.

Durch jede Buchhandlung zu beziehen.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

klein 8. VIII und 128 Seiten. Preis gebunden 2 M. 40 Pf.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/8)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate**, sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'**sche **Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer**, grosse **Galvanometer** mit **Töpler'**scher **Dämpfung.** (21a 8)

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Das internationale

Elektrische Maasssystem

im Zusammenhange mit anderen Maasssystemen

dargestellt von

F. Uppenborn, Ingenieur,

Redacteur des Centralblattes für Elektrotechnik.

2. Auflage.

Lex. 8°. 26 Seiten, brosch. Preis M. 1.—.

Im Verlage von **R. Oldenbourg** in **München** und **Leipzig** ist erschienen:

Hilfstafeln

für

Messungen elektrischer Leitungswiderstände

vermittelst

der Kirchhoff-Wheatstone'schen Drahtcombination

berechnet von

Dr. Eugen Obach.

Lex.-8°. 16 Seiten, 40 Tabellen und 2 lithographirte Tafeln.

Separat-Abdruck aus der Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Preis M. 2 40.

HARVARD COLLEGE
NOV 28 1887
LIBRARY.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 9. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 8).

Jahrgang 1887 Nr. 24 enthält:

Rundschau. — **Zur Theorie des Bunsen'schen Photometers.** Von Leonhard Weber, Professor an der Universität in Breslau. — **Mehrpolige dynamoelektrische Maschine.** Von W. E. Fein. — **Voltmeter und Centralapparat.** Von Brückner, Roos und Consorten. — **Elektrischer Strom- und Spannungsmesser.** Von F. Uppenborn in München. — **Grundzüge der mathematischen Theorie der Elektricität.** Von Dr. M. Krieg. (Fortsetzung.) — **Literatur.** Zur Besprechung eingesandte Werke. — **Kleinere Mittheilungen.** Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung in München, Nürnberg, Stuttgart, Freiberg i. S., Darmstadt, Hannover, Barmen, Bremen, Innsbruck, Wien. — Elektr. Beleuchtung in Theatern. — Verschiedenes. Preisaufgabe der elektrotechnischen Fachschule an der grossherzoglichen technischen Hochschule zu Darmstadt. — Schlesische Gesellschaft für vaterländische Cultur. — Berghausen's Polsucher. — Elektr. Bahn auf der Budapester Ringstrasse. — Kosten der Gasbeleuchtung. — **Patente.**

Jahrgang 1887 Nr. 25 enthält:

Rundschau. — **Correspondenz.** — **Umrechnung dynamoelektrischer Maschinen.** Von Friedr. Vogel. — **Ueber die zweckmässige Anordnung von elektrischen Glühlichtleitungen zwecks leichten Ausgleichs des Spannungswechsels bei verschiedenem Stromconsum nebst Methode zum rechnungsmässigen Verfolgen der Spannungsverhältnisse im Leitungsnetz.** (System Fritsche.) — **Grundzüge der mathematischen Theorie der Elektricität.** Von Dr. M. Krieg. (Fortsetzung.) — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung in München und Tivoli. — Verschiedenes. Programm der technischen Hochschule zu Darmstadt über die im Studienjahr 1887—1888 zu haltenden elektrotechnischen Vorlesungen. — Die Geschäftsführung der 60. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte zu Wiesbaden. — Zur Frage des preussischen Telephon-Monopols in Deutschland. — **Patente.**

Jahrgang 1887 Nr. 26 enthält:

Rundschau. — **Untersuchungen über die Amylacetatlampe.** Von Dr. E. Liebenthal in Hamburg. — **Optisches Flammenmaass für die Amylacetatlampe.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Ueber die zweckmässige Anordnung von elektrischen Glühlichtleitungen zwecks leichten Ausgleichs des Spannungswechsels bei verschiedenem Stromconsum nebst Methode zum rechnungsmässigen Verfolgen der Spannungsverhältnisse im Leitungsnetz.** System Fritsche. (Schluss.) — **Zur Frage der Wirkungen des Stromes auf den menschlichen Körper.** Von Dr. C. Heim in Hannover. — **Grundzüge der mathematischen Theorie der Elektricität.** Von Dr. M. Krieg. (Schluss.) — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung in Swinemünde. — Verschiedenes. Zum Brande der komischen Oper in Paris. — Abänderung am Elektrometer von Edelmann. — Abänderung am Galvanometer von d'Arsonval. — **Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

HARVARD COLLEGE
NOV 28 1887
LIBRARY.

Ueber die Bahn eines freien Theilchens auf einer sich gleichmässig drehenden Scheibe.

Von

Friedrich Roth.

(Fortsetzung von III.)

B.

Eine der Stärke nach unveränderliche Kraft wirke wieder, zu sich parallel, nach einer bestimmten Richtung der sich drehenden Scheibe (wie in A), aber gleichzeitig sei ein Reibungswiderstand vorhanden, der im geraden Verhältnisse zur ersten Potenz der Geschwindigkeit steht. Welches ist die Bahn?

Behalten wir die Bezeichnungen und im Betreff der Coordinaten auch die Voraussetzungen der früheren Theile dieser Arbeit bei, so geben uns Gl. 8 und 9 des II. Abschnittes (S. 5) die folgenden Bedingungen der Aufgabe:

$$x'' = 2wy' - ax' + w^2x + f, \tag{39}$$

$$y'' = -2wx' - ay' + w^2y, \tag{40}$$

woraus man nach einmaliger Differentiation bekommt:

$$\frac{d^2x'}{dt^2} = 2w \cdot \frac{dy'}{dt} - a \cdot \frac{dx'}{dt} + w^2x',$$

$$\frac{d^2y'}{dt^2} = -2w \cdot \frac{dx'}{dt} - a \cdot \frac{dy'}{dt} + w^2y'.$$

Diese Formeln unterscheiden sich von den Gleichungen 10 und 11 im II. Abschnitte nur dadurch, dass hier x' und y' für x und y steht. Da nun der Umstand, dass x und y Strecken, x' und y' dagegen Differentialquotienten bedeuten, bei der analytischen Auflösung der Differentialgleichungen nicht in Betracht kommen kann, so genügen den in den letzten Formeln liegenden Bedingungen zweifelsohne Gl. 14 und 15 desselben Abschnittes, wenn man nur x und y mit x' und y' vertauscht, und ausserdem über den Zahlenwerth derjenigen der dort vorkommenden Constanten, welche durch die willkürlichen Anfangswerthe der Bahn bestimmt sind, nichts festsetzt, so dass dieselben auch für die jetzige Differentialcurve gelten können.

Wir haben demnach

$$x' = \varrho \cdot e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} \cdot \cos \overline{(\gamma - w)t - \chi} + \varrho_1 \cdot e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} \cos \cdot \overline{(\gamma + w)t - \chi_1},$$

$$y' = \varrho \cdot e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t} \sin \cdot \overline{(\gamma - w)t - \chi} - \varrho_1 \cdot e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t} \sin \overline{(\gamma + w)t - \chi_1}.$$

Die Ausdrücke für x und y selbst findet man durch nochmalige Integration nach t. Bildet man die Ableitungen von $e^{kx} \cos (px + q)$ und von $e^{kx} \sin (px + q)$, wo x die willkürliche Veränderliche, k, p und q unveränderliche Grössen bezeichnen, eliminirt durch entsprechende Multiplication einmal $\sin \overline{px + q}$, dann $\cos \overline{px + q}$ und integrirt, so bekommt man auf etwas einfachere Weise als Schlömilch im § 78, II seines Compendiums der höheren Analysis für die verwandten Formen

$$\int e^{kx} \cos px\,dx, \quad \int e^{kx} \sin px\,dx$$

das für uns brauchbare allgemeine Integral:

$$\text{F)} \quad \int e^{kx} \cos (px + q)\,dx = \frac{e^{kx}\left[k \cos (px + q) + p \sin (px + q)\right]}{k^2 + p^2},$$

$$\text{G)} \quad \int e^{kx} \sin (px + q)\,dx = \frac{e^{kx}\left[k \sin (px + q) - p \cos (px + q)\right]}{k^2 + p^2}.$$

Schreiben wir wiederum, wie früher, zur Abkürzung u für $\overline{(\gamma - w)t - \chi}$, z für $\overline{(\gamma + w)t - \chi_1}$, und nennen die jetzt auftretenden Integrationsconstanten C_1, C_2, so gibt uns die Anwendung der eben abgeleiteten Integrationsformeln

$$x = \frac{\varrho \cdot e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t}\left[\left(\beta - \frac{a}{2}\right) \cos u + (\gamma - w) \sin u\right]}{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)^2 + (\gamma - w)^2} +$$

$$+ \frac{\varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t}\left[-\left(\beta + \frac{a}{2}\right) \cos z + (\gamma + w) \sin z\right]}{\left(\beta + \frac{a}{2}\right)^2 + (\gamma + w)^2} + C_1,$$

$$y = \frac{\varrho \cdot e^{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)t}\left[\left(\beta - \frac{a}{2}\right) \sin u - (\gamma - w) \cos u\right]}{\left(\beta - \frac{a}{2}\right)^2 + (\gamma - w)^2} +$$

$$+ \frac{\varrho_1 e^{-\left(\beta + \frac{a}{2}\right)t}\left[\left(\beta + \frac{a}{2}\right) \sin z + (\gamma + w) \cos z\right]}{\left(\beta + \frac{a}{2}\right)^2 + (\gamma + w)^2} + C_2.$$

Eine wesentliche Vereinfachung erzielen wir, wenn wir setzen

$$\frac{\beta-\frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)^2+(\gamma-w)^2}}=\cos\varkappa, \qquad \frac{\beta+\frac{a}{2}}{\sqrt{\left(\beta+\frac{a}{2}\right)^2+(\gamma+w)^2}}=\cos\varkappa_1,$$

$$\frac{\gamma-w}{\sqrt{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)^2+(\gamma-w)^2}}=\sin\varkappa, \qquad \frac{\gamma+w}{\sqrt{\left(\beta+\frac{a}{2}\right)^2+(\gamma+w)^2}}=\sin\varkappa_1,$$

$$\frac{\varrho}{\sqrt{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)^2+(\gamma-w)^2}}=l, \qquad \frac{\varrho_1}{\sqrt{\left(\beta+\frac{a}{2}\right)^2+(\gamma+w)^2}}=l_1.$$

Dadurch gestalten sich nämlich die letzten Gleichungen für x und y zu

$$x=l\cdot e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}\cos(u-\varkappa)-l_1 e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}\cos(z+\varkappa_1)+C_1,$$

$$y=l\cdot e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}\sin(u-\varkappa)+l_1 e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}\sin(z+\varkappa_1)+C_2.$$

Bei der Differentiation dieser Ausdrücke nach t muss C_1, sowie C_2 wegfallen. Da nun ausserdem bei der Differentiation der mit der Exponentialgrösse verbundenen trigonometrischen Functionen kein einzelner unveränderlicher Summand entstehen kann, so müssen, damit den Gl. 39 und 40 genügt werde, die Beziehungen gelten

$$w^2 C_1+f=o,\ \ C_2=o$$

und folglich

$$C_1=-\overline{f:w^2}.$$

Dadurch gestalten sich die Gleichungen der gesuchten Bahn schliesslich zu

$$\left.\begin{aligned} x=l\cdot e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}&\cos\cdot\overline{(\gamma+w)t-\chi-\varkappa}- \\ -l_1 e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}&\cos\cdot\overline{(\gamma+w)t-\chi_1+\varkappa_1}-\frac{f}{w^2}. \end{aligned}\right\} \tag{41}$$

$$\left.\begin{aligned} y=l\cdot e^{\left(\beta-\frac{a}{2}\right)t}&\sin\cdot\overline{(\gamma-w)t-\chi-\varkappa}+ \\ +l_1\cdot e^{-\left(\beta+\frac{a}{2}\right)t}&\sin\cdot\overline{(\gamma+w)t-\chi_1+\varkappa_1}. \end{aligned}\right| \tag{42}$$

Führen wir hier für $\overline{x+(f:w^2)}$ die neue Coordinate x_1 ein, so würde in ihrem Ausdrucke die bei x rechts zuletzt stehende Constante wegfallen, und die theilweise umgewandelten Gleichungen der Coordinaten x_1 und y würden sich nur in dem Zahlenwerthe eines Theiles der unveränderlichen Grössen und in dem Vorzeichen des zweiten Gliedes von Gl. 14 und Gl. 15 des II. Abschnittes unterscheiden, Formeln. die uns dort die Natur der gesuchten Bahn vollständig zu erkennen gestatteten.

Als Lösung der Aufgabe finden wir jetzt daher wieder die an der bezeichneten Stelle schon besprochene eigenthümliche Curve, welche dadurch entsteht, dass ein Theilchen den Umfang einer logarithmischen Spirale mit unveränderter Winkelgeschwindigkeit durchläuft, während gleichzeitig diese ganze Spirale parallel zu sich so verschoben wird, dass ihr Mittelpunkt auf dem Umfange einer ruhenden gleichartigen Schneckenlinie so weiter rückt, dass auch hier der Leitstrahl mit gleichmässiger Winkelgeschwindigkeit sich dreht. Doch liegt der Mittelpunkt der letzteren Krummen nicht im Drehungspole selbst, sondern um $\sqrt{f : w^2}$ gegen die Richtung der Kraft davon entfernt. Wählen wir für die aus den beiden logarithmischen Spiralen sich zusammensetzende Curve den Ausdruck: „logarithmische Doppelspirale", so könnten wir die gefundene Bahn kurz „eine zum Drehungspole excentrische logarithmische Doppelspirale" nennen.

Wir hätten nun noch die Frage zu entscheiden, nach welcher Seite die beiden einfachen Spiralen, aus denen sich die Bahn zusammensetzt, sich öffnen, und in welchem Sinne sie durchlaufen werden. Bezeichnen wir die ruhende Schneckenlinie mit I, die gleitende mit II. ihre besonderen Polarcoordinaten r und ϑ durch die entsprechenden Indices, so haben wir zu setzen:

$$x_1 = r_{\mathrm{I}} \cos \vartheta_{\mathrm{I}} + r_{\mathrm{II}} \cos \vartheta_{\mathrm{II}},$$
$$y = r_{\mathrm{I}} \sin \vartheta_{\mathrm{I}} + r_{\mathrm{II}} \sin \vartheta_{\mathrm{II}}.$$

Es ist dann

$$r_{\mathrm{I}} = l \cdot e^{\left(\beta - \frac{\alpha}{2}\right) t}, \quad \vartheta_{\mathrm{I}} = (\gamma - w)\, t - \chi - \varkappa.$$

Die Bedingungen für die Bewegung in I unterscheiden sich demnach nur in dem Werthe der Constanten von denen der Spirale I der oben im II. Abschnitt behandelten Trägheitsbahn. Was wir dort unter D S. 13—15 gefolgert, gilt also auch hier, d. h. die jetzt von uns als ruhend angenommene Schneckenlinie wird von dem Mittelpunkte der gleitenden Spirale rechts herum durchlaufen, und weil sie nach derselben Seite sich öffnet, so entfernt sich der Mittelpunkt der Spirale II immer mehr von dem Ursprunge der x_1 und y. Für diese Schneckenlinie haben wir jetzt

$$r_{\mathrm{II}} = l_1 \cdot e^{-\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right) t}$$

$$\cos \vartheta_{\mathrm{II}} = -\cos \cdot \overline{(\gamma + w)\, t - \chi_1 + \varkappa_1}, \quad \sin \vartheta_{\mathrm{II}} = + \sin \overline{(\gamma + w)\, t - \chi_1 + \varkappa_1}.$$

Diesen Bedingungen genügt im Betreff von ϑ_{II} offenbar die Annahme

$$\vartheta_{II} = 180^0 - \left[\overline{\gamma + w} \cdot t - \chi_1 + \varkappa_1\right],$$

woraus folgt:

$$\frac{d\vartheta_{II}}{dt} = -(\gamma + w) = -A \text{ (A absolute Zahl).}$$

Mithin nimmt ϑ_{II} im Fortgange der Bewegung ab; die jetzt beweglich gedachte Spirale II wird im Sinne des Uhrzeigers durchlaufen. Dabei nähert sich das freie Theilchen immer mehr dem Mittelpunkte der II, weil die Ableitung von r_{II} nach t eine negative Zahl, nämlich

$$-\left(\beta + \frac{a}{2}\right) \cdot r_{II}$$

ergibt.

Zu demselben Schlusse führt uns die Betrachtung der Curvengleichung $r_{II} = f(\vartheta_{II})$. Rechnet man sich nämlich aus der eben aufgestellten Formel für ϑ_{II} die Zeit t aus und setzt das Gefundene in die Gleichung für r_{II} ein, so kommt

$$r_{II} = l_1 \cdot e^{\frac{2\beta + a}{2(\gamma + w)}(\varkappa_1 - \chi_1 - 180^0)} \cdot e^{\frac{2\beta + a}{2(\gamma + w)}\vartheta_{II}} = R_{II}\, e^{\frac{2\beta + a}{2(\gamma + w)} \cdot \vartheta_{II}},$$

wo der Werth von R_{II} unmittelbar aus der Zusammenstellung erhellt. Es folgt daraus durch Differentiation:

$$\frac{dr_{II}}{d\vartheta_{II}} = \frac{2\beta + a}{2(\gamma + w)} \cdot r_{II}.$$

Dadurch ist ausgesprochen, dass r_{II} mit ϑ_{II} wächst, was nur möglich ist, wenn die in Rede stehende Schneckenlinie sich nach links öffnet. Dies stimmt mit dem vorhin auf anderem Wege erhaltenen Ergebnisse vollständig überein.

Die excentrische logarithmische Doppelspirale, welche wir als die Lösung der vorliegenden Aufgabe gefunden haben, zeigt also in der Art, wie die einzelnen Schneckenlinien sich öffnen, und wie dieselben durchlaufen werden, ganz dieselben Eigenschaften als die Trägheitsbahn bei dem Vorhandensein eines Reibungswiderstandes, der wir den II. Abschnitt dieser unserer Schrift gewidmet hatten. Der Unterschied besteht — abgesehen von der Lage des Mittelpunktes der Grundspirale — nur in dem Werthe der Constanten und in der dadurch bedingten Anfangslage der Leitstrahlen r_I und r_{II}.

Zum Schlusse möchte ich auf die Aehnlichkeit aufmerksam machen, die zwischen der jetzt gefundenen Lösung und dem Ergebnisse der Untersuchungen besteht, die wir in diesem Abschnitte unter A mitgetheilt haben. Beide Male bleibt die Natur der Bahn auch nach dem Hinzukommen einer parallel und gleichmässig wirkenden Kraft dieselbe, welche sie vorher war, als das Theilchen nur seinem Beharrungsvermögen folgte, aber der Mittelpunkt der bezüglichen Curve, dort der Kreisevolvente, hier der zusammengesetzten logarithmischen Spirale, rückt dann bei beiden um dieselbe Strecke und nach derselben Seite, nämlich um $\overline{f:w^2}$ der Richtung der gegebenen Kraft entgegen, aus dem Drehungspole der umschwingenden Scheibe heraus.

Buxtehude im Mai 1887.

Ueber die Bildung kernloser Wirbel durch die Bewegung eines festen Körpers in einer reibungslosen, incompressiblen Flüssigkeit [1]).

Von

Sir **W. Thomson** [2]).

Um den einfachsten Fall zu nehmen, — möge der bewegte, starre Körper eine Kugel sein und die Flüssigkeit nach allen Richtungen sich ins Unendliche erstrecken. Ihr Druck besitze in unendlicher Entfernung von der Kugel den Werth P, und die Kugel werde progressiv mit der constanten Geschwindigkeit V bewegt.

Wenn die Flüssigkeit überall mit der Kugel in Berührung steht, so ist ihre relative Geschwindigkeit gegen die Kugel am Aequator, dem Orte der grössten relativen Geschwindigkeit, $= \frac{3}{2} V$. Die Flüssigkeit wird daher mit der Kugel nur in Berührung bleiben, wofern $P > \frac{5}{8} V^2$ ist [3]).

Angenommen, P sei anfangs $> \frac{5}{8} V^2$ und werde plötzlich auf irgend einen constanten Werth $< \frac{5}{8} V^2$ herabgesetzt. Die Flüssigkeit wird sich von der Kugel in einem Gürtel von einer gewissen Breite ablösen, und darauf wird eine heftige, strudelnde Bewegung erfolgen. Um sie zu beschreiben, empfiehlt es sich, von Geschwindigkeiten und Bewegungen relativ zur Kugel zu sprechen. Die Flüssigkeit muss, wie durch die Pfeilspitzen in Fig. 1 angedeutet ist, theils rückwärts, theils vorwärts fliessen von der Stelle I aus, wo sie an die Kugel aufschlägt, nachdem sie bei A tangential abgeschossen war. Der Rückfluss längs des Gürtels, welcher ihr verwehrt blieb, muss bei E einen Theil der Flüssigkeit mit der Kugel in Berührung bringen, und die freie Oberfläche dieser Flüssigkeit wird mit der Oberfläche jener Flüssigkeit zusammenstossen, welche die Kugel bei A verlässt. Man könnte vielleicht glauben, dass das Ergebnis dieses Zusammenstosses eine „Wirbelschicht" sei, die sich, infolge ihrer Instabilität, ins Unbegrenzte auszieht und auflöst und in der Flüssigkeit immer weiter und weiter

1) Aus dem Phil. Mag. (5) vol. XXIII (1887).

2) Mittheilung des Verfassers nach einem Vortrag in der Sitzung der Royal Society vom 3. Februar 1887.

3) Die Dichte der Flüssigkeit wurde gleich 1 gesetzt.

von der Kugel entfernt. Auf diese Art würde ein bestimmter Betrag an kinetischer Energie praktisch verschwinden, was ich in einer baldigen Mittheilung an die Royal Society von Edinburgh des Näheren auszuführen gedenke.

Indess ist es sowohl für unsere ideale, reibungslose, incompressible Flüssigkeit, als auch für eine wirkliche Flüssigkeit, wie Wasser oder Luft, unmöglich, durch einen natürlichen Vorgang, innerhalb der Flüssigkeit eine Wirbelschicht von begrenzter Ausdehnung zu bilden. Was in dem eben betrachteten Falle und in jedem wirklichen und denkbaren

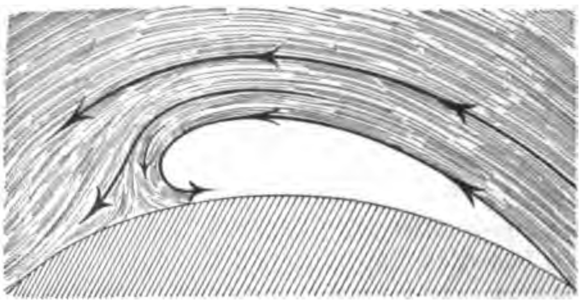


Fig. 1.

Fall, wo zwei Theile einer Flüssigkeit aufeinander treffen, geschieht, wie z. B. wenn ein Regentropfen senkrecht oder schief auf die horizontale Oberfläche ruhenden Wassers fällt, ist, dass sich Continuität und die Gesetze continuirlicher Flüssigkeitsbewegung einstellen, sobald sich nur zwei Punkte berühren, oder zwei Linien, wenn eine solche ideale Symmetrie vorhanden ist, wie im obigen Fall.

Die unausbleibliche Folge der Trennung der Flüssigkeit vom festen Körper, mag dieser nun eine Kugel oder ein anderer Rotationskörper sein, wenn er sich nur genau in der Richtung seiner Axe bewegt, ist, dass zwei Kreise der freien Flüssigkeitsoberfläche zur Berührung kommen und augenblicklich die Bildung zweier Hohlringe (G und H in Fig. 2, welche übrigens von der wahren Gestaltung der Ringe beträchtlich abweichen mag) einleiten.

Das Linien-Integral der tangentialen Geschwindigkeitscomponente längs einer den Ring umschlingenden, geschlossenen Curve (nach Art eines Ringes auf einem Ring, oder eines von zwei ineinander hängenden Ringen) hat einen bestimmten Werth für jeden dieser Hohlringe und bleibt dann für jeden constant, bis er sich wieder in zwei oder mehrere Ringe zertheilt, oder bis die zuerst gebildeten in einen zusammenfliessen, was sich ja immer ereignen kann.

Auch der Fall ist denkbar, dass ein kernloser Wirbelring, mit rotationslosem Umlauf um seine Höhlung, in der Nähe des Kugeläquators schwingend schweben bleibt, vorausgesetzt, dass $(\frac{5}{8}V^2 - P):P$ nicht zu gross ist. Wenn das Material der Kugel zäh elastisch ist, setzen

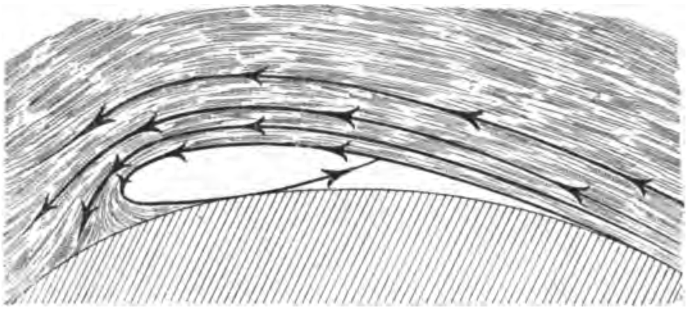


Fig. 2.

sich die Wirbel rings um den Aequator fest und nehmen eine Gestalt an, die vollkommen symmetrisch in Bezug auf die Aequatorebene ist. Die ganze Bewegung wird fortan gleichförmig und bleibt es.

Wenn $(\frac{5}{8}V^2 - P):P$ eine gewisse Grenze überschreitet, bilden sich nach meinem Dafürhalten fort und fort kernlose Wirbel, welche hinter der Kugel in ihrer Bewegung durch die Flüssigkeit zurückbleiben.

Experimentaluntersuchungen über magnetische Coercitivkraft.

Vierte Abhandlung.

Von

Prof. **Külp.**

Die entgegengesetzten Magnetisirungen bei weichem Eisen im allgemeinen.

24. Im Bd. 16 dieses Repertoriums habe ich drei Experimentaluntersuchungen über das Wesen der magnetischen Coercitivkraft angestellt, bei welchen ich insbesondere den Einfluss von Erschütterungen auf den remanenten Magnetismus untersuchte. Bei der Discussion meiner damaligen Resultate bin ich zu einem für die Erforschung des Magnetismus hochwichtigen Satze gelangt, welchen ich dahin formulirte (vergl. a. a. O. S. 731): Inducirter und remanenter Magnetismus zeigen ein durchaus verschiedenes Verhalten, so dass wir auf Molecularkräfte schliessen müssen, welche bei beiden eine verschiedene Rolle spielen.

Diesen — wie bemerkt — hochwichtigen Satz habe ich nun durch jahrelang fortgesetzte weitere Versuche geprüft und zu vollerer Klarheit zu entwickeln versucht. Ich werde im folgenden diese neuen Versuche mit ihren Consequenzen in möglichster Kürze mittheilen.

25. Zur weiteren Erforschung der Coercitivkraft fasste ich die entgegengesetzte Magnetisirung ins Auge. Ich nahm dieselbe daher im ausgedehnten Maasse zunächst für weiches Eisen vor und verwandte zu dem Ende ca. 50 Eisencylinder von der verschiedensten Länge und Dicke. Aus käuflichem Eisendraht stellte ich dieselben her und glühte sie auf die schon im Bd. 16 S. 48 beschriebene Weise sorgfältig, vor Beginn jeder Versuchsreihe, aus. Die Anordnung der Versuche war genau wie die an derselben Stelle bereits beschriebene. Die Eisencylinder wurden mit Hilfe einer Magnetisirungsspirale von 200 mm Länge, 10 mm innerer Durchmesser und je nach Bedürfnis von 1—5 Windungslagen magnetisirt. Die Spirale wurde senkrecht zu dem magnetischen Meridian in die Entfernung von 250—500 mm einer Spiegelbussole mit Fernrohrablesung nahe gebracht und durch eine zweite Spirale auf der entgegengesetzten Seite compensirt. In

den Stromkreis wurden noch ausser den Elementen, eine Tangentenbussole, eine Wippe, ein Rheostat und ein Stromschlüssel eingeschaltet. Die Magnetisirung meiner Eisenstäbe erfolgte nun nach aufsteigenden Stromstärken (magnetisirenden Kräften) in der folgenden Weise. Der Eisenstab wurde in die Achse der Magnetisirungsspirale gelegt, der Strom geschlossen und der entstandene inducirte positive Magnetismus durch die Spiegelbussole und Fernrohr in Scalentheilen beobachtet. Danach wurde der Strom unterbrochen und der remanente positive Magnetismus in gleicher Weise festgestellt. Jetzt wurde die Wippe umgelegt, der Strom aufs neue geschlossen und im entgegengesetzten Sinne zur Wirkung gebracht. In zwei weiteren Beobachtungen wurde auch hier der entstandene inducirte negative Magnetismus sowie nach Oeffnung des Stroms der remanente negative Magnetismus bestimmt. Die Stromstärke selber wurde an der Tangentenbussole mehrfach abgelesen und bezüglich ihrer Unveränderlichkeit controlirt. Hiernach wurde eine höhere Stromstärke in ganz derselben Weise angewandt und dieselbe soweit gesteigert, dass wenigstens die remanenten Magnetismen und der nach der negativen Seite hin inducirte Magnetismus ihr Maximum erreichten. Die Zeitdauer, welche ein Stab dergestalt beanspruchte, betrug 1—3 Stunden. Ich habe im ganzen sehr zahlreiche solcher grossen vierfachen Versuchsreihen ausgeführt.

26. Um zur Einleitung einen vorläufigen Begriff von meinen Resultaten zu geben, theile ich zunächst die Versuche an zwei Stäben in den Tabellen S. 564 mit. Da es sich zuvörderst nicht um absolute Werthe handelt, so sind die magnetisirenden Kräfte in der ersten Verticalspalte in Tangentenwerthe der Ablenkungswinkeln der Tangentenbussole verzeichnet, während die Magnetismen in den vier weiteren Verticalspalten in den durch die Fernrohrablesung gegebenen Scalentheilen angeführt sind.

27. Betrachtet man die S. 564 mitgetheilten Tabellen ganz im allgemeinen, so erkennt man zunächst ohne weiteres:

a) Die in der zweiten Verticalspalte verzeichneten positiven inducirten Magnetismen wachsen in der bekannten Weise stetig mit aufsteigenden Stromstärken. Die Magnetisirungscurve läuft bekanntlich zuvörderst convex gegen die Abscissenachse, erreicht dann einen Wendepunkt und nähert sich dann äusserst langsam einem Maximum. In meinen Tabellen hat sie dieses Maximum noch nicht im entferntesten erreicht.

b) Der in der vierten Verticalspalte verzeichnete negative inducirte Magnetismus wächst gleichfalls und zwar in ähnlicher Magnetisirungscurve wie der positive. Er unterscheidet sich aber von dem letzteren dadurch, dass er baldigst sein Maximum wirklich erreicht und dass er stets wesentlich und wie es scheint gesetzmässig kleiner ist als der positive.

Tabelle I.

Länge des Eisenstabes = 130 mm, Dicke = 1 mm				
Stromstärke	Inducirter Magnetismus +	Remanenter Magnetismus +	Inducirter Magnetismus —	Remanenter Magnetismus —
0,06554	31	12	26	10
0,12722	61	27	46	22
0,17633	79	33	67	28
0,29621	110	33	81	28
0,34085	121	35	85	30
0,43481	137	35	89	30
0,53171	157	35	93	30
0,67451	175	34	94	29
0,76042	196	34	95	29
0,91633	225	34	95	29

Tabelle II.

Länge des Eisenstabes = 100 mm, Dicke = 1 mm				
Stromstärke	Inducirter Magnetismus +	Remanenter Magnetismus +	Inducirter Magnetismus —	Remanenter Magnetismus —
0,05241	14	6	11	4
0,12899	33	13	30	11
0,20800	55	16	45	13
0,29097	78	18	50	14
0,36892	84	19	56	16
0,46163	102	19	62	16
0,56194	114	19	66	16
0,67451	128	19	68	16
0,78834	145	19	68	16
1,00000	182	19	68	16

c) Der in der dritten Verticalspalte verzeichnete positive remanente Magnetismus wächst ebenso mit aufsteigenden Stromstärken. Die Magnetisirungscurve hat mit b) die baldige Erreichung eines Maximums gemeinsam, doch wird dieses Maximum etwas früher als bei b) erreicht.

d) Der in der fünften Verticalspalte verzeichnete remanente negative Magnetismus verläuft in der Form seiner Curve ähnlich wie c) und erreicht auch wie dieser früher als b) ein Maximum. Er ist im Maximum nur um weniges geringer als c), häufig sogar habe ich die Gleichheit dieser beiden remanenten Magnetismen beobachtet.

28. Hiernach zeigen die inducirten und remanenten Magnetismen verschiedenes Verhalten. Es besteht der Satz: während die nach der positiven und nach der negativen Seite inducirten Magnetismen nach absolutem Werthe weit voneinander verschieden sind, so sind die nach der positiven und nach der negativen Seite remanenten Magnetismen annähernd gleich.

Es ist sonach hier wiederum der Satz bestätigt, dass inducirter und remanenter Magnetismus ein verschiedenes Verhalten zeigen. Ja wir können noch weiter gehen. Man fasst in der Regel den remanenten Magnetismus als einen durch den inducirten Magnetismus bedingten Theil des letzteren auf. Entspreche dies wirklich den Thatsachen, so müssten die remanenten Magnetismen bezüglich ihrer Quantität dieselbe Verschiedenheit zeigen wie die inducirten Magnetismen, sie könnten nun und nimmer annähernd gleich sein. Der grössere positive inducirte Magnetismus müsste auch einen grösseren positiven remanenten Magnetismus erzeugen, der kleinere negative inducirte Magnetismus einen kleineren negativen remanenten Magnetismus. Auch könnten schwerlich die remanenten Magnetismen ihr Maximum früher erreichen als die inducirten. Aus diesen Thatsachen ist wie mir scheint mit vieler Wahrscheinlichkeit der grosse Satz zu folgern:

> Der remanente Magnetismus ist im grossen und ganzen unabhängig von dem inducirten Magnetismus.

Der remanente Magnetismus ist eine Erscheinung für sich.

Es mögen im Anfang der Magnetisirung vielleicht gewisse Beziehungen zwischen den remanenten und inducirten Magnetismen stattfinden, aber diese sind bei der weiteren Magnetisirung immer von verhältnismässig geringerem Einfluss, und sie treten schliesslich gegen die grossen Gesetze der Magnetisirung völlig zurück. Es wird ferner zwar auch der Umstand stattfinden, dass remanente und inducirte Magnetismen, da sie beide von den Dimensionen des Stabes und den inducirenden Kräften abhängig sind, auch in eine bestimmte mathematische Relation zu einander gesetzt werden können, in Wahrheit aber besteht im grossen und ganzen eine Relation zwischen denselben nicht. Man überlege sich nur einmal, wie angesichts unserer mitgetheilten Tabellen die seitherigen Anschauungen von dem Wesen der Magnetisirung hier von den Beziehungen zwischen inducirten und remanenten Magnetismen noch festzuhalten sind. Man stellt sich in der Regel die Magnetisirung als eine Drehung der Moleküle aus ihrer magnetischen Gleichgewichtslage vor; dadurch dass diese Moleküle sodann nicht wieder in jene Gleichgewichtslage zurückkehren, sucht man den remanenten Magnetismus zu erklären. Wie aber wäre es denn möglich, dass der remanente Magnetismus sobald ein Maximum erreicht und auf demselben verharren kann, während die inducirten noch weiter schreiten? Wie vor allem wäre es möglich, dass die remanenten Magnetismen nach beiden Seiten gleich sind? Hierfür wird weder die Drehungs- noch eine andere seitherige Theorie einen Aufschluss geben können. Es bleibt wie mir scheint nur der eine Ausweg: anzunehmen, dass sich der sog. remanente Magnetismus während der Einwirkung der magnetisirenden Kraft bereits selbständig gebildet hat. Ist die Magnetisirung mit einer Bewegung der Moleküle verknüpft, so ist diese Bewegung jedenfalls keine einfache, sondern mindestens eine doppelte.

29. Bei der fundamentalen Wichtigkeit meiner Sätze füge ich zum Schlusse dieser Abhandlung, der in Kürze weitere noch folgen werden, noch eine an einem Stahlstabe angestellte Beobachtungsreihe hinzu, damit dargethan werde, wie meine Schlüsse unabhängig vom Material und nur in den Gesetzen der Magnetisirung begründet sind. Die Tabelle ist wie jene in 26 zu verstehen und wohl ohne weiteres klar.

Tabelle III.

Länge des Stahlstabes = 90 mm, Dicke = 1,5 mm				
Stromstärke	Inducirter Magnetismus +	Remanenter Magnetismus +	Inducirter Magnetismus −	Remanenter Magnetismus −
0,13165	8	2,5	5	0
0,20345	15	5	10	1,5
0,26795	26	10	17	6
0,29621	29	10	21	8
0,41421	57	22	38	22
0,53732	82	38	51	38
0,63707	111	47	61	41
0,76042	133	51	67	46
0,83169	158	52	73	51
1,00000	206	60	78	55
1,12041	246	64	79	62
1,30323	322	65	80	63

Die Reibungsconstante des Wassers.

Ein Vorlesungsversuch.

Von

A. Kurz.

Vor einigen Jahren verband ich mit der bekannten Mariotte'schen Flasche (ungefähr $1\,{}^1/_2$ l) ein nahe 30 cm langes und 1 cm weites Messingrohr durch einen Gummipfropfen. Von diesem horizontal gelegten Rohr münden drei verticale Glasröhren *A*, *B*, *C* aus, zur Messung des Druckes des ausfliessenden Wassers, in den Abständen ungefähr 10, 20, 30 von der Flasche entfernt. Ein mit Hahn versehenes Stück bewirkt oder hemmt den Ausfluss im Abstande 36 vom Gefässe.

Erst kürzlich versuchte ich mittels dieses Apparates die Reibungsconstante zu bestimmen, und da der Versuch gelungen ist, so will ich hiervon Mittheilung machen.

Ich bestimmte die Ausflusszeit für $^1/_2$ l Wasser, bei der Druckhöhe 10 cm in der Flasche und fand 37 Secunden. In den drei Druckröhren *A*, *B*, *C* beobachtete ich bei drei wiederholten Versuchen die Höhen des Wasserspiegels und zwar in:

A	*B*	*C*
2,9	3,2	2,8
3,8	4,0	3,5
3,2	3,4	3,0

Ich nahm deshalb 3,0 als die hydraulische Druckhöhe, also 10—3 oder 7 als die mit Fug sog. „Geschwindigkeitshöhe"[1]) des Wassers an, welches also mit der Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 \cdot 1000 \cdot 7} = 120 \text{ cm}$$

ausfloss.

Nun wendet man sich an die Poiseuille-Formel[2]), gemäss welcher empirisch die Ausflussgeschwindigkeit proportional dem Quer-

---

1) S. Herwig, Physikalische Begriffe § 23.

2) Unter anderem in Pfaundler-Müller's Physik, von der 9. Aufl. bisher der 1. Band erschienen 1886, § 107 und 122.

schnitte und umgekehrt der Länge der Ausflussröhre angenommen wird bei der vollen Druckhöhe ($h = 10$ im obigen Beispiele), also das ausgeflossene Volum für t Secunden

$$V \text{ proportional } h \cdot t \cdot d^4 : l$$

ist, indem ja der Durchmesser d in der zweiten Potenz schon bei der gewöhnlichen Ausflussformel (von Torricelli) für den Querschnitt eintritt. Stokes hat diese Formel mit der Theorie der Reibung begründet[3]) und Kirchhoff's „Mechanik" entwickelt ebenfalls (in der XXVI. Vorlesung) die Formel

$$V = \frac{\pi}{8\eta} \cdot h \cdot s \cdot \frac{r^4}{l} t,$$

worin η die gesuchte Reibungsconstante, s das Gewicht der Volumeinheit, $r = d : 2$ ist.

Lassen wir nun $V = 500$ und η die Plätze tauschen, so kommt

$$\eta = \frac{\pi \cdot 10 \cdot g \cdot 1 \cdot 0{,}19^4 \cdot 37}{8 \cdot 500 \cdot 36} = 0{,}0105 \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm\ Sec.}}$$

im „Masse-Gewichtsystem" [4]), welches für den Druck $h = 10$ noch den Factor $g = 1000$ (Centimeter durch Quadrat der Secunde) verlangt. Der Radius $r = 0{,}19$ war aus der schon angeführten Messung der Geschwindigkeit 120 und der zugehörigen Formel

$$\pi r^2 \cdot 120 \cdot 37 = 500$$

hervorgegangen. Der lichte Hahndurchmesser ist wenig unter 5 mm befunden worden, so dass eine Contraction von nahe 16 : 25 oder 64% sich nebenbei ergibt.

Herwig gibt für Wasser von 20° . . $\eta = 0{,}0102$,
obiges Wasser von ungefähr 10° . . . $\eta = 0{,}0105$,
Pfaundler gibt für Wasser von 0° . $\eta = 0{,}0178$,

wobei aber gemäss der dort noch wiedergegebenen Formel von Poiseuille der vierte Theil abzuziehen wäre für eine Temperatursteigerung um 10° und zwei Fünftheile ungefähr bei der Steigerung um 20°.

Meyer hat für η mehrere Werthe, deren dritte Decimale zwischen 0 und 7 liegt; da er Differenzen von 2 oder 3 Einheiten daselbst als „höchst erfreuliche Uebereinstimmung" beurtheilt, so darf sich auch mein Resultat, welches am nächsten dem Herwig'schen kommt, den

3) Vergl. die „Hydraulischen Untersuchungen" von O. E. Meyer in Poggendorff's Jubelband (1874) und das in der 1. Anm. angegebene Buch § 31.

4) Diese passende Benennung neben derjenigen „Kraft-Gewichtsystem" hat soeben Oberbeck in Wiedemann's Ann. Bd. 31 vorgeschlagen statt der von Herwig gebrauchten „absolut" und „conventionell", welche ich seither auch angenommen hatte, und statt der von Pfaundler gebrauchten „absolut und irdisch oder praktisch".

genannten beigesellen. Woher Herwig seine Zahl schöpfte, ist mir dermalen noch unbekannt.

Ich will nochmal zu meiner kleinen Versuchstabelle zurückkehren, in welcher die unter B stehenden Zahlen die grössten je einer Horizontalreihe, die unter A stehenden die mittleren, die unter C stehenden die kleinsten sind. Also floss das Wasser unterhalb der der Flasche zunächst stehenden Röhre A schneller als unterhalb der mittleren B und am schnellsten unterhalb C. Erstere Differenz (A, B) ist dem Gummipfropfen zuzuschreiben, in welchem das Messingrohr nur theilweise steckt, so dass der lichte Querschnitt des anderen Theils des Gummipfropfens viel kleiner als der Querschnitt der Messingröhre ist, also dortselbst eine entsprechend grössere Geschwindigkeit herrschen muss, die sich auch noch bei A fühlbar macht. Denn das Product aus Querschnitt und mittlerer Geschwindigkeit v_0 für denselben muss im stationären Zustande constant sein.

Die beiden Wasserspiegel in den Röhren B und C liefern eine abfallende Linie (Gerade), wie auch im Pfaundler'schen Buche eine solche abfallende Gerade gezeichnet ist. Aber mit einem wesentlichen Unterschiede: dieselbe fällt nämlich bei Pfaundler gegen das Ende des Ausflussrohres, wo der Ausfluss wirklich stattfindet, ganz herab, zum Niveau Null der Ausflussöffnung. Dies würde, mit den oben gebrauchten Bezeichnungen besagen, dass das Wasser mit der Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2gh}$$

ausflösse, also mit der Geschwindigkeitshöhe h wie beim Torricelli'schen Versuche, statt mit einer kleineren, wie ich z. B. 7 statt $h = 10$ zu setzen veranlasst war.

Dieselbe Figur dem Wesen nach wie bei Pfaundler findet sich auch in dem Cours élémentaire de Mécanique théorique et appliquée von Delaunay, deren 4. Auflage, Paris 1857, Bauschinger in deutscher Bearbeitung i. J. 1861 bei Oldenbourg in München herausgab[5]). Hierbei steht auch der Satz: „Wenn die Röhre, in welcher sich die Flüssigkeit bewegt, überall denselben Querschnitt hat, so muss die Geschwindigkeit der Flüssigkeit in allen Querschnitten die nämliche sein.“ Dieser Satz ist nur richtig für die mittlere Geschwindigkeit, die ich oben angeführt und mit v_0 bezeichnet habe. Die Druckröhren A, B, C aber zeigen in besagter Weise die Maximalgeschwindigkeiten in den betreffenden Röhren an, welche in der Axe der Röhre zu suchen

5) Als „Schule der Mechanik“ gemeinfasslich dargestellt. Hier handeln mehrere Seiten und vier Figuren von obigem Falle. Wahrscheinlich hat J. Müller seinerzeit daraus geschöpft, bei einer früheren Aufl. der Phys. von Pfaundler.

sind, während gegen die Wand der Röhre hin die Geschwindigkeiten bis zu Null abnehmen. So ist in Kirchhoff's Vorlesung XXVI § 2 Gl. 7 neben der Reibungsconstanten η (dort k geheissen) auch noch die Gleitungsconstante λ enthalten und der Schluss gezogen, dass, wo die obige Gleichung für das in der Zeit t ausgeflossene Volum V den Messungen entspricht, $\eta:\lambda$ gleich Null anzunehmen ist, d. h. dass die Flüssigkeitstheilchen an der Röhrenwand haften. Nur unvollkommen erinnere ich mich, irgendwo gelesen zu haben, dass auch für Quecksilber in Glasröhren jene Gleichung für V entsprochen habe, obwohl da keine Benetzung eintritt.

Bemerkungen über die Abhandlung des Hrn. J. W. Häussler: „Die Schwere analytisch dargestellt, als ein mechanisches Princip rotirender Körper“ [1]).

Von

E. Lampe.

Die Arbeit ist ein neuer Versuch, die Newton'sche Gravitation, — oder vielmehr in engerem Sinne bloss die Schwere — der Anschauung näher zu bringen, sucht jedoch die Begreifbarkeit dieser Kraft auf einem ganz anderen Wege als die Aetherstoss-Theorien zu erreichen. Die Argumentation ist kurz die folgende.

Die Erde wird als rotirende Kugel aufgefasst, der die Eigenschaft der Schwere als besondere Kraft nicht anhaftet. Ein materieller Punkt wird von der Oberfläche auf der Verlängerung eines Erdradius nach aussen verschoben und in der neuen Lage mit der Erde fest verbunden. Dadurch wird die Rotationsgeschwindigkeit der Erde verringert. Die Anwendung des Princips von der Erhaltung der Energie dient zur Berechnung der Arbeit, welche bei der Verschiebung des materiellen Punktes aufzuwenden ist; aus der berechneten Arbeit wird das Potential der Kugel hergeleitet. Der Verfasser gelangt dadurch zu folgenden Ergebnissen:

„Der Werth des Potentials ändert sich mit der Rotationsgeschwindigkeit und ist dem Quadrate derselben direct proportional; wird also die Rotationsgeschwindigkeit r gleich Null, so wird auch das Potential gleich Null. Für eine nicht rotirende Kugel existirt demnach kein Potential, also auch keine anziehende Kraft. Die Ursache der anziehenden Kraft kann also nur in der rotirenden Bewegung zu suchen sein.“ „Die Rotation der Erde wird also um 8291 Quadrillionstel Umdrehungen vermindert, wenn ein Kilogramm einer Substanz auf die Höhe von einem Meter gehoben wird.... Da nun ein Körper, wenn er nicht unterstützt ist, von selbst zur Erde herabfällt, so *scheint die Erde das Princip zu befolgen*, die Geschwindigkeit ihrer Rotation

1) Diese Zeitschrift Bd. 22 S. 501—510.

möglichst zu vergrössern, indem sie ihre einzelnen Theile so zu lagern bestrebt ist, dass die Gegenstände vom grössten specifischen Gewicht im Mittelpunkte liegen und die anderen Gegenstände immer in einzelnen concentrischen Kugelschalen um diesen Kern herum, nach der abnehmenden Dichtigkeit derselben geordnet." Das Resultat der Untersuchung ist also, dass an Stelle der wie alle Kräfte unbegreiflichen, aber sonst sehr einfach vorzustellenden Gravitationskraft ein mystisches „Befolgen eines Princips" und ein „Bestreben" gesetzt wird.

Der Berichterstatter über Mechanik in Wiedemann's Beiblättern der Physik (XI, Stück 3, S. 125) gibt die obigen Sätze wieder. Hier sollen nun nicht die erlangten Ergebnisse auf Grund bekannter Thatsachen angefochten, sondern die Herleitung selbst soll allein besprochen werden.

Principiell ist einzuwenden, dass die Existenz einer zwischen zwei Körpern wirkenden Kraft nie durch eine mathematische Rechnung erwiesen werden kann, es sei denn, dass die Voraussetzungen der Rechnung die zu beweisende mechanische Beziehung bereits enthalten. „Dass durch blosse Rechnung eine neue mechanische Beziehung zwischen beiden, zu welcher in den Prämissen kein Grund gelegt war, erzeugt werden sollte, machte mich neugierig, das Verfahren kennen zu lernen, welches so etwas leisten sollte." (H. v. Helmholtz, Borchardt Journ. LXXV, S. 56.) Wie in der an dieser citirten Stelle kritisirten Schrift eine Kraft durch einen Rechenfehler errechnet ist, so verhält sich auch die Sache in der vorliegenden Abhandlung. Von den vielen Einwänden, die erhoben werden können, sollen nur zwei vorgebracht werden.

I. Die Arbeit zur Verschiebung eines materiellen Punktes, auf den keine Kräfte wirken, ist Null. Ist etwa bei der Verschiebung des Punktes Arbeit aufgewandt worden, so erhält der Punkt eine Geschwindigkeit in der Richtung der Verschiebung; er bewegt sich nach dem Trägheitsgesetze weiter, und seine kinetische Energie repräsentirt die aufgewandte Arbeit. Hält man aber nach der Verschiebung den Punkt fest, wie der Autor es verlangt, so muss von neuem eine Arbeit in entgegengesetzter Richtung geleistet werden: diese zerstört die kinetische Energie.

II. Ist wie beim Verfasser m die Masse, R der Radius der Erde, so dass, — wenn man dieselbe noch homogen voraussetzt, was nach der Meinung des Verfassers nicht nöthig sein soll —, das Trägheitsmoment

$$\frac{2}{5} m R^2$$

ist, so ist die kinetische Energie der Rotationsbewegung der Erde

$$\frac{4}{5}\pi^2 m R^2 r^2,$$

worin r die Anzahl der Umdrehungen in einer Secunde (also den Bruch $\frac{1}{86164}$) bezeichnet. Verschiebt man nun auf einem beliebigen Erdradius die Masse dm nach aussen um die Strecke dR, so setzt Herr Häussler die kinetische Energie des neuen Massensystems gleich

$$dL + \frac{4}{5}\pi^2 (m + dm) R^2 (r + dr)^2 + \frac{1}{2} dm\, v^2,$$

worin dL die bei der Verschiebung geleistete Arbeit, v die Geschwindigkeit von dm nach der Verschiebung auf dem von diesem Punkte beschriebenen Kreise darstellen. Indem im Trägheitsmoment $m + dm$ statt m gesetzt wird, ist die Massenverringerung dm (falls man dm übrigens negativ nimmt, was nicht geschehen ist) auf die ganze Masse der Kugel vertheilt. Dies ist aber unrichtig. Eine einfache Ueberlegung führt vielmehr zu folgender Berechnung der kinetischen Energie nach der Verschiebung. Hierbei möge statt der Grösse r die sonst gebräuchliche Rotationsgeschwindigkeit

$$\omega = \frac{2\pi}{86164}$$

gesetzt werden; ihre Abnahme werde mit $d\omega$, die Masse des verschobenen Punktes mit μ, die Strecke der Verschiebung mit h bezeichnet.

a) Kinetische Energie der rotirenden Kugel, ohne Wegnahme von μ, mit der Rotationsgeschwindigkeit $\omega - d\omega$:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} m R^2 (\omega - d\omega)^2.$$

b) Hiervon ist abzuziehen die kinetische Energie der unter der Breite φ an der Oberfläche befindlichen Masse μ:

$$\frac{1}{2}\mu R^2 \cos^2\varphi\, (\omega - d\omega)^2.$$

c) Hinzuzufügen ist endlich die kinetische Energie der um die Strecke h nach aussen verschobenen Masse μ:

$$\frac{1}{2}\mu (R + h)^2 \cos^2\varphi\, (\omega - d\omega)^2.$$

Somit folgt nach dem Principe von der Erhaltung der Energie:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} m R^2 \omega^2 = \left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5} m R^2 - \frac{1}{2}\mu R^2 \cos^2\varphi + \frac{1}{2}\mu (R + h)^2 \cos^2\varphi\right) \times$$
$$\times (\omega - d\omega)^2.$$

Hieraus findet man mit Vernachlässigung von $d\omega^2$:

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{\frac{1}{2} h(2R+h)\mu\cos^2\varphi}{\frac{2}{5} mR^2 + h(2R+h)\mu\cos^2\varphi}.$$

Bei den zunächst in Betracht zu ziehenden Fällen ist h so klein, dass es neben R vernachlässigt werden kann; mithin vereinfacht sich die Formel auf:

$$\frac{d\omega}{\omega} = \frac{5}{2}\cdot\frac{\mu}{m}\cdot\frac{h}{R}\cdot\cos^2\varphi,$$

also $d\omega$, wie natürlich, abhängig von der geographischen Breite des Beobachtungsortes und unabhängig von der Erdbeschleunigung g, die der Verfasser nach dieser Methode berechnen will. Ist μ die Masse eines Kilogrammes, h ein Meter, setzt man ferner

$$2\pi R = 4\cdot 10^7 \text{ m},$$

die Erddichte gleich 5,7, so folgt hieraus:

$$\frac{d\omega}{\omega} = 64\cdot 10^{-33}\cdot\cos^2\varphi.$$

Das dL des Verfassers hat also den Werth Null, wie a priori klar ist. Damit wird aber der nachfolgenden Rechnung das Fundament genommen. Es ist daher nicht nöthig, die Bedenken auszuführen, zu denen die weiteren Betrachtungen Anlass geben.

Ueber Edlund's Disjunctionsströme[1]).

Von

Dr. E. Lecher.

Im Jahre 1868 veröffentlichte Edlund eine Arbeit[2]) unter dem Titel „Experimenteller Beweis, dass der elektrische Funke elektromotorisch ist". Nun lässt sich aber zeigen, dass diese Versuche und ihre Ergebnisse auch erklärt werden können, ohne die physikalisch schwer plausible Vorstellung einer elektromotorischen Gegenkraft des Funkens heranzuziehen. Es sind schon die Ueberlegungen, von welchen ausgehend Edlund diese Gegenkraft sucht, nicht stichhaltig. Die mechanische Arbeit nämlich, die eine elektrische Entladung in der Luft beim Aufreissen der Pole leistet, soll eine elektromotorische Kraft und infolgedessen einen nach rückwärts verlaufenden Disjunctionsstrom erzeugen. Nun ist diese Zerreibung der Pole nichts weiter als eine mechanische Arbeit, die der Strom im Funken leistet. In einer elektrolytischen Zersetzungszelle leistet der Strom allerdings gleichfalls Arbeit durch Zerlegung der elektrolytischen Bestandtheile. Das allein bedingt aber noch keineswegs eine elektromotorische Gegenkraft; dieselbe entsteht vielmehr erst dadurch, dass die zersetzten Bestandtheile wieder in ihren unzersetzten Zustand zurückstreben und durch diesen Rückprocess elektromotorisch wirken. Edlund führt als besonders wichtig Versuche von Riess[3]) an, wonach beim Zerreiben von Substanzen, z. B. Kohle, Elektricität entsteht, ich glaube aber kaum, dass das Losreissen der Elektrodenmaterie durch den Funken mit diesem Entstehen von Reibungselektricität etwas gemein habe.

Ich fasse meine Aufgabe nicht dahin auf, Edlund auf seinen oft complicirten experimentellen Pfaden allüberallhin zu folgen, ich will

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 628 (1887).

2) Bulletin (Ovfersigt) des travaux de l'Acad. roy. des sciences de Suède pour 1868. — Pogg. Ann. Bd. 134. — Phil. Mag. (4), t. 37. — Ann. de chim. et de phys. Série 4, t. 13 et 15.

3) Pogg. Ann. Bd. 133 S. 178.

vielmehr nur an wenigen, aber typischen Versuchen die Unhaltbarkeit der Disjunctionsströme nachweisen.

In nachstehender Figur ist die Versuchsanordnung Edlund's skizzirt. *A B* sind die Saugkämme einer Influenzmaschine, *a b* die beiden Elektroden. Von *a* führt ein gut isolirter Draht über *c* nach *i*, der Strom der Maschine theilt sich hier zwischen einem Neusilberdrahte von passender Länge *i h k* und der Galvanometerleitung *G*, geht von *k*, woselbst eine Ableitung zur Erde angebracht ist, durch einen Widerstand *m* über *e* nach *d*. Wird die Maschine in Gang gesetzt und springen zwischen *b* und *d* die Funken über, so zeigt das Galvanometer *G* einen bestimmten Ausschlag. Elektrostatische Wirkungen werden durch die Erdleitung *k* beseitigt. Werden jetzt aber zwischen *c* und *e* die Kugeln *f* und *g* eingeschaltet, so wird zwar dem Galvanometer *G* durch diesen neuen Funken ein gewiss beträchtlicher Theil des Maschinenstromes entzogen, gleichwohl aber steigt der Ausschlag um das 15—20fache. Dieser Ausschlag soll von einer elektromotorischen Gegenkraft des Funkens *fg* herrühren. Nun meint Edlund, dass es zwar bei einer oberflächlichen Betrachtung des Gegenstandes widersinnig erscheine, wenn bei Einschaltung der Funkenstrecke *fg* trotz einer Stromentziehung der Galvanometerausschlag auf das 20fache steige und gibt eine Erklärung dieses Widerspruches[1]), die mir aber selbst vom Standpunkte seiner allerdings erst viel später ausgeführten Elektricitätstheorie kaum zulässig erscheint; dass es sonst allgemein herrschenden Begriffen widerspricht, ist, wie G. Wiedemann[2]) ausführt, selbstverständlich. Edlund würde durch Einschaltung der Funkenstrecke *fg*, was doch an und für sich einen bedeutenden Energieverbrauch bedingt, eine 20mal so grosse Elektricitätsmenge erzeugen, als die Influenzmaschine liefert.

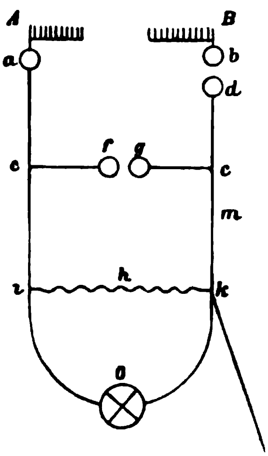


Fig. 1.

Es scheint nach diesen Bedenken fast überflüssig, der Sache weitere Aufmerksamkeit zu schenken. Ich thue dies nur aus dem Grunde, weil die von Edlund fast gleichzeitig ausgesprochene Idee einer elektromotorischen Gegenkraft des galvanischen Lichtbogens scheinbar wenigstens an — vielleicht auch nur scheinbarem — Boden gewonnen hat und diese beiden elektromotorischen Gegenkräfte trotz ihrer Verschiedenheit dem eingangs erwähnten Fehlschlusse ihr Dasein verdanken; auch

1) Pogg. Ann. Bd. 139 S. 377.
2) G. Wiedemann, Elektricität Bd. 4 S. 743.

hat Edlund noch in allerneuesten Arbeiten seine Gedanken weiter auszuwerthen versucht [1]).

Der wunde Fleck in Edlund's Arbeit liegt in der Anwendung des Zweigdrahtes ihk. Die Aufgabe dieser Galvanometerbrücke wäre nach Edlund ein Aufheben der Wirkung der Inductionsströme, welche die das Galvanometer bei jedem Funken stossweise durchfliessenden Maschinenströme induciren. In G entsteht zuerst ein Inductionsstrom in entgegengesetzter und dann beim Aufhören des Hauptstromes ein zweiter Inductionsstoss in gleicher Richtung. Wenn fg ausgeschaltet ist, fliessen diese beiden gleichen Elektricitätsmengen rasch hintereinander in entgegengesetzten Richtungen durch $Gkhi$, resp. $Gihk$ und heben sich in ihrer Wirkung auf die Galvanometernadel auf. Wenn nun aber in fg der Funke überspringt, so schliesst er für kurze Zeit die Zweigleitung $kegfci$ und es kann, wenn der Funke diese Zweigleitung z. B. gerade zur Zeit schliesst, als der Oeffnungsstrom daselbst übergeht, der durch Einschaltung dieses Funkens fg erzeugte Ausschlag in ganz natürlicher Weise auf Rechnung dieses Extrastromes der Oeffnung gesetzt werden; denn derselbe findet auf seiner Gesammtbahn einen geringeren Widerstand als der Extrastrom der Schliessung. Um diese — auch von Edlund zugestandene — Wirkung wegzubekommen, müsste die Funkenbahn $kmegfci$ im Vergleiche mit ihk sehr gross sein. „Aber in demselben Maasse wie der Widerstand in der Brücke vermindert wird, wird auch der Ausschlag des Disjunctionsstromes verringert, weil dieser dann seinen Weg mehr und mehr durch die Brücke statt durch das Galvanometer nimmt. Der Widerstand in der Brücke darf deshalb nicht geringer gemacht werden, als dass die Wirkung der Inductionsströme auf die Magnetnadel eben gerade unmerklich wird“ [2]).

Diese Fehlerquelle hat Edlund somit richtig erkannt, ihre Bedeutung jedoch, wie G. Wiedemann in seinem Lehrbuche der Elektricität ganz richtig vermuthet [3]), entschieden unterschätzt. Ich will von den vielen Argumenten Edlund's gegen die Wirkung des Extrastromes nur eines herausgreifen, sind sie doch alle so ziemlich gleich und gleichwerth. Edlund schaltet bei m noch einmal einen Draht und in Zweigleitung dazu eine Galvanometerrolle ein. Es ist somit das in Fig. 1 gezeichnete Galvanometersystem einfach verdoppelt [4]). Die Ausschläge des Galvanometers G bleiben aber gleich; es wirkt also

1) Mem. pres. a l'acad. de Suède 11. Febr. 1885. Wied. Ann. Bd. 18; siehe Schluss dieser Arbeit S. 14.

2) Pogg. Ann. Bd. 139 S. 355.

3) Elektricität Bd. 4 S. 743.

4) Pogg. Ann. Bd. 139 S. 371.

das Einschalten der zweiten Rolle und ihrer Brücke und der dadurch erzeugte neue Extrastrom nach Edlund nicht, weil der Extrastrom überhaupt nicht merklich wäre; dass man aber diesen durch die zweite Rolle erzeugten Extrastrom in der Rolle *G* nicht merkt, finde ich ganz selbstverständlich, denn der von der zweiten Rolle durch den Funken gehende Theil des Extrastromes theilt sich zwischen Galvanometer und Brücke, ist somit in letzteren kaum zu merken.

Ich habe den eben geschilderten Edlund'schen Hauptversuch nachgemacht; die von mir verwendete Influenzmaschine scheint etwas schwächer zu sein als die Edlund's, wenigstens bediente ich mich kleinerer Funkenstrecken, und zwar war der Abstand *bd* 10 mm und *fg* etwa 1—3 mm. Die Maschine wurde durch einen kleinen Wassermotor gedreht. Als Galvanometer verwendete ich den von Prof. v. Lang[1]) construirten Apparat, welcher isolirt aufgestellt war und auch ohne Anwendung besonderer Vorsichtsmaassregeln, wahrscheinlich infolge der grossen Metallmassen, keinerlei Beeinflussung durch statische Influenz zeigte. Die Isolirung der einzelnen (verschiedenen) Galvanometerrollen wurde nach einer eigenen später (S. 585) zu beschreibenden Methode geprüft. Die Länge und der Widerstand der Brücke *ihk* war bei verschiedenen Versuchen sehr verschieden.

Versuch 1. Zunächst legte ich mir die Frage vor, warum springt bei *ef* ein Funke über und in welcher Richtung. Der Funke *fg* ist bedeutend kleiner als der bei *bd*, springt aber nicht, wie Edlund glaubt[2]), gleichzeitig, sondern etwas später über. Er springt, wie auch Edlund findet[3]), nur dann über, wenn die Influenzmaschine mit einer Ladungsflasche versehen ist. Es ergibt sich nun, dass der Funke *fg* von ganz derselben Art ist, wie der in dem bekannten Knochenhauer'schen Versuche[4]), welchen v. Oettingen erklärt hat. Ist *d* bei der Entladung positiver Pol, so ist *g* im Seitenfunken der negative Pol. Ich habe diese Funkenrichtung mittels Geissler'scher Röhren constatirt. Ferner findet man den Funken unverändert, wenn die Erdleitung statt bei *k* bei *h*, bei *i*, bei *c* oder bei *f* angelegt wird, hingegen blieb der Funke ganz aus, oder erschien nur sehr schwach, wenn man die Erdleitung bei *e* oder bei *g* anlegte. Es wird somit unmittelbar nach der Entladung *bd* die Kugel *d* und die in kurzer metallischer Verbindung stehende Kugel *d* infolge der bekannten

1) Wiener Ber. Bd. 67 S. 101.
2) Pogg. Ann. Bd. 134 S. 338.
3) Pogg. Ann. Bd. 134 S. 339.
4) Pogg. Ann. Jubel-Bd. S. 269.

Oscillation negativ elektrisch und zieht dadurch die positive Elektricität von f in Form eines Funkens zu sich. Ist hingegen die Erdleitung nicht hinter dem Widerstande m, sondern direct bei g oder e angebracht, so wird die zum Ersatze nöthige positive Elektricität direct aus der Erde zuströmen und es kann der Funke fg nicht zu Stande kommen. Damit stimmt auch die von Edlund gemachte, allerdings anders gedeutete Beobachtung, dass wenn zwischen e und g eine Inductionsrolle eingeschaltet wird, der Funke viel matter ist und nicht im gleich weiten Abstande zwischen den Kugeln durchschlagen kann, als wenn die Rolle entfernt ist[1]).

Versuch 2. Bei folgender Versuchsreihe ging ich von einer Ueberlegung aus, die sich leider als nicht ganz zutreffend erwies. Nach der Ansicht Edlund's liegt die Ursache des grösseren Galvanometerausschlages in einer elektromotorischen Gegenkraft, in fg, nach der Gegenansicht, welche zuerst von G. Wiedemann[2]) in Form einer Vermuthung ausgesprochen, ist die elektromotorische Ursache des grösseren Ausschlages in einer Induction der Galvanometerrolle zu suchen. Ich glaubte nun durch folgende Anordnung diese Frage nach dem Sitze der elektromotorischen Kraft entscheiden zu können. Die Brücke ik in nebenstehender Figur bestand aus einem Rheostaten von Neusilberdraht, welcher so über die Decke des Zimmers gespannt war, dass die Entfernung der einzelnen Drähte voneinander mindestens einen halben Meter betrug. Während das eine Ende der Galvanometerleitung constant mit i verbunden blieb, konnte das andere Ende an die Punkte 1, 2, 3 oder 4 angelegt werden. Da der Widerstand in der Galvanometerrolle gegen den im Drahte ik sehr gross war, konnte die Widerstandsänderung des ganzen Systems $ci\left\{\begin{matrix}h\\G\end{matrix}\right\}ke$ infolge der verschiedenen Schaltung des Galvanometers vernachlässigt werden. In der Tabelle S. 580 gibt die erste Verticalreihe die Stellung des verschiebbaren Endes der Galvanometerleitung, die zweite Verticalreihe den dem Galvanometer vorgelegten Widerstand, die dritte Reihe die Ausschläge, wenn die Kugeln b und d bis zur Berührung gebracht waren, während in der vierten Reihe die Ausschläge stehen,

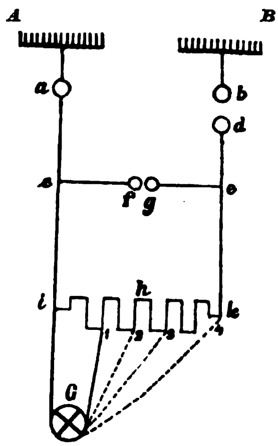


Fig. 2.

1) Pogg. Ann. Bd. 139 S. 369.
2) Elektricität Bd. 4 S. 743.

wenn nur zwischen b und d (in 10 mm Entfernung) ein Funke überspringt[1]. Die Widerstände sind so gewählt, dass diese Ausschläge sich wie 1, 2, 3 und 4 verhalten. Nähert man nun auch die Kugeln fg bis auf 2 mm, so geht auch zwischen diesen ein Funke über und man erhält dann die Ausschläge der letzten Verticalreihe.

	Widerstand in Ohm	fg ausgeschaltet		Funke bei bd und bei fg
		bd überbrückt kein Funke	bd offen nur Funke bei bd	
1	$i\,1 = 8{,}1$	70	60	150
2	$i\,2 = 16{,}7$	133	123	288
3	$i\,3 = 27{,}5$	205	180	565
4	$i\,4 = 41{,}2$	280	235	720

Aus diesen Versuchen lässt sich aber leider nicht unmittelbar ableiten, ob die elektromotorische Kraft in fg oder in G ihren Sitz hat.

Da der Gesammtwiderstand des Galvanometersystems trotz der verschiedenen Schaltung sich kaum ändert, so geht immer ein bestimmter Bruchtheil des Hauptstromes durch den Funken, während auch die durch das System $i \begin{Bmatrix} 1234 \\ G \end{Bmatrix} k$ durchströmende Elektricitätsmenge x constant bleibt. Da der Funke sich nicht ändert, so setzt er infolge seiner von Edlund angenommenen elektromotorischen Gegenkraft den Strom e gegen das Galvanometer hin in Bewegung, dessen Ausschläge somit durch die Elektricitätsmenge $e + x$ bedingt ist. Da aber durch die verschiedene Schaltung des Galvanometers dessen Empfindlichkeit zwei-, drei- und viermal so gross wird, so wären die wirklich gemessenen Ausschläge nach Edlund hervorgebracht und gleich

$$\begin{array}{rcl} 150 & . \; . & e + x \\ 288 & . \; . & 2(e + x) \\ 565 & . \; . & 3(e + x) \\ 720 & . \; . & 4(e + x) \end{array} \quad \text{somit } e + x = \begin{cases} 150 \\ 144 \\ 188 \\ 180. \end{cases}$$

1) Aus obigen Zahlen, dritte und vierte Verticalreihe, scheint hervorzugehen, dass die Stromstärke bei directer Einschaltung einer Funkenstrecke etwas kleiner wird; dies ist jedoch nur scheinbar der Fall, weil nämlich bei Einschaltung einer Funkenstrecke, vorausgesetzt, dass die Maschine gleich schnell gedreht wird, zwar dieselbe Elektricitätsmenge in Bewegung gesetzt wird, jedoch wegen der Selbstinduction in anderer Weise zwischen Brücke und Galvanometer sich theilt, als ohne diese Einschaltung bei ruhigem Abfliessen. Bei Einschaltung einer Funkenstrecke braucht aber eine Influenzmaschine bei gleicher Umdrehungsgeschwindigkeit mehr Arbeit als bei Kurzschluss.

Sind diese Werthe auch nicht absolut gleich, so wären sie doch bei der Schwierigkeit, die Schwankungen der Galvanometernadel richtig zu schätzen, ziemlich befriedigend.

Wird hingegen die elektromotorische Kraft in G durch die Induction der Rolle hervorgebracht, so theilt sich der daselbst erzeugte Strom in i und 1 (resp. 2, 3 oder 4) und fliesst theilweise durch die vorgelegte Brücke und theilweise über den Rest derselben nach eg und durch den Funken über fc nach i. Nun ist der Widerstand des Galvanometers und seiner Zuleitungsdrähte gleich 930 Ω, hingegen der Widerstand von $kegfci$, wenn die beiden Kugeln einander direct berühren, gleich 2,5 Ω. Der momentane Widerstand des Funkens selbst sei y und es sei ferner die in G erzeugte Induction der durchfliessenden Elektricitätsmenge des Hauptstromes proportional, sei also bei den einzelnen Schaltungen 1, 2, 3 oder 4. Wenn dann wie früher x den Rest des Hauptstromes bezeichnet, so wären dann die beobachteten Stromstärken proportional zu setzen

$$150 \quad . \quad . \quad x + \frac{1}{930 + \frac{288 + 8y}{43{,}7 + y}}$$

$$288 \quad . \quad . \quad 2x + \frac{2}{930 + \frac{451 + 17y}{43{,}7 + y}}$$

$$565 \quad . \quad . \quad 3x + \frac{3}{930 + \frac{445 + 27y}{43{,}7 + y}}$$

$$720 \quad . \quad . \quad 4x + \frac{4}{930 + \frac{103 + 41y}{43{,}7 + y}}$$

Oder es müsste sein proportional

$$150 - x \quad . \quad . \quad \frac{1}{930 + \frac{288 + 8y}{43{,}7 + y}}$$

$$144 - x \quad . \quad . \quad \frac{1}{930 + \frac{451 + 17y}{43{,}7 + y}}$$

$$188 - x \quad . \quad . \quad \frac{1}{930 + \frac{445 + 27y}{43{,}7 + y}}$$

$$180 - x \quad . \quad . \quad \frac{1}{930 + \frac{103 + 41y}{43{,}7 + y}}$$

Wenn man in den Werthen rechts für y (d. h. für den momentanen Widerstand des Funkens) kleine positive Werthe einsetzt, wie es den thatsächlichen Verhältnissen aller Wahrscheinlichkeit nach entsprechen dürfte, so werden die Nenner fast gleich und somit die Uebereinstimmung zwischen Rechnung und Versuch genau so wie oben. Allerdings ist es fraglich, ob der Funke in fg für die Inductionsströme bei den verschiedenen Schaltungen immer gleich und rechtzeitig schliesst. Jedenfalls aber erhellt aus diesen Zahlen, dass man die grösseren Ausschläge bei Einschaltung der Funkenstrecke fg statt mittels der spuckhaften elektromotorischen Gegenkraft Edlund's ganz ungezwungen durch eine einfache Inductionswirkung erklären kann.

Folgende Versuche aber zeigen direct die Unhaltbarkeit der Edlund'schen Idee.

Versuch 3. Die Versuchsanordnung ist genau die Edlund's, wie sie in Fig. 1 dargestellt, nur der Widerstand der Brücke ihk ist veränderlich, indem ich die Länge dieses Drahtes von etwa 8 bis gegen 40 Ω änderte. In der Tabelle S. 583 steigt der Widerstand[1]) von 1—4. Die zweite Columne gibt die Galvanometerausschläge, wenn nur bei bd ein Funke übergeht, während in der dritten Reihe jene Ausschläge stehen, welche man erhält, wenn f und g so weit genähert sind, dass auch zwischen diesen ein zweiter kleinerer Funke überspringt. Dieser Versuch zeigt wohl ziemlich deutlich, wie es mit der elektromotorischen Gegenkraft bestellt ist. In Nr. 1 war der Galvanometerausschlag ohne Funkenstrecke fg gleich 35 und in Nr. 4 stieg er auf 144, d. h. die Empfindlichkeit des Galvanometers wurde durch die betreffende Aenderung von ihk viermal so gross; war hingegen der Funke bei fg eingeschaltet, so änderte sich der Ausschlag von 49 auf 90. Nehmen wir an, es ginge sämmtliche Elektricität der Influenzmaschine bei Einschaltung der Funkenstrecke über fg, dann hätte bei Nr. 4, d. h. bei einer viermal so empfindlichen Schaltung des Galvanometers auch der Ausschlag der hier nicht geänderten elektromotorischen Gegenkraft viermal so gross sein müssen, d. h. $49 \times 4 = 196$. Nun ist aber thatsächlich der ganze Ausschlag nur 90, also weniger als die Hälfte des erwarteten. Dazu kommt noch, dass durch die Aenderung des Widerstandes ihk die über fg fliessende Elektricitätsmenge geändert wird. Es ist in Nr. 4 der Funke viel heller als in Nr. 1, somit auch die elektromotorische Gegenkraft bedeutend stärker und es müsste daher obige Differenz eigentlich noch mehr zu Ungunsten Edlund's vergrössert werden.

1) Die Widerstände 1—4 stehen in einem ganz willkürlichen Verhältnisse.

Da aber hier gleichfalls sich jener Theil des Hauptstromes, welcher auch noch nach Einschaltung der Funkenstrecke fg das Galvanometer durchströmt, nicht bestimmen lässt, habe ich die Versuchsanordnung Edlund's noch in folgender einfacher und wie ich glaube ganz einwurfsfreier Weise abgeändert.

Brücke-Widerstand	Nur Funke bei bd	Funke bei bd und bei fg
Nr. 1	35	49
„ 2	55	55
„ 3	100	72
„ 4	144	90

Versuch 4. Diesmal blieb die Brücke unverändert. Hingegen konnte man bei m einen Widerstand von $10^4\ \Omega$, welcher aus einem dünnen mit Bleistift (Faber Nr. 1) bestrichenen Papierstreifen bestand, leicht ein- oder ausschalten. Wenn die Kugeln fg so weit auseinandergezogen sind, dass nur bei bd ein Funke übergeht, so liefert der Maschinenstrom einen Ausschlag von etwa 13, gleichgiltig, ob der Widerstand ein- oder ausgeschaltet ist.

Wenn jetzt f und g einander so genähert werden, dass zwischen ihnen der kleine Funke überspringt, so ist bei gleichzeitiger Einschaltung des Widerstandes m absolut kein Ausschlag wahrzunehmen, sowie aber m durch einen Draht überbrückt wird, gibt das Galvanometer 48, den Edlund'schen Ausschlag.

Es ist nun schwer erklärlich, warum der Widerstand m, dessen Einschalten den Strom der Maschine nicht beeinflusst, den in gleicher Richtung und doch jedenfalls auch mit Stössen von g über G nach f fliessenden Disjunctionsstrom ganz aufheben soll. Sitzt jedoch die Ursache des Edlund'schen Ausschlages in G, dann wird durch das Einschalten von m das Verhältnis von khi und von $kmegfci$ in so bedeutender Weise alterirt, dass obiges Resultat selbstverständlich ist.

Versuch 5. Das Ideal der Edlund'schen Versuchsanordnung wäre eine variable Brücke, und zwar eine solche, welche dem Hauptstrome einen grossen Widerstand entgegensetzt, hingegen für die Inductionsströme möglichst leitend wäre. Dies lässt sich experimentell in der Weise erreichen, dass man als Brücke direct eine Polarisationszelle verwendet. Ich brachte zu dem Zwecke zwei Platinplatten von je 1 qdm Fläche und in 1 dm Entfernung voneinander in eine Lösung von Kupfervitriol. Der schwache Hauptstrom polarisirte die Platten so stark, dass er in sehr bedeutender Stärke das Galvanometer durchfloss. Die Inductionsströme hingegen sind durch eine solche kurze und gut leitende Brücke aus Kupfervitriol in ihrer Wirkung auf das Galvanometer unschädlich gemacht, wenigstens ist bei dieser Anordnung der Strom ohne Einschaltung der Funkenstrecke fg immer grösser als mit derselben.

Wenn man das Galvanometer nicht fortwährend in directer Verbindung mit der Polarisationszelle belassen will, kann man auch die Polarisationszelle allein einschalten und dieselbe erst, nachdem die Maschine eine bestimmte Zeit hindurch gewirkt, mittels einer Wippe mit dem Galvanometer in Verbindung setzen. Die Galvanometerausschläge sind dann genau wie vorher mit Funken fg immer kleiner, und zwar erfolgt dieses Resultat immer sicher, wenn die Elektroden der Zelle hinlängliche Grösse haben und in gehöriger Entfernung sich befinden[1]).

Versuch 6. Ich will schliesslich noch eine viel einfachere Methode angeben, um einen Funken gleichzeitig mit einem Galvanometer in eine geschlossene Leitung zu bringen. Edlund sagt: „Wenn der galvanische Strom, der, wie angenommen wird, in dem elektrischen Funken entsteht, mit Hilfe des Galvanometers untersucht werden soll, muss der Funke durch eine geschlossene Leitung mit dem Galvanometer verbunden sein. Die Erfüllung dieser nothwendigen Bedingung glückte endlich nach einigen fruchtlosen Bemühungen", und nun beschreibt Edlund die auf S. 576 dargestellte ziemlich complicirte Methode.

Das Alles lässt sich aber viel einfacher in folgender Weise erreichen. Es sei in Fig. 3 HH die Influenzmaschine, ab die beiden Elektroden; während a zur Erde abgeleitet, ist b durch den Draht e mit der einen Platte c eines Verticalcondensators von Kohlrausch verbunden. Die beiden Platten dieses Condensators cc' sind überdies durch eine gut paraffinirte Glasplatte voneinander isolirt. Von der zweiten Platte c' geht eine Doppelleitung über ein Galvanometer iGE, und zugleich parallel über eine Funkenstrecke $ifgE$ zur Erde.

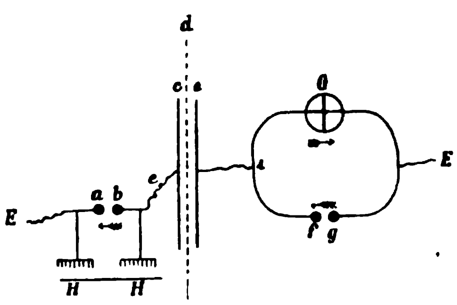


Fig. 3.

a) Nehmen wir zuerst an, es sei die Funkenstrecke fg so weit geöffnet, dass sie bei folgender Betrachtung gar nicht ins Spiel käme. Dann wird beim Umdrehen der Scheibe der Influenzmaschine zuerst b mit — sagen wir — positiver Elektricität geladen. Die positive Elek-

1) Es ist vielleicht die Ausserachtlassung dieser Umstände die Ursache, warum Edlund bei Polarisationsversuchen andere Resultate erhielt. Pogg. Ann. Bd. 134 S. 347.

tricität der zweiten Platte c' fliesst während dieser ganzen Ladungszeit sachte über G zur Erde E. Springt nun plötzlich der Funke zwischen a und b über, so wird diese ganze zur Erde abgestossene Elektricitätsmenge auf demselben Wege EGi wieder zur Condensatorplatte c' zurückfliessen. Wenn die Funken zwischen a und b in rascher Aufeinanderfolge überspringen (etwa drei- bis fünfmal in der Secunde), so bleibt die Galvanometernadel selbstverständlich, aber nur, wenn der Draht sehr gut isolirt, in Ruhe. Die durch das Galvanometer hin und her gehenden Elektricitätsmengen sind, trotz ihrer verschiedenen Geschwindigkeit gleich und heben sich natürlich auf, was Edlund nach den auf Seite 576 gemachten Bemerkungen schon nicht zugeben dürfte, weil nach ihm der Galvanometerausschlag bedingt wäre durch das Product Masse mal Geschwindigkeit.

Da man die Entfernung der beiden Platten cc' beliebig reguliren kann, ist diese Methode ganz vorzüglich geeignet, um für bestimmte Schlagweiten die Isolation einer Galvanometerrolle zu prüfen.

b) Wenn man nun die beiden Kugeln f und g bis auf einige Millimeter nähert, so tritt folgende Erscheinung ein: Während des allmählichen Ladens der Platte c fliesst die ganze abgestossene Elektricitätsmenge von c' durch das Galvanometer nach E. Beim Entladen von ab strebt diese Elektricitätsmenge plötzlich wieder nach c zurück, und zwar geschieht dies, indem sich zwischen f und g ein Funke bildet, durch welchen der grösste Theil dieser Elektricitätsmenge den Rückweg findet. Springen bei dieser Anordnung die Funken ab in rascher Aufeinanderfolge über, so geschieht dasselbe zwischen f und g; G gibt einen constanten Ausschlag in der durch den Pfeil angedeuteten Richtung [1]). Dieser Ausschlag zeigt natürlich absolut keine Spur von einer elektromotorischen Gegenkraft, welche gegen die Stromrichtung des Funkens das Galvanometer so beeinflusste, dass nicht nur der ursprüngliche Strom verdeckt, sondern sogar ein Ausschlag nach entgegengesetzter Richtung erfolgen würde. Vielleicht (?) ist im Funken fg eine elektromotorische Gegenkraft vorhanden, jedenfalls aber kann sie niemals und unter keiner Bedingung solche den Hauptstrom überragende Wirkungen hervorbringen, wie Edlund dies in so vielen Versuchen beobachtet haben will [2]). Ein derartiges „Vielleicht“ kann

1) Auch wenn statt fg ein gerader Widerstand von etwa $10^6\,\Omega$ eingeschaltet ist, erhält man einen Galvanometerausschlag in der Richtung des Pfeiles, denn bei so kurzen Stromstössen ist die Selbstinduction der Leitung bei einer Stromtheilung von grossem Einflusse.

2) Am Auffallendsten in dieser Beziehung ist der Versuch Edlund's, wo direct neben dem Funken das Galvanometer einen der Funkenrichtung entgegengesetzten Ausschlag gibt. Pogg. Ann. Bd. 134 S. 346.

aber wohl, besonders wenn es physikalisch so unwahrscheinlich ist, einstweilen unberücksichtigt bleiben.

Aus all' dem Vorausgehenden folgt:

1. dass diese elektromotorische Kraft des Funkens physikalisch sehr unwahrscheinlich ist und

2. dass sämmtliche Beweise Edlund's für diese Kraft unrichtig sind.

Es liegt somit — vielleicht nur einstweilen — gar kein Grund vor, noch länger daran festzuhalten.

Nun knüpft sich an diese elektromotorische Gegenkraft eine Reihe von physikalisch höchst wichtigen Folgerungen; ich erinnere vor allem an die in neuester Zeit oft besprochene Idee, dass das Vacuum ein Leiter der Elektricität sein soll. Nach Worthington[1]) aber finden durch den leeren Raum hindurch Influenzwirkungen statt, eine Thatsache, die Edlund nicht ganz bestreiten kann, welche aber nur dann mit einer Leitung des Vacuums in Einklang zu bringen ist, wenn man für den Uebergang der Elektricität in dieses Vacuum eine grosse elektromotorische Gegenkraft annimmt[2]). Es entfällt somit diese ziemlich complicirte Erwiderung Edlund's auf Worthington's Einwendung.

Dass ein vollkommenes Vacuum einen Strom von selbst sehr hoher Spannung auch bei knapp nebeneinander stehenden Elektroden nicht mehr durchlässt, hat seinen Grund entweder in einem Uebergangswiderstand oder aber in einer räumlichen Ausbreitung der Entladung, so dass es dann gleichgiltig wäre, ob man zwei Elektroden in grösserer oder geringerer Entfernung einander gegenüberstellt.

Universität Wien, Physikalisches Cabinet.

---

1) Phil. Mag. 1885, Exner Repert. Bd. 21 S. 422.

2) Exner Repert. Bd. 21 S. 389.

Photographische Fixirung der durch Projectile in der Luft eingeleiteten Vorgänge [1]).

Von

E. Mach und **P. Salcher.**

1.

Die Wirkungen, welche Projectile von grosser Geschwindigkeit durch den Druck der vor denselben verdichteten Luft ausüben, sind den Artilleristen wohl bekannt. Melsens hat die hierher gehörigen Erscheinungen zum Gegenstand einer besonderen Experimentaluntersuchung gemacht [2]) und hat auch versucht, die verdichtete Luft aufzufangen. Melsens' Aufmerksamkeit wurde, wie es scheint, zuerst durch die eigenthümlichen Vorkommnisse an Schusswunden auf dieses Gebiet geleitet [3]).

Bei Gelegenheit einer früheren, gemeinschaftlich mit J. Wentzel ausgeführten Arbeit [4]) beabsichtigte Mach, die Luftverdichtung vor dem Projectil nach der Schlierenmethode [5]) sichtbar zu machen und durch Momentphotographie zu fixiren. Die betreffenden Versuche ergaben zwar zunächst ein negatives Resultat, doch überzeugte sich Mach, da sehr nahe verwandte Aufgaben (das Photographiren eines fliegenden Projectils und einer Schallwelle in der Luft) ohne sonderliche Schwierigkeit gelöst werden konnten, dass das negative Ergebnis nicht an der Methode, sondern vor Allem an der zu kleinen Projectilgeschwindigkeit (von höchstens $240 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$) lag, welche bei diesen Versuchen angewandt werden konnte [6]). In der That kann, wie dies alsbald ersichtlich werden

1) Von den Herren Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 764 (1887).

2) Melsens, Ballistique expérimentale. Annales de Chimie et de Physique 5e série. T. 25. Mars 1882.

3) Melsens, Sur les plaies produites par les armes à feu. Société royale des sciences medicales. Bruxelles 1872.

4) Mach und Wentzel, Ein Beitrag zur Mechanik der Explosionen. Sitzungsber. der Wiener Akademie, Bd. 92 II. Abth. S. 225.

5) Töpler, Beobachtungen nach einer neuen optischen Methode, Bonn 1864.

6) Mach und Wentzel, a. a. O., S. 636 sagen darüber: „Wir hegten bei Beginn unserer Versuche die Hoffnung, dass es uns gelingen werde, die von Projectilen

soll, nur bei Projectilgeschwindigkeiten, welche die Schallgeschwindigkeit in der Luft übersteigen, ein ausgiebiges Resultat erwartet werden.

Wir haben uns nun zur Lösung der in theoretischer und praktischer Hinsicht interessanten Aufgabe verbunden. Das Ziel und die Mittel der Untersuchung, in allen wesentlichen Punkten die schon in der vorerwähnten Arbeit angewandten, wurden von Mach angegeben, die sämmtlichen Versuche aber mit Ausnahme einiger zur Erläuterung angestellten wurden von Salcher ausgeführt, welcher hierbei in höchst dankenswerther Weise von Prof. A. L. Riegler (in Fiume) unterstützt wurde. Das erwartete und theilweise auch der Form nach vorausgesagte Resultat wurde hierbei wirklich erzielt und erschien schon auf dem ersten Bilde fixirt[1]. In dem folgenden erlauben wir uns an die Beschreibung der Versuche und der gewonnenen Bilder die Darlegung der Ansichten anzuschliessen, zu welchen uns die Analyse der Bilder geführt hat.

2.

Der Schliessungskreis einer Flaschenbatterie F (Fig. 1) enthielt zwei Unterbrechungsstellen I und II. Bei I bestehen die Elektroden aus in Glasröhrchen eingeschlossenen Drähten. Das hindurchfliegende Projectil P zerschlägt die Röhren und löst die Entladung bei I und II aus. Der zum Theil abgeblendete Funke II beleuchtet das Projectil vor dem Objectiv O, welches letztere von dem Funken II auf dem Objectiv der photographischen Kammer K ein Bild entwirft, das ganz oder theilweise abgeblendet wird. Das Projectil mit den Elektroden, dem Funken bei I und den

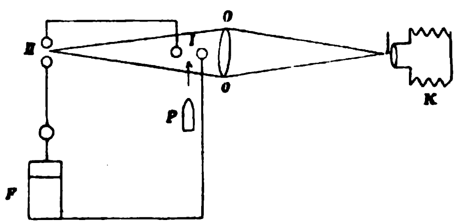


Fig. 1.

mitgeführten Luftmassen nach der Schlierenmethode sichtbar zu machen und durch Photographie zu fixiren. Dies ist uns zwar nicht gelungen, wir sind aber nach den Versuchen, die wir gleich anführen werden, überzeugt, dass dies nur an der Kleinheit der Projectile und der geringen Projectilgeschwindigkeit lag, welche wir im Zimmer anwenden konnten. Das Sichtbarmachen dieser Luftmassen scheint uns für ballistische und physikalische Zwecke nicht ohne Interesse und wir haben die Absicht, hierauf zurückzukommen.

1) Allerdings wagten wir noch nicht die auf dem ersten ohne Abblendung gewonnenen Bilde erscheinende Grenzcurve als die gesuchte anzusehen. Dies geschah erst, als bei späteren Versuchen mit Abblendung dieselbe Curve ganz scharf hervortrat. Mach hat sich übrigens überzeugt, dass genügend starke Luftschlieren, z. B. von starken Funkenwellen, auch ohne alle Abblendung sichtbar sind.

Dichtenänderungen in der Luft bildet sich auf diese Weise bei der Momentanbeleuchtung ab, die in dem geeigneten Zeitpunkt von dem Projectil selbst im verdunkelten Zimmer ausgelöst wird.

Als Kopf des Schlierenapparates (O) wurde das Objectiv eines photographischen Apparates von Voigtländer von 10,5 cm Oeffnung und 38,2 cm Brennweite, zum Photographiren ein Steinheil'scher Apparat verwendet.

Die Entfernung IIO betrug 48 cm, OK 230 cm. Die Entfernung der Mündung des Gewehrlaufes von den Elektroden I variirte in verschiedenen Versuchen von 2—4 m. Die Beleuchtungsbatterie variirte ebenfalls und man blieb schliesslich bei einer Flasche stehen, deren Capacität auf 410 cm geschätzt wurde und die zu 6—7 mm Schlagweite geladen wurde. Zu grosse Capacitäten bedingen nämlich eine zu grosse Funkendauer, wodurch die Bilder bei den hohen Projectilgeschwindigkeiten unscharf werden, ja wegen discontinuirlicher Entladung selbst mehrfach auftreten[1]).

Die Versuche wurden ausgeführt:

1. mit einem Werndl-Infanteriegewehr, Anfangsgeschwindigkeit bei verstärkter Patrone $438 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}} \left(\pm 5 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right)$, Geschossdurchmesser 11 mm, Geschosslänge 27 mm;

2. mit einem Werndl-Karabiner, Anfangsgeschwindigkeit 327 bis $339 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$, je nach der Pulverladung;

3. mit einem Guedes-Infanteriegewehr, Anfangsgeschwindigkeit nach einer empirischen Formel von Hebler berechnet $522 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$, nach Versuchen mit dem ballistischen Pendel $530 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ (nach officiellen Angaben 505), Kaliber 8 mm, Geschosslänge 33 mm.

Zur Photographie wurden käufliche Trockenplatten (Bromsilbergelatine) verwendet. Die Bilder mussten, um mit dem gegebenen Licht auszureichen, klein aufgenommen werden. Einige der erhaltenen Negative sind in etwa dreifacher Vergrösserung auf der Tafel wiedergegeben. Die Grenze der Luftverdichtung erscheint hell oder dunkel bei verticaler Schneide der Blendungen des Schlierenapparates, theilweise hell und theilweise dunkel bei horizontaler Stellung der Blendungsränder, was keiner besonderen Erläuterung bedarf. Das Geschoss erscheint im Negativ hell auf dunklem Grunde und die Grenzen desselben treten

---

1) Manche der hierher gehörigen Erscheinungen sind noch nicht ganz aufgeklärt. Wir kommen bei anderer Gelegenheit auf dieselben zurück.

durch die Beugung des Lichtes scharf hervor. Im ganzen wurden etwa 80 Aufnahmen gemacht, die grossentheils als sehr gelungen zu bezeichnen sind.

3.

Die Versuchsergebnisse sind, kurz zusammengestellt, folgende:

1. Eine optisch nachweisbare Verdichtung vor dem Projectil, bezw. eine sichtbare Grenze derselben zeigt sich nur bei Projectilgeschwindigkeiten, welche die Schallgeschwindigkeit von rund $340 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}$ übersteigen. So ergaben die Versuche mit dem Karabiner ebenso wenig ein Resultat, als die älteren von Mach und Wentzel. Dagegen ist die Verdichtungsgrenze bei den Versuchen mit dem Werndl- und Guedesgewehr bei richtiger Disposition stets sehr schön und scharf sichtbar.

2. Bei genügender Projectilgeschwindigkeit erscheint auf dem Bilde die Grenze der vor dem Projectil verdichteten Luft ähnlich einem das Projectil umschliessenden Hyperbelast, dessen Scheitel vor dem Kopf des Projectils und dessen Axe in der Flugbahn liegt. Denkt man sich diese Curve um die Schusslinie als Axe gedreht, so erhält man eine Vorstellung von der Grenze der Luftverdichtung im Raume. Aehnliche aber geradlinige Grenzstreifen gehen von der Kante des Geschossbodens divergirend und symmetrisch zur Schusslinie nach rückwärts ab. Aehnliche aber schwächere Streifen setzen endlich an anderen Punkten des Geschosses an. Alle diese Streifen schliessen etwas kleinere Winkel mit der Schusslinie ein als die Aeste der ersterwähnten Grenzlinie. Bei grösserer Projectilgeschwindigkeit werden die Winkel der Grenzstreifen mit der Schusslinie kleiner.

3. Bei der grössten bisher angewandten Geschwindigkeit tritt eine neue Erscheinung deutlich hervor. Der Schusskanal erscheint hinter dem Projectil mit eigenthümlichen Wölkchen erfüllt, deren Bedeutung alsbald näher erörtert werden soll.

4.

Um zum Verständnis der Erscheinungen zu gelangen, denken wir uns zunächst einen unendlich dünnen Stab $a\,b$, Fig. 2, von beträchtlicher Länge, welcher nach der Richtung $b\,a$ mit einer die Schallgeschwindigkeit übersteigenden Geschwindigkeit in der Luft bewegt wird. Derselbe wird bei a unausgesetzt unendlich kleine Verdichtungen erzeugen, welche sich als Schallwellen ausbreiten. Die betreffenden Huyghens'schen Elementarwellen werden als Enveloppe einen Kegel bilden, dessen Schnitt mit der Zeichnungsebene durch $m\,a\,n$ dargestellt ist. Bezeichnen wir den Winkel $m\,a\,b$ mit α, die Schallgeschwindigkeit mit v, die Progressivgeschwindigkeit (Projectilgeschwindigkeit des Stabes) mit ω, so ist

$$\frac{v}{\omega} = \sin \alpha.$$

In ähnlicher Weise geht eine kegelförmige Verdünnungswelle von dem Stabende b aus, für welche dieselbe Gleichung gilt.

Für $\omega = v$ wird $\sin \alpha = 1$; das Stabende a berührt eben alle Elementarwellen, welche es auf seinem Wege erzeugt hat. (Fig. 3.) Für das Stabende b gilt dieselbe Bemerkung.

Wird aber $\omega < v$, so verliert die Gleichung ihren geometrischen Sinn. Gehen wir um zu erfahren, was in diesem Fall vorgeht, auf

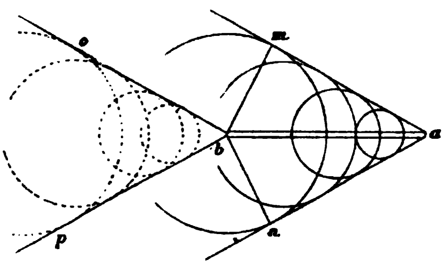


Fig. 2.

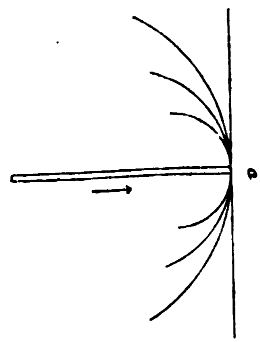


Fig. 3.

die ursprüngliche Vorstellung zurück, so sehen wir, dass der Stab in diesem Fall von den Elementarwellen überholt wird, dass dieselben sich überhaupt nicht wirksam sammeln, sondern sich zerstreuen, ähnlich wie dies nach der Huyghens'schen Vorstellung für den gebrochenen Lichtstrahl im Falle der totalen Reflexion stattfindet.

Wäre beispielsweise das Stabende, welches sich mit der halben Schallgeschwindigkeit bewegt, in a angelangt, so sind die Elementarwellen, die das Ende zuvor in den Punkten m, n, o, p erzeugt hatte, und welche einstweilen die Radien $2 \cdot ma$, $2 \cdot na$, $2 \cdot oa$, $2 \cdot pa$ angenommen haben, weit vorausgeeilt.

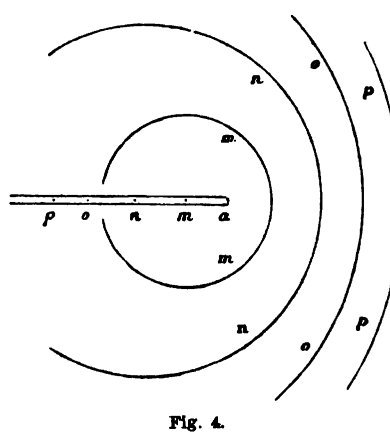


Fig. 4.

In der Fig. 4 sind die Elementarwellen mit denselben Buchstaben bezeichnet wie die zugehörigen Erregungsmittelpunkte.

Das Huyghens'sche Princip in seiner einfachsten Form ist selbstverständlich nicht ganz correct. Die Fresnel'sche Modification haben wir aber nicht nöthig zu berücksichtigen, da wir hier nicht mit periodischen Erregungen zu thun haben, wie in der Optik.

Schon aus dieser einfachen Betrachtung ersehen wir also, dass:

1. das Auftreten einer scharfen Dichtengrenze an die Bedingung $\omega \gtrapprox v$ gebunden ist;

2. dass für $\omega > v$ aus sin α sich das Verhältnis der Schallgeschwindigkeit zur Projectilgeschwindigkeit ergibt.

Hiermit ist das erste und theilweise auch das zweite Versuchsergebnis erklärt.

5.

Bewegt sich ein Körper von endlichem Querschnitt durch die Luft, so erzeugt er endliche und bei grosser Geschwindigkeit sogar sehr bedeutende Verdichtungen. Solche Verdichtungen pflanzen sich, wie aus theoretischen Untersuchungen (Lagrange, Poisson, Stockes, Earnshaw, Riemann, Tumlirz) hervorgeht und wie Versuche gelehrt haben, (Regnault, Mach) mit einer Geschwindigkeit fort, welche die normale Schallgeschwindigkeit übersteigt. Ja man kann behaupten, dass die Schallgeschwindigkeit, da die Luftmasse vor dem bewegten Körper nicht vernichtet werden, noch die Dichte unendlich werden kann, ins Unbegrenzte sich steigern lässt. Mit der Ausbreitung der Welle nimmt allerdings die Verdichtung und mit dieser die Fortpflanzungsgeschwindigkeit wieder ab.

Uebertragen wir diese Bemerkung auf unseren Fall, so sehen wir, dass die Verdichtung vor dem Projectil bei einer die normale Schallgeschwindigkeit übersteigenden Projectilgeschwindigkeit jedenfalls so weit anwachsen muss, bis die Fortpflanzungsgeschwindigkeit gleich geworden ist. Dann fällt der Grund zu weiterer Aenderung weg. Die Verdichtung vor dem Projectil bleibt in ihrer Form und Grösse bestehen. Fingiren wir ein Projectil, das sich seit unendlich langer Zeit mit constanter Geschwindigkeit bewegt, so führt dieses eine Art stationärer Schallwelle mit sich, die in ihrer Form und Dichtengrösse unverändert erhalten bleibt.

Da nun unmittelbar vor dem Kopf des Projectils die grösste Verdichtung liegt, deren Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Projectilgeschwindigkeit gleich ist, da ferner die Dichte und Geschwindigkeit mit der Ausbreitung der Welle abnimmt, so kann die Meridiancurve der Wellengrenzfläche keine geknickte Gerade sein. Verfolgen wir die Curve vom Scheitel nach rückwärts, so muss der Winkel α der Elemente gegen die Schusslinie allmählich abnehmen und sich dem Grenzwerthe Arcsin $\left(\frac{v}{\omega}\right)$ nähern, wie es aus der Betrachtung in 4 hervorgeht und wie es die Bilder thatsächlich zeigen. Dadurch erhält die Meridiancurve Aehnlichkeit mit einem Hyperbelast. Von welcher Art die Curve wirklich ist, kann durch die vorliegenden Versuche noch nicht ermittelt werden.

Denken wir uns ein Projectil mit der stationären vor ihm befindlichen Schallwelle in gleichförmiger Bewegung. Lassen wir nun die Projectilgeschwindigkeit abnehmen, so eilt der Scheitel der Welle etwas voraus, bis die Dichte so weit vermindert ist, dass die Schallgeschwindigkeit auf den Werth der verkleinerten Projectilgeschwindigkeit gesunken ist. Bei Steigerung der Projectilgeschwindigkeit nähert sich umgekehrt der Projectilkopf dem Scheitel der Welle, steigert die Dichte und mit dieser die Schallgeschwindigkeit auf den höheren Werth der Projectilgeschwindigkeit. Der Scheitel der Welle liegt also bei höheren Projectilgeschwindigkeiten unter sonst gleichen Umständen näher am Projectilkopf. Die Bilder bestätigen diese Ansicht.

Zuspitzen des Projectils nähert ebenfalls den Wellenscheitel dem Projectilkopf, wofür die Erklärung auf der Hand liegt. Die Verdichtung fällt hier unter gleichen Umständen überhaupt kleiner aus; soll sie denselben Werth erreichen, wie bei stumpfem Projectil und gleicher Geschwindigkeit, so muss sich die Spitze dem Wellenscheitel nähern. Die Bilder zeigen das erwartete Verhalten.

Die Störungen der reinen Kegelform der Wellengrenze sind geringer für die von der Kante des Geschossbodens ausgehende Grenze; denn dort scheidet sich die Verdichtung von der Verdünnung und die Schallgeschwindigkeit wird nahezu die normale sein. Für die vom Geschossboden ausgehenden Streifen auf unseren Bildern wird also die Gleichung $\sin\alpha = \frac{v}{\omega}$ am besten erfüllt sein, weniger gut für die von anderen Punkten des Projectils ausgehenden Streifen und die grösste Abweichung von derselben wird die Meridiancurve der vorderen Wellengrenze zeigen, indem nur die Asymptoten der als Hyperbel gedachten Curve die Gleichung erfüllen.

Wir haben versucht, mit Hilfe eines Leson'schen (Doppelbrechungs-) Goniometers an den Photographien den Winkel α zu bestimmen. An den kleinen Originalen ist die Einstellung schwierig und dieselbe wird auch nicht merklich schärfer an den etwa dreimal vergrösserten Bildern, an welchen die Ungleichmässigkeiten der photographischen Schichte sehr störend hervortreten.

Die Projectilgeschwindigkeit ist:

	nach der officiellen Angabe	nach ballistischen Versuchen	nach dem α der Vorderstreifen	nach dem α der Hinterstreifen
für das Werndlgewehr .	438	445	375	460
für das Guedesgewehr .	505	530	465	570

Von den in der zweiten Columne angeführten Versuchen mit einem improvisirten ballistischen Pendel konnten nur wenige angestellt werden, da das Pendel sehr rasch zu Grunde ging. Wie ersichtlich, ergibt das α der Vorderstreifen eine zu kleine, das α der Hinterstreifen eine zu grosse Projectilgeschwindigkeit. Nimmt man die officiell angegebene Projectilgeschwindigkeit als richtig an, so ist es möglich, aus den Vorderstreifen die Steigerung der Schallgeschwindigkeit zu bestimmen. Dieselbe beträgt an der Grenze des Gesichtsfeldes noch bis $400 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$. Die Verkleinerung des α mit der Vergrösserung von ω tritt übrigens unzweifelhaft hervor.

Auf eine Erklärung der Streifen, welche zwischen der vorderen und hinteren Wellengrenze liegen, wollen wir hier noch nicht eingehen. Es ist sehr wahrscheinlich, dass dieselben Unregelmässigkeiten der Reibung ihren Ursprung verdanken und mit dem Sausen des Projectils zusammenhängen.

Der blosse Anblick der Bilder lehrt, dass die Luftverdichtungen vor dem Projectil sehr bedeutende sein müssen. Sie sind jedenfalls von derselben Ordnung wie jene der Funkenwellen, für welche Mach bei früheren Versuchen Fortpflanzungsgeschwindigkeiten bis $700 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ constatirt [1]) und für deren schwächste Mach und v. Weltrubsky Verdichtungswerthe von 0,15 einer Atmosphäre beobachtet haben [2]).

6.

Betrachten wir nun die eigenthümlichen Wölkchen, welche bei sehr hoher Projectilgeschwindigkeit im Schusskanal hinter dem Projectil auftreten. Diese Wölkchen erscheinen fast regelmässig und symmetrisch wie Perlen auf eine längs der Schusslinie gezogene Schnur

1) Mach und Sommer, Sitzungsber. Bd. 75; Mach, Tumlirz und Kögler. Wiener Sitzungsber. Bd. 77.

2) Mach und v. Weltrubsky, Sitzungsber. Bd. 78.

aufgereiht und haben ganz das Ansehen der Wölkchen von erwärmter Luft, welche der elektrische Funke beim Durchschlagen der Luft zurücklässt, in welchen man, nach der Schlierenmethode beobachtend, deutlich Wirbelbewegungen erkennt.

Es ist auch sehr wahrscheinlich, dass hinter dem Projectil solche auf der Schusslinie aufgereihte Wirbelringe entstehen, weil die zunächst den hinteren Theil des Projectilmantels umgebende Luft wegen der Reibung mit geringerer Geschwindigkeit in den luftverdünnten Schusskanal einströmt, als die die erstere einschliessende Luft. Alle Bedingungen für das Auftreten von Wirbelringen sind hier gegeben, umsomehr, als bei genügender Projectilgeschwindigkeit und genügendem Projectildurchmesser am Boden ein wirkliches Vacuum entstehen kann, in welches hinein eine discontinuirliche Flüssigkeitsbewegung stattfindet.

Eine Schwierigkeit liegt nur in der Frage: Wie so sind diese Wirbelringe nach der Schlierenmethode sichtbar? Man kann nach dieser Methode nur Differenzen der Brechungsexponenten aber nicht Bewegungen der Luft an sich sehen. Wären die Wölkchen durch Druck verdichtete oder verdünnte Luft, so müssten sie Anlass zur Bildung einer Schallwelle, also zu der bereits bekannten Erscheinung geben. Die Wölkchen erfüllen aber noch weit hinter dem Projectil den cylindrischen Schusskanal.

Die Wölkchen können also nur aus einem von der Luft verschiedenem Gas oder aus Luft von anderer (höherer) Temperatur bestehen. Man denkt zunächst an das Eindringen der Explosionsgase aus dem Gewehrlauf in den Schusskanal. Die Gewehrmündung war aber bei diesen Versuchen über 4 m von der photographirten Stelle entfernt. Dann müssten auch die Wölkchen, welche dem Projectil näher und weiter von der Laufmündung liegen, grösser sein. Die Bilder zeigen bei aufmerksamer Betrachtung das umgekehrte Verhalten; die weiter vom Projectil entfernten Wölkchen haben sich etwas ausgedehnt.

Die einfachste Auffassung ist also wohl, dass die Luft wirbelbildend in den Schusskanal einströmt, durch Reibung und Zusammenstoss bei der discontinuirlichen Bewegung sich erwärmt[1]) und dadurch sichtbar wird.

1) So wie sich die aus einem Handblasebalg austretende, auf ein Hindernis treffende Luft merklich erwärmt, was man durch Blasen gegen eine Thermosäule sofort zeigen kann. Nach den Versuchen von Joule mit einem in der Luft geschwungenen Thermometer (Scientific papers Vol. I p. 399), würde sich für eine Projectilgeschwindigkeit von 340 $\frac{\text{m}}{\text{sec}}$ eine Temperaturerhöhung von etwa 47° C. ergeben.

Weitere Versuche, die sich nicht auf die optische Beobachtung beschränken können, werden wohl auch diese Frage zur Entscheidung bringen.

7.

Ueberschauen wir das Bild, welches wir von der Luftbewegung um ein Projectil gewonnen haben, so erkennen wir die Aehnlichkeit mit einer uns längst bekannten Erscheinung. Ein sich schnell im Wasser vorwärts bewegendes Schiff *ab*, Fig. 5, erzeugt im Wasser analoge Vorgänge wie das Projectil in der Luft. Die vordere und hintere Wellengrenze ist deutlich zu sehen, nicht minder die Wirbel im Kielwasser. Man kann die Erscheinung im Kleinen jeden Augenblick nachahmen, wenn man ein Stäbchen mit dem Querschnitt *ab* in einen grossen Wasserbehälter taucht und fortbewegt. Bei einer Geschwindigkeit, welche die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellen übersteigt, treten die Wellengrenzen sofort hervor. Die Wirbel hinter dem Stäbchen werden bei langsamer Bewegung leicht beobachtbar, wenn man das Wasser mit Goldbronze bestäubt.

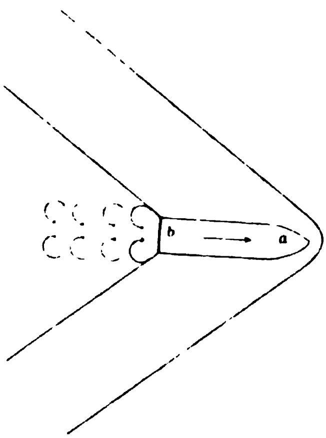


Fig. 5.

Da es nur auf die Relativbewegung des Wassers und des starren Körpers ankommt, so tritt dieselbe Erscheinung an einem ruhenden Brückenpfeiler auf, gegen welchen das Wasser strömt. Der Vorgang ist hier sogar noch reiner, weil die Störung durch den Motor des Schiffes wegfällt. Natürlich muss auch hier die Stromgeschwindigkeit den Werth der Wellengeschwindigkeit übersteigen, wenn die Wellengrenzen auftreten sollen.

8.

Die letzte Bemerkung lehrt uns, die Luftbewegung um das Projectil von einem neuen Gesichtspunkt aus zu betrachten. Man kann jeden Zug e b e n e r Schallwellen auch als eine stationäre Strömung ansehen, wenn man sich das Medium mit der Schallgeschwindigkeit dem Fortpflanzungssinne der Wellen entgegenströmend denkt. Für den ruhenden Beobachter s t e h e n dann die Wellen, wie etwa die Fluthwelle für den Beobachter auf dem Monde steht und die Erde unter derselben sich fortdreht.

Auch die vom Projectil erregte Welle, die wir schon gelegentlich als eine stationäre bezeichnet haben, kann, wenn wir uns das Projectil ruhend und die Luft mit der Projectilgeschwindigkeit gegen dasselbe strömend denken, als eine stationäre Strömung aufgefasst werden.

Im allgemeinen genügt die Kenntnis der Dichte für jeden Punkt nicht, um den weiteren Verlauf einer Schallwelle anzugeben. Auch die Geschwindigkeiten der Theilchen müssen noch bekannt sein. Selbst eine gegebene Verdichtung in einer Röhre kann sich ja, wie schon Euler wusste, je nach den Geschwindigkeiten der Theilchen in einem oder dem anderen Sinne fortpflanzen oder gar in zwei Wellen theilen. Wird aber eine Welle durch Bewegung eines starren Körpers erregt, so sind mit den Dichten auch die Geschwindigkeiten bestimmt. Kann ferner die Welle als eine stationäre Strömung aufgefasst werden, so sind die Geschwindigkeiten ebenfalls durch die Dichten bestimmt.

Wenn gleich die analytische Behandlung unserer Aufgabe wegen der Strömung in einem dreidimensionalen Raum, wegen des Einflusses der Reibung, wegen der Form des Projectils u. s. w. noch immer schwierig genug bleibt, so sind doch Aufgaben, welche stationäre Strömungen betreffen, im allgemeinen leichter zu lösen. Wir können zunächst die analytische Behandlung vorbereiten, indem wir uns auf Grund der noch nicht zureichenden Versuchsergebnisse ein schematisches und qualitatives Bild des Vorganges entwickeln.

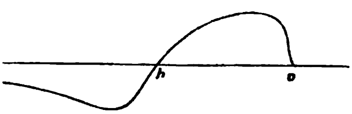


Fig. 6.

Von den Erfahrungen über Funkenwellen[1]) ausgehend nehmen wir an, dass die Dichtenordinaten auf einer der Projectilaxe parallelen Geraden aufgetragen die Curve Fig. 6 ergeben, wobei v die vordere Wellengrenze, h die vom Projectilboden ausgehende Grenze bedeutet. Wir nehmen ferner an, dass die Ordinaten desto kleiner werden und sich desto mehr den Ordinaten einer Sinuswelle annähern, je weiter die Gerade von der Projectilaxe entfernt ist. Wenn man hiernach die Punkte gleicher Dichte (oder gleichen Druckes) verbindet, erhält man beiläufig die in Fig. 7 dargestellten Curven gleichen Druckes[2]). Die betreffenden Curven lassen sich nach dem Nobili-Guebhard'schen[3]) Verfahren veranschaulichen, indem man ein versilbertes Kupferblech auf den Boden eines mit einer Metallsalzlösung gefüllten Gefässes legt, einen nichtleitenden Cylinder, dessen Basis dem Querschnitt des Pro-

1) Mach und Weltrubsky, a. a. O.

2) Selbstverständlich dürfen die vorderen Aeste der Curven sich in Wirklichkeit nicht berühren, wie dies die Unvollkommenheit des Holzschnittes mit sich bringt, sondern müssen hart nebeneinander verlaufen.

3) Mach über Herrn A. Guebhard's Darstellung der Aequipotentialcurven. Sitzungsber. der Wiener Akademie, Bd. 86 II. Abth. S. 8.

jectils entspricht, darauf stellt, nach *v v* und *h h* gebogene Bleche eintaucht, die man mit der Mitte der galvanischen Batterie verbindet und an der der Projectilspitze entsprechenden Stelle etwa den positiven, am Projectilboden den negativen Poldraht der galvanischen Batterie einsenkt. Bei dieser Darstellung ist auf die Discontinuität am Geschossboden noch keine Rücksicht genommen.

Die Stromlinien, welche die dargestellten Druckcurven senkrecht durchschneiden, lassen sich in die Fig. 7 leicht einzeichnen. Sie gehen von der Geschossspitze divergirend nach vorn, theilweise auch nach rückwärts zum Geschossboden, au welchem auch von rückwärts her aus der Ferne kommende Stromlinien eiumünden. In der That wird die ruhende Luft dem Geschosse theilweise nach vorn ausweichen, theilweise nach rückwärts abströmen und theilweise von rückwärts nachfolgen.

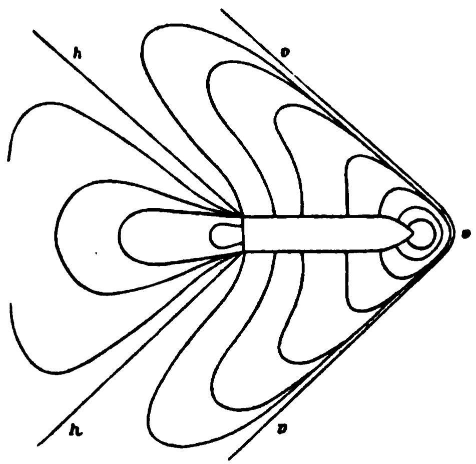


Fig. 7.

Strömt die Luft mit der Projectilgeschwindigkeit gegen das ruhende Geschoss, so haben wir die Geschwindigkeiten des vorerwähnten Falles geometrisch (nach dem Princip der Streckenrechnung) zur Transportgeschwindigkeit hinzuzuaddiren. Wir sehen dann, dass die Luftheilchen an der Geschossspitze ihre Geschwindigkeit vermindern; die vorher parallelen Bahnen weichen dem Geschoss aus und schliessen sich wieder hinter demselben. Bringt man einen Eisenstab, dessen Querschnitt dem Längsschnitt des Projectils entspricht, in die Gebläseflamme eines Glasblasetisches und wirft feine Eisenfeilspäne (oder ferrum limatum) in die Flamme, so kann man die eben angedeutete Erscheinung ganz wohl an den fortgeführten glühenden Theilchen beobachten[1]).

9.

Die gegebene Darstellung ist von Vollständigkeit und Strenge noch weit entfernt. Doch bringt sie die Vorgänge der Anschauung näher und leitet die Aufmerksamkeit auf die Punkte, welche durch

1) Vergl. Mach, optisch-akustische Versuche, Prag 1873, S. 53.

Versuche noch näher zu ermitteln sind. Hierher gehört zunächst die quantitative Ermittlung der Drucke in der Umgebung des Projectils. Es erscheint ganz wohl als möglich, dieselben in ähnlicher Weise zu bestimmen, wie dies Mach und v. Weltrubsky[1]) für Funkenwellen gethan haben. Auch in Bezug auf den Einfluss der Reibung, der Rotation des Geschosses, sowie der Discontinuität hinter dem Projectil sind die bisher angestellten Versuche noch unzureichend. Hoffentlich wird die Weiterführung dieser Versuche auch für den Ballistiker von Interesse sein. Man sieht jetzt schon, dass die Energie des Geschosses theils zur Unterhaltung einer gewaltigen Schallwelle, theils zur Erzeugung von Wirbeln verwendet wird. Die empirischen Widerstandsgesetze können dadurch eine theoretische Grundlage und Aufklärung erhalten. Nicht minder können nach dem Princip der Aehnlichkeit der Flüssigkeitsbewegung, wie dies Froude[2]) bei seinen Studien über Schiffe gethan hat, die an kleinen Modellen gewonnenen Versuchsergebnisse zur rationellen Verbesserung der Form grösserer Geschosse verwerthet werden.

10.

Wir können nicht unterlassen zu erwähnen, dass unsere Untersuchung wesentlich gefördert wurde durch das freundliche Entgegenkommen des Herrn C. Ritter v. Seemann, k. k. Linienschiffscapitän und Commandant der Marineakademie in Fiume, des Herrn J. Werndl, Generaldirector der Steyrischen Waffenfabrikgesellschaft, des Herrn Linienschiffslieutenant H. Ritter v. Jedina, des kgl. Honvedhauptmann A. Edlen v. Gillyen, des k. k. Hauptmann P. Krajnovic und des k. k. Hauptmann F. Wallek, wofür wir hiermit unseren herzlichsten Dank aussprechen.

1) a. a. O.

2) Froude, Royal Inst. May. 1876.

Erklärung der Abbildungen.

Um die Figuren der Tafel nicht durch eingesetzte Buchstaben zu stören, geben wir eine schematische Abbildung: Fig. 8. *pp* Projectil, *ee* Elektroden, *f* Funke *I*, *vv* vordere Wellengrenze, *hh* hintere Wellengrenze, *ww* Wirbel.

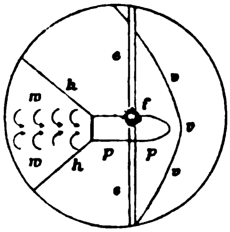


Fig. 8.

Die Figuren 1—3 der Tafel stellen Versuche mit dem Werndl-Infanteriegewehr $\left(438\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right)$, 4—6 solche mit dem Guedes-Infanteriegewehr $\left(530\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{sec}}\right)$ dar. In allen Bildern der Tafel geht das Projectil von links nach rechts durch das Gesichtsfeld. In 1, 2, 3 und 5 ist die Kopfwelle, in 4 und 6 die Erscheinung hinter dem Projectil (Achterwelle und Wirbel) dargestellt. Um den Auslösungsfunken *f* ist meist noch ein Stück einer kreisförmigen Funkenwelle sichtbar.


Fig. 1.


Fig. 2.


Fig. 3.


Fig. 4.

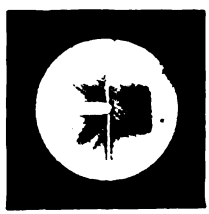


Fig. 5.


Fig. 6.

Ueber Membranen, deren beide Hauptspannungen durchaus gleich sind[1]).

Von

Dr. **Eduard Aulinger.**

Es dürfte wohl von vornherein anzunehmen sein, dass eine Flüssigkeitshaut, die zwischen festen Begrenzungslinien ausgespannt ist, im Falle des Gleichgewichts eine Minimalfläche bildet, sobald auf dieselbe gar keine oder doch nur beiderseits gleiche und entgegengesetzt gerichtete äussere Kräfte wirken. Unter diesen Verhältnissen wird auch die Annahme gestattet sein, dass die Spannung der Haut in jedem Punkte nach allen Richtungen parallel der jeweiligen Tangentialebene gleich sei.

Wenn nun auch diese Schlüsse bei Flüssigkeitshäuten ohne Zuhilfenahme einer Rechnung gestattet sind, so erschien es mir doch nicht uninteressant, zu untersuchen, inwieweit die Elasticitätsgleichungen geeignet sind, für Membranen überhaupt unter der Annahme einer solchen nach allen Richtungen gleichen Spannung Resultate zu liefern.

Es sei zu diesem Behufe eine sehr dünne Membrane gegeben, deren freie Oberflächen durch die Gleichung $z = f(x, y)$ dargestellt sein mögen. Bezeichnen wir mit h den Ausdruck

$$\sqrt{1 + p^2 + q^2},$$

wobei

$$p = \frac{dz}{dx}, \quad q = \frac{dz}{dy}$$

ist, so haben wir als Bedingungen des Gleichgewichtes im Innern der Membran, wenn wir von allen auf die Masse wirkenden Kräften absehen, und unter der Voraussetzung, dass N_1, N_2, N_3 die normalen, T_3, T_2, T_1 die tangentiellen elastischen Kräfte in den Richtungen der x- resp. y- und z-Axe vorstellen, folgende Gleichungen:

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 170 (1887).

$$\left.\begin{aligned} \frac{d(N_1 h)}{dx} + \frac{d(T_3 Th)}{dy} &= 0, \\ \frac{d(T_3 h)}{dx} + \frac{d(N_2 h)}{dy} &= 0, \\ \frac{d(T_2 h)}{dx} + \frac{d(T_1 h)}{dy} &= 0. \end{aligned}\right\} \quad (1$$

Infolge der an den Randflächen herrschenden Spannung wirke auf ein Flächenelement, dessen Normale durch die Richtungswinkel α, β, γ gegeben sei, eine spannende Kraft P mit den Richtungswinkeln ξ, η, ζ; dann haben wir noch die Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned} N_1 \cos\alpha + T_3 \cos\beta + T_2 \cos\gamma &= P\cos\xi \\ T_3 \cos\alpha + N_2 \cos\beta + T_1 \cos\gamma &= P\cos\eta \\ T_2 \cos\alpha + T_1 \cos\beta + N_3 \cos\gamma &= P\cos\zeta \end{aligned}\right\} \quad (2$$

Weil ferner auf die freien Oberflächen keine Kräfte wirken, so haben wir noch ausserdem, wenn die Normale eines Oberflächenelementes die Richtungswinkel λ, μ, ν besitzt, die Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned} N_1 \cos\lambda + T_3 \cos\mu + T_2 \cos\nu &= 0 \\ T_3 \cos\lambda + N_2 \cos\mu + T_1 \cos\nu &= 0 \\ T_2 \cos\lambda + T_1 \cos\mu + N_3 \cos\nu &= 0, \end{aligned}$$

welche Gleichungen sich unter Berücksichtigung der bestehenden Relationen:

$$p\,dx + q\,dy - dz = 0$$

und

$$\cos\lambda\,dx + \cos\mu\,dy + \cos\nu\,dz = 0$$

auf die Form bringen lassen:

$$\left.\begin{aligned} N_1 p + T_3 q &= T_2 \\ T_3 p + N_2 q &= T_1 \\ T_2 p + T_1 q &= N_3 \end{aligned}\right\} \quad (3$$

Wir wissen, dass wir aus diesen Bedingungen zunächst zwei Folgerungen ableiten können, nämlich, dass erstlich Kräfte infolge der Spannung nur parallel den Tangentialebenen an die freien Oberfläche wirken, und zweitens, dass wir nur zwei Hauptspannungen P_1 mit den Richtungswinkeln α_1, β_1, γ_1 und P_2 mit α_2, β_2, γ_2 erhalten. Es ergibt sich hierbei die Relation:

$$(P_2 - P_1)(\cos\alpha_2 \cos\alpha_1 + \cos\beta_2 \cos\beta_1 + \cos\gamma_2 \cos\gamma_1) = 0.$$

Sind nun P_2 und P_1 verschieden, so stehen ihre Richtungen aufeinander senkrecht, und man erhält auch leicht für jedes Flächenelement, dessen Normale mit der Richtung von P_1 einen Winkel ω bildet, die zugehörige Spannung P, die ihrerseits mit P_1 den Winkel ϑ

einschliesst, in Bezug auf Grösse und Richtung durch die beiden Relationen:

$$P^2 = P_1^2 \cos^2 \omega + P_2^2 \sin^2 \omega, \quad \operatorname{tg} \vartheta = \frac{P_2}{P_1} \operatorname{tg} \omega.$$

Sind aber P_2 und P_1 gleich, so ist die Spannung P nach allen Richtungen dieselbe und immer normal gegen das zugehörige Flächenelement gerichtet.

Setzen wir diesen letzteren Fall voraus, so gehen die Gleichungen 2 in folgende über:

$$\begin{aligned}
(N_1 - P) \cos \alpha + T_3 \cos \beta + T_2 \cos \gamma &= 0 \\
T_3 \cos \alpha + (N_2 - P) \cos \beta + T_1 \cos \gamma &= 0 \\
T_2 \cos \alpha + T_1 \cos \beta + (N_3 - P) \cos \gamma &= 0.
\end{aligned}$$

Unser Problem erfordert nun, dass P von den Richtungswinkeln α, β, γ unabhängig sei; legen wir uns daher in dem betreffenden Punkte der Membrane eine Ebene parallel der xz-Ebene durch, wobei $\beta = \beta_1 = 90^0$ und dementsprechend $\gamma_1 = 90^0 - \alpha_1$ wird, so werden die vorstehenden Gleichungen zu folgenden:

$$\begin{aligned}
(N_1 - P) \cos \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_1 &= 0 \\
T_3 \cos \alpha_1 + T_1 \sin \alpha_1 &= 0 \\
T_2 \cos \alpha_1 + (N_3 - P) \sin \alpha_1 &= 0
\end{aligned}$$

und, indem wir berücksichtigen, dass

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{dz}{dx} = p$$

ist, erhalten wir:

$$\left.\begin{aligned}
N_1 - P &= - T_2 p \\
T_3 &= - T_1 p \\
T_2 &= -(N_3 - P) p
\end{aligned}\right\} \tag{4}$$

Ebenso ergibt sich uns für $\alpha = \alpha_2 = 90^0$ und $\gamma_2 = 90^0 - \beta_2$ für eine zur yz-Ebene parallele Ebene und unter Berücksichtigung, dass

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \frac{dz}{dy} = q \text{ ist:}$$

$$\left.\begin{aligned}
T_3 &= - T_2 q \\
N_2 - P &= - T_1 q \\
T_1 &= -(N_3 - P) q
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Ausserdem gelten noch die Gleichungen 3. Es sind jedoch diese neun Gleichungen an die Lage der Flächenelemente derart geknüpft, dass von den Gleichungen 4 und 5 nur fünf unabhängig sind, und man von den Gleichungen 3 nur eine zu Hilfe zu nehmen braucht, so dass man aus den so bestehenden sechs Gleichungen die elastischen Kräfte durch P ausdrücken kann.

Aus den nunmehrigen Gleichungen:

$$N_1 = P - T_2 p;\ T_3 = -T_1 p;\ T_2 = (P - N_3)p$$
$$N_2 = P - T_1 q;\ T_3 = -T_2 q;\ T_2 p + T_1 q = N_3$$

erhalten wir durch einfache Rechnung:

$$N_1 = P \cdot \frac{1+q^2}{1+p^2+q^2};\ N_2 = P \cdot \frac{1+p^2}{1+p^2+q^2};\ N_3 = P \cdot \frac{p^2+q^2}{1+p^2+q^2}$$

$$T_3 = -P \frac{pq}{1+p^2+q^2};\ T_2 = P \cdot \frac{p}{1+p^2+q^2};\ T_1 = P \cdot \frac{q}{1+p^2+q^2}.$$

Führen wir diese Werthe in die Gleichungen 1 ein, so ergeben sich folgende Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned}
&\frac{-p \cdot P}{(1+p^2+q^2)^{3/2}}\Big[(1+q^2)r - 2pqs + (1+p^2)t\Big] + \\
&+ \frac{1+q^2}{(1+p^2+q^2)^{1/2}} \cdot \frac{dP}{dx} - \frac{pq}{(1+p^2+q^2)^{1/2}} \cdot \frac{dP}{dy} = 0 \\
&\frac{-q \cdot P}{(1+p^2+q^2)^{3/2}}\Big[(1+q^2)r - 2pqs + (1=p^2)t\Big] - \\
&- \frac{pq}{(1+p^2+q^2)^{1/2}} \cdot \frac{dP}{dx} + \frac{1+p^2}{(1+p^2+q^2)^{1/2}} \cdot \frac{dP}{dy} = 0 \\
&\frac{1}{(1+p^2+q^2)^{3/2}}\Big[(1+q^2)r - 2pqs + (1+p^2)t\Big] + \\
&+ \frac{p}{(1+p^2+q^2)^{1/2}} \cdot \frac{dP}{dx} + \frac{q}{(1+p^2+q^2)^{1/2}} \cdot \frac{dP}{dy} = 0,
\end{aligned}\right\} \quad (6$$

wobei

$$\frac{d^2z}{dx^2} = r,\ \frac{d^2z}{dx\,dy} = s \text{ und } \frac{d^2z}{dy^2} = t$$

gesetzt wurde.

Multipliciren wir die erste dieser Gleichungen mit p, die zweite mit q, und subtrahiren wir die Summe der beiden von der dritten Gleichung, so erhalten wir:

$$(1+q^2)r - 2pqs + (1+p^2)t = 0, \quad (7$$

und diese Gleichung stellt wirklich eine Minimalfläche vor, wie wir von vornherein vermuthen konnten. In dieser Fläche sind die Hauptkrümmungen in jedem Punkte gleich und entgegengesetzt gerichtet.

Weiters folgt nun aus den Gleichungen 6:

$$(1+q^2)\frac{dP}{dx} = pq\frac{dP}{dy};\ pq\frac{dP}{dx} = (1+p^2)\frac{dP}{dy}$$

und

$$p\frac{dP}{dx} = -q\frac{dP}{dy},$$

woraus sich noch ergibt:

$$(1+p^2+q^2)\frac{dP}{dx}=0 \text{ und } (1+p^2+q^2)\frac{dP}{dy}=0,$$

oder

$$\frac{dP}{dx}=\frac{dP}{dy}=0;$$

das heisst, die Spannung P ist in jedem Punkte der Membrane dieselbe.

Bemerkenswerth ist der Fall, in welchem eine solche Minimalfläche eine Rotationsfläche ist. Bekanntlich erhält man da durch einfache Integrationen, wenn man die Rotationsaxe zur z-Axe macht, und die Ebene des kleinsten Radius zur xy-Ebene nimmt, die erzeugende Curve von der Form:

$$z = \pm\, c\, l\left(\frac{\varrho+\sqrt{\varrho^2-c^2}}{c}\right)$$

oder

$$\varrho = \frac{c}{2}(e^{\frac{z}{c}}+e^{-\frac{z}{c}})$$

wobei $\varrho^2 = x^2+y^2$ ist und c alle Werthe von 0 bis ∞ erhalten kann. Es ist dies die Gleichung der Kettenlinie. Für $c=0$ erhält man die Ebene; wächst c, so wird die Curve immer steiler, bis sich für $c=\infty$ der Cylinder ergibt.

Ich habe mir eine solche Fläche anschaulich gemacht, indem ich zwei Kreisdrähte übereinandergelegt in eine Mischung von Seifenwasser und Glycerin tauchte, die Haut, die sich beim Herausziehen im Kreise ausspannte, durchstach und dann die Kreise parallel zu einander längs der Axe auseinanderzog.

Um die Gleichungen für die Bewegung einer solchen Membrane zu erhalten, müssen wir die Gleichung der Fläche gebildet denken, welche die deformirte Membrane bildet. In derselben spielen $x+u$ und $y+v$ die Rolle der independent Veränderlichen, $z+w$ ist eine Function derselben. Bezeichnen wir mit p_1, q_1, r_1, s_1 und t_1, die ersten und zweiten partiellen Ableitungen der z-Coordinate $z+w$ dieser Fläche in dem Punkte, dessen laufende x- und y-Coordinaten $x+u$ und $y+v$ sind, nehmen wir ferner an, dass die Spannung P bei der Deformation der Membrane sich nahezu constant erhalten habe, was man ja voraussetzen darf, wenn u, v, w im Verhältnis zu x, y, z sehr klein sind, so haben wir, sobald k die Dichte der Membrane bedeutet, folgende Bewegungsgleichungen:

$$\left.\begin{aligned}
k\frac{d^2u}{d\tau^2} &= -P\frac{p_1}{(1+p_1^2+q_1^2)^{3/2}}\left[(1+q_1^2)r_1-2p_1q_1s_1+(1+p_1^2)t_1\right]\\
k\frac{d^2v}{d\tau^2} &= -P\frac{q_1}{(1+p_1^2+q_1^2)^{3/2}}\left[(1+q_1^2)r_1-2p_1q_1s_1+(1+p_1^2)t_1\right]\\
k\frac{d^2w}{d\tau^2} &= \quad P\frac{1}{(1+p_1^2+q_1^2)^{3/2}}\left[(1+q_1^2)r_1-2p_1q_1s_1(+1+p_1^2)t_1\right]
\end{aligned}\right\} \quad (8$$

Aus der Gleichung $z = f(x, y)$ bilden wir uns nun:

$$z+w = f\left[(x+u)-u, (y+v)-v\right]+w =$$

$$= f(x+u, y+v) - u\frac{df(x+u, y+v)}{d(x+u)} - v\frac{df(x+u, y+v)}{d(y+v)} + w,$$

und daraus erhalten wir:

$$p_1 = \frac{d(z+w)}{d(x+u)} = p - p\frac{du}{dx} - q\frac{dv}{dx} + \frac{dw}{dx} - ru - sv,$$

sobald wir hierbei wie im folgenden nur die ersten Potenzen von u, v, w und der respectiven Differentialquotienten mit in Rechnung ziehen.

Ebenso ergibt sich:

$$q_1 = q - p\frac{du}{dy} - q\frac{dv}{dy} + \frac{dw}{dy} - su - tv,$$

und durch nochmalige Anwendung derselben Operationen:

$$r_1 = r - p\frac{d^2u}{dx^2} - q\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{d^2w}{dx^2} - 2r\frac{du}{dx} -$$

$$-2s\frac{dv}{dx} - \frac{dr}{dx}u - \frac{ds}{dx}v,$$

$$s_1 = s - p\frac{d^2u}{dx\,dy} - q\frac{d^2v}{dx\,dy} + \frac{d^2w}{dx\,dy} - r\frac{du}{dy} -$$

$$-s\frac{dv}{dy} - s\frac{du}{dx} - t\frac{dv}{dx} - \frac{ds}{dx}u - \frac{ds}{dy}v,$$

$$t_1 = t - p\frac{d^2u}{dy^2} - q\frac{d^2v}{dy^2} + \frac{d^2w}{dy^2} - 2s\frac{du}{dy} -$$

$$-2t\frac{dv}{dy} - \frac{ds}{dy}u - \frac{dt}{dy}v.$$

Mit diesen Werthen erhalten wir unter Berücksichtigung der Gleichung: $(1+q^2)r - 2pqs + (1+p^2)t = 0$, sowie unter Zuziehung der folgenden durch die Differentiation derselben entstandenen Relationen:

$$\left.\begin{aligned}(1+q^2)\frac{dr}{dx}-2pq\frac{ds}{dx}+(1+p^2)\frac{dt}{dx}&=-2p(rt-s^2),\\(1+q^2)\frac{dr}{dy}-2pq\frac{ds}{dy}+(1+p^2)\frac{dt}{dy}&=-2q(rt-s^2)\end{aligned}\right\}\qquad(9$$

die Gleichung:

$$\begin{aligned}&(1+q_1^2)r_1-2p_1q_1s_1+(1+p_1^2)t_1=\\&=(1+q^2)\left[-p\frac{d^2u}{dx^2}-q\frac{d^2v}{dx^2}+\frac{d^2w}{dx^2}\right]-\\&-2pq\left[-p\frac{d^2u}{dx\,dy}-q\frac{d^2v}{dx\,dy}+\frac{d^2w}{dx\,dy}\right]+\\&+(1+p^2)\left[-p\frac{d^2u}{dy^2}-q\frac{d^2v}{dy^2}+\frac{d^2w}{dy^2}\right]+\\&+2t\frac{du}{dx}-2s\frac{dv}{dx}+2(pt-qs)\frac{dw}{dx}-\\&-2s\frac{du}{dy}+2r\frac{dv}{dy}+2(qr-ps)\frac{dw}{dy}.\end{aligned}$$

Da nun aus den Gleichungen 8 folgt:

$$\frac{d^2u}{d\tau^2}=-p\frac{d^2w}{d\tau^2};\quad\frac{d^2v}{d\tau^2}=-q\frac{d^2w}{d\tau},$$

woraus wir unter der Voraussetzung einer bloss schwingenden Bewegung erhalten:

$$u=-pw;\; v=-qw,$$

so ergibt sich uns nach der Substitution dieser Werthe und derjenigen ihrer Differentialquotienten:

$$\begin{aligned}&(1+q_1^2)r_1-2p_1q_1s_1+(1+p_1^2)t_1=\\&=(1+p^2+q^2)\left[(1+q^2)\frac{d^2w}{dx^2}-2pq\frac{d^2w}{dx\,dy}+(1+p^2)\frac{d^2w}{dy^2}\right]+\\&+2\Big[(1+q^2)(pr+qs)-pq(ps+qt)\Big]\frac{dw}{dx}+\\&+2\Big[(1+p^2)(ps+qt)-pq(pr+qs)\Big]\frac{dw}{dy}+\\&+\left[p\left\{(1+q^2)\frac{dr}{dx}-2pq\frac{ds}{dx}+(1+p^2)\frac{dt}{dx}\right\}+\right.\\&\left.+q\left\{(1+q^2)\frac{dr}{dy}-2pq\frac{ds}{dy}+(1+p^2)\right\}\right]w-2(rt-s^2)w.\end{aligned}$$

Durch eine leichte Transformation der Coefficienten von

$$\frac{dw}{dx}\ \text{und}\ \frac{dw}{dy}$$

vermittelst der Gleichung der Minimalfläche, sowie unter Berücksichtigung der Relationen 9 für den Coefficienten von w erhalten wir:

$$(1+q_1^2)\, r_1 - 2 p_1 q_1 s_1 + (1+p_1^2)\, t_1 =$$
$$= (1+p^2+q^2)\Big[(1+q^2)\frac{d^2w}{dx^2} - 2pq\frac{d^2w}{dx\,dy} + (1+p^2)\frac{d^2w}{dy^2} +$$
$$+ 2(qs-pt)\frac{dw}{dx} + 2(ps-qr)\frac{dw}{dy} - 2(rt-s^2)w\Big].$$

Demnach sind die Gleichungen für die Schwingungsbewegung einer Membrane von der eingangs erwähnten Eigenschaft die folgenden:

$$k\frac{d^2w}{d\tau^2} = \frac{P}{(1+p^2+q^2)^{1/2}}\Big[(1+q^2)\frac{d^2w}{dx^2} - 2pq\frac{d^2w}{dx\,dy} +$$
$$+ (1+p^2)\frac{d^2w}{dy^2} + 2(qs-pt)\frac{dw}{dx} + 2(ps-qr)\frac{dw}{dy} - 2(rt-s^2)w\Big];$$
$$u = -pw;\quad v = -qw.$$

Die erste dieser Gleichungen lässt sich auch geben durch:

$$k\frac{d^2w}{d\tau^2} = \frac{P}{(1+p^2+q^2)^{1/2}}\Big[\frac{d^2\{(1+q^2)w\}}{dx^2} - 2\,\frac{d^2\{pqw\}}{dx\,dy} +$$
$$+ \frac{d^2\{(1+p^2)w\}}{dy^2}\Big].$$

Wenn wir nun den Fall einer Rotationsfläche ins Auge fassen, so erhalten wir die Gleichung:

$$k\frac{d^2w}{d\tau^2} = \frac{P(\varrho^2-c^2)^{1/2}}{\varrho}\Big[\frac{\varrho^4-c^2x^2}{\varrho^2(\varrho^2-c^2)}\frac{d^2w}{dx^2} - \frac{2c^2xy}{\varrho^2(\varrho^2-c^2)}\frac{d^2w}{dx\,dy} +$$
$$+ \frac{\varrho^4-c^2y^2}{\varrho^2(\varrho^2-c^2)}\frac{d^2w}{dy^2} - \frac{2c^2x}{\varrho^2(\varrho^2-c^2)}\frac{dw}{dx} - \frac{2c^2y}{\varrho^2(\varrho^2-c^2)}\frac{dw}{dy} + \frac{2c^2}{(\varrho^2-c^2)^2}w\Big],$$

und betrachten wir schliesslich den Fall, in welchem alle Grössen bloss Functionen von τ und ϱ sind und kein Theilchen seine Meridianebene verlässt, so geht diese Gleichung über in:

$$k\frac{d^2w}{d\tau^2} = \frac{P(\varrho^2-c^2)^{1/2}}{\varrho}\Big[\frac{d^2w}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\,\frac{\varrho^2-2c^2}{\varrho^2-c^2}\,\frac{dw}{d\varrho} + \frac{2c^2}{(\varrho^2-c^2)^2}w\Big].$$

Ueber ein Schutzring-Elektrometer mit continuirlicher Ablesung[1]).

Von

G. Jaumann.

Das im folgenden beschriebene Elektrometer stellt den bei Gelegenheit einer noch fortlaufenden Untersuchung nothwendig gewordenen Versuch dar, das absolute Elektrometer von Sir W. Thomson selbstwirkend [2]) zu machen, ohne seine Genauigkeit zu beeinträchtigen.

Der centrale Ausschnitt des oberhalb der Standplatte angebrachten Schutzringes wird sehr nahe ausgefüllt durch eine kreisförmige Platte von etwa 8 cm Durchmesser, welche ich nach Kirchhoff [3]) Collectorplatte nennen werde. Dieselbe ist versehen mit einer Trifilarsuspension von etwa 1 cm Radius, welche aus drei langen Drähten gebildet wird. Fest verbunden mit der Collectorplatte ist ein Magnetstab, dessen Directionskraft jene der Suspension nahe erreicht. Mit Hilfe der letzteren wird der Magnet senkrecht zum Meridian gestellt. Diese Aufstellung zeigt trotz des fast 100 g betragenden Gewichtes der Collectorplatte sehr empfindlich kleine Gewichtsvermehrungen derselben durch die elektrische Anziehung an. Es entspricht bei der hier beschriebenen Ausführung einer Anziehung von 1 Grammgewicht ein Ausschlag von 0,03 Bogenmaass. Die Ablesung geschieht mit Fernrohr und Spiegel.

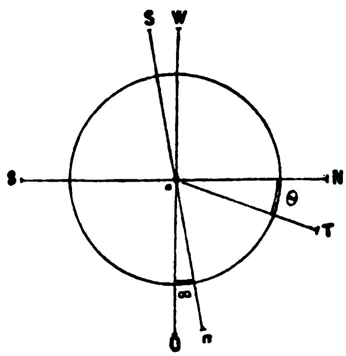


Fig. 1.

Bezeichnet in Fig. 1 NS den Meridian, OW die Senkrechte, ns die Axe des Magnetstabes, $\sphericalangle\, noT$ den Winkel, um welchen die oberen und unteren Aufhängepunkte gegeneinander verdreht sind, und endlich

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 651 (1887).

2) Self-acting, J. C. Maxwell, El. and Magn. 1873, p. 271 (219).

3) G. Kirchhoff, Ges. Abhandl. 1881, S. 113.

α den Winkel, welchen die Magnetaxe bei einer elektrischen Anziehung f mit der Meridianverticalen einschliesst, so besteht die Gleichung:

$$\left[F + f + \frac{T}{\sin\Theta}\right]\cos(\Theta + \alpha) = C\cos\alpha,$$

worin F das Gewicht der Collectorplatte sammt Magnet vermehrt um das halbe Gewicht der Aufhängedrähte und f die elektrische Anziehung in absolutem Maass, T eine durch das Torsionsmoment der Drähte eingeführte Constante von der Form [1]) $T = 3tr^{-2}$ und endlich C eine wesentlich von der Directionskraft des Magneten abhängende Constante bedeuten.

Durch Bestimmung der Ablenkung α_0 für eine Anziehung Null erhält man die Gleichung:

$$\left[F + \frac{T}{\sin\Theta}\right]\cos(\Theta + \alpha_0) = C\cos\alpha_0$$

und durch Division:

$$f = \left[F + \frac{T}{\sin\Theta}\right]\operatorname{tg}\Theta\,(1 + \operatorname{tg}\Theta\operatorname{tg}\alpha)(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha). \tag{1}$$

Das Verhältnis von T zu $F\sin\Theta$ bestimmt den Antheil, welchen die Torsion der Drähte an dem durch gegebenen Ausschlag erzeugten Drehungsmoment nimmt. Im gegebenen Falle betrug derselbe 2,7 %.

Zur Graduirung des Instrumentes wurde Gl. 1 auf die Form gebracht:

$$f = (A + A^2 B \operatorname{tg}\alpha)(\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha_0).$$

Es bezeichnet hier A den Reductionsfactor des Apparates, welcher sehr genau in absolutem Maass durch Auflegen von Gewichten und Beobachtung der Ablenkung bestimmt werden kann, und B eine Constante von der Form $\sin\Theta\,(F\sin\Theta + T)^{-1}$, welche als Factor einer sehr kleinen Correction mit genügender Genauigkeit vor der endgiltigen Graduirung berechnet werden konnte. Im gegebenen Falle stellt sich die Gleichung auf:

$$f = (85{,}47 + 0{,}077\,\alpha)(\alpha - \alpha_0), \tag{2}$$

worin α und α_0 die auf Tangente corrigirten Scalenausschläge in Centimetern für eine Scalendistanz von 200 cm bedeuten.

Die Collectorplatte, welche in CC, Fig. 2, dargestellt ist, besteht aus einem bis auf 0,7 mm abgedrehten Messingblech von 4,025 cm Radius, welches mit Hilfe der Röhre R zusammengeschraubt ist mit einem Plättchen PP, auf welches bei der Graduirung die Gewichts-

1) Worin t das Torsionsmoment der Längeneinheit pro Einheit des Torsionsbogens und r den Halbmesser der Suspension bezeichnen.

stücke gelegt werden. Der Magnetstab *MM* durchbricht die Röhre *R*, welche in einem passenden Ausschnitt unterhalb desselben den Ablesespiegel *S* trägt. Drei durch die Platte *P* auf einem Kreis von 1 cm Radius in sorgfältig ausgemessenen Punkten von unten aus geführte konische Bohrungen, deren letzter Theil mit einer feinen Nadel ausgeführt wurde, erlauben eben die Aufhängedrähte hindurchzuziehen. Das durchgezogene Ende wird mit einer Kerzenflamme zu einem Kügelchen zusammengeschmolzen, welches hineingezogen in die konische Bohrung eine sehr verlässliche Befestigung gewährte. Der Kopf der Aufhängung ist in Fig. 3 in einem Radialschnitt dargestellt. Er besteht aus einer Messingplatte *A A*, welche, um eine verticale Axe drehbar, durch drei Klemmschrauben *K* geführt und festgestellt werden kann und in drei konischen Bohrungen *b*, welche auf das Genaueste den gleichen im Plättchen *P* Fig. 2 entsprechen, die Aufhängedrähte fixirt. Dieselben laufen schwach geknickt durch diese Bohrungen und enden in den Wirbeln *W*. Die feinere Horizontalstellung der Collectorplatte wird durch die Stellschrauben *S* erreicht. Man kann ungescheut zum Zwecke bequemerer Einstellung die Länge der Aufhängefäden verändern, da dieselbe im Reductionsfactor *A* nicht vorkommt.

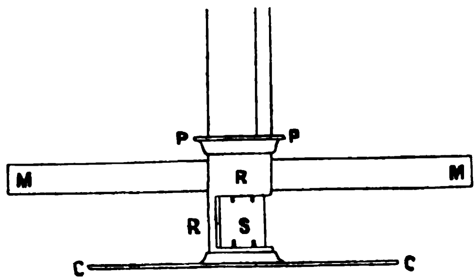


Fig. 2.

Von den Dimensionen des Apparates war von Anfang gegeben das Gewicht des Collectors, welches bei entsprechend solider Ausführung aus Messing unter 46,32 g nicht herabgedrückt, der Radius der Aufhängung, welcher aus gleichem Grund nicht unter 1 cm gewählt, und das specifische Moment des Magnetstabes, welches nicht höher als 25 C. G. S. genommen werden konnte, weil es verlässlich remanent sein musste[1]). Der Winkel Θ sollte 20°, das Gewicht des

1) Ein starkes Sinken desselben in den ersten Wochen nach der Aufstellung könnte nämlich eine unbequeme Nullpunktswanderung hervorrufen. Es berechnet sich dieselbe unter Beibehaltung früherer Bezeichnungen zu

$$\Delta \operatorname{tg} \alpha = \Delta D l r^{-2} (F \sin \Theta + T)^{-1}$$

wobei $\Delta \operatorname{tg} \alpha$ die Nullpunktswanderung, l die Länge und r den Radius der Aufhängung, ΔD aber die Aenderung der Directionskraft in C. G. S. bezeichnen. Einer Aenderung des Momentes um 1% entspricht eine Nullpunktswanderung von 0,03 Bogenmaass. Auf den Reductionsfactor hat dieselbe keinen Einfluss. Bei Anwendung des von Strouhal und Barus angegebenen mehrstündigen Erhitzens des Magnetes im Wasserbade verliert sie jede Bedeutung.

Magnets 48 g und der Ausschlag pro Grammgewicht 0,03 Bogenmaass erreichen. Es war dadurch die Länge der Aufhängung auf 370 cm bestimmt.

Eine solche Länge kann jedoch nur bei Messung hoher Potentiale angewendet werden, weil bei derselben die Ausdehnung der Drähte durch Temperaturänderungen des Beobachtungsraumes und Belastung eine Senkung des Collectors bis zu 0,1 mm hervorrufen kann. Die durch eine solche Senkung hervorgerufene Capacitätsänderung desselben erlaubt [1]) eine sehr einfache und genaue Correction nur bei einer Distanz der Standplatte vom Schutzring, welche nicht unter 2 cm sinkt. Für Messungen sehr kleiner Potentiale ist also höchstens eine Länge von 50 cm statthaft. Um gleiche Empfindlichkeit zu erhalten, müsste man mit dem Radius der Aufhängung bis auf 0,5 cm herabgehen. Die Platten können dann bis auf 2 mm genähert werden. Es würde sich dabei empfehlen, die Collectorplatte in sonst gleichen Dimensionen aus Aluminium zu verfertigen, wobei der Magnet bedeutend leichter gewählt werden kann. Die Senkungen, welche durch das Trifilar selbst bei unausdehnbaren Fäden gesetzt werden, sind unbemerkbar klein [2]).

Bevor der Magnet an die Collectorplatte befestigt wurde, brachte ich durch eine Drehung, welche die Wirbel W, Fig. 3, um eine verticale Axe ausführen konnten, die mittlere Torsion der Drähte auf Null, was daran erkannt werden konnte, dass grössere, auf die Platte P, Fig. 2, gelegte Gewichte keine Ablenkung hervorbrachten. Die so bestimmte Einstellung der Wirbel wurde denselben bei allen späteren Drehungen des Torsionskopfes bewahrt. Nach dem Einsetzen des Magnetstabes wurde durch Drehen der Platte A, Fig. 3, die Axe desselben senkrecht zum Meridian und in dieser Stellung das Fernrohr auf den Nullpunkt gestellt. Ein Fehler in dieser Einstellung in den Meridianvertical fällt mit einem unbedeutenden Betrag in den Werth des Reductionsfactors. Eine seit-

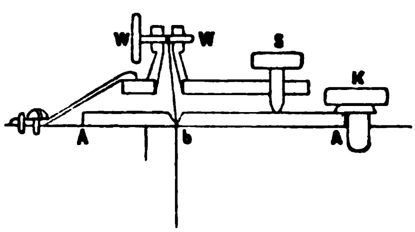


Fig. 3.

1) G. Kirchhoff, a. a. O. S. 117; J. C. Maxwell, El. and Magn. 1873 p. 269 Anm.

2) Als Material für meine Drähte wählte ich Silber, einestheils wegen der im Vergleich zum Elasticitätsmodul hohen Tragfähigkeit, hauptsächlich aber wegen der hohen specifischen Leitungsfähigkeit. Es mussten nämlich, um beträchtliche Senkungen des Collectors zu vermeiden, die Drähte, welche immer schwache, bei Belastung sich abflachende Knickungen besitzen, mit Hilfe eines auf sie vertheilten Stromes von ca. 5 Amp. mehrmals bis auf 180° C. erwärmt, bei grösserer Belastung gestreckt werden.

liche Verschiebung des Fernrohrs nach erfolgter Graduirung ändert den Reductionsfactor im Verhältnis von

$$1:\left(1+\operatorname{tg}\Theta\frac{v}{d}\right),$$

wobei v die Verschiebung, d die Scalendistanz bedeutet. Eine solche Verschiebung von etwa 0,6 cm, welche im gegebenen Falle einen Fehler von 1 ‰ herbeiführen konnte, liess sich schon durch Anbringung von Marken auf dem Fussboden vermeiden.

In Bezug auf die äussere Ausstattung des Apparates sei erwähnt, dass die Elektrometerplatten mit ihren Stativen in einen cubischen Holzkasten eingeschlossen wurden, welcher mit Stanniol ausgelegt war. Eine mit dünnem Blech ausgeschlagene Holzröhre, welche die Aufhängedrähte aufnahm, schloss sich an ihn an. Oben trug dieselbe ein Tischchen mit dem Torsionskopf. Die Stanniol- und Blechbelegung, der Schutzring, der Torsionskopf und mit diesem der Collector wurden zur Erde abgeleitet. Es waren so störende Luftströmungen und elektrische Störungen von aussen vermieden.

Der Ablesungsmodus wurde sehr verfeinert durch einen besonders constanten Nullpunkt. Der beabsichtigten Verwendung nach konnte ich trotz der ziemlich hohen Schwingungsdauer von 9 Secunden Ablesung mit Umkehrpunkten wählen. In Fällen, welche einfache Ablesung fordern, dürfte es leicht sein, durch einen den Magnet umgebenden Kupferbügel eine sehr hohe Dämpfung einzuführen[1]). Ein an einem schlaffen Coconfaden befestigtes auf der Platte P, Fig. 2, sitzendes Gewicht, dessen Grösse genau bekannt und möglichst nahe doppelt so gross als die zu erwartende Anziehung gewählt ist, lässt sich während der Messung bei geladenem Elektrometer abheben und aufsetzen und ermöglicht so annähernd gleiche Ausschläge nach rechts und links. Ausser den gewöhnlichen Vorzügen einer derartigen Doppelablesung hat dieselbe hier noch den besonderen Vortheil, dass sie den Einfluss der Correction auf Kantenwirkung des Collectors, welche durch das Hervorragen desselben aus dem Schutzring der Ausdehnung der Fäden wegen eingeführt wird, erheblich herabsetzt.

Ich kann die hier beschriebene Trifilarwage für alle Fälle empfehlen, in welchen man continuirliche Wägung wünscht. Das ab-

1) Nachtrag. Es ist mir seither gelungen, in dieser Weise die Einstellung vollkommen aperiodisch zu machen. Die eine Hälfte des Magnetes schwingt innerhalb eines keilförmigen Hohlraumes, welcher in einem Massiv von 1,6 kg Gewicht aus geschmiedetem Feinkupfer ausgespart ist. Die zweite Hälfte des Magnetstabes verlangt keine Dämpfung. Man bringt also die Visirlinie mit Vortheil in den Bereich derselben.

zuwägende Object wird dann an Stelle der Collectorplatte angebracht. Vor den sonst in Gebrauch befindlichen Wagen mit continuirlicher Ablesung, das ist also die Federwage, das Tangentenpendel und die Tangentenwage, hat die Trifilarwage den Vortheil voraus, dass sich das Wägungsobject bei der Wägung nicht verschiebt. Indem man dasselbe mit der Trifilarwage durch einen kurzen centrirten Coconfaden verbindet, kann die unbedeutende Drehung desselben, sowie durch dasselbe ausgeübte Drehungsmomente (Flüssigkeitsstörungen etc.), wo dies ins Gewicht fällt, vermieden werden.

Speciell von absoluten Elektrometern sind mir zwei bekannt, welche continuirliche Wägung benutzen. Es ist dies das Cylinderelektrometer von den Herren E. Bichat und R. Blondlot[1]), welches eine Tangentenwage besitzt, und das Kugelelektrometer von Herrn G. Lippmann[2]), welches en miniature ausgeführt, ein Tangentenpendel zwischen den Kugelschalen zur Messung benutzt. Es hat dieses Kugelelektrometer[3]) den Vortheil vor dem Plattenelektrometer voraus, dass zur absoluten Messung des Potentials nur die Messung der Kraft nothwendig ist, mit welcher sich die Kugelhälften abstossen. Es ist diese Kraft f für ein Potential V:

$$f = \frac{1}{8} V^2.$$

Eine Längenmessung wie beim Thomson'schen Elektrometer entfällt also. Dieser Vorzug geht in der zweiten Ausführung des Lippmann'schen Elektrometers, in welcher die Messkugel von 3,9 cm Radius desselben von einer Schutzkugel von 4,9 cm Radius elektrischer und Luftstörungen halber umgeben wird, verloren. Ich erlaube mir hier andeutungsweise eine etwas abgeänderte Form dieses Elektrometers zu beschreiben, bei welcher der specifische Vortheil desselben mehr gewahrt scheint und welches ich demnächst versuchsweise an meiner Trifilarwage anbringen werde.

Die Kraft f, mit welcher sich die Hemisphären der im Innern einer abgeleiteten Schutzkugel vom Radius b gelegenen Messkugel vom Radius a und Potential V abstossen, ist bestimmt durch:

$$f = \frac{1}{8} V^2 \frac{b^2}{(b-a)^2} = \frac{1}{8} V^2 \left(1 - \frac{a}{b}\right)^{-2}$$

---

1) Journ. de Phys., 2e série, t. V 1886 p. 325 und 457.

2) Ebendort p. 323.

3) Ein solches hat schon Herr Prof. E. Mach in einem am 4. September 1883 auf der internationalen elektrischen Ausstellung in Wien gehaltenen Vortrag demonstrirt. Vergl. Zeitschr. d. elektrotechn. Ver., Wien, XI und XII, 1883, S. 10 des Sep.-Abdr.

Es ist also, um eine genaue Messung von b und a überflüssig zu machen, nothwendig, das Verhältnis $a:b$ so zu wählen, dass der Factor $b^2/(b-a)^2$ zum Werthe einer Correctur herabgedrückt wird. Begeht man beim Messen von a und b Fehler von p Procent, so ändert sich im ungünstigsten Fall $\frac{a}{b}$ um $2p$ Procent und damit f im Verhältnis von

$$1:\left(1+\frac{4pa}{100b}\right).$$

Wählt man einen Radius $b = 10a$ (also etwa $b = 30$ cm, $a = 3$ cm), so genügt eine Genauigkeit von $1/2$ % für die Längenmessungen, während in der von Lippmann gegebenen Form eine solche von $1/16$ % nothwendig ist um den Fehler auf 1‰ herabzudrücken. Es verschwindet ausserdem weit mehr der Einfluss der Abweichungen von der Kugelgestalt und der mangelhaften Centrirung. Ausserhalb der Schutzkugel B, Fig. 4, wird eine Trifilarwage T von beschriebener Form mit Ablese-

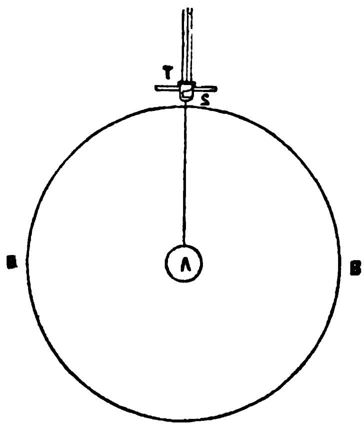


Fig. 4.

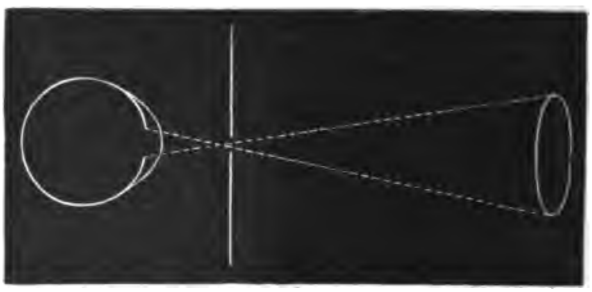
spiegel S angebracht, an welcher die obere Hälfte der durch einen Horizontalschnitt getheilten Messkugel A mittels eines die Schutzkugel durchbrechenden Glasfadens hängt.

Ueber ein einfaches Verfahren, die Farbenzerstreuung des Auges direct zu sehen.

Von

O. Tumlirz.

Unter allen auf eine Linse auffallenden Strahlen ist die Farbenzerstreuung für die Randstrahlen am grössten. Betrachtet man daher einen sehr dünnen, vollkommen kreisförmig gebogenen Platindraht, der in dem Saum eines Bunsenbrenners zur gleichmässigen Weissgluth gebracht wird, aus einer Entfernung von 30—50 cm durch eine ungefähr 0,5 mm weite, in einem schwarzen Papierschirm angebrachte Oeffnung, so sieht man den Aussenrand des Ringes roth,



den Innenrand blauviolett. Beim Dazwischenhalten eines blauen Kobaltglases erscheint ein äusserer rother und ein innerer blauer Ring, beide durch einen dunklen (Absorptions-) Ring getrennt. Der Versuch gelingt am besten, wenn die Ebene des kreisförmigen Platinringes (Durchmesser 2 cm) vertical steht, die Oeffnung in der Axe des Ringes liegt und das Auge von der Oeffnung eine solche Entfernung hat, dass man den Ring gerade noch sieht. Man accomodirt auf den Mittelpunkt des Ringes.

Über 500 Illustrationstafeln und Kartenbeilagen.
Achtzig Aquarelltafeln.
3000 Abbildungen im Text.
Soeben erscheint in gänzlich neuer Bearbeitung
MEYERS
KONVERSATIONS-LEXIKON
VIERTE AUFLAGE.
Bibliographisches Institut in Leipzig.
256 Hefte à 50 Pfennig. — 16 Halbfranzbände à 10 Mark.
(14/9)

Sonst und jetzt. Welche gewaltigen Fortschritte mit dem deutschen Buchhandel die encyklopädische Litteratur seit etwa 40 Jahren gemacht hat, zeigt sich recht deutlich an dem Vergleich eines unsrer modernen Konversations-Lexika mit einem solchen aus Vaters oder Grossvaters Zeiten. Welcher Kontrast zwischen diesem und beispielsweise der jetzt erscheinenden vierten Auflage des an der Spitze unsrer Encyklopädien stehenden **Meyerschen Konversations-Lexikons**. Dort 10 dürftige Oktavbändchen und hier 16 Bände grössten Formats, jeder mehr als 1000 Seiten stark; dort grobes Papier mit noch gröberem Druck und hier in jeder Beziehung ein Prachtwerk edelster Art. Und welcher Unterschied erst im Inhalt! Damals fast ausschliesslich litterarische, historische und philosophische — zudem meist recht magere Artikel, und welcher Reichtum jetzt an Text und Bildern, welche Gediegenheit in der Bearbeitung, in der That ein „Wörterbuch des allgemeinen Wissens", das alles umfasst, was der Inbegriff unsrer modernen Bildung erheischt!

Damals war der Besitz eines Konversations-Lexikons ein Privilegium der Begüterten, jetzt ist die Anschaffung durch das lieferungs- und bandweise Erscheinen auch dem Unbemittelten ermöglicht, und so ist es geradezu ein Haushaltsstück geworden, das keiner missen mag, der es einmal besitzt, zu einer Quelle reichster Belehrung, die in die breitesten Massen des Volkes dringt. Soll doch die dritte Auflage des genannten Meyerschen Lexikons allein eine Verbreitung von 150,000 Exemplaren gefunden haben, und die eben erscheinende, jetzt bis zum siebenten Band gediehene vierte Auflage wird sicherlich nicht hinter ihr zurückbleiben. Da die Höhe der Auflage dieses berühmten Werkes als ein Mafsstab für die Höhe unsers Kulturstandes gelten kann, wünschen wir demselben die allerweiteste Verbreitung. [Leipziger Tageblatt.] (14a/9)

Im Verlage von R. Oldenbourg in München und Leipzig ist erschienen:

Hilfstafeln
für
Messungen elektrischer Leitungswiderstände
vermittelst
der Kirchhoff-Wheatstone'schen Drahtcombination
berechnet von
Dr. Eugen Obach.

Lex.-8°. 16 Seiten, 40 Tabellen und 2 lithographirte Tafeln.

Separat-Abdruck aus der Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Preis M. 2.40.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/9)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (13/9)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Arbeitsübertragung. Elektrolyse und Lehrzwecke.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für Lehrzwecke.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (12/9)

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und saubersten Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate**, sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold'sche Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer**, grosse **Galvanometer** mit Töpler'scher **Dämpfung.** (21a/9)

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Die elektrischen

NATURKRAEFTE,

der Magnetismus, die Elektricität und der galvanische Strom mit ihren hauptsächlichsten Anwendungen.

Inhalt. Der Magnetismus. — Die elektrischen Fundamentalerscheinungen. — Der Blitz u. die Blitzableiter. — Der galvanische Strom. — Die Telegraphie. — Inductionsströme u. Inductionsapparate. — Das elektrische Licht. — Der Elektromagnetismus als Triebkraft. — Die Galvanoplastik. — Elektr. Zündungen.

Gemeinfasslich dargestellt von

Dr. Ph. Carl,
Professor an der kgl. Kriegsakademie in München.

Zweite Auflage. 1879. 8. 276 Seiten Text mit 113 Holzschn. Geh. 3 M., eleg. in Ganzlnwd. geb. 4 M.

Verlag von **Arthur Felix** in **Leipzig.**

Technische Thermodynamik

von Dr. Gustav Zeuner

kgl. sächs. Geheimer Rath und Professor, Director des kgl. Polytechnikums zu Dresden.

Dritte vollständig neu bearbeitete Auflage der **„Grundzüge der mechanischen Wärmetheorie“.**

Erster Band.

Fundamentalsätze der Thermodynamik. Lehre von den Gasen. (10/9)

Mit 73 in den Text gedruckten Holzschnitten. In gr. 8. XII. 456 S. 1887. Brosch. Preis 13 M.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur S. Freiherr v. Gaisberg.

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

klein 8. VIII und 128 Seiten. Preis gebunden 2 M. 40 Pf.

Hierbei eine Beilage von Meiser & Mertig, Physikalisch-technische Werkstätten in Dresden.

REPERTORIUM
DER
PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

Dr F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 10. Heftes.

MÜNCHEN und LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 9).

Jahrgang 1887 Nr. 27 enthält:

Rundschau. — Allgemeine Lehrsätze über Ring- und Trommelanker. Von Dr. A. v. Waltenhofen in Wien. — **Neue Form einer zweipoligen dynamoelektrischen Maschine.** Von W. E. Fein. — **Umrechnung dynamoelektrischer Maschinen.** Von Friedrich Vogel. (Schluss.) — **Schema der Wickelung eines Trommelankers.** Von W. Fritsche. — **Literatur.** David Salomons — J. L. Huber, Completes Handbuch über die Behandlung von Accumulatoren. — **Kleinere Mittheilungen.** Telephonie. Telephonie in Oesterreich. — Telephonie zwischen Belgien und Preussen. — Telephonie zwischen Paris und Brüssel. — Elektrische Kraftübertragung. Die elektrischen Trambahnen System Elieson. — Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung des Stadttheaters in Magdeburg. — Elektr. Beleuchtung der Hofoper in Wien. — Verschiedenes. Generalversammlung der Berliner Elektricitätswerke. — Anschluss der Blitzableiter an Rohrleitungen. — Elektrodynamometer von J. Carpentier. — Galvanometer für Wechselströme. — **Patente.**

Jahrgang 1887 Nr. 28 enthält:

Rundschau. — Allgemeine Lehrsätze über Ring- und Trommelanker. Von Dr. A. v. Waltenhofen in Wien. — **Die Bestimmung der mittleren Spannung in einem verzweigten Leitungsnetz.** Von M. Baumgardt. — **Neues Dynamometer.** Von C. Buschkiel. — **Ueber ein neues amerikanisches elektrisches Beleuchtungs-System. — Literatur.** Von Otto v. Giese. Vorschläge zur Hebung der Landwirthschaft. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen.** Elektrische Beleuchtung. Elektrisches Licht in Mailand. — Verschiedenes. Programm der elektrischen Versuchsstation des technologischen Gewerbemuseums in Wien. — Neues Galvanometer von d'Arsonval. — Transportables Spiegelgalvanometer von Carpentier. — Preiscourante der Firma Hartmann & Braun. — Elektrolytische Eisenniederschläge. — Ersatz der Thonzellen durch vulcanised fibre. — **Patente.**

Jahrgang 1887 Nr. 29 enthält:

Rundschau. — Elektrische Schaltvorrichtungen mit Pistoncontacten. Von W. Fritsche. — **Ueber einen Glascondensator.** Von Jon Lehmann. — **Ueber die Erklärung des Waltenhofen'schen Phänomens der anomalen Magnetisirung.** Von Wilhelm Peukert. — **Ruhestrom-Weckschaltungen.** Von E. Mauritius. — **Auszüge aus Patentschriften. — Kleinere Mittheilungen.** — Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung in Zuckerfabriken. — Die staatliche elektrische Beleuchtung in Hamburg. — Elektr. Beleuchtung in Neumünster und Wien. — Verschiedenes. Gaspreis in Ingolstadt. — Elektricität auf der Gewerbeausstellung in Aachen. — Feuersicherheit der elektrischen Beleuchtung. — Hammer's Anzeiger für das Dreileitungssystem. — Neuer Spannungsmesser von J. Carpentier. — Deprez-Galvanometer mit Spiegelablesung von Carpentier. — **Patente. — Fragenkasten.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Ueber die Ausdehnung der Flüssigkeiten und den Uebergang der Körper aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand[1]).

Von

A. Nadeschdin.

I. Kapitel.

Die Flüssigkeiten stellen ihren Eigenschaften nach einen Uebergang von den festen Körpern zu den gasförmigen dar. Infolge der verhältnismässig einfachen Structur, Abwesenheit von elastischen Kräften bei der Aenderung der Form u. s. w. wird die Wärme gleichmässiger auf die Aenderung der Eigenschaften der Flüssigkeiten wirken und deshalb werden die Resultate der vergleichenden Untersuchung ihrer Eigenthümlichkeiten allgemein giltiger sein und die daraus gefolgerten Hypothesen in Bezug auf die Structur und die Wirkung der Molecularkräfte der Wirklichkeit näher kommen, als wenn man mit festen Körpern zu thun hat.

Es muss hier hinzugefügt werden, dass diese verhältnismässige Einfachheit der Eigenschaften die Möglichkeit darbot, allgemeine Theorien der Flüssigkeiten aufzustellen, ähnlich denen, welche wir für Gase haben, bei denen eine Eigenschaft aus anderen abgeleitet werden kann. Deswegen können wir bei der vergleichenden Untersuchung der physikalischen Constanten in flüssigen Körpern zu allgemeinen Theorien übergehen, ohne uns auf specielle Fälle zu beschränken.

Alle diese Theorien (von Van der Waals, Clausius, Kamerling Onnes, und sogar von de Heen) haben die allgemeine Eigenschaft, dass sie eine ganz besondere Bedeutung der Untersuchung des sog. kritischen Zustandes beilegen, da die Grössen, welche den letzteren charakterisiren, nämlich die kritische Temperatur, der kritische Druck (d. h. der Dampfdruck bei der kritischen Temperatur) und das kritische specifische Volumen eng verbunden sind mit denjenigen Grössen, welche den Zustand des Körpers bei gegebener Temperatur,

1) Nach dem Tode des Verfassers durch Herrn Prof. Avenarius aus dem Russischen mitgetheilt.

Druck und specifischem Volumen ausdrücken. Indessen sind die Untersuchungen des kritischen Zustandes noch sehr spärlich und die vorhandenen Data gehen infolge der Schwierigkeiten der Beobachtungen so weit auseinander, dass neue Beobachtungen und Wiederholungen der alten im höchsten Grade wünschenswerth sind.

Bei der Untersuchung der Relationen, welche die Wirkung der Wärme auf verschiedene Flüssigkeiten ausdrücken, werden wir sehr oft nöthig haben, den kritischen Zustand zu berücksichtigen und deswegen will ich hier vorweg die Resultate der letzten systematischen Untersuchungen, betreffend den kritischen Zustand einiger in Bezug auf ihre Eigenschaften ähnlicher Körper mittheilen.

Zur allseitigen Untersuchung des kritischen Zustandes ist es nöthig drei Grössen zu messen: die kritische Temperatur, den kritischen Druck, das kritische Volumen. Die Messung der ersten Grösse erscheint leichter, als die Messung der beiden übrigen und deswegen wird sie vorzugsweise ausgeführt. Der kritische Druck wird verhältnismässig selten bestimmt. Das kritische Volumen aber wurde bis jetzt fast ausschliesslich auf theoretischem Wege bestimmt; Beobachtungsdata existiren bloss für drei leicht condensirte Gase (CO_2, NO_2, C_2H_4) und für eine Flüssigkeit Aether (Avenarius und Jouk).

Die widersprechenden Resultate, welche verschiedene Beobachter und oft sogar ein und derselbe erhalten haben, sind theilweise durch die Schwierigkeit der genauen Bestimmung der Wärmeerscheinungen bedingt; deshalb hielt ich es für angemessen, meine besondere Aufmerksamkeit erstens auf die Messung der Temperatur, zweitens auf die Messung der Drucke zu wenden.

Die Messung der Temperaturen.

Gewöhnlich werden die Messungen der Temperatur mit Quecksilberthermometern ausgeführt und die Angaben derselben mit Hilfe der Reductionstafeln von Regnault, Magnus oder Kohlrausch auf das Luftthermometer reducirt; zuweilen begnügt man sich einfach mit der Reduction der Quecksilberthermometerangaben. In Betracht der bedeutenden Differenzen in den Angaben sogar gut calibrirter und mit verificirten constanten Punkten versehener Quecksilberthermometer ist es angezeigt, soweit als möglich bloss das Luftthermometer anzuwenden.

Noch im vorigen Jahre unternahm ich gelegentlich einer Messung der hohen kritischen Temperaturen von Brom und Wasser[1]), eine Be-

1) Bulletin de l'Acad. impér. des sciences de St. Petersbourg t. XXX p. 327. Kiewer Universitäts-Abhandlungen (Iswestija) 1885.

obachtungsreihe, die den Zweck hatte: 1. meine Quecksilberthermometer mit dem Luftthermometer zu vergleichen; 2. dieses letztere zur unmittelbaren Messung der hohen Temperatur anzupassen. Für den ersten Zweck diente mir ein Pfaundler'sches Thermometer (von Miller in Innsbruck verfertigt) mit Kathetometerablesung; für den zweiten das gewöhnliche Thermometer von Jolly mit Spiegelscala. Da ich die Temperaturen bis auf 350° zu messen nöthig hatte, so musste ich die Füllung des Reservoirs des Luftthermometers mit Luft unter verschiedenen Drucken ausführen, indem es sich ergab, dass die von Jolly[1]) angenommene Art der Füllung viele Unbequemlichkeiten darbot. Das Trocknen des Apparates kann nur durch mehrfaches Auspumpen der Luft mit Hilfe einer guten Quecksilberpumpe erreicht werden. Es ist viel einfacher und bequemer, die Füllung des Luftthermometers mit Luft auf folgende Weise auszuführen. Das Reservoir des Thermometers (Fig. 1, *A*) von birn- oder kugelförmiger Gestalt endigt in dem konisch verlaufenden Röhrchen, welches bei *B* eine capillare Oeffnung hat; am Ende *C* wird, wie immer, eine Schraube mit zweifachem Gange *D* befestigt. Man verbindet das Röhrchen *B* mit Hilfe dünner Kautschukröhren mit dem Trockenapparate; vom Ende des Hahnes *D* geht das Kautschukrohr auch in den Trockenapparat (Aetzkalilösung, Chlorcalcium, Schwefelsäure und Phosphorsäureanhydrid) und von da in die Pumpe (am besten in die Wasserpumpe von Sprengel). Indem wir diese letztere in Thätigkeit setzen, lassen wir die trockene Luft langsam durch den ganzen Apparat hindurchgehen. Man kann ohne Schwierigkeit das Trocknen so lange wie man will ausführen (2 oder 3 Stunden sind dazu ganz hinreichend, wobei es erforderlich ist, während dieses Zeitraumes das Reservoir und fast die ganze Capillarröhre mit Hilfe des Gasbrenners zu erwärmen). Wenn man annehmen darf, dass die das Reservoir erfüllende Luft ganz trocken sei, unterbricht man die Arbeit mit der Pumpe und, nachdem die Spannkraft der Luft im Reservoire dem Drucke der Atmosphäre gleich geworden ist, nimmt man schnell die Kautschukröhre von der Röhre *B* weg und schmilzt ihr Ende zu. Es erübrigt jetzt nur den Hahn *D* zu schliessen, wenn das Thermometer zur Messung der mittleren Temperaturen dient, oder, wenn das Thermometer zur Messung hoher

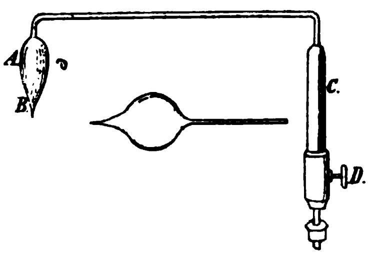


Fig. 1.

1) Pogg. Ann. Jubelband S. 82.

Temperaturen dienen soll, die Pumpe eine kurze Zeit in Thätigkeit zu setzen, um dadurch die Luft im Reservoire bis auf den gewünschten Grad zu verdünnen und darauf dieselbe mit Hilfe desselben Hahnes *D* hermetisch abzuschliessen.

Vor Beginn der Beobachtungen wurde jedesmal ausser dem Nullpunkte (d. h. der Spannkraft der Luft bei 0°) zur Controle noch der Ausdehnungscoefficient der Luft bei constantem Volumen von 0—100° bestimmt.

Bei dem anfänglichen Drucke, ca. 760 mm, war die mittlere Grösse des Ausdehnungscoefficienten gleich:

0,003668 [1]).

Dem Drucke 532,10 mm entspricht der mittlere Ausdehnungscoefficient:

0,003655 u. s. w. [2]).

Die zu vergleichenden Quecksilberthermometer konnten in drei Gruppen getheilt werden: 1. Thermometer mit Milchscala und mit Theilungen von $\frac{1}{8}$° (von Geissler, Scheibler und anderen) zur Bestimmung der Siedetemperaturen, 2. Thermometer aus Bleiglas von Alvergniat in Paris und von Lenoir und Forster in Wien (sog. Normalthermometer), 3. Thermometer aus gewöhnlichem Natronglas der Berliner und Wiener Fabriken. Die erste Gruppe und die Thermometer von Alvergniat konnten nicht calibrirt werden (in diesen letzten befindet sich Stickstoff oberhalb des Quecksilbers); wo das Calibriren möglich war wurde es mit Hilfe von Säulchen von verschiedener Länge ausgeführt, wobei Mikroskope mit Ocularmikrometern benutzt wurden.

Jedes Thermometer der ersten Gruppe wurde mehrmals mit dem Luftthermometer bei Temperaturen in der Nähe von 20 und 50° verglichen. Man setzte die Thermometer in beiden Fällen in das von schlechten Leitern umgebene Gefäss mit Wasser ein, wo man mit Hilfe der Rührlöffel eine möglichst constante Temperatur unterhielt.

Die Resultate der Vergleichung bei Temperaturen, die unter 100° lagen, ergaben sich im allgemeinen miteinander vergleichbar. Ich habe bemerkt, dass die Angaben aller Thermometer in der Nähe von 20 und 50° kleiner als die des Luftthermometers sind; die grösste beobachtete Differenz (in der Nähe von 50°) überstieg nicht 0,3°.

Für jedes Thermometer wurden alle Resultate der Vergleichung mit dem Luftthermometer graphisch dargestellt, wobei die Angaben

---

1) Nach Magnus und Jolly 0,0036678; später gibt Jolly (Pogg. Ann. Jubelband) 0,00366957; nach Regnault 0,003665.

2) Die cubischen Ausdehnungscoefficienten des Glases waren nach der Methode der Wägungen: für die Reservoire von Miller 0,00002359 und von Jolly 0,00002442.

des Quecksilberthermometers als Abscissen und die beobachteten Differenzen der Angaben eines gegebenen Thermometers und des Luftthermometers als Ordinaten angenommen wurden.

Um die Abweichungen bei hohen Temperaturen zu beobachten, wurde das Reservoir des Luftthermometers und der zu untersuchenden Quecksilberthermometer (nicht mehr als zwei auf einmal) möglichst nahe in die Mitte des letzten der vier Bäder von Magnus, welche als Thermostaten dienten, gesetzt. Die Bäder von Magnus bestanden aus eisernen Kästen, welche so aufgestellt wurden, dass sie sich nirgends berührten, und dass die erwärmte Luft zwischen den Wänden frei circuliren konnte, (Fig. 2 *P*). Jeder Kasten hatte ausser zwei Fenstern (die zwei inneren Kasten hatten Glasfenster, die zwei äusseren Glimmerfenster) einen Deckel und eine Oeffnung (welche man auf eine besondere Art verschliessen konnte), (Fig. 2 *F*), durch welche das Kügelchen des Luftthermometers oder der Apparat zur Messung der Drucke durch Asbestpfröpfe in das Innere der Bäder eingeführt werden konnte. Die Versuche erwiesen, dass es zur schnellen Erreichung bedeutender Temperaturen (250—300^0) vortheilhaft ist, in dem Boden der letzten Wanne eine grosse Oeffnung auszuschneiden, oder auch den Boden ganz und gar herauszunehmen. Wie bekannt stellen die Luftbäder den einfachsten und bequemsten Apparat in den Fällen dar, wenn man eine hohe Temperatur rasch erhalten muss; ihre Fähigkeit aber, als Thermostate zu dienen, ist ungenügend untersucht und wir wollen deshalb diesbezüglich einige Worte sagen. Nach den Beobachtungen von Avenarius und Sajontschewsky ergaben sich die Angaben der an zwei verschiedenen Stellen des inneren Kastens angebrachten Quecksilberthermometer ganz übereinstimmend [1]), wenn die Temperatur wenigstens 15—20 Minuten lang constant blieb; es ist jedoch sehr schwierig, während eines solchen langen Zeitintervalles die Constanz der Temperatur zu erreichen. Man hat sehr oft, sogar bei den Temperaturen, die unter 200^0 liegen, (die Beobachtungen von Avenarius wurden nur bis 190^0 ausgeführt) sehr lange zu warten, bis die Angaben des Thermometers in den Grenzen von 0,1—0,2^0 schwanken. Bei höheren Temperaturen aber bürgt selbst die erreichte Beständigkeit der Thermometerangaben durchaus nicht dafür, dass die Temperatur aller Theile der Bäder constant ist.

Wie ich mich aus meinen letzten Arbeiten überzeugt habe, ist die Wirkung der Lage der Gasflamme bei starkem Erwärmen (zuweilen sogar beim Glühen) sehr bedeutend. Wenn man eine oder zwei Gasflammen näher zu einem Rande des äusseren Bades bringt und wenn selbst die Angaben zweier Thermometer, von welchen das eine dem

1) Mélanges phys. et chim. tirés du Bul. etc. t. IX p. 655.

erwärmten und das andere dem entgegengesetzten Rande des Bades näher ist, gar nicht schwanken werden, können doch die Angaben dieser Thermometer zuweilen um 0,5⁰ differiren. Die Frage wird noch verwickelter, wenn man in das Innere des letzten Bades Gegenstände

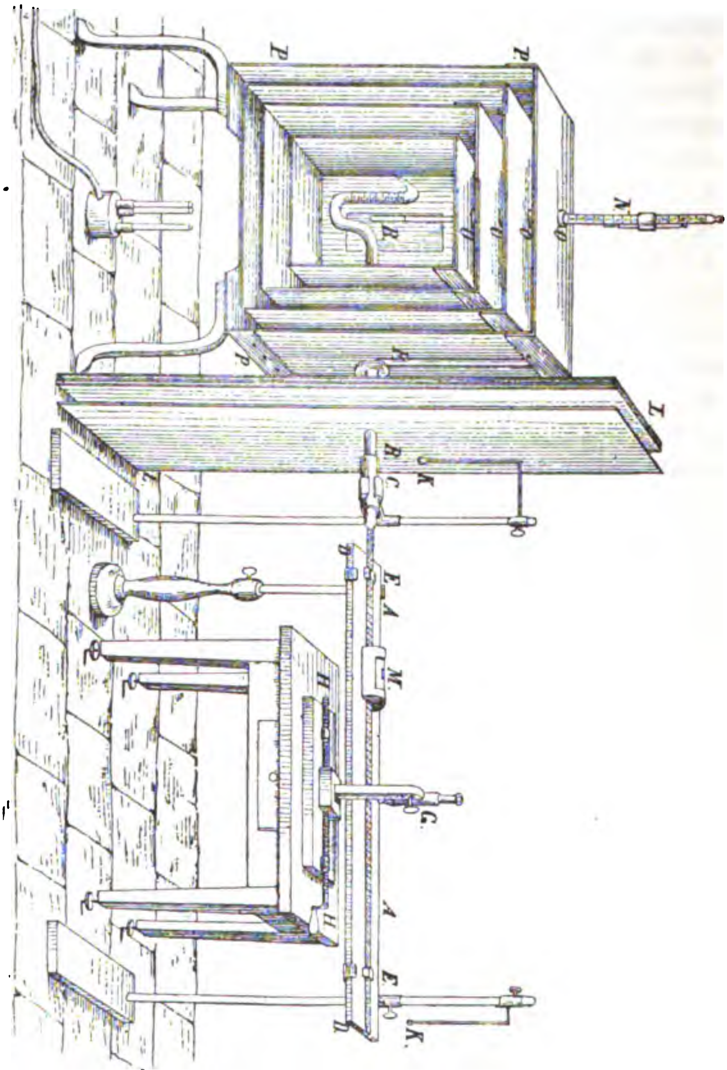


Fig. 2.

von beträchtlicher Grösse, wie z. B. das Reservoir des Luftthermometers bringt. Die bedeutende Masse desselben [1]) lässt es nicht zu, dass das Innere des Bades eine gewisse Temperatur rasch erreiche; ausserdem

1) Das Volumen des angewendeten Reservoirs war (Minimum) etwa 40 cbcm.

wirkt dieses Reservoir in Bezug auf die nebenan aufgestellten Quecksilberthermometer, wie ein Schirm. Man kann die Differenz der Angaben eines und desselben Quecksilberthermometers, welches man mit dem Luftthermometer vergleicht, nicht anders erklären, als dadurch, dass wir es anstatt mit einer constanten Temperatur des letzten der Bäder oft nur mit einem stationären Zustand desselben zu thun haben. Dies alles complicirte im hohen Grade die Beobachtungen, bei welchen die Constanz der Temperatur erforderlich ist. Um auch nur annähernd richtige Curven der Abweichungen des Quecksilberthermometers zu erhalten, mussten nicht weniger als 30 Bestimmungen ausgeführt werden.

Weil die Untersuchung der Flüssigkeiten bei hohen Temperaturen sehr oft durch das Platzen der Thermometer unterbrochen wird, mussten wenigstens 8—10 verglichene Thermometer vorräthig sein[1]; bei Anwendung der Bäder von Magnus hat man deshalb Monate nöthig, um die Vergleichung der Quecksilberthermometer mit dem Luftthermometer zu Ende zu führen.

Es ist nicht überflüssig, die Werthe der Abweichungen einiger meiner Thermometer bei Temperaturen über 100° anzugeben.

Luftthermometer	Quecksilberthermometer				
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	nach Kohlrausch
100	100	100	100	100	100
125	100	125,1	125,5		125,2
150	150,2	150,5	150,9		150,5
175	175,4	175,7	176,3		175,8
200	200,7	201,1	201,8		201,1
225	226,1	226,6	227,5		226,8
250	251,5	252,2	253,2	250,9	252,4
275	277,1	277,7		276,5	277,8
300	302,6	303,2		302,1	303,3
325				327,6	
350				354,9	

Nr. 1 und Nr. 2 bezeichnen zwei Thermometer von Lenoir und Forster; (die zwei Thermometer von Alvergniat gaben Abweichungen, welche von denen des mit Nr. 2 bezeichneten wenig abwichen).

1) Obgleich die Spannkraft der Dämpfe der untersuchten Substanzen nicht bedeutend war und obgleich die Versuche sehr vorsichtig vorgenommen wurden, so wurden dennoch während der letzten Versuche nicht weniger als sechs Thermometer durch Explosionen verdorben.

Nr. 3 ist das gewöhnliche Thermometer von Natronglas; Nr. 4 ein ebensolches, aber aus anderer Fabrik. Die letzte Columne enthält die Abweichungen des Quecksilberthermometers nach Kohlrausch (Lehrbuch zu den praktischen Arbeiten in der Physik S. 65, Russische Uebersetzung von Lamansky). Bei der Correction der Abweichungen der Quecksilberthermometer, wurde der Coefficient der scheinbaren Ausdehnung des Quecksilbers im Glase der Grösse 0,000155 gleich angenommen.

Auf die Genauigkeit der Angaben wirkt zuweilen die Erhöhung des Nullpunktes der Thermometer ein. Vor dem Anfange der Arbeiten wurden alle Thermometer 7—8 Stunden lang bis auf die höchste Temperatur erwärmt. Dieses vorläufige Erwärmen erhöhte den Nullpunkt der Thermometer von Bleiglas um 0,5—1,0° und der Thermometer vom gewöhnlichen Glas um 1,0—2,5°; bei jedem folgenden Erwärmen wurde eine weitere Erhöhung des Nullpunktes bemerkt. Während zweier Monate erhöhte sich der Nullpunkt eines der Thermometer von Alvergniat um 8,0° und der Nullpunkt des Thermometers Nr. 4 um 11,0°. Sehr oft wurde eine Erhöhung des Nullpunktes um 0,4—0,5° bemerkt, wenn bei Temperaturen von 250—300° die Beobachtungen vier oder fünf Stunden lang dauerten. Aus dem oben gesagten folgt, dass von einer vollkommen strengen Bestimmung der Correctionen keine Rede sein konnte.

Die Messung der Drucke.

Der Apparat zur Messung der Drucke war derselbe, dessen ich mich bei meinen vorigen Arbeiten bediente[1]) d. h. ein horizontales Manometer von Sajontschewsky[2]) (Fig. 2 und 3). Der Schenkel BB

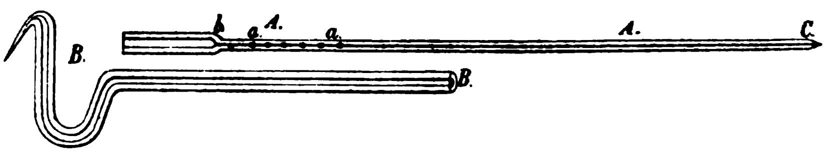


Fig. 3.

wurde aus einer Barometerröhre von 2—3 mm im Diameter gemacht; ihr Ende war umgebogen, in Millimeter getheilt und kalibrirt. An diesen Schenkel wurde das Manometer AA angelöthet. Das letztere bestand aus einer capillaren Röhre (ca. 800 cm lang) mit einem angelötheten Stück Barometerrohr, damit es bequemer wäre, ein und dasselbe Manometer an die verschiedenen Schenkel BB anzulöthen.

1) Journ. d. russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 157 u. 536.
2) Kiewer Universitäts-Abhandlungen (Iswestija) 1878. Beiblätter Bd. 3 S. 741.

Grösserer Festigkeit wegen wurde die Löthstelle mit einer Stahlmuffe umgeben und mit Hilfe des Kittes von Mendelejeff befestigt. Der grösste Theil des Rohres AA (ca. 60 cm) wurde sorgfältig in Millimeter getheilt; auf dem übrigen Stücke wurden 8—14 kleine Reservoire aa ausgeblasen solcherart, dass die Capacität jedes Reservoirs derjenigen des cylinderförmigen Theiles annähernd gleich oder ein wenig kleiner war. In den Intervallen zwischen den Reservoiren und zwischen dem letzten Reservoire und dem angelötheten Stücke des Barometerrohres wurden auch Theilungen aufgetragen. Die Kalibrirung wurde derartig ausgeführt, dass man das Säulchen von Quecksilber (ca. 20 mm lang) mehrmals langsam durch die ganze Länge des Manometers gleiten liess und mit Hilfe eines Mikroskopes mit Mikrometerapparat die den gleichen Volumina entsprechenden Theilungen ablas (Fig. 2). Das Volumen des Säulchens wurde als Einheit angenommen und die Resultate der Messung in diesen willkürlichen Einheiten ausgedrückt[1]). Die Capacität des Reservoirs wurde auf zweierlei Weise bestimmt: 1. mit Hilfe mehrerer Wägungen des Quecksilbers, welches das ganze Manometer und den cylinderförmigen Theil erfüllte; 2. nach der Methode der Volumina. Jedes Reservoir wurde einzeln mit Quecksilber erfüllt, welches darauf in den cylinderförmigen Theil übergeführt wurde; aus der Zahl der vom Quecksilber eingenommenen Theilstriche konnte das Volumen jedes Reservoirs sehr genau in den von uns angenommenen Einheiten ausgedrückt werden[2]). Es ist leicht einzusehen, dass die zweite Methode wesentliche Vorzüge vor der ersten darbietet. So z. B. ist für das Manometer Nr. 1 das Gewicht des Quecksilbersäulchens, welches wir als Volumeneinheit annehmen, nahezu 0,007 g und da man mit Hilfe des Mikrometers leicht $\frac{1}{40}$—$\frac{1}{50}$ mm ablesen kann, so gewähren die Ablesungen eine Genauigkeit von $\frac{1}{800}$—$\frac{1}{1000}$ unserer Einheit. Die Unterschiede verschiedener Kalibrirungen nach der zweiten Methode überstiegen niemals 0,03 der angenommenen Einheit.

Das Manometer wurde mit Luft gefüllt, da die letzten Arbeiten von Amagat[3]) die Möglichkeit geben, die Angaben des Luftmanometers auf die Angaben des Quecksilbermanometers zurückzuführen. Die Füllung wird am besten in folgender Weise ausgeführt. Der Apparat wird horizontal auf einem Spiegelglase DD aufgestellt, wozu die Walzen EE und das Niveau M dienten; mit Hilfe der Sprengel'schen

1) Zu welchem Zwecke für jedes Manometer zwei Tabellen berechnet wurden, welche der Kalibrirung vermittelst zweier verschiedener Säulchen entsprachen. Die Angaben dieser beiden Tabellen controllirten sich gegenseitig.

2) In ähnlicher Weise wird vor jeder Füllung des Manometers das Volumen des abgetrennten Theilchens C bestimmt.

3) C. R. t. XCIX p. 1153.

Wasserpumpe wird darauf die Luft erstens durch den Trockenapparat (Aetzkalilösung, Chlorcalcium, Schwefelsäure, Phosphorsäureanhydrid), zweitens durch das Proberöhrchen, ferner (Fig. 4) durch das Manometer und endlich nochmals durch einen Trockenapparat (Phosphorsäureanhydrid und Chlorcalcium) geführt. Nach Verlauf einiger Stunden wird das Proberöhrchen mit Quecksilber umgebogen und letzteres tritt durch den Schenkel *BB* in den Apparat. Wenn das Quecksilber bis zur Capillarröhre gelangt, wird das Probirgläschen in die vorige Lage gebracht und die Pumpe vom Apparate isolirt. Unter solchen Verhältnissen ist es leicht zu erreichen, dass das Niveau des Quecksilbers im Manometer irgendwo zwischen *ab* (Fig. 3) sich befindet. Nachdem diese Höhe sowohl als auch die Angabe des Thermometers und Barometers notirt worden, wird der Kautschuk rasch vom ausgezogenen Ende *C* abgenommen und das Ende verlöthet.

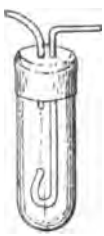


Fig. 4.

Das genaue Volumen des im Manometer enthaltenen Luftquantums unter atmosphärischem Drucke konnte nur durch einige Bestimmungen der Höhe des Quecksilbers im Intervalle *ab* festgestellt werden.

Sobald das Manometer gefüllt und das Volumen des Luftquantums bestimmt worden, wird in den umgebogenen Theil des Schenkels *BB* eine gewisse Quantität der zu untersuchenden Flüssigkeit [1]) eingeführt, darauf lässt man dieselbe einige Zeit sieden, um alle Luft auszutreiben und endlich wird das ausgezogene Ende *C* zugelöthet.

Die Anordnung des Apparates für die Beobachtungen ist in Fig. 2 dargestellt und bedarf keiner besonderen Erklärung. *AA* ist das Manometer; *BB* die an dasselbe angelöthete Barometerröhre, welche bis

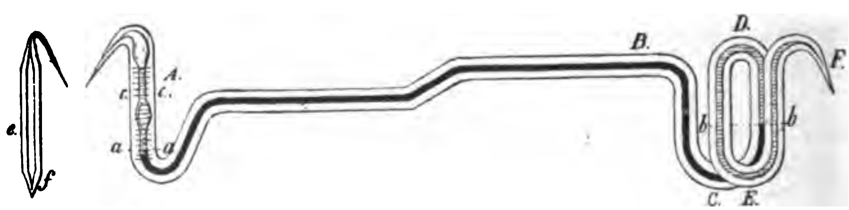


Fig. 5.

zu einer gewissen Höhe mit Quecksilber *aa* (Fig. 5) und weiter mit der zu untersuchenden Flüssigkeit angefüllt ist. *C* ist die Stahlmuffel, *DD*

1) Die Quantität der Flüssigkeit wurde durch die auf der Röhre angebrachte Theilung (wie in Fig. 5 *A*) deren Capacität bekannt war, gemessen. Die Füllung wird am besten ausgeführt indem man das ausgezogene Ende in ein Probeglas mit der Flüssigkeit versenkt und sodann das andere Ende des Apparates auf- und abhebt; es wirkt dann wie eine Pumpe.

das Spiegelglas, EE die beweglichen Walzen, welche zugleich mit dem Niveau M zur horizontalen Aufstellung des Apparates dienen; F ist eine Oeffnung im Asbestpfropfen, durch welche BB hindurchgeht, G ist das Mikroskop und HH eine Führung, um dasselbe der Theilung des Manometers entlang verschieben zu können; KK Thermometer zur Bestimmung der Temperatur der das Manometer umgebenden Luft, LL sind drei Schirme aus polirtem Blech, welche einander nicht berühren; M das Niveau und N das Thermometer, O die Oeffnung im Deckel des Bades, durch welche das Thermometer in das Bad eingeführt wird [1]); P endlich die Bäder von Magnus.

Zur Controle der Horizontalität des Apparates während der Beobachtung diente ausser dem Niveau M noch ein Fernrohr, welches um eine verticale Achse drehbar war, und welches auf das Ende des Schenkels BB eingestellt wurde. Mit Hilfe desselben wurde sowohl die Höhe des Quecksilbers als auch der Flüssigkeit zwischen den Theilstrichen abgelesen; derart konnte die Correction wegen der Verschiedenheit des Niveaus in der weiten Röhre BB und der Manometerröhre bestimmt werden. Es sei hier bemerkt, dass die Messung des Druckes durch Gasmanometer zwei wesentliche Fehlerquellen darbietet.

Wie bekannt, bestimmt man den Druck aus der Formel:

$$\frac{pv}{1+\alpha t} = \text{const.}$$

wo p den Druck, v das Volumen, α den Ausdehnungscoefficient, t die Temperatur bezeichnen. Es ist leicht, die Grösse von const. aus mehreren Messungen des anfänglichen Volumens bei verschiedenen Höhen des Barometers und verschiedenen Temperaturen der umgebenden Luft zu erhalten. Wenn wir jedoch zu hohen Drucken übergehen, wird die Genauigkeit unserer Bestimmungen von der angenommenen Grösse von α abhängen; in Bezug auf dieselbe wissen wir nur, dass sie sich mit dem Drucke beträchtlich ändert. Um die Berücksichtigung der hieraus resultirenden Correction zu vermeiden, bemüht man sich, das Manometer bei constanter Temperatur zu erhalten und umgibt es zu diesem Zwecke mit einer Glasröhre, durch welche Wasser fliesst. Wenn aber die Länge des Manometers beträchtlich ist, so wird die Beständigkeit der Temperatur nur relativ sein, während ein solches Anpassen die Ablesung erschwert. Man zieht es daher vor, bei geringen Schwankungen der Temperatur eine annähernde Correction einzuführen, wobei man sich nur die Temperatur des Manometers

1) Die Oeffnungen im Deckel sind mit Pfropfen verschlossen, welche mit flüssigem Glase getränkt wurden; durch diese Pfropfen wurde das Thermometer N gesteckt.

genau zu bestimmen bemüht[1]). (Zu diesem Zwecke lag ausser dem Thermometer *KK* neben dem Manometer *AA* noch ein anderes Thermometer.) Zur Berücksichtigung der obenerwähnten Correction bediente ich mich der angenäherten, von Regnault gegebenen Grössen von α[2]). Da ich in einem geräumigen und hohen Laboratorium arbeitete, hatte ich niemals Gelegenheit, eine Erhebung der Temperatur des Manometers um mehr als 2° zu beobachten und das auch nur nach sechs- bis achtstündigem Erwärmen, so dass ein Fehler der Messungen durch die Ungenauigkeit von α nicht beträchtlich sein konnte.

Indem Hannay mit Wasserstoffmanometern mit Capillarröhren arbeitete, bemerkte er, dass die Angaben der Manometer umso grösser seien, je kleiner ihre Diameter und umsomehr differirten, je grösser der Druck war[3]). Obgleich man für Luftthermometer nichts ähnliches bemerkt hat, benutzte ich doch, da ich die Möglichkeit einer solchen Erscheinung voraussetzte, nur zwei Manometer mit nahezu gleichen Diametern (mittlerer Diameter Nr. 1 = 0,173 mm; Nr. 2 0,220). Die Angaben beider Manometer waren beim Drucke von ca. 40 Atmosphären verglichen worden und ergaben sich nahezu gleich (bis 0,2—0,3 Atmosphären), wobei der Druck nach Nr. 1 immer grösser als nach Nr. 2 war.

Wir wollen jetzt die Versuche selbst beschreiben.

Die zu untersuchenden Substanzen waren:

Ameisensäuremethylester,	Essigsäuremethylester,	Propionsäuremethylester,	Buttersäuremethylester,
Ameisensäureäthylester,	Essigsäureäthylester,	Propionsäureäthylester,	Buttersäureäthylester,
Ameisensäurepropylester,	Essigsäurepropylester,		
Ameisensäureisobutylester,	Essigsäureisobutylester,		
Ameisensäureamylester,			

Isobuttersäureäthylester, Valeriansäuremethylester, Methyläthyläther, Chloräthyliden, Chloräthylen.

Die Ester fetter Säuren wurden gewählt, weil 1. dieselben eine Reihe homologer Substanzen darbieten; 2. ihre Eigenthümlichkeiten in letzter Zeit sorgfältig und allseitig untersucht worden sind. So z. B. bestimmte Schumann die Spannkraft ihrer gesättigten Dämpfe[4]); Elsässer und de Heen haben ihre Dichtigkeit und Ausdehnungscoefficienten[5]) bestimmt; Long die Brechungsexponenten[6]); de Heen und Schiff die capillaren Constanten[7]) u. s. w.

---

1) Regnault, Mémoires de l'Académie des sciences t. XXVI p. 535 etc. Sajontschewsky, a. a. O. Grimaldi, Sulla dilatazione termica dei liquidi a diverse pressioni. Catania 1885 p. 23.

2) Mémoires de l'Académie t. XXVI p. 573. Grimaldi nimmt die Zahlen von Blaserna an.

3) Hannay, Proc. Roy. Society vol. XXXIII p. 295, 298.

4) Schumann, Wied. Ann. Bd. 12 S. 40.

5) Elsässer, Lieb. Ann. Bd. 218 S. 392. De Heen Beibl. Bd. 5 S. 105.

6) Beibl. Bd. 5 S. 576.

7) De Heen, Bulletin de l'Académie roy. de Belgique (3) t. V No IV p. 505. Schiff, Gazetta chimica italiana vol. XIV p. 294 1884.

Schon Regnault sprach das Bedauern aus, dass wir sehr wenige Körper haben, an denen die verschiedenen Wärmewirkungen genau und bequem untersucht werden können; die Mehrzahl der Substanzen zerlegt sich, wenigstens theilweise, bei fortdauernder Wirkung hoher Temperaturen. Die Zerlegung kann durch die folgenden Ursachen bedingt sein: 1. durch die Wirkung fremder Beimischungen; 2. durch chemische oder Contact-Wirkung der umgebenden Substanzen (Glas, Kupfer, Quecksilber); 3. durch das Erwärmen selbst. Wir können also ausser den von der Art und Genauigkeit der Beobachtungen abhängigen Fehlern noch einen bedeutenden Fehler einführen, welcher von der Veränderung der Substanz während der Versuche selbst abhängt. Die Arbeiten von Regnault zeigen, wie gross diese Veränderungen in der That sein können [1]).

In der Absicht, meine Resultate untereinander und mit den Resultaten anderer Beobachter vergleichbar zu machen, musste ich suchen, die zu untersuchenden Substanzen unter vollständig gleiche Bedingungen zu versetzen und deshalb wurde ein und dieselbe Methode, die von Schumann [2]), zur Reinigung aller Ester angewandt. Dieser Beobachter (und mit ihm Elsässer, Long und andere) bezog die Aether von Kahlbaum und es war daher natürlich, dass ich mich derselben Quelle bediente. Jeder Ester wurde zunächst mit einer wässerigen Potaschelösung gemischt und nachdem man ihn so mehrere Tage lang stehen lassen, wobei die Mischung von Zeit zu Zeit umgeschüttelt wurde, unterwarf man die Flüssigkeit der Destillation. Die sauere Reaction verschwand gewöhnlich, obgleich man z. B. für die Ester der Buttersäure das Schütteln mit der Potaschelösung und die Destillation zwei oder drei Male wiederholen musste. Um die Substanzen zu entwässern, liess man den Ester zunächst einige Zeit lang stehen und destillirte ihn dann, anfangs mit der frisch erhitzten Potasche und danach mehrmals mit wasserlosem Kupfervitriol. Die Ester blieben mit diesen Körpern wenigstens eine Woche lang in Berührung, wobei das Schütteln nicht unterlassen wurde. Zuletzt, sobald das Kupfervitriol seine Farbe zu ändern aufhörte, wurde der übergegangene Ester einer fractionirten Destillation in Kölbchen mit Linnemann'schen Deflegmatoren (mit Platinnetzen) oder auch in einem kleinen in Fig. 6 dargestellten Apparate unterworfen [3]).

---

1) Mémoires de l'Académie t. XXVI p. 391, 819.

2) Wied. Ann. Bd. 12 S. 40—41.

3) Dieser letzte diente gewöhnlich zur Bestimmung der endgiltigen Siedetemperatur. *A* ist das Probirglas mit Pfropfenverschluss, durch welchen hindurchgehen: 1. die Röhre *C* zum Hinauslassen des Dampfes, 2. das Thermometer *D* und das unten offene Probirgläschen *B* mit den Oeffnungen *aa*.

Da die tief oder hoch siedenden Destillations-Fractionen während der letzten Destillationen in $CuSO_4$ aufgefangen werden konnten, so waren zwei bis drei Destillationen hinreichend, um das Product mit derselben Siedetemperatur wie Schumann zu erhalten. Die Fraction mit annähernd constanter Siedetemperatur betrug für die ersten Glieder der Reihe $\frac{1}{2}$—$\frac{1}{3}$ des anfänglichen Quantums und für die letzten $\frac{1}{3}$—$\frac{1}{4}$. Da es ausser der Messung der Drucke bei der kritischen Temperatur sich noch darum handelte, die Spannkraft der gesättigten Dämpfe bei höheren Temperaturen zu messen, als Schumann, so wurde noch eine langsame Destillation für diejenigen Ester ausgeführt, deren Siedetemperatur sich während des Ueberganges mehr als um 0,1° erhöhte. Die bei 0,1° übergehenden Portionen wurden in Probirgläschen aufgesammelt, welche darauf zugeschmolzen wurden. (Man bewahrte alle Ester im allgemeinen in zugeschmolzenen Gefässen.) Von den auf solche Weise bereiteten Mustern konnte man zur Untersuchung dasjenige wählen, dessen Siedetemperatur derjenigen von Schumann nahe kam, so dass unsere Beobachtungen mit denen des genannten Beobachters vergleichbar sind.

Es muss bemerkt werden, dass die oben angeführte Art der Reinigung der Ester angewendet wurde nicht nur, weil es erwünscht war, die Substanzen mit denselben Eigenschaften zu besitzen, wie andere Beobachter, wenn auch dieser Umstand allein hinreichend wäre, sondern auch, weil das Kupfervitriol, das die Ester nicht gänzlich von Wasser befreien kann[1]), auf dieselben sehr wenig wirkt, während das zuweilen benutzte Phosphorsäureanhydrid oder Chlorcalcium den Ester stark verändert. Ihre Wirkung, welche man bei einigermaassen niedrigen Temperaturen nicht bemerken kann, tritt sehr deutlich bei höheren Temperaturen zu Tage[2]).

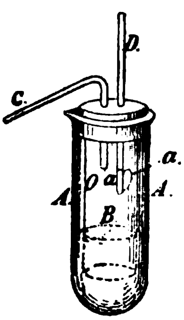


Fig. 6.

Die mögliche Existenz der sehr unbedeutenden Wasserquantität in allen Estern bot folglich keine besondere Unbequemlichkeit dar. Viel unbequemer sind diejenigen Fälle, in welchen die Siedetemperatur der Siedetemperatur des correspondirenden Alkohols nahe ist und wo es folglich unmöglich war, eine Substanz von der anderen mit Hilfe der fractionirten Destillation abzusondern. Was den Methyläthyläther anbetrifft, bediente ich mich der Reste der vorigen Arbeiten[3]). Dieser in zugeschmolzenem Gefässe bewahrte Ester wurde für den vorliegenden Fall nochmals destillirt.

1) Lieben und Rossi, Lieb. Ann. Bd. 158 S. 151.

2) Schoop, Wied. Ann. Bd. 12 S. 550.

3) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft zu St. Petersburg Bd. 15 S. 27.

Das Chloräthyliden (von Paraldehid) und Chloräthylen (immer von Kahlbaum) wurde durch Waschen mit schwacher Lösung von Aetznatron und Trockenmachen der ersten Substanz durch Aetzkalk, der zweiten durch Chlorcalcium, und zuletzt durch die fractionirte Destillation gereinigt.

Die folgende Tabelle enthält die Siedetemperaturen aller untersuchten Substanzen.

Die erste Columne enthält die Siedetemperaturen der für die Beobachtungen genommenen Fractionen nach dem Luftthermometer; die zweite die Barometerablesungen; die dritte die nach den Tafeln von Schumann interpolirten Siedetemperaturen nach dem Quecksilberthermometer[1]); die vierte die angenommenen Siedetemperaturen bei normalem Luftdrucke; die fünfte dieselben Temperaturen nach Schumann nach dem Quecksilberthermometer[2]).

Ameisensäuremethylester . . .	31,4	742,9	31,45	32,3	32,3
Ameisensäureäthylester	53,6	737,9	53,4	54,7	54,8
Ameisensäurepropylester . . .	80,3	743,0	80,2	81,0	81,0
Ameisensäureisobutylester . .	96,7	744,1	96,8	97,8	97,9
Ameisensäureamylester	122,6	748,3	122,9	123,1	123,3
Essigsäuremethylester	57,1	747,0	56,9	57,5	57,8
Essigsäureäthylester	76,7	747,1	76,5	77,3	77,1
Essigsäurepropylester	100,0	744,2	100,1	100,8	100,8
Essigsäureisobutylester	115,5	749,0	115,7	116,3	116,2
Propionsäuremethylester . . .	79,2	745,5	78,9	80,1	79,9
Propionsäureäthylester	97,8	744,7	97,8	98,3	98,3
Buttersäuremethylester	101,6	745,9	101,7	102,3	102,3
Buttersäureäthylester	119,1	748,5	119,2	119,8	119,9
Isobuttersäureäthylester . . .	109,4	749,6	109,5	110,0	110,1
Valeriansäuremethylester . . .	115,8	743,1	115,9	116,6	116,6
	—	—	—	—	—
Methyläthyläther	11,2	754		11,5	
Chloräthyliden	56,4	689		57,8	
Chloräthylen	82,7	742,2		83,6	

Die Bestimmung des kritischen Volumens.

Bei der Untersuchung des kritischen Zustandes ist es zweckmässig, zunächst das kritische Volumen zu bestimmen. Obgleich die Messung

1) Wied. Ann. Bd. 12 S. 46—50.

2) Ebenda S. 41—42.

desselben im allgemeinen sehr schwierig ist[1]), so kann doch von einer Messung der kritischen Temperaturen und Drucke nicht die Rede sein, wenn wir nicht das kritische Volumen, wenn auch nur annähernd, kennen. Der zu untersuchende Körper erreicht beim Erwärmen den kritischen Zustand nur in dem Falle, wenn das Volumen des Raumes, welcher die Flüssigkeit und ihre Dämpfe enthält, dem kritischen Volumen der Flüssigkeit gleich ist[2]).

Es enthalte eine an beiden Enden zugeschmolzene Röhre irgend eine Flüssigkeit. Wenn wir diese letzte langsam erwärmen, tritt ein Moment ein, wo alle Flüssigkeit in Dampf übergegangen ist und das Röhrchen von einer homogenen faserigen Masse angefüllt ist.

Je nach dem Verhältnisse der anfänglichen Flüssigkeitsquantität und des Volumens der Röhre geht die Flüssigkeit in Dampf über, indem sie entweder allmählig verdampft und ihr Niveau bis auf den Boden der Röhre sinkt, oder indem sie sich ausdehnt und die ganze Röhre erfüllt, oder endlich indem sie ihr Volumen nur bis zu einer gewissen Grenze, bei welcher die Zwischenschicht des Dampfes und der Flüssigkeit allmählich verschwindet, ändert. Man beobachtet den ersten Fall bei einem zu kleinen anfänglichen Volumen der Flüssigkeit, wo dieselbe noch vor dem Eintritte der kritischen Temperatur vollständig verdampft, den zweiten bei einem zu grossen anfänglichen Volumen, den letzten bei normalem kritischen Volumen.

Wir haben noch ein Kriterium, an welchem man beurtheilen kann, ob das angenommene Volumen dem normalen nahe sei oder nicht, nämlich: das Erscheinen der charakteristischen Trübung. Wir wollen diesen Umstand etwas ausführlicher untersuchen. Das Verschwinden der Zwischenschicht des Dampfes und der Flüssigkeit irgendwo in der Mitte der Röhre ist von folgenden Erscheinungen begleitet: kurz vor dem Verschwinden des Meniscus fängt die Flüssigkeit lebhaft zu sieden an, aber bald geht die dicke blasenförmige Trübung in eine Art Nebel über; es erscheinen innerhalb und ausserhalb der Flüssigkeit sich schnell bewegende Wasserstrahlen und die Zwischenschicht wird endlich unmerkbar. Wenn man aber die Röhre mit Flüssigkeit nicht über ihre ganze Länge gleichförmig erwärmt, ist das Erscheinen des Nebels und der Wasserstrahlen von dem unverzüglichen Verschwinden der Zwischenschicht nicht begleitet; dieser letztere fährt fort sich in einen kälteren Theil der Röhre zu erheben, wo er zuweilen gerade am Rande ver-

1) „Die Continuität des gasförmigen etc." von Van der Waals. Deutsche Auflage 5 S. 94.

2) Ebenda. Siehe auch Avenarius „Ueber den kritischen Zustand der Körper". Journ. der element. Mathematik herausg. von Prof. Ermakoff. Kiew November 1884.

schwindet. Es ist deshalb besonders wichtig, den umgekehrten Uebergang des Dampfes in Flüssigkeit beim langsamen Erkalten zu beobachten.

Wie man aus den Beobachtungen einiger Dutzend Substanzen bemerken kann, geht der erwähnte Process bei Flüssigkeitsvolumina, welche den normalen nahe sind, in folgender Weise vor sich. Es erscheint anfangs eine feine Trübung, in der Mitte der Röhre (himmelblau im reflectirten Lichte und gelb im durchgehenden); diese Trübung wird immer dunkler, dann wird sie opalisirend und zuletzt milchweiss; die Röhre wird undurchsichtig, und endlich erscheint eine lebhaft siedende Flüssigkeit. Wenn eine grössere Quantität von Flüssigkeit genommen wird, bemerkt man bei dem umgekehrten Uebergange zwar auch zunächst die bläuliche Trübung, welche nach und nach dunkler wird, wobei aber die undurchsichtige Trübung auf der ganzen Länge der Röhre nicht stattfindet. Eine intensive Trübung zeigt sich am oberen Theile der Röhre, wobei die Flüssigkeit immer tiefer heruntersinkt und gleichzeitig das Niveau der Trübung, bis sie das Ende der Röhre erreicht. Bei kleinem anfänglichen Volumen bemerken wir wieder nicht das Erscheinen der undurchsichtigen Trübung. Nach Bildung eines leichten Nebels erscheint die Flüssigkeit wieder in der Form eines feinen Regens, welcher von den oberen kälteren Theilen der Röhre herabfällt.

Wir sehen also, dass das normale kritische Volumen durch das Erscheinen und das Verschwinden des Meniscus irgendwo in der Mitte der Röhre und nicht etwa in der Nähe ihrer Enden und ausserdem durch eine intensive, den umgekehrten Uebergang begleitende Trübung auf der ganzen Länge der Röhre charakterisirt wird.

Man kann diese Kennzeichen zur Bestimmung des kritischen Volumens benutzen [1]).

Da es als erwiesen angenommen werden kann, dass der kritische Zustand durch die Gleichheit der specifischen Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit bedingt ist, so wird die genaueste Methode der Bestimmung des kritischen Volumens darin bestehen, dass wir die rechten und linken Flüssigkeits- und Dampfgrenzcurven construiren und ihren Durchschnittspunkt aufsuchen, wie es Prof. Avenarius für Aether gethan hat [2]). Wegen der sehr bedeutenden Schwierigkeiten

1) Wenn man dabei die Temperaturen beobachtet, bei welchen die Zwischenschicht verschwindet und die Trübung auftritt, so sieht man leicht, dass diese Temperaturen für das normale Volumen die grössten sind.

2) Avenarius, Bulletin de l'Académie impér. de St.-Pétersbourg t. XXII p. 378. Auch Journal der element. Mathematik herausg. von Prof. Ermakoff November 1884.

der letzten Methode habe ich den Apparat von Prof. Avenarius (siehe Fig. 5) auf eine etwas abweichende Weise angewendet [1]). Der Apparat bestand aus zwei zusammengelötheten, dickwandigen Röhren (AB), welche, wie es die Figur zeigt, umgebogen sind. Am Ende des Röhrchens A (dessen Kanal möglichst cylinderförmig war) wurden zwei Reservoire ausgeblasen: das eine in der Nähe des Randes, das andere, mit einem etwas grösseren Volumen, unterhalb des Knies. Am cylinderförmigen Theile zwischen den beiden Reservoiren und ferner unterhalb des zweiten Reservoirs wurde eine Theilung aufgetragen, wobei die Capacität einzelner Intervalle, so wie auch die der geblasenen Reservoire durch die Wägemethode bestimmt wurden. (Das Volumen des zweiten Reservoirs war annähernd dem des cylinderförmigen Theiles gleich.)

Wir füllen jetzt unseren Apparat mit Quecksilber von aa bis auf bb und den Schenkel A von aa bis auf cc und den Schenkel $BCDEF$ von bb bis zum Ende mit Flüssigkeit. Wenn wir jetzt den Schenkel A bis zur kritischen Temperatur erwärmen, so kann man nach den oben angeführten Kennzeichen urtheilen, ob das angenommene Volumen dem kritischen nahe sei oder nicht. Wenn es zu klein ist (und es ist vortheilhafter, es etwas zu klein anzunehmen), erwärmen wir den Schenkel $BCDEF$; die Flüssigkeit in diesem letzteren dehnt sich aus, und das Niveau des Quecksilbers aa erhebt sich. Indem wir den Schenkel $BCDEF$ erwärmen (resp. erkalten), können wir das Volumen des Schenkels A verändern, bis wir die für das normale kritische Volumen charakteristischen Kennzeichen bemerken. Die Nachtheile des Apparates, wie es die Versuche von Jouk gezeigt haben, bestehen darin, dass das auf diese Weise bestimmte Volumen in weiten Grenzen schwankt. Wenn wir z. B. das Volumen des Aethers bei 0° als Einheit annehmen, so erhalten wir für das kritische Volumen die Grössen von 2,44 bis 2,76 [2]). Meine Beobachtungen über Ameisenmethyl haben mir für das kritische Volumen die Grössen von 2,95 bis 2,75 gegeben, obgleich ich glaube, alle Vorsichtsmaassregeln berücksichtigt zu haben. Die Ursachen solcher bedeutender Schwankungen sind zu suchen: 1. im ungleichförmigen Erwärmen und Erkalten des Schenkels der dickwandigen Röhre A; 2. in der Berührung der Flüssigkeit mit einem guten Wärmeleiter (Quecksilber), wobei es schwierig ist, die störende Wirkung dieser Berührung sogar bei constanten Temperaturen und umsomehr bei den veränderlichen Temperaturen zu beseitigen [3]); 3. in

1) Jouk, Universitäts-Abhandlungen (Iswestija) Kiew August 1884.

2) Kiewer Universitäts-Abhandlungen (Iswestija) November 1884.

3) Siehe unten die kritischen Temperaturen, welche in Manometerapparaten und zugeschmolzenen Röhren beobachtet wurden.

der Veränderung des Niveaus des Quecksilbers, welches vom Erwärmen des Schenkels $BCDEF$ unabhängig ist. Die Erhebung des Niveaus aa ist bedingt: 1. durch die Ausdehnung der Quecksilbersäule, welche im Bade (Wanne) sich befindet, und 2. durch die Veränderung der capillaren Constanten des Quecksilbers und — was das Hauptsächlichste ist — der Flüssigkeit.

Als deshalb der Apparat, nach Abschluss der Versuche über Ameisenmethyl zerbrach, bediente ich mich für die weiteren Beobachtungen einer anderen, sehr einfachen und bei alledem genügend genauen Methode, welcher, wenn es erforderlich wäre, eine mehr vervollkommnete Form ertheilt werden kann.

Aus einer dünnen, cylinderförmigen, in Millimeter getheilten und calibrirten Röhre (von etwa 2—3 mm in Diameter) wurde eine Reihe von Röhrchen zubereitet, welche die in Fig. 5 (def) dargestellte Form haben. Um zu verstehen, wie man diese Röhrchen für die Bestimmung des kritischen Volumens benutzen kann, theile ich hier meine Versuche über Ameisenmethyl mit.

Wir nehmen zunächst vier solche Röhrchen und füllen sie mit der Flüssigkeit bis auf resp. 0,42, 0,37, 0,34, 0,31 des ganzen Volumens; nachdem die Flüssigkeit hinreichend ausgekocht ist, schmelzen wir die Röhrchen zu und hängen sie innerhalb der Bäder von Magnus auf [1]). Beim Erwärmen bis zur kritischen Temperatur bemerken wir, dass das normale kritische Volumen zwischen den Volumina des zweiten und des dritten Röhrchens enthalten ist. Wir füllen dann mit aller möglichen Sorgfalt noch weitere drei Röhrchen (bis auf resp. 0,36, 0,35, 0,33 ihres Volumens) mit der Flüssigkeit (die Theilungen dieser Röhrchen wurden vorläufig calibrirt) und führen wieder die Substanz über den kritischen Zustand. Es ergibt sich dabei, dass die Volumina des ersten und des zweiten Röhrchens dem kritischen Volumen nahe sind, wobei das Volumen des ersten dem genannten Volumen näher ist, als das des zweiten (die Zwischenschicht verschwindet nicht in der Nähe des unteren Endes, sondern irgendwo in der Mitte). Behufs genauer Messung des kritischen Volumens wurde das Röhrchen No. 1 abgekühlt, mit Hilfe des Diamanten die Lage des Niveaus der Flüssigkeit angemerkt und darauf, nachdem das Endchen abgebrochen worden, die Flüssigkeit ausgetrieben und das Röhrchen sorgfältig getrocknet. Es erübrigt jetzt nur, dieses letzte mit Quecksilber zu füllen, erstens bis zu dem oben erwähnten Theilungsstriche und zweitens in seiner ganzen Ausdehnung, um das Verhältnis des Volumens der Dämpfe

1) Es ist begreiflich, dass man die Messung der Flüssigkeitsquantität ausführte, nachdem die zugeschmolzenen Röhrchen schon erkaltet waren.

bei der kritischen Temperatur und des Volumens der Flüssigkeit bei irgend einer gegebenen Temperatur zu erhalten.

In unserem Falle war das Gewicht des Quecksilbers bis zum Theilungsstriche (bei der Temperatur 22°) 3,346 g; das Gewicht der ganzen Quantität des Quecksilbers in dem Röhrchen 6,614 g. Wenn wir das Volumen der Flüssigkeit bei 22° als Volumeneinheit annehmen, so wird das kritische Volumen des Ameisenmethyls

$$v = \frac{6,614}{2,346} = 2,82.$$

Sobald das Verhältnis der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit sowohl, als auch das specifische Gewicht dieser letzteren bekannt sind, so ist es leicht, das kritische Volumen in beliebigen Einheiten ausgedrückt zu erhalten. Wir wollen, wie es Van der Waals macht, das Volumen des Dampfes bei dem Drucke einer Atmosphäre und bei 22—20° C. als Volumeneinheit annehmen. Wenn d das specifische Gewicht der Flüssigkeit bei der Temperatur der Beobachtung, δ die Dichtigkeit des Dampfes in Bezug auf die Luft, Δ das Gewicht eines Cubikcentimeters Luft bei einer gewissen Temperatur bezeichnen, so ist das kritische Volumen in unseren Einheiten:

$$V_k = \frac{v \cdot \delta \cdot \Delta}{d}.$$

Weil die Messungen des Flüssigkeitsvolumens bei der Temperatur 22—20° ausgeführt wurden, kann Δ der Grösse 0,0012 g gleich angenommen werden; die Dichtigkeit der Dämpfe in Bezug auf die Luft kann dargestellt werden durch:

$$\frac{m}{28,87}$$

wo m das Moleculargewicht der Flüssigkeit bezeichnet. Das kritische Volumen wird also:

$$V_k = \frac{v \cdot m \cdot 0,0012}{28,87 \cdot d}.$$

Die vierte Columne der S. 637 angeführten Tabelle enthält die Grössen von v; die sechste die Grösse von V_k. Die specifischen Gewichte der Ester $C_nH_{2n}O_2$ wurden nach Elsässer berechnet[1]); das specifische Gewicht des Methyläthyläthers wurde von mir selbst berechnet.

1) Lieb. Ann. Bd. 218 S. 302 (1883).

Substanzen	Molecular-gewicht	t	v	d	V_k
Ameisensäuremethylester .	60	22°	2,82	0,9664	0,007277
Ameisensäureäthylester . .	74	22°	2,86	0,9015	0,00975
Ameisensäurepropylester .	88	22°	2,93	0,8940	0,01208
Ameisensäureisobutylester	102	22°	3,00	0,8637	0,01472
Ameisensäureamylester . .	116	21°	3,10	0,8736	0,01710
Essigsäuremethylester . . .	74	22°	2,90	0,9294	0,00960
Essigsäureäthylester	88	22°	3,00	0,8979	0,01222
Essigsäurepropylester . . .	102	21°	3,06	0,8866	0,01464
Essigsäureisobutylester . .	116	21°	3,10	0,8709	0,01717
Propionsäuremethylester .	88	22°	3,05	0,9113	0,01224
Propionsäureäthylester . .	102	21°	3,12	0,8915	0,01482
Buttersäuremethylester . .	102	22°	3,08	0,8971	0,01455
Buttersäureäthylester . . .	116	22°	3,18	0,8779	0,01744
Isobuttersäureäthylester .	116	22°	3,15	0,8685	0,01749
Valeriansäuremethylester .	116	21°	3,15	0,8789	0,01728
Methyläthyläther	60	8°	2,51	0,7708	0,00873
Chloräthyliden	99	20°	2,80	1,1740	0,00982

Die Bestimmung des kritischen Druckes und der Temperatur.

Der kritische Druck wurde mit Hilfe des oben beschriebenen Apparates (Fig. 2) gemessen. Wenn das kritische Volumen bekannt ist, so ist es leicht, den getheilten Theil des Schenkels B genau mit der erforderlichen Flüssigkeitsmenge zu füllen. Indem wir nun den Schenkel B im Bade von Magnus erwärmen und abkühlen (möglichst langsam), notiren wir die Temperatur und den Druck, welche dem Verschwinden des Meniscus und dem Eintritte der Trübung entsprechen. Das Mittel einer grossen Anzahl von Ablesungen gibt die Grössen der kritischen Temperatur und des kritischen Druckes. Die beiden ersten Momente des Verschwindens des Meniscus wurden gewöhnlich nicht berücksichtigt, weil die Schwankungen der Temperatur innerhalb der Bäder noch sehr bedeutend waren. Ich führe z. B. die erste Reihe der Beobachtungen über Ameisenmethyl an. Die Drucke sind immer in Atmosphären des Quecksilbermanometers gegeben, wobei von der beobachteten Dichtigkeit die Dichtigkeit der Dämpfe des Quecksilbers substrahirt wurde (diese letzte Correction ist für Ameisensäuremethylester und mehrere andere niedrig siedende Flüssigkeiten eine kaum merkbare Grösse).

211,9	beim Erwärmen und Verschwinden des Meniscus . . .	61,81
211,8	idem	61,77
211,8	"	61,70
211,7	"	61,69
211,4	beim Erkalten u. Erscheinen der undurchsichtigen Trübung	61,58
211,5	idem	61,59
211,4	"	61,45
211,5	"	61,53
211,5	"	61,60
211,6	"	61,65

Wenn wir nun das Mittel aus den ersten vier Beobachtungen und den übrigen sechs nehmen, so erhalten wir:

211,8 61,74
211,4 . . . . 61,57.

Die endgiltige Grösse der kritischen Temperatur ist also 211,6° und die des kritischen Druckes 61,65 Atmosphären.

Es ist nicht zweckmässig, eine grössere Anzahl der Uebergänge der Flüssigkeit in Dampf und umgekehrt zu beobachten, weil das fortdauernde Erwärmen die Zerlegung der Substanz bedingen kann. In einigen Fällen ist die Zerlegung (Zersetzung) so bedeutend, dass wir nach zwei oder drei solcher Uebergänge eine beträchtliche Veränderung der kritischen Temperatur und des Druckes bemerken.

Für die Mehrzahl der Flüssigkeiten begnügten wir uns nicht mit einer Reihe von Beobachtungen. Bei jeder Reihe von Bestimmungen der Dampfdichtigkeit massen wir vor allem die kritischen Drucke und Temperaturen und setzten die Beobachtungen nur dann fort, wenn beide genannten Grössen sich nicht merklich änderten. Man muss bemerken, dass jede Reihe von Beobachtungen einer neuen Füllung der Röhren mit Flüssigkeit entspricht. Bei der Vertauschung einer Substanz durch eine andere wurde der Manometerapparat zerlegt, sorgfältig ausgewaschen und mit der neuen Flüssigkeit gefüllt. Für den Ameisensäuremethylester wurden die folgenden vier Reihen erhalten:

I.	Reihe,	krit. Temperatur	211,6	krit.	Druck	61,65	(10 Beobachtg.)
II.	"	" "	211,5	"	"	61,62	(5 ")
III.	"	" "	211,7	"	"	61,77	(5 ")
IV.	"	" "	211,5	"	"	61,57	(5 ")
		Mittel	211,6		Mittel	61,65	

aus denen für die kritische Temperatur als Endresultat die Grösse 211,6° und für den Druck 61,65 Atmosphären folgt. Für die Mehrzahl der Flüssigkeiten wurden drei bis vier Versuchsreihen angestellt, und wir begnügten uns mit einer einzigen Reihe nur in dem Falle, wenn, wegen der bedeutenden Zersetzung der Flüssigkeit, die Bestimmung der Dichtigkeit der Dämpfe nicht ausgeführt wurde.

Behufs einer genaueren Bestimmung der kritischen Temperatur führte man für jede Substanz noch eine specielle Reihe von Beobachtungen aus. Man erwärmte die zugeschmolzene dünnwandige, mit der dem normalen kritischen Volumen entsprechenden Quantität der Flüssigkeit erfüllte Röhre mehrere Male (6 — 7) bis zur kritischen Temperatur; wobei man diese letzte unmittelbar mit Hilfe des Luftthermometers mass. Die folgende Tabelle stellt alle erhaltenen Resultate dar. Die dritte Columne enthält die im Manometerapparate beobachteten kritischen Temperaturen, die vierte die Anzahl der Versuchsreihen, die fünfte die kritischen Drucke, die sechste die in den zugeschmolzenen Röhren mit Hilfe des Luftthermometers beobachteten kritischen Temperaturen; die letzte Columne enthält die endgiltig angenommene Grösse der kritischen Temperatur.

Substanzen	Formel	3. Col.	4. Col.	5. Col.	6. Col.	7. Col.
Ameisensäuremethylester . . .	$C_2H_4O_2$	211,6	IV	61,65	212,4	212,0
Ameisensäureäthylester	$C_3H_6O_2$	232,8	IV	49,16	233,4	233,1
Ameisensäurepropylester . . .	$C_4H_8O_2$	260,6	III	42,70	260,9	260,8
Ameisensäureisobutylester[1] .	$C_5H_{10}O_2$	278,0	III	38,29	278,3	278,2
Ameisensäureamylester[2] . . .	$C_6H_{12}O_2$	302,6	I	34,12	278,3	302,6
Essigsäuremethylester	$C_3H_6O_2$	232,7	IV	47,54	233,1	232,9
Essigsäureäthylester	$C_4H_8O_2$	249,4	IV	39,65	249,5	249,5
Essigsäurepropylester	$C_5H_{10}O_2$	275,9	III	34,80	276,6	276,3
Essigsäureisobutylester[3] . . .	$C_6H_{12}O_2$	288,0	III	31,40	288,3	288,3
Propionsäuremethylester . . .	$C_4H_8O_2$	255,6	IV	39,88	255,8	255,7
Propionsäureäthylester	$C_5H_{10}O_2$	272,4	III	34,64	272,5	272,4
Buttersäuremethylester[4] . . .	$C_5H_{10}O_2$	278,0	IV	36,02	278,1	278,0
Buttersäureäthylester	$C_6H_{12}O_2$	292,6	I	30,24	293,0	292,8
Isobuttersäureäthylester . . .	$C_6H_{12}O_2$	280,3	III	30,13	280,4	280,4
Valeriansäuremethylester[5] . .	$C_6H_{12}O_2$	293,7	I	31,50	280,4	293,7
Methyläthyläther	$C_3H_8O_2$	168,4	III	46,27	168,3	168,4
Chloräthyliden	$C_2H_4Cl_2$	249,8	I	50,00	250,3	250,0
Chloräthylen[6]	$C_2H_4Cl_2$	288,4	I	53,00	250,3	288,4

1) Der Ameisensäureisobutylester zersetzt sich beim Erwärmen, wobei der Druck zu und die kritische Temperatur abnimmt. Z. B.:
Krit. Temp. 278,0°, Krit. Druck 38,29 (Mittel aus den ersten vier Beobachtungen),
„ „ 276,0°, „ „ 38,52 („ „ „ zweiten „ „
„ „ 275,5°, „ „ 38,77 („ „ „ dritten „ „

2) Beim Erwärmen nehmen die kritische Temperatur und der Druck beträchtlich zu; es ist möglich, dass sogar die reducirte Temperatur höher als die wahre sei.

3) Dasselbe.

4) Dasselbe.

5) Dasselbe.

6) Starke Zersetzung und besonders bei Berührung mit Quecksilber.

wo c die specifische Wärme bei constantem Drucke bedeutet. Wie wir schon erwähnten, schwanken die Werthe der Constanten in gewissen Grenzen (100—135°), weil n, d. h. nach der Voraussetzung von Pictet, die Beziehung, nach welcher flüssige Theilchen einen starren bilden, nur für einige Körper genau constant bleibt.

Wenn wir andrerseits die Ausdehnungscoefficienten bei irgend einer und derselben Temperatur (0°, 10°, 15°) nehmen, wird nach de Heen[1]) das Product des Ausdehnungscoefficienten und der absoluten Temperatur für alle Glieder einer homologen Reihe annähernd constant sein.

Wie man aus den von ihm gegebenen Tabellen [2]) sieht, rechtfertigt sich letzteres Resultat für die Alkohole und für die Derivate einatomiger Alkoholradicale: Aether, Ester und Haloidverbindungen. Die grössten Abweichungen bemerkt man bei der Reihe der fetten Säuren. Wir citiren hier einige von seinen Zahlen, indem wir bemerken, dass die Ausdehnungscoefficienten in den Tabellen von de Heen, mit Ausnahme der Benzolhomologen, sich auf 15° beziehen.

Substanzen	α_{15} Ausdehnungs-coefficient bei 15°	t_k absol. Siede-temperatur	$\alpha_{15} \cdot t_k$
Methylalkohol	0,001149	337	0,3872
Aethylalkohol	0,001041	351	0,3654
Propylalkohol	0,000966	370	0,3574
Isobutylalkohol	0,0009299	381	0,3542
Amylalkohol	0,0009123	403	0,3676
Ameisensäuremethylester .	0,001436	307	0,4408
Ameisensäureäthylester . .	0,001427	328	0,4332
Ameisensäurepropylester . .	0,001229	352	0,4326
Ameisensäureisobutylester .	0,001148	369	0,4336
Ameisensäureamylester .	0,0010858	394	0,4275 u. s. w.

Wenn wir von einer Reihe der Homologen zu einer anderen übergehen, so bemerken wir folgendes:

1. Die Grösse des Productes $\alpha_{15} \cdot t_k$ nimmt ab, wenn wir von Chlorzu Brom- und besonders zu Jodverbindungen übergehen.

2. Das Product $\alpha_{15} \cdot t_k$ ist annähernd ein- und dieselbe Constante für die Ester aller fetten Säuren (von der Ameisensäure bis zur Oxalsäure [3]).

1) Mémoires Couron. et autres de l'Académie roy. de Belg. t. XXI 1880.
2) Essai de phys. comp. p. 71—73.
3) Essai de phys. comp. p. 73.

3. Für flüssige unorganische Verbindungen, welche zu einer natürlichen Gruppe gehören, ist, soweit sich nach den vorhandenen Daten urtheilen lässt, das Product $\alpha_{15} \cdot t_k$ constant, besonders wenn wir die Glieder der geraden und ungeraden Reihen vergleichen.

Es liegt der Gedanke nahe, die Relation $\alpha t_k =$ constant als einen speciellen Fall einer anderen allgemeineren Abhängigkeit darzustellen. Im Jahre 1880 hat Van der Waals eine von ihm gegebene Gleichung der Isotherme für gasförmige und, in einigen Fällen, flüssige Körper mit dem Gesetze von Maxwell-Clausius verbindend, folgende Sätze aufgestellt [1]:

1. Bei den absoluten Temperaturen, welche gleiche Theile der absoluten kritischen Temperaturen darstellen, sind die Drucke gleiche Theile der kritischen Drucke.

2. Bei den absoluten Temperaturen, welche gleiche Theile der absoluten kritischen Temperaturen darstellen, sind die Volumina des gesättigten Dampfes und der Flüssigkeit gleiche Theile des kritischen Volumens. Es ist bekannt, dass Clausius später die Gleichung der Isotherme von Van der Waals geändert hat, aber die obigen Sätze blieben giltig; nur die Volumina (kritische und correspondirende) müssten durch Grössen ersetzt werden, welche von denen von Van der Waals verschieden sind [2].

Van der Waals nennt die Zustände der Körper, bei welchen absolute Temperaturen, Drucke und Volumina gleiche Theile der kritischen Temperaturen, Drucke und Volumina sind, correspondirende oder übereinstimmende.

Aus den oben angeführten Sätzen ergibt sich, dass die Ausdehnungscoefficienten in correspondirenden Zuständen den absoluten kritischen Temperaturen umgekehrt proportional sind [3], oder:

$$\frac{T_k}{V_k}\frac{d\,V_k}{d\,T} = \text{const.}^{4)} \tag{1}$$

und

$$\frac{T_k}{V}\frac{d\,V}{d\,T} = \text{const.} \tag{2}$$

(T_k absolute kritische Temperatur, V_k kritisches Volumen).

---

1) Van der Waals „Die Continuität des gasförmigen etc.". Uebersetzt von Roth S. 128 (1881).

2) Wied. Ann. Bd. 9 S. 337, Bd. 14 S. 279 und 692. Ausser Clausius versuchten Kamerling Onnes, Lorenz und andere die Gleichung von Van der Waals umzuändern. Siehe unten.

3) A. a. O. S. 152.

4) Genauer: const. $= f\left(\frac{T}{T_k}, \frac{p}{p_k}\right)$ indem diese Constante für alle Körper eine und dieselbe ist.

Wenn T, T', T'' ... correspondirende Temperaturen für mehrere Körper, T_k', T_k'', T_k''' ... absolute kritische Temperaturen bezeichnen, so findet die Relation statt:

$$\frac{T'}{T_k'} = \frac{T''}{T_k''} = \frac{T'''}{T_k'''} = \ldots$$

Wenn nun T_k', T_k'' ... nahe gleiche Werthe haben, so wird dasselbe auch für T, T', T'' ... statthaben.

Nehmen wir jetzt eine Reihe der Körper mit zunehmenden T_k und abnehmenden v und $\frac{dv}{dT}$ (z. B. eine homologe Reihe) bei einer und derselben Temperatur (0°, 15° ...). Die Gleichung:

$$\frac{1}{v}\frac{dV}{dT} \cdot T_k = \text{const.}$$

wird dann annähernd in:

$$\alpha \cdot T_k = \text{const.}$$

transformirt werden. Die Ausdehnungscoefficienten der Glieder irgend einer Reihe der Homologen sind deshalb der kritischen Temperatur umgekehrt proportional.

Wir haben aber früher gesehen, dass wir, nach de Heen, für Reihen der Homologen die Relation:

$$\alpha t_k = \text{const.}$$

besitzen, wo t_k die kritische Temperatur bedeutet. Für solche Reihen haben wir folglich:

$$T_k - t_k = \text{const.},$$

d. h. die Differenz zwischen der kritischen Temperatur und der Siedetemperatur ist constant[1]).

Wir wollen sehen, wie weit sich dieser Satz in der Praxis rechtfertigt.

De Heen in seinem: „Essai de physique comparée" verneint jede Abhängigkeit zwischen der Siedetemperatur und der kritischen Temperatur, welche letzte er als „temperatur de gazefaction ou de volatilisation totale" bezeichnet [2]).

Bei der Bestimmung der kritischen Temperatur bediente er sich kleiner, zugeschmolzener Röhrchen, welche in das Probirglas eingesetzt

1) Wir müssten eigentlich die Ausdehnungscoefficienten bei correspondirenden Drucken nehmen, aber bei Drucken, die bloss einen kleinen Theil des kritischen Druckes betragen, variirt die Ausdehnung so wenig mit dem Drucke, dass wir alle Flüssigkeiten anstatt bei correspondirenden Drucken, bei einem und demselben Drucke betrachten können.

2) Essai de phys. comp. p. 95.

wurden, wohin das Reservoir des Quecksilberthermometers durchging. Das Probirglas wurde in der Mitte des Luftbades befestigt, welches aus einem eisernen Kasten mit zwei Glasfenstern bestand.

Wir geben hier einige der von de Heen erhaltenen Zahlen, indem wir sie mit den Zahlen anderer Beobachter zusammenhalten.

Kritische Temperaturen.

Methylalkohol	nach	de Heen	263,0
„	„	Hannay [1])	232,0
„	„	Nadeschdin	233,3
Aethylalkohol	„	de Heen	251,5
„	„	Hannay [2])	234,6
„	„	Sajontschewsky	234,3
Propylalkohol	„	de Heen	261,0
„	„	Nadeschdin	254,2
Isopropylalkohol	„	de Heen	338,0
„	„	Nadeschdin	234,0
Isobuthylalkohol	„	de Heen	270,5
„	„	Nadeschdin	265,0 u. s. w.

Wenn wir uns bloss auf die Beobachtungen von de Heen beschränken, so kann man in der That keine Abhängigkeit zwischen der Siede- und der kritischen Temperatur bemerken. Aber schon vor de Heen versuchte ich in mehreren Notizen nachzuweisen, dass für Flüssigkeiten von ähnlicher oder gleicher Construction folgende Abhängigkeit statthabe: für eine gegebene Differenz zwischen den Siedepunkten haben wir annähernd dieselbe Differenz zwischen den kritischen Temperaturen [3]).

Meine Untersuchungen dehnten sich hauptsächlich auf metamere Verbindungen aus, obgleich man bemerken kann, dass obige Abhängigkeit auch für einige Glieder homologer Reihen [4]) existirt.

Ungefähr zu derselben Zeit erschienen die Arbeiten von Herrn Pawlewsky.

Seine erste Notiz [5]) gipfelt in folgenden Sätzen: 1. Die kritische Temperatur der Glieder homologer Reihen differirt von der Siedetemperatur um eine constante Grösse [6]); 2. die kritische Temperatur

1) Proc. Roy. Soc. vol. XXXIII p. 317.

2) ibid. vol. XXX p. 485, vol. XXXIII p. 305.

3) Beibl. Bd. 7 S. 678.

4) Journal d. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 157 u. 536; Bd. 15 S. 24.

5) Chem. Ber. Nr. 4 1882.

6) Chem. Ber. Nr. 15 S. 2460 Bd. XVI S. 2633.

der isomeren Ester ist entweder genau oder annähernd eine und dieselbe. Die übrigen Resultate beziehen sich auf die kritischen Temperaturen von Mischungen.

In zwei anderen Notizen sind die Resultate für eine grosse Anzahl organischer Verbindungen gegeben. Das experimentelle Material des Hrn. Pawlewsky besteht indessen nur aus den Daten für 17 Aether von Buttersäure und für die ersten Glieder einiger anderer homologer Reihen, wodurch seine Zuversicht der allgemeinen Giltigkeit der Relation: $T_k - t_k = \text{const.}$ (T_k die kritische Temperatur; t_k die Siedetemperatur) ein wenig übereilt erscheint[1]). Wenn wir jedoch alles vorhandene Material ausnutzen, bemerken wir für die Mehrzahl der untersuchten homologen Verbindungen die annähernde Relation: $T_k - t_k = \text{const.}$, obgleich nicht mit derselben Genauigkeit, wie man es aus den Zahlen von Herrn Pawlewsky allein folgern könnte. Indem wir diese letzten mit den Zahlen anderer Beobachter vergleichen, finden wir eine bedeutende Differenz, und obgleich Pawlewsky die Zuversicht ausspricht, dass seine Zahlen viel richtiger seien, als z. B. die Data unseres Laboratoriums, so möge es uns doch erlaubt sein, daran zu zweifeln. Ich habe bereits früher die hauptsächlichsten Ursachen angegeben, aus welchen die bemerkten Abweichungen zu erklären seien[2]): 1. die Anwendung eines Quecksilberthermometers, welches nicht mit dem Luftthermometer verglichen wurde; 2. die Construction der Thermosäule; 3. die Art des Einsatzes des Thermometerkügelchens in eine abgesonderte eiserne und mit Quecksilber gefüllte Röhre. Wie bekannt, werden die Angaben des Quecksilberthermometers bei hohen Temperaturen bedeutend höher, als die des Luftthermometers, folglich müssen die Grössen von const. in der Formel: $T_k - t_k = \text{const.}$, die nach den Bestimmungen von Pawlewsky genau unveränderlich sind, mit Zunahme der kritischen Temperatur bedeutend abnehmen, wie wir auch in der That aus unseren eigenen Untersuchungen ableiten. Der Einfluss zweier anderer Umstände ist auch solcher Art, dass er eine beobachtete Grösse der kritischen Temperatur vergrössern müsste. In der That, wenn man sogar in unseren Luftbädern bei hohen Temperaturen den Einfluss der Wärmestrahlung der Wände auf das Thermometer bemerken könnte, so müsste sich dieser Einfluss in der Thermosäule von Pawlewsky noch vergrössern, da sie nur aus drei eisernen Kasten bestand, welche voneinander durch Asbest ab-

1) Dieser Umstand liess C. Vincent und Chappuis die folgende Bemerkung machen: „M. Nadèschdin a fait la remarque que les températures critiques des homologues diffèrent de leurs temperatures d'ébullition d'une quantité constante. M. Pawlewsky a érigé cette remarque en loi.“ (C. R. t. CI p. 428.)

2) Journal d. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 640.

gesondert wurden. Dieselben Ursachen können einen Widerspruch der Zahlen von de Heen erklären. Ueberdies ist es erlaubt anzunehmen, dass viele Stoffe von de Heen ungenügend von zufälligen Beimischungen frei waren (de Heen selbst erwähnt niemals, in welcher Weise er die Reinigung der untersuchten Stoffe vorgenommen hat). So ist anzunehmen, dass z. B. Methyl- und Aethyläther wahrscheinlich Wasser u. s. w. enthalten haben.

Wir wollen jetzt untersuchen, inwieweit die Relation $T_k - t_k = \text{const.}$ gerechtfertigt ist.

Die erste Columne der folgenden Tabelle enthält die Namen der Stoffe, die zweite t_k die Siedetemperatur, die dritte T_k die kritische Temperatur, die fünfte die Namen der Beobachter.

Um die Zahlen von Pawlewsky annähernd mit den unserigen vergleichbar zu machen, sind seine Angaben nach den Tabellen von Kohlrausch (weil diese letzteren die Abweichungen geben, welche den beobachteten mittleren nahezu entsprechen) auf die des Luftthermometers reducirt.

Substanzen	t_k	T_k	$T_k - t_k$	Beobachter
Methylalkohol	64,0	233,0	169,0	Nadeschdin und Hannay
Aethylalkohol	78,3	234,4	156,1	Sajontschewsky und Hannay
Propylalkohol (normal) . .	97,3	254,2	156,9	Nadeschdin
Isobutylalkohol	107,2	265,0	157,8	"
Normaler Butylalkohol . .	117,2	284,0	166,8	Pawlewsky
Isoamylalkohol	132,1	303,0	170,9	"
Tertiärer Butylalkohol . .	83,0	233,0	150,0	"
Methyläther	— 23,7	129,6	153,3	Nadeschdin
Methyläthyläther	11,5	168,4	156,9	"
Aethyläther	34,9	190,0	155,1	Sajontschewsky
"	34,9	192,6	157,6	Avenarius und andere
Methylchlorid	— 23,7	141,5	165,2	C. Vincent und Chappuis
Aethylchlorid	12,5	182,5	170,0	Sajontschewsky und C. Vincent et Chappuis
Ameisensäuremethylester .	32,3	212,0	179,7	Nadeschdin
Ameisensäureäthylester . .	54,7	233,1	178,4	"
" . .	54,7	230,0	175,3	Sajontschewsky
" . .	56,0	236,5	180,5	Pawlewsky
Ameisensäurepropylester	81,0	260,8	179,8	Nadeschdin
"	85,2	264,7	179,5	Pawlewsky
Ameisensäureisobutylester	97,8	278,2	180,4	Nadeschdin

Substanzen	t_k	T_k	$T_k - t_k$	Beobachter
Ameisensäureamylester . .	123,1	302,6	179,5	Nadeschdin
„ . .	121,8	301,2	179,4	Pawlewsky
Essigsäuremethylester . . .	57,5	232,9	175,4	Nadeschdin
„ . . .	57,4	237,7	180,3	Pawlewsky
Essigsäureäthylester . . .	77,3	249,5	172,2	Nadeschdin
„ . . .	75,2	254,0	178,8	Pawlewsky
Essigsäurepropylester . . .	100,8	276,3	175,5	Nadeschdin
„ . . .	100,3	279,4	179,1	Pawlewsky
Essigsäurebutylester . . .	123,6	302,5	178,9	„
Essigsäureisobutylester . .	116,3	288,3	172,0	Nadeschdin
„ . .	114,6	292,6	178,0	Pawlewsky
Propionsäuremethylester	80,1	255,7	175,6	Nadeschdin
„	80,2	260,1	179,9	Pawlewsky
Propionsäureäthylester . .	98,3	272,4	174,1	Nadeschdin
„ . .	98,5	277,6	179,1	Pawlewsky
Propionsäurepropylester	122,3	301,4	179,1	„
Buttersäuremethylester . .	102,3	278,0	175,7	Nadeschdin
Buttersäureäthylester . . .	119,8	292,8	173,0	„
„ . .	121,6	300,9	179,3	Pawlewsky
Buttersäurepropylester . .	144,0	320,0	176,0	„
Buttersäureisobutylester	135,5	314,1	178,6	„
Isobuttersäuremethylester	91,7	270,7	179,0	„
Isobuttersäureäthylester	110,0	280,4	170,4	Nadeschdin
„	108,6	287,2	178,6	Pawlewsky
Isobuttersäurepropylester	133,2	311,8	178,6	„
Valeriansäuremethylester	116,6	293,7	175,1	Nadeschdin
Methylamin	− 2,0	155,0	157,0	C. Vincent und Chappuis
Dimethylamin	8,0	163,0	155,0	„ „
Trimethylamin	9,0	160,5	150,1	„ „
Isobutylen	− 6,0	150,7	156,7	Nadeschdin
Isoamylen	34,7	191,6	156,9	„
Amylen	38,0	199,8	161,8	Pawlewsky
Caprylen	123,6	295,3	171,7	„
Benzol	80,3	280,6	200,6	Sajontschewsky
Toluol	111,0	316,2	205,2	Pawlewsky
Methylol	43,0	221,9	178,9	„
Aethylol	104,3	251,9	147,6	„
Essigsäure	118,4	316,2	197,8	„
Propionsäure	138,2	333,4	195,2	„

Wie man sieht, wird, wenn wir uns auf die Zahlen irgend eines und desselben Beobachters[1]) beschränken, die kritische Temperatur, der Meinung von de Heen entgegengesetzt, von der Siedetemperatur unter gewöhnlichem Drucke abhängig, indem diese Abhängigkeit für benachbarte Glieder homologer Reihen dargestellt werden kann durch:

$$T_k - t_k = \text{const.}$$

Es ist selbstverständlich, dass die oben angeführte Abhängigkeit etwas Unerschütterliches nicht sei; während sie (und das auch nur annähernd) für Siedetemperaturen unter normalem Luftdrucke richtig ist, kann sie für irgend einen anderen Druck ganz ungenau werden. Setzen wir voraus, dass sie für alle Siedetemperaturen bis zur kritischen gelte, so würde daraus folgen, dass sich das Gesetz von Dalton für die untersuchten Körper völlig rechtfertige und die kritischen Drucke für alle Glieder homologer Reihen gleich wären. Es ist aber bekannt, dass dieses Gesetz nur für die dem Siedepunkte nahen Temperaturen richtig ist (Regnault, Landolt), und dass die kritischen Drucke mit der Zunahme des Moleculargewichtes abnehmen. Man konnte folglich ein Resultat der Berechnungen von Bartoli[2]) voraussehen, welcher, indem er sich der Daten von Schumann bediente, die Siedetemperaturen unter Voraussetzung eines anderen als des gewöhnlichen Luftdruckes berechnet hat und dabei fand, dass die Differenz $T_k - t_k$ im allgemeinen nicht constant bleibt. Wenn wir uns aber auf die Siedetemperaturen unter dem gewöhnlichen Luftdrucke beschränken, so wird die Relation: $T_k - t_k = \text{const.}$ für Körper, für welche nach de Heen: $\alpha t_k = \text{const.}$ genau stattfinden, und umgekehrt könnte man aus der Existenz der Relation: $\alpha t_k = \text{const.}$ für irgend eine Reihe folgern, dass die Differenz zwischen der kritischen Temperatur und der Siedetemperatur einer Constanten nahe sein wird.

1) Wir bemerken noch, dass die Siedetemperatur nach Pawlewsky von der nach Schumann, Linnemann, Gartenmeister und anderen in einigen Fällen beträchtlich differirt.

2) Bartoli, Esame di una relazione fra il punto critico ed il punto d'ebollizione data dal sig. Pawlewsky e dal sign. Nadejdin. Gaz. chim. Italiana vol. XIV p. 540.

(Schluss folgt.)

Messung der inneren und äusseren Wärmeleitung von Metallen.

Auch als Vorlesungsversuch.

Von

A. Kurz.

§ 1. In Kohlrausch' „Leitfaden der praktischen Physik" ist die „Vergleichung des Wärmeleitungsvermögens zweier Stäbe" nur theoretisch behandelt [1]), ohne praktisches Beispiel, wie ich hernach ein solches aus meinem Unterrichte anführen werde.

Vorerst soll aber die Entwicklung der theoretischen Formel mit besonderer Berücksichtigung auch der äusseren Wärmeleitung geschehen, welche Herwig in seinen „Physikalischen Begriffen" unter dem Namen „Wärmeabgabeconstante" aufführt mit dem einzigen Zahlenbeispiel für Eisen

$$h = 0{,}000266 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2 . \text{Sec.}},$$

während er für die (innere) „Wärmeleitungsconstante" $k = 0{,}18$ beim Eisen, sowie $16 \cdot 10^{-4}$ beim Wasser und $5 \cdot 10^{-5}$ bei der Luft namhaft macht, diese mit der Einheit

$$\frac{\text{Gramm}}{\text{Centimeter. Secunde}}.$$

§ 2. Einen beliebigen Querschnitt q des Stabes passirt während einer gewissen Zeit, die wir als Zeiteinheit annehmen können und nicht weiter in Betracht zu ziehen brauchen, (wenn der stationäre Zustand erreicht ist) die Wärmemenge

$$\frac{dt}{dx : kq},$$

1) In der 5. Auflage (1884) wurden dem Citate „Wiedemann und Franz, Pogg. Ann. Bd. 89" noch hinzugefügt die Worte: „Ueber die nicht einfachen Bestimmungsweisen des absoluten Wärmeleitungsvermögens s. Angström, Pogg. Ann. 114 u. 123; H. Weber 116; Kirchhoff und Hansemann, Wied. Ann. 9; F. Weber 10".

nach dem Gesetze der Wärmeleitung, bezw. dem Ohm'schen Gesetze in der Elektricitätslehre, wo dt die auf das Stückchen dx der Stablänge treffende Temperaturdifferenz darstellt. In der gleichen Zeit strömt aus dem am Ende von dx gelegenen q die Menge

$$\frac{d(t - dt)}{dx : kq} \text{ oder } \frac{dt - d^2t}{dx : kq},$$

und wird von der Peripherie p oder vielmehr vom Mantel pdx dieses Stabstückchens die Wärmemenge

$$h \cdot pdx \cdot t$$

an die Umgebung (Luft) „abgegeben". Hierbei ist t der Temperatur-Unterschied dieses Stabstückchens (qdx) und der Umgebung und h wird der Coefficient der „äusseren Leitung" oder der „Wärmeabgabe" genannt.

Man hat also die Bilanz:

$$kq \cdot \frac{d^2t}{dx^2} = hpt,$$

welche Gleichung durch

$$t = C \cdot e^{\alpha x} + C' e^{-\alpha x} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1$$

befriedigt wird, worin C und C' die beiden willkürlichen Constanten und

$$\alpha = \sqrt{\frac{h}{k} \cdot \frac{p}{q}}$$

bedeuten.

Liest man in Lehrbüchern den Satz unter dem Namen Despretz (1822), dass die Temperatur in geometrischer Progression abnehme, wenn die Entfernung in arithmetischer zunimmt, so bedeutet dieser die particuläre Lösung $C = 0$, wovon weiter unten noch gesprochen werden soll (§ 7).

Vorläufig behalten wir nur diese arithmetische Reihe bei und schreiben zur Gl. 1 noch

$$t_1 = C e^{\alpha(x+l)} + C' e^{-\alpha(x+l)}$$

und

$$t_2 = C \cdot e^{\alpha(x+2l)} + C' \cdot e^{-\alpha(x+2l)},$$

um C und C' zu eliminiren. Man findet

$$e^{\alpha l} + e^{-\alpha l} = \frac{t + t_2}{t_1},$$

welches Temperaturverhältnis (Einheit also willkürlich, Nullpunkt des Pegels die Umgebungstemperatur) mit $2n$ bezeichnet wird. Also ist

$$e^{al} = n + \sqrt{n^2 - 1} \text{ oder } al \cdot 0{,}4343 = \log\left(n + \sqrt{n^2 - 1}\right)$$

und

$$\frac{h}{k} = \frac{q}{p}\left(\frac{\log\left(n + \sqrt{n^2 - 1}\right)}{0{,}4343\, l}\right)^2;$$

ist der Stab von kreisförmigem Querschnitte, Durchmesser d, so kommt

$$\frac{h}{k} = \frac{d}{4}\left(\frac{\log\left(n + \sqrt{n^2 - 1}\right)}{0{,}4343\, l}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2$$

§ 3. Meine Schulversuche: Ein Wismuth- und Antimonstäbchen, beide etwas kleiner als der kleine Finger, von rechteckigem Querschnitte, sind an einem Ende zusammengelöthet, so dass sie einen kleinen Winkel miteinander bilden. Jenes gemeinsame Ende steckt in einem eisernen Schuh mit Stiel, dieser letztere entweder in einer Klemmschraube, wenn der zu prüfende Metallstab dünn ist und also auch in dieselbe Klemmschraube gesteckt werden kann, oder gleich in dem zu prüfenden Metallstabe, wenn derselbe dick genug ist, um mit einem Loche zur Aufnahme jenes Stiles versehen werden zu können. Die beiden freien Enden des Thermo-Elementes sind mit Drähten an das von Beetz angegebene Vorlesungs-Galvanometer geknüpft. Als Wärmequelle diente mir die Bunsenflamme. Es gab

ein Eisenstab, 0,43 cm dick

in den Abständen . .	4	6	8	10 cm
die Ausschläge . . .	16	10	8	5 Grade

Also $n = 1{,}20$, wenn man die drei ersten, und

$n = 0{,}94$, „ „ „ „ letzten Werthepaare benutzt.

So gering diese Uebereinstimmung, wir nehmen doch den Mittelwerth 1,07 und setzen ihn nebst $l = 2$ in die Gl. 2 des § 2 ein. Bei der Ungenauigkeit der Methode, bezw. des Versuches, ist man mit dieser Rechnung schnell fertig, was ich zeigen will, indem ich dieses Mal einige Zwischenresultate hierhersetze:

$$\frac{h}{k} = \frac{0{,}43}{4}\left(\frac{\log\left(1{,}07 + \sqrt{0{,}14}\right)}{0{,}8686}\right)^2 = 0{,}11\left(\frac{\log 1{,}44}{0{,}8686}\right)^2 = 0{,}0036;$$

für $n = 1{,}05$ hätte man $h : k = 0{,}0028$ erhalten.

Der Kupferstab, 0,33 cm dick,

lieferte einen viel zu hohen Werth; dagegen

der Kupferstab, 1,2 cm dick,

lieferte bei einem Vorrücken um je 5 cm, also $l = 5$, das Verhältnis $n = 1{,}016$, woraus

$$\frac{h}{k} = 0{,}00039$$

sich ergibt.

§ 4. Controle mittels der von G. Wiedemann und Franz angegebenen Resultate:
Eisen- sowie Stahlstab, Vorrücken $l = 2$ „Zolle“ $= 5,4$ cm
$n = 1,223$ nehme ich als Mittelwerth von vier Stäben mit 0,5 cm Dicke und finde

$$\frac{h}{k} = \frac{1}{8}\left(\frac{\log(1,223 + \sqrt{0,496})}{0,4343 \cdot 5,42}\right)^2 = 0,0018;$$

Kupferstab, l und d wie beim Eisen, $n = 1,036$

$$\frac{h}{k} = 0,00031.$$

Also stimmen meine Resultate zu den genannten besseren
beim Eisen wie 2 : 1
„ Kupfer „ 39 : 31,
so dass wenigstens das letztere in Anbetracht der Anmerkung 1 sich als Schulversuch oder praktisches Beispiel gerechtfertigt erweist.

§ 5. Die Tabelle der im vorigen Paragraphen schon benutzten Versuche ist in die Lehrbücher übergegangen. Es interessirte mich, sie nachzurechnen, und ich theile das Resultat dieser Arbeit im folgenden neben den Zahlen des Originals mit:

Seite 523 a. a. O.			Meine Rechnungen		
Metalle	$2n$	L	L	$h:k$ 1 durch Centim.	$k \frac{\text{Gramm}}{\text{Centim. Sec.}}$
Silber	2,057	100	100		
Kupfer	72	77,4	80,3	0,00031	1,0
Gold	93	60,1	61,9		
Messing	202	27,9	27,9		
Messing 0,62	179	25,8	26,1		
Zinn 0,62	297	15,4	15,8		
Eisen	441	13,1	13,4	0,0018	0,18
Stahl	4485	12,8	—	—	
Blei 0,62	502	9,3	9,5		
Platin 0,475	670	9,2	9,7		
Neusilber	869	6,8	7,0		
Roses Metall . . 0,6	3,529	3,2	3,5		
Wismuth 0,6	3,104	1,8	1,9		

Bemerkungen: 1. Wo keine Zahl beim Metalle steht, ist die Dicke 0,5 cm; das Vorrücken betrug immer je $l = 5,42$ cm (2 Zolle); die Metalle waren alle mit gleicher Silberoberfläche hergestellt, mit Ausnahme des Platins und der beiden letzten Species, um gleiches h zu erzielen.

2. L bedeutet das relative innere Wärmeleitungsvermögen, Silber 100 gesetzt.

3. Hiernach liesse sich $h:k$ ergänzen, wo es von mir nicht ausgesetzt wurde; z. B. für Silber wird rund

$$\frac{h}{k} = 0{,}00031 \cdot \frac{80}{100} = 0{,}00025 \frac{1}{\text{cm}} \text{ u. s. w.}$$

4. Für Stahl unterliess ich die Rechnung, weil er mit dem Eisen fast gleichwerthig ist. Man sehe darob auch § 4, woselbst mit $2n = 2{,}446$ gerechnet wurde.

5. Eine weitere Tabelle, S. 527 a. a. O., bringt für dieselben 13 Stäbe etwas modificirte Werthe, die ich aus ähnlichem Grunde übergehe.

6. Wegen der letzten Colonne sehe man den folgenden

§ 6. Ich weiss nicht, woher Herwig den im § 1 erwähnten Werth 0,18 gezogen hat; mit ihm und § 4 wird

$$h = 0{,}000324,$$

was mit der im § 1 von ihm entlehnten Zahl, deren Herkunft mir ebenfalls unbekannt, in der ersten Ziffer übereinstimmt. Freilich ist jene Zahl auch, nach der Bemerkung 1 in § 5, das äussere Leitungsvermögen des blanken Silbers, nicht des blanken Eisens. Dass beide nicht sehr verschieden sind, haben Wiedemann und Franz auch hinsichtlich des Platins und der beiden letzten Species in der Tabelle des § 5 vorausgesetzt, indem sie deren h bei der Berechnung von L (stillschweigend) als gleich dem des Silberstabes und der neun oberflächlich versilberten Stäbe gelten liessen. Sie setzten nämlich

$$\frac{L_1}{L} = \frac{d}{d_1}\left(\frac{\log n + \sqrt{n^2 - 1}}{\log n_1 + \sqrt{n_1^2 - 1}}\right)^2 = \frac{h}{k} : \frac{h}{k_1} \text{ oder } k_1 : k.$$

Wenn h für diese zehn Stäbe 0,000324 beträgt, so ist k z. B. für Kupfer und Eisen gemäss der vorletzten Colonne im § 5 von dem Werthe, wie ich ihn in der letzten Colonne daselbst ausgesetzt habe; und für die übrigen acht dieser Species liesse sich diese Colonne analog der Bemerkung 3 im § 5 ergänzen.

§ 7. Bezüglich der Constanten C und C' im § 2 möge jetzt noch das Beispiel des Kupferstabes von S. 517 a. a. O. benutzt werden, der in den Abständen

0	2	4	6	8	10	12	Zolle die Temperaturen
100	75,8	57,4	43,3	32,2	23,0	15,5	Grade

gezeigt habe (am Ende 0 mittels der Dämpfe des Wassers erwärmt);

die Quotienten dieser Temperaturen durch die voranstehenden sind (mit 2 Decimalen)

0,76 0,76 0,76 0,77 0,72 0,68.

Also ist anfangs C nahe Null und macht sich erst weiter draussen mehr geltend, d. h. in diesem Falle und wenn jene Mittelzahlen der Wirklichkeit entsprechen. Von der wirklichen Berechnung des C und C', die ich auch in zwei Fällen, einem meiner und einem der wiederholt benutzten Versuche Anderer, anstellte, will ich hier die Mittheilung unterlassen.

§ 8. Herwig benutzt die Coefficienten h und k auch noch zur Aufstellung des „Heizungscoefficienten" (§ 48 in seinem Buche) w gemäss der Gleichung

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{h_1} + \frac{d}{k} + \frac{1}{h_2},$$

wo h_1 der Coefficient an der inneren, h_2 an der äusseren Ofenwandung und k derjenige im Innern derselben (von der Dicke d) ist.

Es erinnert diese Formel, namentlich im Gewande

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{h_1} + \frac{1}{k:d} + \frac{1}{h_2},$$

an die bekannte Gleichung zur Berechnung eines idealen einzigen Stromleiters vom Widerstande r für die Zweigleiter von den Widerständen $r_1\, r_2 \ldots$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \ldots;$$

aber mit den zwei wesentlichen Unterschieden jener Aufgabe der Wärme- von dieser der Elektricitätslehre:

Bei jener Aufgabe hat man statt des „Vermögens" den (reciproken) „Widerstand" zu formuliren, bei dieser umgekehrt, und bei jener Aufgabe sind die Widerstände hinter-, bei dieser nebeneinander geschaltet.

Um ein Paradoxon zu gebrauchen, verknüpft in einem solchen Falle der Lehrer die Begriffe durch Scheiden derselben. (Vergl. auch den Anfang von § 2). Gelegentlich bemerkt, hat der „reducirte Querschnitt" und die „reducirte Leitungsfähigkeit" dieselbe Berechtigung wie die „reducirte Länge" der galvanischen Leitungsdrähte (in den Lehrbüchern) und es lässt sich gerade der „reducirte Querschnitt" mit dem grössten Vortheil zur Begründung der letzten Formel verwenden.

Ueber transportable Apparate zur Beobachtung der atmosphärischen Elektricität[1]).

Von

Prof. **Franz Exner.**

Einleitung.

So umfangreich das bisher über das Thema der Luftelektricität vorliegende Beobachtungsmaterial erscheinen mag, so beweist doch das in den letzten Jahren sich allgemein steigernde Interesse für diese Frage, dass in Bezug auf dieselbe noch gar vieles zu thun erübrigt; es kann der Grund für die geringen positiven Resultate, welche bisher erhalten wurden, wohl nur in dem Umstande gesucht werden, dass bis auf die neueste Zeit nicht nach rationellen Methoden, wie sie dem heutigen Stande der Elektricitätslehre entsprechen, beobachtet wurde. obwohl die experimentellen Schwierigkeiten derselben schon seit langem durch die classischen Arbeiten W. Thomson's beseitigt sind.

Es war der Hauptzweck zahlreicher Versuche und Messungen, deren Resultate ich in einer früheren Arbeit[2]) publicirt habe, einen Weg zu finden, auf dem man bei Beobachtungen über Luftelektricität vorzugehen hätte, um auf systematische Weise zu einer Lösung dieses Problems zu gelangen. Es hat sich zunächst als nothwendig herausgestellt, von Beobachtungen über Gewitter, Stürme und dergl., als von Störungen, vollkommen abzusehen, und das Studium auf den normalen elektrischen Zustand der Atmosphäre, wie er sich bei ruhigem schönen Wetter zeigt, zu beschränken. Leider beziehen sich fast alle älteren Beobachtungen auf ebensolche Störungen, es ist aber klar, dass man zu einer Erklärung dieser nur durch richtige Erkenntnis des normalen Zustandes gelangen kann.

In Bezug auf letzteren wären die folgenden Ergebnisse festzuhalten: Die Erde befindet sich in einem elektrischen Felde, dessen Niveauflächen zur Erde parallele Kugelflächen sind, resp. Ebenen, wenn es

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus den Sitz.-Ber. der Wiener Akad. Bd. 95 S. 1084 (1887).

2) „Ueber die Ursache und die Gesetze der atmosphärischen Elektricität" Wiener Akad. Bd. 93 S. 222 (1886) und Repert. d. Phys. Bd. 22, S 412 und 451 (1886).

sich nur um gegen den Erdradius sehr kleine Strecken handelt; dieses Feld ist ein homogenes innerhalb jener Erstreckungen, die der Beobachtung zugänglich sind, d. h. seine Intensität oder das Potentialgefälle per Längeneinheit hat überall denselben Werth. Die Richtung der elektrischen Kraft fällt mit der Verticalen zusammen, und zwar in dem Sinn, dass höher gelegene Punkte gegen tiefere positiv elektrisch sind. In diesem normalen Zustande haben somit zwei in derselben Horizontalen gelegene Punkte der Luft das gleiche Potential, zwei in derselben Verticalen gelegene dagegen eine Potentialdifferenz, die nur von ihrer Entfernung untereinander, nicht aber von ihrer absoluten Höhe abhängt. Diese Verhältnisse gelten jedoch selbstverständlich nur, wenn die Erdoberfläche am Beobachtungsorte als Ebene zu betrachten ist; zeigt dieselbe beträchtliche Unregelmässigkeiten (Häuser, Berge etc.), so ist zu beachten, dass die Niveauflächen in ihrer Gestalt dieselben Unregelmässigkeiten bis zu einer gewissen Höhe über den störenden Objecten mitmachen; die Kraftlinien des Feldes sind dann nicht mehr Verticale, sondern werden so deformirt, dass sie senkrecht auf die Oberfläche der Unregelmässigkeiten auftreffen.

Ein homogenes elektrisches Feld ist in allen seinen Eigenschaften bestimmt durch die Grösse des Potentialgefälles per Längeneinheit in Richtung seiner Kraftlinien, d. i. in unserem Falle in Richtung der Verticalen. Die Grösse, welche somit vor allem von möglichst vielen Beobachtern an möglichst vielen Punkten der Erdoberfläche bestimmt werden sollte, ist *die Potentialdifferenz zweier Punkte in der Luft, die auf derselben Verticalen über einem möglichst ebenen Stück der Erdoberfläche in ein Meter Distanz von einander liegen; und zwar muss diese Bestimmung zur Vermeidung von Störungen bei möglichst klarer und reiner Luft angestellt werden.* Damit gleichbedeutend ist natürlich die Bestimmung der Potentialdifferenz zwischen der Erde und einem Punkte, der einen Meter über derselben sich befindet.

Die Grösse dieser Potentialdifferenz beträgt in unseren Breiten 60—600 Volt, wobei die niedrigsten Werthe im Sommer, die höchsten im Winter auftreten. Es scheint, dass sich ein die Zahl 600 noch viel übersteigender Maximalwerth für die vollständige Abwesenheit von Wasserdampf in der Atmosphäre ergibt, also für das vollkommen ungestörte elektrische Feld; *die Ermittlung dieses Grenzwerthes muss vor allem angestrebt werden, weil sich aus ihm die Grösse der elektrischen Ladung der Erde ergibt.* Soviel aus den bisherigen Beobachtungen geschlossen werden kann, dürfte dieses Ziel nur durch Beobachtungen an solchen Orten erreicht werden, die eine fast ganz wasserfreie Atmosphäre besitzen, und wären hier in erster Linie wohl die äusserst trockenen Gegenden Inner-Sibiriens ins Auge zu fassen.

Es kann keinem Zweifel unterliegen, dass wir eine wesentliche Förderung unserer Kenntnis vom elektrischen Zustande der Erde nur von an verschiedenen Punkten der Erdoberfläche gleichzeitig und zielbewusst ausgeführten Beobachtungen zu erwarten haben; in dieser Beziehung bieten uns die erdmagnetischen Beobachtungen eine sehr beachtenswerthe Analogie dar.

Aus dem Vorstehenden wird man bereits drei Gründe entnehmen, aus denen die unbedingte Nothwendigkeit der Verwendung transportabler Apparate bei Beobachtungen über Luftelektricität folgt:

1. Ist zur Bestimmung des Potentialgefälles in Richtung der Verticalen, d. h. zur Bestimmung der das elektrische Feld der Erde charakterisirenden Constante eine Beobachtung über einem möglichst ebenen Stück der Erdoberfläche erforderlich. An meteorologischen Stationen, wo mit fix aufgestellten Apparaten beobachtet wird, ist dieser Bedingung aber niemals genügt, schon wegen der Anwesenheit der Gebäude. Es haben daher die solcherweise gewonnenen Beobachtungen nur einen relativen Werth, sie geben die Potentialdifferenz zwischen der Erde und einem, in elektrischer Beziehung nicht näher definirbaren Punkte der Luft. Es sind daher diese Messungen auch nicht von Station zu Station vergleichbar. Es ist sehr zu bedauern, dass bei den zahlreichen Messungen, welche an fixen Stationen gemacht wurden, z. B. in Kew, Washington, Cap Horn etc. dieser Punkt ganz ausser Acht gelassen wurde; es scheint, dass man nicht erkannt hat, um welche Grösse es sich eigentlich handelt, denn es wäre sehr leicht gewesen, die an einem beliebigen Punkte gemachten Beobachtungen auf einen Punkt der Ebene in der Nachbarschaft zu reduciren, dazu ist nur eine einmalige gleichzeitige Beobachtung an beiden Orten erforderlich, indem die Proportionalitätsconstante für alle absoluten Werthe des Potentialgefälles dieselbe bleibt.

Im Interesse der Vergleichbarkeit der Resultate wäre es demnach sehr zu wünschen, wenn künftig alle Beobachtungsstationen eine derartige Reduction vornehmen würden; der gegenwärtige Modus der Beobachtung ist um nichts besser, als wenn alle meteorologischen Stationen ihre Temperaturmessungen mit Thermometern ausführen würden, deren Scala in willkürlicher und unbekannter Weise getheilt ist.

2. Ist zur Bestimmung der obigen Constante eine möglichst reine Atmosphäre erforderlich; eine solche ist aber an fixen Stationen, die sich meist innerhalb grösserer Städte oder doch in unmittelbarer Nähe derselben befinden, nicht vorhanden. Schon geringe Mengen von Staub

oder Rauch, wenn sie sich nahe dem Beobachtungsort befinden, stören die Resultate sehr wesentlich und erzeugen jene plötzlichen und fortwährenden Schwankungen, wie sie von den selbstregistrirenden Apparaten grösserer Stationen verzeichnet werden; diese Aufzeichnungen liefern in den meisten Fällen nur ein Bild der Staubverhältnisse des Beobachtungsortes, nicht aber des elektrischen Zustandes der Atmosphäre. Es verschwinden diese plötzlichen Schwankungen auch, sobald man an staubfreien Orten beobachtet, was aber im allgemeinen nur mittels transportabler Apparate möglich ist.

3. Endlich ist zu einer Erforschung des elektrischen Feldes der Erde ein über letztere möglichst ausgebreitetes Beobachtungsnetz erforderlich; sowohl aus den Polargegenden, wie aus den Tropen[1]) fehlen bis jetzt brauchbare Beobachtungen noch gänzlich, und es wird nur mittels leicht transportabler Apparate möglich sein, solche auf Reisen zu sammeln.

---

§ 1. Die angeführten drei Gründe dürften zur Genüge die Nothwendigkeit transportabler Apparate darlegen; was die Anforderungen anbelangt, die an letztere gestellt werden müssen, so wäre folgendes zu bemerken:

a) Die Apparate sollen einen gewissen Grad der Bequemlichkeit der Handhabung und des Transportes bieten, da sie auch zu Messungen auf Fusstouren (Bergspitzen) und kleineren Reisen dienen; in dieser Hinsicht dürfte das äusserste erreicht sein, da zu den eigentlichen Messungen nichts weiter erforderlich ist, als das Elektroskop, das, in Form eines Aneroids, in die Tasche gesteckt werden kann, und ein Stock, der im Aeusseren ganz einem gewöhnlichen Gehstocke gleicht.

b) Die Apparate sollen auch Stabilität besitzen, d. h. sich im Laufe der Zeit und des Gebrauches nicht verändern; dieser Punkt kommt wohl nur für den eigentlichen Messapparat, das Elektroskop, in Betracht, und es mag erwähnt werden, dass mehrere Apparate bei zweijährigem Gebrauch auf kleineren Reisen in den Alpen, Italien etc. sich vollkommen bewährt haben. Zwei andere Apparate haben eben jetzt eine Reise um die Welt vollendet und bei allen Beobachtungen tadellos functionirt.

c) Da vorauszusehen ist, dass, namentlich auf Reisen, die Beobachter nicht immer mit der Theorie elektrischer Messinstrumente vollkommen vertraut sein werden, so erscheint ein möglichst einfaches

1) Eine von Herrn E. Drory in den Tropen ausgeführte Reihe von Beobachtungen wird demnächst publicirt werden.

Princip des Messapparates erwünscht. Das hier adoptirte Princip des Goldblattelektroskopes dürfte wohl das einfachste und meist bekannte sein.

d) Das Elektroskop muss eine gewisse Empfindlichkeit besitzen; als ganz ausreichend für alle Beobachtungen unter normalen Verhältnissen hat sich ein Umfang der Ablesung von 50—200 Volt ergeben, und dementsprechend sind die Elektroskope auch construirt; als Norm für die Genauigkeit der Ablesung wurde bei allen Apparaten eine Fehlergrenze von 5% festgesetzt. Es gestatten zwar die Ablesungen des Elektroskopes eine grössere Genauigkeit, doch erscheint eine solche bei den bedeutenden Schwankungen, denen die zu messenden Grössen unterworfen sind, als irrelevant.

e) Endlich müssen die Apparate so construirt sein, dass ihre Anfertigung mit nicht zu grossen Kosten verknüpft ist; in dieser Beziehung erlaube ich mir, auf die zum Schlusse mitgetheilte Adresse des Mechanikers zu verweisen.

§ 2. **Das Princip der Messung** ist das folgende: Es handelt sich darum, die Potentialdifferenz zwischen der Erde und einem beliebigen Punkte der Luft zu bestimmen, und das geschieht, indem man die metallene Hülle des Elektroskopes zur Erde leitet (durch das Halten mit der Hand), und gleichzeitig die Blättchen desselben durch einen Draht mit einer an dem betreffenden Punkte brennenden Flamme verbindet. Dadurch nehmen die Blättchen das Potential dieses Punktes an und ihre Divergenz ist nur die Folge der gesuchten Potentialdifferenz[1]). Diese kann somit aus der Calibrirungstabelle mit Hilfe der beobachteten Divergenz unmittelbar entnommen werden.

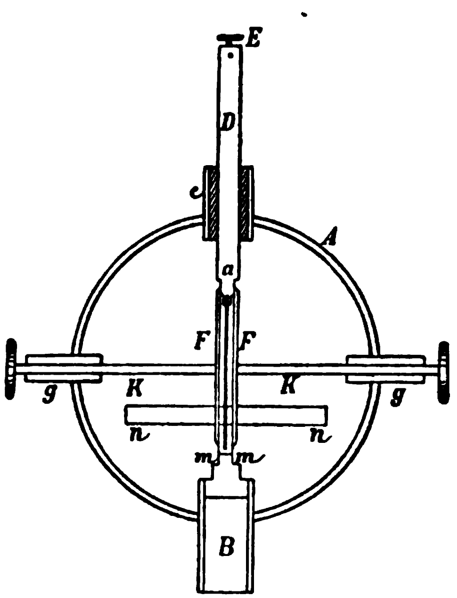


Fig. 1.

1) Das Princip des Goldblattelektroskopes hat vor anderen Apparaten den grossen Vortheil, dass keine Einstellung erforderlich ist, man also nicht nur das Potential in einem bestimmten Momente misst; eine dauernde Beobachtung der Blättchen gibt ein deutliches Bild der gleichzeitig in der Luft vorgehenden Processe.

Es ergeben sich somit zwei Hauptbestandtheile des Apparates: Das Elektroskop und der Aufsaugeapparat (Flamme, Wassercollector, Lunte etc.).

§ 3. Das Elektroskop hat folgende Einrichtung: Eine flache, ca. 3 cm hohe Messingtrommel A (Fig. 1 und 2 in ²/₃ natürlicher Grösse)

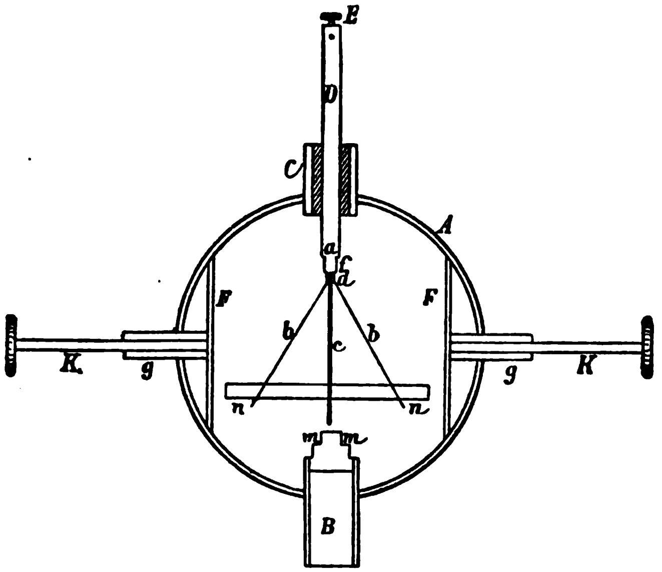


Fig. 2.

bildet das Gehäuse; dieselbe ist an beiden Basisflächen durch aufsetzbare plane Glasplatten zu verschliessen. Nach unten trägt sie eine Messinghülse B, in welche je nach Bedarf ein Messing- oder Ebonitstück als Handhabe eingeschoben werden kann; die letzteren befinden sich in dem dem Elektroskope beigegebenen Futterale. Oben ist in einer zweiten Messinghülse ein isolirender Pfropfen aus Ebonit[1]) eingesetzt, durch welchen der Messingstift D hindurchgeht. Pfropfen und Stift sind dauernd fixirt. Dieser Stift ist der Träger der aus Aluminium hergestellten Blättchen und gestattet mit Hilfe der Klemmschraube E die Zuleitung vom Aufsaugeapparat her. Das untere Ende a des Stiftes hat eine besondere Form, die aus Fig. 3 und 4 ersichtlich ist und den Zweck hat, die Aluminiumblättchen b, b vor Beschädigung zu schützen.

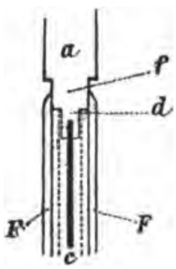


Fig. 3.

1) Alle Ebonitisolirungen der Apparate sind mit einem dünnen Schellakfirniss überzogen, wodurch sie auch bei feuchter Luft und Nebel gut functioniren, während blankes Ebonit sofort versagt.

Es ist nämlich bei a in den Stift ein dünnes Kupferblech c von ungefähr der dreifachen Breite der Aluminiumblättchen und von etwas grösserer Länge als diese eingelöthet, so dass die Blättchen zu beiden Seiten desselben befestigt werden und untereinander gar nicht zur Berührung kommen, wodurch ein Hängenbleiben derselben aneinander unmöglich wird. Die Blättchen sind an dem letzten Absatze d des Stiftes mit etwas Gummi befestigt und haben eine Breite von ca. 3 mm. Um eine Beschädigung derselben beim Transporte zu verhüten, sind beiderseits Schutzplatten F, aus Messing angebracht, die mittels der Stifte K, K durch die Hülsen G, G bis zur Berührung mit A zurückgezogen werden können. Fig. 1 zeigt dieselben geschlossen, wie beim Transport, Fig. 2 dagegen offen, wie beim Beobachten. (Es ist zu beachten, dass beim Beobachten die Schutzplatten immer vollständig bis zur Berührung mit dem Gehäuse zurückgezogen sind, weil die Calibrirungen sämmtlich für diese Stellung gemacht werden.) Im geschlossenen Zustande kommen die Schutzplatten nicht bis zur Berührung mit den Aluminiumblättchen, sondern legen sich an die Absätze f, f oben und m, m unten an. In Fig. 3 ist der obere Theil bei geschlossenen Schutzplatten vergrössert gezeichnet, die punktirten Linien bezeichnen die Lage der Aluminiumblättchen.

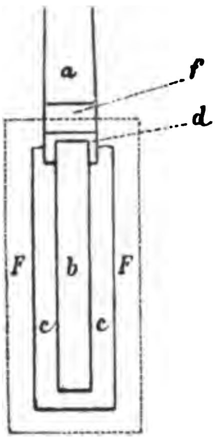


Fig. 4.

Es hat sich dieser Schutz der Blättchen als ein vorzüglicher bewährt und bedarf das Instrument bei geschlossenen Platten durchaus keiner besonderen Sorgfalt; bei geöffneten Platten ist es jedoch wünschenswerth, dasselbe nicht zu legen oder zu stürzen, um ein Verbiegen der Blättchen zu vermeiden. Während der Beobachtung selbst ist das Instrument immer vertical zu halten.

Behufs Bestimmung der Divergenz ist an der Innenseite des vorderen Glasdeckels eine Millimeterscala angebracht, und in gleicher Höhe an der rückwärtigen Glasplatte ein Papierstreifen zum Visiren; man hält das Instrument vertical vor sich und visirt mit einem Auge über die beiden oberen Ränder der Papierstreifen hinweg, gleichzeitig die Anzahl Millimeter ablesend, welche der Divergenz entsprechen. Das Auge soll sich dabei in der Distanz der deutlichen Sehweite des normalen Auges vom Elektroskop befinden; doch ist der Einfluss der Parallaxe nur gering. In Fig. 1 und 2 bedeutet n, n den rückwärtigen Visirstreifen.

Die Herstellung der Aluminiumblättchen geschieht aus dem Metall, wie es die Goldschläger im Handel führen; man legt dasselbe zwischen zwei Papierblätter (gewöhnliches Schreibpapier) und schneidet die Streifen in gewünschter Breite ab. Gewöhnlich haften dieselben mit einer Längsseite am Papier und müssen vorsichtig mittels einer Messerklinge abgelöst werden. Um sie an den Stift zu befestigen, befeuchtet man zunächst die Stellen *d*, *d* mit Gummi, nimmt dann ein Blättchen mit den äussersten Haarspitzen eines sehr wenig befeuchteten Pinsels an einem Ende und bringt es in möglichst paralleler Lage auf das Kupferblech *c*. Hat es die richtige Lage, so lässt man das mit dem Pinsel gefasste Ende langsam auf die gummirte Stelle *d* nieder, wo es sofort haftet.

Die Calibrirung der Elektroskope ist in einem Laboratorium mit Hilfe einer Batterie leicht ausführbar[1]); es genügen dazu 200 kleine Elemente (Zn/Pt in H_2O), bei deren Zusammenstellung jedoch auf beste Isolirung zu sehen ist.

§ 4. Wenn durch irgend einen Zufall die Aluminiumblättchen unbrauchbar und durch neue ersetzt werden, so hat die Calibrirung natürlich keine Giltigkeit mehr; auf Reisen oder Excursionen, wo kein Laboratorium zur Verfügung steht, und wo man doch nicht eine Batterie von 200 Elementen mitnehmen will, kann man sich dann dadurch helfen, dass man von vornherein zwei Elektroskope mitnimmt, von denen das zweite nur zur Reserve dient; sind in dem ersten neue Blättchen eingezogen worden, die auch eine neue Calibrirung nothwendig machen, so verfährt man folgender Weise: Man verbindet die Stifte *D* der beiden Apparate durch einen Draht und leitet ihre Hüllen *A* zur Erde; man öffnet die Schutzplatten und nähert einen geriebenen Ebonitstab dem Verbindungsdrahte. Es werden dann beide Elektroskope gleichzeitig divergiren, und zwar unter dem Einflusse **derselben** Potentialdifferenz. Beobachtet man so eine Reihe correspondirender Ausschläge beider, so erhält man mit Hilfe der

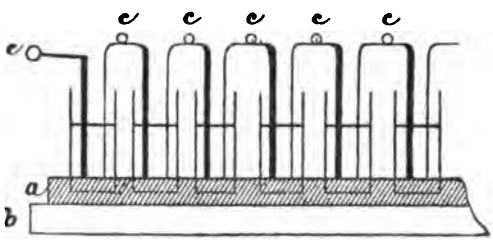


Fig. 5a.

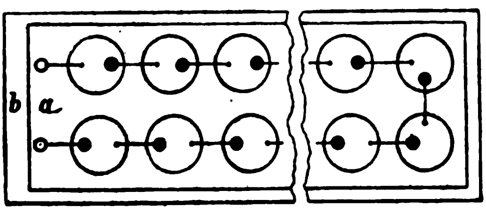


Fig. 5b.

1) Es wird jedem Instrumente eine Calibrirungstabelle beigegeben, die von 25 zu 25 Volt die entsprechenden Divergenzen enthält. Die Zwischenwerthe können durch lineare Interpolation erhalten werden.

Calibrirung des Reserveelektroskopes auch die gewünschte neue Calibrirung unmittelbar.

Um auf Reisen oder exponirten Stationen event. ein Elektroskop auch ganz unabhängig und ohne grosse Batterie calibriren zu können, dazu dient ein Condensator und eine kleine Batterie in compendiöser Form.

Die Batterie (Fig 5 a, b) besteht aus 20 kleinen Zn/Pt-Elementen; sie ist 25 cm lang und 6 cm breit und hoch. Die Gläschen sind in eine Ebonitplatte *a* eingelassen, die an einem Holzbrette *b* befestigt ist; die Zinkplatindrähte sind verlöthet und in die Gläschen eingekittet. Die Oesen *c, c*.. in den Platindrähten gestatten beliebig viel Elemente in Gebrauch zu nehmen. Die Füllung geschieht mittels einer Pipette und besteht aus destillirtem Wasser, oder wo solches nicht erhältlich, aus möglichst reinem Trinkwasser. Die elektromotorische Kraft eines Elementes in offenem Zustande beträgt 1,06 Volt, doch muss bemerkt werden, dass die Elemente nie kurz geschlossen sein dürfen, auch nicht durch die Hände, weil sonst ihre elektromotorische Kraft sinkt. Sollte durch Zufall Kurzschluss eintreten, so entfernt man einfach durch Umstürzen die Füllung und erneuert dieselbe.

Der Condensator ist in Fig. 6 in 1/8 natürlicher Grösse dargestellt. Auf einem Brette *A, A* ist die starke Messingplatte *B, B* aufgeschraubt; dieselbe dient als untere Condensatorplatte und trägt zugleich den Stützpunkt *D* für die obere Condensatorplatte *C*; diese 0,5 — 0,8 mm über der unteren *B*, ist einerseits durch das isolirende

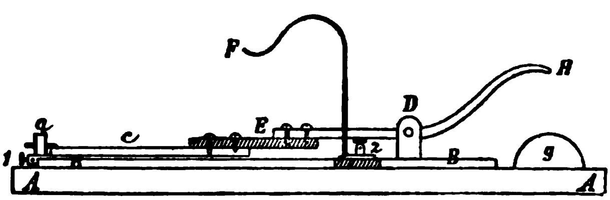


Fig. 6.

Ebonitstück *E* an den Tasthebel *H* befestigt, andrerseits ruht dieselbe auf einem mit der Klemmschraube 1 verbundenen Messingstücke auf. Das letztere trägt auch einen kleinen Riegel *a*, der für gewöhnlich die Platte *C* in ihrer Lage fixirt und beim Gebrauche zur Seite gedreht wird. Diese Klemmschraube 1 ist — was in der Fig. 6 nicht ersichtlich ist — von der Platte *B* vollkommen isolirt. Gleichfalls von derselben isolirt ist die Klemmschraube 2, sowie die damit verbundene Feder *F*. Ausserdem trägt noch die Platte *B* seitlich eine in der Fig. 6 nicht gezeichnete Klemmschraube 3. Der um *D* drehbare Hebel *H* kann bis zu dem Anstoss *G* herabgedrückt werden, wobei die obere Condensatorplatte *C* mit *F* zur Berührung kommt.

Wird die Klemmschraube 1 dauernd auf einem bestimmten Potential V erhalten, während B abgeleitet ist, und drückt man dann H herab, d. h. öffnet man den Condensator, so wird C von dem Potential V auf ein n-mal so hohes gebracht, wobei der Factor n nur von der Construction des Apparates abhängt. Kommt C mit F zur Berührung, so bringt sie auch dieses, sowie etwa damit verbundene Körper durch wiederholte Berührung auf das Potential n V. Um demnach mit der kleinen Batterie das Elektroskop auf hohe und bekannte Werthe zu bringen, wird folgendermaassen verfahren: Man verbindet den einen Pol der Batterie dauernd durch einen isolirten Draht mit 1; ferner verbindet man 2 mit den Blättchen des zu calibrirenden Elektroskopes, dessen Hülle abgeleitet sein muss, und verbindet schliesslich 3 mit der Batterie, so dass zwischen 1 und 3 successive 5, 6, 7 ... Elemente eingeschaltet erscheinen. Bei jeder Einschaltung setzt man den Hebel H wie eine Wippe in Bewegung, so dass die Platte C abwechselnd mit 1 und mit F Contact hat; nach 6—7 maliger Berührung wird das Elektroskop keine weitere Steigerung der Divergenz mehr anzeigen und sein Potential wird gleich $K\,n\,V$ sein, wenn V das Potential eines Elementes und K die Anzahl der eingeschalteten Elemente bedeutet. Die Constante n ist für jeden Apparat experimentell bestimmt und demselben beigegeben; das obige Product ist somit ganz bekannt, und es kann durch Zusammenstellung der beobachteten Divergenzen mit den Potentialwerthen eine Calibrirungstabelle entworfen werden. Der Werth von n beträgt bei den gewählten Dimensionen ca. 10, so dass die Wirkung der 20 Elemente einer solchen von 200 gleichkommt.

Bei Ausführung dieser Versuche wird man finden, dass der Ausschlag des Elektroskopes, während C an F anliegt, etwas grösser ist, als wenn C von F entfernt ist; es kommt dies daher, weil die Vertheilung der Elektricität auf F und dem damit verbundenen Elektroskope in beiden Fällen eine etwas andere ist. Man hat jedoch den grösseren Ausschlag zu nehmen, während C an F anliegt. Die Construction des Condensators ist übrigens eine derartige, dass sich der Factor n, wenigstens angenähert, aus den Dimensionen desselben bestimmen lässt; bezeichnet man den Radius von C mit R, die Distanz beider Platten mit δ, so ist $n = \frac{\pi R}{16 \cdot \delta}$. Diese Formel setzt jedoch gewisse ideale Bedingungen voraus, die natürlich nicht erfüllt sein können, daher der Werth von n bei jedem Condensator experimentell bestimmt wird; es ergibt sich der nach obiger Formel berechnete um ca. 20% kleiner als der experimentell gefundene wahre Werth von n.

§ 5. Als Aufsaugevorrichtung dienen bei den gewöhnlichen Beobachtungen ausschliesslich Kerzenflammen; dieselben sind den Wassercollectoren nicht nur der leichteren Handhabung wegen vorzuziehen, sondern auch deshalb, weil sich bei ihnen der Potentialausgleich mit der Umgebung in kürzerer Zeit vollzieht; das ist aber von Wichtigkeit, denn bei Leitungen von 5—10 m Länge sind auch bei guter Isolirung Elektricitätsverluste nicht zu vermeiden und geht in derselben Zeit mehr verloren, als durch den Collector nachgeliefert wird, so zeigt das Elektroskop nicht mehr den vollen Werth an. Man kann sich leicht durch Versuche überzeugen, dass Kerzenflammen auch bei den längsten zur Verwendung kommenden Leitungen von 10 m stets den vollen Werth angeben, während z. B. ein Wassercollector, der pro Minute 25 cbcm Wasser verbraucht, unter gleichen Umständen schon um 6% zu kleine Werthe anzeigt. Wo es daher angeht, wird man lieber Flammen verwenden (Lunten wirken noch weit schlechter als Wassercollectoren).

Fig. 7 zeigt die verwendete Lampe in 1/2 natürlicher Grösse. Die Messingplatte *a* trägt die Kerze und nach unten eine Hülse *b*, mittels welcher die Lampe auf den unten beschriebenen Stock aufgesetzt wird. Ein Schornstein *c* aus Messingblech schützt die Flamme vor Wind. Der durch eine Schraube verstellbare Kupferdraht *d* trägt oben den Platinfortsatz *e*, der in die Flamme ragt, und unten die Oese *f* zur Befestigung des Verbindungsdrahtes mit dem Elektroskope.

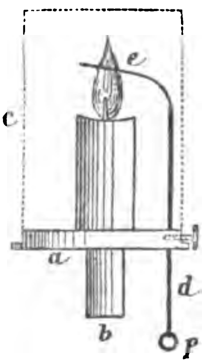


Fig. 7.

Wenn die Flamme das Potential anzeigen soll, welches an ihrem Orte herrscht, so setzt das voraus, dass durch ihre Anwesenheit dasselbe nicht wesentlich verändert werden darf, und daraus folgt weiter, dass der Träger der Flamme, soweit er aus leitender Substanz besteht, möglichst geringe Dimensionen haben muss; da je nach den atmosphärischen Verhältnissen die Flamme sich in Höhen zwischen 1/3 und 3 m vom Erdboden befinden muss, damit das Elektroskop passende Ausschläge anzeigt, so muss der Flammenträger auch innerhalb dieser Grenzen variirt werden können.

Als Flammenträger dient ein Stock in Form eines gewöhnlichen Gehstockes, dessen Griff abzuschrauben ist und in dessen Innerem sich ein Ebonitstab befindet, auf welchen die Lampe aufpasst. Dieser Ebonitstab ist so wie der Stock, zum Einstecken in die Erde mit einer Eisenspitze versehen, und kann ausserdem noch in zwei Theile zerlegt werden, deren kleinerer ungefähr 1/3 m Höhe hat. Man kann nun je nach Bedarf die Lampe entweder nur auf den kleinen, oder auf den ganzen Ebonitstab setzen, oder endlich mit demselben auf den in die Erde gesteckten Stock, wodurch eine Höhe von ca. 1 1/2 m erreicht wird. Wird eine noch grössere Höhe erforderlich, so nimmt man den Ebonitstab, oder schliesslich den Stock mit Ebonitstab in die Hand und hält ihn über den Kopf, in der anderen Hand gleichzeitig das Elektroskop beobachtend; solcherweise kann man leicht bis 3 m Höhe gelangen, was für alle Fälle genügend ist.

Die Lampe muss immer auf dem Ebonit sitzen, und zwar aus dem Grunde, weil durch den leitenden Stock, resp. den Körper des Beobachters die Niveauflächen deformirt werden; da diese Deformation bis zu einer gewissen Höhe reicht, so muss der isolirende Ebonit auch lang genug sein, um die Lampe über dieselbe zu heben. Es genügt für diesen Zweck eine Länge von $^1/_2$—$^2/_3$ m vollkommen; um so viel muss die Flamme auch über den Kopf gehoben werden, wenn man den Stock in der Hand hält.

Man überzeugt sich am besten durch eigene Beobachtung von dem Einfluss, den der Flamme genäherte Leitermassen auf den Ausschlag des Elektroskopes haben.

§ 6. Bezüglich der Anstellung der Beobachtungen kann hier nur kurz auf einige Punkte verwiesen werden. Wenn es sich darum handelt, das normale Potentialgefälle in verticaler Richtung zu bestimmen, so muss die Messung, wie schon erwähnt wurde, auf möglichst ebenem Boden ausgeführt werden. Am besten eignen sich dazu grössere Wiesen oder Wasserflächen, auf denen sich wenigstens im Umkreise von 100 m keine grösseren Gebäude oder sonstige Erhebungen befinden; der Horizont soll durchschnittlich wenigstens bis zu 10° Höhe frei sein. Schmale wenn auch lange Objecte, z. B. Stangen, Telegraphendrähte etc. stören selbst in nächster Nähe fast gar nicht, doch lassen sich hier allgemeine Regeln nicht aufstellen, und muss es jedem Beobachter überlassen bleiben, sich durch eigene Versuche von dem Einfluss der Umgebung seines Beobachtungsortes zu überzeugen.

Eine Vorsichtsmaassregel, von der möglichst oft Gebrauch gemacht werden sollte, ist die, die Apparate auf den guten Stand der Isolirungen zu prüfen. Man ladet zu diesem Zweck das Elektroskop für sich allein (z. B. durch Induction mittels eines geriebenen Ebonit) und beobachtet, ob seine Divergenz constant bleibt; bei guter Isolirung darf dieselbe während 2 Minuten bei einer Grösse von ca. 15 mm höchstens um 0,5 mm abnehmen. Derartige Mängel der Isolirung könnten nur bei längerer Beobachtung in ausserordentlich feuchter Luft, resp. bei Regen oder starkem nassen Nebel eintreten (bei schönem Wetter niemals) und sind durch kurzes und gelindes Erwärmen des Ebonitpfropfens C, natürlich von aussen, mittels der Kerze zu beheben. Gleicher Weise sollte in kritischen Fällen der Lampenträger (Ebonitstab) mit Hilfe des Elektroskopes geprüft, event. behandelt werden;

in letzterer Beziehung genügt ein 1—2maliges Durchziehen desselben durch die Kerzenflamme.

Da das Elektroskop den Sinn der Elektrisirung nicht unmittelbar erkennen lässt, derselbe aber von der grössten Wichtigkeit ist, so muss jedesmal die folgende Probe gemacht werden: Man nähert während der Beobachtung dem Knopfe E des Elektroskopes ein an den Kleidern geriebenes Ebonitstäbchen (also einen negativ elektrischen Körper); dadurch wird die Divergenz entweder zu- oder abnehmen.

Im ersteren Falle war die Ladung und das Potential negativ, im letzteren positiv. Ein diesem Zwecke dienendes, nicht mit Schellack überzogenes Ebonitstäbchen ist dem Elektroskope beigegeben und befindet sich im Futterale innerhalb der Messinghandhabe.

§ 7. Es seien hier noch einige Punkte erwähnt, auf welche ich mir die Aufmerksamkeit der Beobachter zu lenken erlaube. Der Zusammenhang zwischen dem Potentialgefälle an der Erdoberfläche und dem Wassergehalte der Luft, der augenscheinlich besteht, lässt es sehr wünschenswerth erscheinen, gleichzeitig mit den elektrischen Beobachtungen auch eine Psychrometerablesung zu machen; da eine solche überall leicht ausführbar ist, sollte sie wenigstens an solchen Orten nicht unterlassen werden, über deren Luftfeuchtigkeit wegen Mangels benachbarter meteorologischer Stationen nichts bekannt ist.

Mit Hinblick auf denselben Zusammenhang wären aber Beobachtungen im Luftballon von ganz besonderem Interesse. Dass solche mit gutem Erfolge ausführbar sind, geht schon aus meiner eingangs citirten Abhandlung hervor, nur muss die Beobachtung dabei etwas anders eingerichtet werden: Man legt quer über die Ränder der Gondel eine ca. 2 m lange Holzlatte, in deren Mitte, vor dem Beobachter, das Elektroskop auf einem isolirenden Fusse angebracht ist. Die beiden Enden der Latte bestehen gleichfalls aus isolirendem Material und an denselben werden an Drähten von 15—20 m Länge zwei Wassercollectoren hinabgelassen, doch so, dass der eine 1—3 m höher hängt als der andere; die Enden der Aufhängedrähte werden der eine zu den Aluminiumblättchen, der andere zur Hülle des Elektroskopes geführt, so dass dieses eine Divergenz entsprechend der Höhendistanz der beiden Wassercollectoren anzeigt. Der Sinn der Elektrisirung wird auf die gewöhnliche Weise geprüft. Resultate von besonderem Interesse würden sich auf diese Weise beim Durchfahren von Wolken gewinnen lassen und es ist sehr zu bedauern, dass bei den bisherigen Beobachtungen auf Luftreisen immer nach so unvollkommenen Methoden vorgegangen wurde, dass die Resultate keine präcise wissenschaftliche Deutung zulassen.

Bei abnormen Witterungsverhältnissen, z. B. bei Gewittern oder bei normalem Wetter auf hohen Bergspitzen erreicht das Potentialgefälle einen so hohen Werth, dass es mit den gewöhnlichen Apparaten nicht mehr gemessen werden kann. So habe ich z. B. auf der Spitze des Schafberges bei schönstem Wetter ein Potentialgefälle von 2000 Volt auf den Meter erhalten; um solche Grössen auch mit den gewöhnlichen Elektroskopen noch messen zu können, dazu dient die in Fig. 8 skizzirte Doppellampe. An Stelle der gewöhnlichen Lampe wird auf den Ebonitstab das gleichfalls aus Ebonit bestehende 20 cm lange Querstück *a a* mittels der Messinghülse *b* aufgesetzt; dasselbe trägt einerseits die Lampe L_1, andrerseits die Lampe L_2, deren Höhe durch Ebonitstab *cc* regulirbar ist. Ein Leitungsdraht wird von L_1 zur Hülle des Elektroskopes geführt, ein anderer von L_2 zu den Aluminiumblättchen. Das Elektroskop selbst wird dabei an der isolirenden Handhabe gehalten. Die Divergenz der Blättchen entspricht jetzt der geringen Höhendifferenz der beiden Lampen.

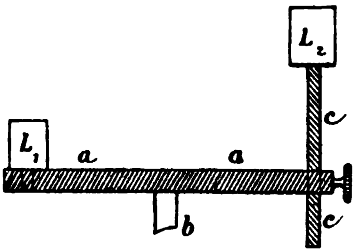


Fig. 8.

§ 8. Von den im Vorstehenden beschriebenen Apparaten sind für die gewöhnlichen Messungen wohl nicht alle erforderlich; es genügt für die meisten Zwecke ein calibrirtes Elektroskop, ein Stock und eine Lampe. Hat man selbst Gelegenheit, z. B. in einem Laboratorium Calibrirungen vorzunehmen, so wird der Condensator und die Batterie gänzlich überflüssig[1]).

Physikalisches Cabinet der k. k. Universität Wien.

1) Die Apparate liefert Herr Mechaniker H. Schorss, Wien, V, kleine Neugasse 13.

Die Entwicklung der Lichtemission glühender fester Körper[1]).

Von

Prof. **H. F. Weber.**

Ueber die Entwicklung der Lichtemission glühender fester Körper lag bisher nur eine einzige Untersuchung vor, welche von J. Draper vor vierzig Jahren ausgeführt wurde. In dieser Untersuchung wurde Draper zu folgenden Resultaten geführt. Alle festen Körper beginnen bei derselben Temperatur zu glühen; der Werth dieser Temperatur der beginnenden Lichtemission ist 525°. Die Entwicklungsform der Lichtemission eines glühenden festen Körpers, etwa eines Platinstreifens, dessen Temperatur durch einen durchfliessenden elektrischen Strom allmählich gesteigert wird, ist die folgende. Sowie die Temperatur des Platinstreifens den Werth 525° überstiegen hat, liefert das ausgesandte Licht bereits ein Spectrum, das von der Linie B bis zur Linie b reicht; ist die Temperatur auf 645° gestiegen, so reicht das Spectrum des emittirten Lichtes von B bis kurz vor F; bei der Temperatur 718° liegen die Grenzen des Spectrums bei B und etwas jenseits G, und bei der Temperatur 1165° hat das Spectrum schon nahezu die volle Ausdehnung des Sonnenspectrums erreicht, indem dasselbe etwa von der Mitte zwischen A und B bis über H hinaus sich erstreckt.

Nach Draper's Untersuchungen entwickelt sich also das Spectrum des von glühenden festen Köpern ausgesandten Lichtes bei steigender Temperatur von jener Ausdehnung an, die es bei eben beginnender Lichtemission hat, in einseitiger Richtung und zwar in der Richtung der zunehmenden Brechbarkeit. Dieses Resultat der Draper'schen Untersuchung ist bisher überall angenommen worden; es ist aber meistens insofern etwas entstellt wiedergegeben worden, als behauptet wurde, bei beginnender Rothgluth werde nur rothes Licht ausgestrahlt; nur Herr E. Lecher hat in seiner Arbeit über Ausstrahlung und Absorption die Resultate der Draper'schen Untersuchung richtig wiedergegeben.

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Berliner Akad. Bd. 28 S. 491 Juni (1887).

Eine in den letzten Monaten ausgeführte Arbeit über den Zusammenhang zwischen der Helligkeit und dem Arbeitsverbrauche in Kohlenglühlampen führte mich auf ganz unerwartete Erscheinungen, deren nähere Untersuchung schliesslich zu dem Ergebnis führte, dass Draper's Beobachtungen über den Beginn und die Entwicklung der Lichtemission glühender fester Körper theils unrichtig, theils unvollständig sind, insofern sie erstens den Beginn der Lichtentwicklung an eine falsche Stelle setzen und zweitens den allmählichen Verlauf der Lichtemission nicht in seiner vollen Ausdehnung, sondern nur von einer bestimmten Phase an schildern. Die neuen Beobachtungen, zu denen ich nach und nach geführt wurde, zeigten, dass die Ausbildung des Spectrums glühender fester Körper in Wahrheit ganz anders verläuft, als man bisher, fussend auf Draper's Beobachtungen, allgemein angenommen hat.

I.

Nach der bisherigen Ansicht über den Beginn der Lichtentwicklung glühender fester Körper fängt die Lichtemission mit der Rothgluth an. Auch ich theilte diese Ansicht und versuchte in der genannten Arbeit über die Lichtemission der Glühlampen die absoluten Werthe der Strahlungsconstanten der verschiedenen Kohlenfasern dadurch zu bestimmen, dass ich die gesammte Strahlung der Kohlenfaser maass, welche sie bei der eben beginnenden Rothgluth in der Zeiteinheit ausgab. Um den Moment der eben auftretenden Rothgluth möglichst genau festzulegen und dadurch zu einem zuverlässigen Werthe der Strahlungsconstante der Kohle zu kommen, führte ich die Beobachtungen in nahezu absoluter Dunkelheit, nämlich im Dunkelzimmer bei Nacht aus.

Zu meinem grossen Erstaunen zeigte mir der erste Versuch dieser Art, dass die Lichtentwicklung der glühenden Kohle gar nicht mit der Rothgluth beginnt, dass vielmehr der glühende Kohlenfaden schon lange vor dem Auftreten der ersten Spur rothen Lichtes bereits ein anderes Licht eigenthümlicher Art aussendet, und dass dieses Licht schon eine Reihe von Abänderungen erfahren hat, bevor die Rothgluth auftritt. Diese Erscheinung trat an allen Exemplaren der 16 verschiedenen untersuchten Typen von Kohlenglühlampen auf, sie war also als normale Erscheinung aufzufassen.

Als z. B. eine Siemens-Lampe (normale Spannung 100 Volt, normale Stromstärke 0,55 Ampère und normale Helligkeit 16 Kerzen) der Untersuchung unterzogen wurde, war der Faden der Lampe so lange in der Finsternis unsichtbar, als die Stromstärke unter dem Werthe 0,051 Ampère und die zwischen den Fadenenden bestehende Potentialdifferenz unter der Grösse 13,07 Volt blieb. Ueberschritten Stromstärke und Potentialdifferenz diese Werthe, so wurde der Faden der Lampe eben sichtbar: er schickte jetzt ein äusserst schwaches Licht aus, dessen Charakter nach Farbe und Helligkeit wohl am treffendsten durch die Bezeichnungen „gespenstergraues Licht“ oder „düsternebelgraues Licht“ gekennzeichnet wird. Diese erste Spur düsternebelgrauen Lichtes erscheint dem Auge als etwas unstet, glimmend, auf- und abhuschend, sei es, dass die Temperatur des Fadens etwas veränderlich ist und dadurch entsprechende Aenderungen der Stärke des ausgesandten Lichtes entstehen, sei es, dass das Auge infolge der grossen Anstrengung, die es unwillkürlich macht, diese allerersten Spuren schwächsten Lichtes scharf und deutlich zu sehen, rasch ermüdet.

Wurde die Stromstärke über den Werth 0,051 Ampère hinaus gesteigert, so nahm das ausgesandte Licht rasch an Helligkeit zu, sein Farbencharakter düstergrau blieb aber längere Zeit unverändert bestehen. Erst bei erheblicher Steigerung der Stromstärke wurde das Grau etwas heller, nahm allmählich die Färbung aschgrau an, um bei noch grösserer Stromstärke in ein entschiedenes Gelblichgrau überzugehen. Während dieser ganzen Zeit war auch nicht eine Spur von röthlichem Licht im Faden zu erkennen.

Erst als die Stromstärke den Werth 0,0602 Ampère und die Potentialdifferenz die Grösse 14,98 Volt erreicht hatte, war eben zu sehen, dass sich über das helle gelblichgraue Licht des Fadens der erste Schimmer eines ungemein lichten feuerrothen Lichtes legte. Mit dem Auftreten dieser ersten Andeutung des rothen Lichtes verschwand die letzte Spur des Glimmens, Hin- und Herzitterns, das sich bisher in allen Stadien der Graugluth gezeigt hatte; von jetzt an machte das von dem Faden ausgesandte Licht den Eindruck eines absolut ruhigen Lichtes.

Bei weiter wachsender Stromstärke nahm das lichte Feuerroth rasch an Stärke zu, und bald erglänzte der Faden mit einem intensiven Hellroth, das dann bei weiter gesteigerter Stromstärke in bekannter Weise in Orange, Gelb, Gelblichweiss und Weiss überging. Von dem „Dunkelroth“, das in allen bisher gegebenen Beschreibungen des Verlaufs der Lichtemission glühender fester Körper als erste Phase der Lichtentwicklung hingestellt wurde, war auch nicht eine Spur zu entdecken.

Nach der Constatirung dieser Thatsachen ging ich daran, mir über die Natur des grauen Lichtes, das der Rothgluth vorausgeht, Aufschluss zu verschaffen.

Eine prismatische Analyse dieses grauen Lichtes mittels Collimator, Prisma und Fernrohr war wegen der grossen Schwäche des

Lichtes nicht möglich, selbst dann nicht, als das graue Licht kurz vor dem Auftreten der ersten Spuren der Rothgluth verhältnismässig hell leuchtete. Ich betrachtete daher den grau leuchtenden Kohlenfaden durch ein Prisma mit gerader Durchsicht oder auch, sobald das graue Licht grössere Helligkeit erlangt hatte, durch ein Glasgitter, mit blossem Auge. Da ergaben sich die nachstehenden Resultate.

Die allererste Spur der Grauglut, die das unbewaffnete, aus nächster Nähe beobachtende Auge eben deutlich wahrnehmen kann, ist so schwach leuchtend, dass es dem durch das Prisma den Faden betrachtenden Auge nicht möglich ist, etwas Deutliches zu sehen. Erst nach einer kleinen Verstärkung des Lichtes ist eine prismatische Analyse möglich, die folgendes erkennen lässt: das Spectrum des düsternebelgrau leuchtenden Fadens besteht aus einem homogenen düstergrauen Nebelstreifen, der genau an der Stelle steht, an welcher eine plötzlich vergrösserte Stromstärke die gelbe und grüngelbe Strahlung erscheinen lässt; das in dem ersten Stadium der Lichtemission ausgesandte graue Licht ist also das Licht der mittleren Wellenlänge des vollständig entwickelten sichtbaren Spectrums. Steigt die Temperatur des Fadens auf grössere Werthe, so verbreitert sich der schmale graue Streifen und nimmt an Helligkeit rasch zu. Ist die Temperatur so hoch gestiegen, dass der Faden dem blossen Auge gelblichgrau erscheint, so sieht das mit dem Prisma bewaffnete Auge das Spectrum als einen breiten grauen Streifen, der in seiner Mitte gelblichgrau leuchtet und auf beiden Seiten allmählich in ein fahles, düsteres Grau übergeht. Sobald die Temperatur jenen Werth erreicht hat, bei welchem das unbewaffnete Auge eben die erste Spur eines lichtrothen Schimmers über den gelblichgrau leuchtenden Faden ausgebreitet sieht, erscheint im Spectrum des Fadens die eine Seite des grauen Streifens von einem äusserst schmalen, zarten, feuerrothen Saume begrenzt und fast gleichzeitig erscheint an der anderen Seite des Streifens ein ziemlich breiter, schwach leuchtender graugrüner Saum. Bei weiter wachsender Temperatur des Fadens verbreitert sich allmählich der rothe Saum, indem rothe Strahlen grösserer Wellenlänge zu den bisher vorhandenen rothen Stellen hinzutreten, ebenso erweitert sich auf der anderen Seite des grauen Streifens der grüne Bezirk durch Hinzutreten von grünen und grünblauen Strahlen kleinerer Wellenlänge, während gleichzeitig der Ausgangspunkt der Entwicklung des Spectrums intensiv hell gelbgrau leuchtet. Sobald sich das Spectrum, so von Innen nach Aussen doppelseitig wachsend, bis zum mittleren Roth und bis an die innere Grenze von Cyanblau ausgedehnt hat, leuchtet die ursprünglich düstergraue, dann hellgraue, dann gelblichgraue mittlere Partie des

Spectrums gelb und gelbgrün. Beim Eintreten der hellen Weissgluth ist endlich das sichtbare Spectrum am Ende seiner doppelseitigen Entwicklung angelangt: es reicht bis zum äussersten sichtbaren Dunkelroth und bis zur inneren Grenze des Ultraviolett.

Das Spectrum des glühenden Kohlenfadens wächst also bei steigender Temperatur nicht einseitig, in der Richtung vom Roth nach dem Violett, sondern entwickelt sich, von einem schmalen Streifen ausgehend, genau von seiner Mitte aus, gleichmässig nach beiden Seiten. Die dem Auge zuerst erscheinende, den Ausgangspunkt der Spectrumsentwicklung bildende Strahlung, ist dieselbe Strahlung, die im vollständig entwickelten sichtbaren Spectrum dem Auge mit der grössten Helligkeit leuchtet und in den schwarzen Flächen der Thermosäule und des Bolometers die maximale Energie entwickelt.

Daraus ist wohl der Schluss zu ziehen, dass diese Strahlung mittlerer Wellenlänge deswegen dem Auge am frühesten sichtbar wird, weil sie auch schon bei der Temperatur der beginnenden Grauglut die maximale Energie besitzt, infolgedessen ihre lebendige Kraft am frühesten jenen Schwellenwerth übersteigt, welcher vorhanden sein muss, um eine Lichtempfindung zu veranlassen, und dass die übrigen Strahlungen kleinerer und grösserer Wellenlänge dann bei steigender Temperatur der Reihe nach dem Auge sichtbar werden, sobald deren lebendige Kraft einen Schwellenwerth ähnlicher Grösse überstiegen hat.

Wird diese Auffassungsweise angenommen, so ist die Reihe der oben beschriebenen Thatschen in einfacher Art begreiflich. Ob aber diese einfache Art der Erklärung zulässig ist, ist in einer besonderen Untersuchung zu prüfen, welche sich die Ermittlung der Energievertheilung über die einzelnen Strahlenbezirke des Spectrums hin für die verschiedenen Phasen der Spectrumsentwicklung zum Ziele setzt.

II.

Da der Einwurf gemacht werden könnte, dass der beschriebene Gang der Lichtentwicklung einer durch den elektrischen Strom glühend gemachten Kohlenfaser vielleicht nicht allein durch den Verlauf der Temperatur bedingt sei, sondern möglicherweise auch von specifischen elektrischen Wirkungen noch unbekannter Art abhängig sein könnte, schien es mir wünschenswerth, die einzelnen Phasen jener Lichtentwicklung kennen zu lernen, welche glühende feste Körper zeigen, sobald sie in gewöhnlicher Weise, etwa durch die Berührung mit heissen Gasen, zum Glühen gebracht werden.

Der folgende einfache Versuchsapparat lässt mit Sicherheit erkennen, dass die Lichtentwicklung glühender fester Körper, welche durch die Berührung mit heissen Gasen allmählich auf höhere Temperaturen gebracht worden, genau denselben Verlauf zeigt wie die Lichtemission eines Kohlenfadens, der durch den elektrischen Strom zum Glühen gebracht wird.

Ueber die Flamme eines Bunsenbrenners wird ein Trichter aus Eisenblech gestülpt, dessen obere, etwa 4 cm weite Oeffnung mit einer in einen Messingring gespannten dünnen Lamelle aus Platin, Gold u. s. w. verschlossen ist. Kurz unter der aufgesetzten Lamelle trägt der Trichter ein seitlich angesetztes, senkrecht zur Trichteraxe verlaufendes Rohr, das die Verbrennungsgase nach aussen zu führen hat. Der Trichter wird so gestellt, dass die Flamme des Brenners in der Axe des Trichters aufsteigt; seine Höhe ist so bemessen, dass sein Mantel das schwache Licht des Brenners vollständig nach aussen absperrt. Auf diesen ersten Trichter ist ein zweiter, gleich grosser, inwendig geschwärzter Trichter aus Eisenblech in umgekehrter Stellung so aufgesetzt, dass die Axen der beiden Trichter in dieselbe Gerade fallen und die Lamelle aus Platin, Gold u. s. w. den Bodenverschluss des oberen Trichters bildet. Beugt sich das Gesicht des Beobachters in die Oeffnung des oberen Trichters, so sieht es, so lange die Lamelle nicht glüht, im Dunkelzimmer und bei Nacht ein absolut dunkles Gesichtsfeld vor sich. Wird durch langsame Regulirung des Gas- und Luftzuflusses zum Brenner die Lamellentemperatur allmählich gesteigert, so tritt ein Moment ein, wo das in die Tiefe des Trichters blickende Auge in der Mitte der Lamelle einen kleinen kreisförmig begrenzten Lichtfleck gewahrt, der ein äusserst schwaches, düsternebelgraues oder fahlaschgraues Licht aussendet, das in der Mitte des Fleckes etwas heller leuchtet als in der Nähe des verwaschenen Randes. Dieser düsternebelgraue Fleck auf schwarzem Untergrunde macht dem Beobachter vollständig den Eindruck eines äusserst schwach leuchtenden Nebelfleckes auf dunkelstem Nachthimmel. Meist erscheint diese erste Spur von Licht etwas hin- und herbewegt und bald aus der Lamelle hervorbrechend, bald im Dunkel des Gesichtsfeldes verschwindend, eine Erscheinung, die offenbar durch die kleinen unvermeidlichen örtlichen und zeitlichen Schwankungen der Temperatur der Lamellenmitte bedingt ist.

Eine weitere Temperatursteigerung der Lamelle lässt das düstergraue Licht der ersten sichtbaren Strahlung in ein intensiveres hellgraues oder hellaschgraues Licht übergehen; zugleich erweitert sich die Grösse des Lichtfleckes. In radialer Richtung findet eine stetige Abstufung von dem Hellgrau der Mitte bis zu dem düstersten Nebelgrau des Randes statt.

Bei fernerer Temperaturerhöhung nimmt das Licht des grösser gewordenen Fleckes rasch an Stärke zu, zugleich ändert sich sein Farbencharakter insofern etwas, als das Grau der hellen Mitte nach und nach in Gelbgrau übergeht.

Endlich kommt bei weiter wachsender Temperatur ein Moment, wo der Beobachter über den hellen gelblichgrau leuchtenden Lichtfleck einen zarten Schleier des lichtesten feuerrothen Lichtes ausgebreitet sieht. Mit diesem äusserst zarten lichten Feuerroth beginnt die Rothgluth, ganz entgegen der bisher überall vorgetragenen Meinung, der Beginn der Rothgluth setze mit den ersten Spuren des tiefsten Dunkelroth ein.

Höhere Temperaturen lassen die Intensität dieser lichten Rothgluth rasch wachsen; Hellroth, Orange, Gelb, Gelblichweiss und Weiss sind die weiteren Stadien der Gluth.

Genau dieselben Erscheinungen bemerkte ich, als ich an die Stelle der Platinlamelle eine Lamelle aus Gold, Eisen oder Kupfer setzte. — Die unter I beschriebene Entwicklung der Lichtemission eines unter dem Einfluss eines elektrischen Stromes glühenden Kohlenfadens ist also lediglich durch die Temperatur bedingt.

III.

Die Thatsache, dass eine sehr beträchtliche Temperatursteigerung nöthig ist, um die ersten Anfänge der Grauglut in die eben sichtbar werdende Rothgluth überzuführen, legt dar, dass die Temperatur, bei welcher feste Körper die ersten Spuren sichtbarer Strahlung auszusenden beginnen, viel tiefer liegt als jene Temperatur, welche den Anfang der Rothgluth bedingt und die von Draper auf 525° gesetzt wurde.

Ich habe versucht die Höhe dieser Temperatur der eben beginnenden Graugluth zu bestimmen und zwar zunächst für Platin.

In die Mitte der in den oben beschriebenen Versuchen benutzten Platinlamelle von ca. 0,1 mm Dicke wurde die eine Löthstelle eines Thermoelementes aus 0,14 mm dicken Neusilber- und Kupferdrähten mittels Silber so eingelöthet, dass die Masse der Löthstelle ein die Lamelle durchsetzendes Volumelement der letzteren wurde und die Dicke der Lamelle am Orte der Löthstelle keine Aenderung erfuhr. Während die andere Löthstelle der Temperatur 0° ausgesetzt blieb, wurde die Platinlamelle in der oben beschriebenen Weise von unten her durch die heissen Flammengase eines in der Axe des Apparates stehenden Bunsenbrenners allmählich auf höhere Temperatur gebracht. Der Heizapparat befand sich im Dunkelzimmer, das nahezu aperiodisch gestellte Galvanometer war in einem Nebenzimmer aufgestellt. Der

Gas- und Luftzufluss zum Brenner wurde so regulirt, dass die Temperatur der Lamelle in der nächsten Nähe jener Temperatur lag, bei welcher die Platinlamelle anfängt, die ersten Spuren sichtbarer Strahlung zu entwickeln. Eine kleine Variation im Gas- und Luftzufluss zum Brenner liess dann eine solche Aenderung der Lamellentemperatur eintreten, dass entweder die erste Spur der Graugluth in der Lamellenmitte eben hervortrat, oder dass die in der Lamellenmitte eben noch sichtbare Graugluth in dem schwarzen Gesichtsfelde erlosch. In diesen Momenten des Auftauchens oder des Erlöschens der Graugluth wurde dem die Ablenkungen des Galvanometers unablässig verfolgenden Beobachter am Galvanometer ein hörbares Zeichen gegeben, den augenblicklichen Stand des Galvanometermagnets zu notiren. Fixirte das beobachtende Auge nicht die Mitte der Lamelle, sondern einen seitlich gelegenen Ort von solcher Lage, dass das Bild der Lamellenmitte auf die empfindlichste Stelle der Netzhaut fiel, so war es im Stande, die Momente des ersten Auftretens oder die Momente des Verschwindens des grauen Lichtes mit einer merkwürdig bestimmten Sicherheit festzulegen, sobald nur die Beobachtungen in einem absolut dunkeln Raume, also in der Dunkelkammer bei Nacht, ausgeführt wurden.

Das folgende Beobachtungsprotokoll vom Abend des 16. April gibt darüber Näheres an. Es wurden 15 Einstellungen auf das Auftreten der ersten schwächsten Spur und auf das Verschwinden dieser ersten schwächsten Spur des grauen Lichtes gemacht.

Ruhelage 501,0

Stand des Magnets:				Stand des Magnets:			
816,0	graues	Licht	erscheint				
819,1	„	„	verschwindet				
815,5	„	„	erscheint				
				180,5	graues	Licht	verschwindet
				178,3	„	„	erscheint
				179,5	„	„	verschwindet
816,5	„	„	erscheint				
815,0	„	„	verschwindet				
814,4	„	„	erscheint				
				178,0	„	„	verschwindet
				179,0	„	„	erscheint
				179,5	„	„	verschwindet
815,5	„	„	erscheint				
816,0	„	„	verschwindet				
814,5	„	„	erscheint				

Ruhelage 501,4.

Die Temperatur der Platinlamelle, bei welcher die erste Spur der sichtbaren Strahlung auftrat, rief also einen mittleren Galvanometerausschlag von 318,3 oder einen (auf die Tangente des Ablenkungswinkels) reducirten Ausschlag von 315,2 Scalentheilen hervor. Das benutzte Thermoelement lieferte aber für denselben Galvanometerkreis (Galvanometer + 500 Ohm Zusatzwiderstand + 30 m Leitungsdraht + Thermoelement) und dieselben Beobachtungsverhältnisse die folgende Beziehung zwischen der Temperatur t der erwärmten Löthstelle (die andere Löthstelle auf 0° erhalten) und dem reducirten Scalenausschlage s:

$$s = 0{,}5901\, t + 0{,}000540\, t^2,$$

welche an demselben Tage durch Benutzung von vier, am Quecksilberthermometer abgelesenen Temperaturen in der Nähe von 50°, 100°, 200° und 250° erhalten worden war.

Nach dieser Relation entspricht dem obigen Ausschlag 315,2 die Temperatur 393°.

An zwei späteren Abenden wurden für zwei andere Platinlamellen mit Hilfe anderer Thermoelemente aus Neusilber und Kupfer die Werthe 396° und 391° als Temperatur der beginnenden Lichtemission des Platins gefunden. Ob die kleinen Differenzen zwischen den drei gefundenen Resultaten von einer veränderten Empfindlichkeit des Auges oder von einer Verschiedenheit des Verhaltens der drei Platinlamellen oder von den kleinen zeitlichen Abänderungen der thermoelektrischen Constanten der benutzten Thermoelemente, die ich bei diesen Messungen öfters bemerken konnte, oder endlich von allen diesen Umständen herrühren, lasse ich vorläufig dahin gestellt sein. Trotz dieser kleinen Differenzen genügen diese drei Beobachtungen, das Resultat festzustellen, dass die Temperatur, bei welcher Platin die ersten Spuren sichtbarer Strahlung auszusenden beginnt, in der Nähe 390° liegt, mithin ungefähr 135° tiefer steht als jene Temperatur 525°, welche seit Draper's Arbeit als die Temperatur der beginnenden Lichtentwicklung angesehen wurde.

Dieser Werth 390° stellt indessen nicht einen absoluten, unveränderlichen Werth vor; er giebt vielmehr nur die Temperatur an, bei welcher die von der Platinlamelle ausgeschickte Graugluth jene Intensität erreicht hatte, die im Stande war, mein in der Entfernung von etwa 20 cm befindliches Auge eben zu erregen. Eine grössere Annäherung des beobachtenden Auges an die leuchtende Lamelle liess die Tiefe des oberen Trichters nicht zu. Andere Formen und Dimensionen des Apparates, welche das Auge bis in unmittelbare Nähe der glühenden Lamelle bringen lassen, werden wahrscheinlich zu einem erheblich geringeren Werthe der Temperatur der beginnenden sichtbaren Strahlung führen; denn einige weitere in den letzten Wochen ausgeführte Versuche über die Graugluth der im Vacuum leuchtenden

Kohlenfäden zeigten mir unter anderem, dass jene schwache Graugluth solcher Fäden, die dem aus grösstmöglicher Nähe beobachtendem Auge die ganze Fadengestalt eben noch deutlich erkennen lässt, schon dann nicht mehr empfunden wird, sobald sich das Auge um 5 cm aus dieser Stellung entfernt.

IV.

Draper glaubte durch einen seiner Versuche bewiesen zu haben, dass die verschiedenartigsten Substanzen wie Gaskohle, Eisen, Platin, Blei, Messing und Antimon bei derselben Temperatur anfangen sichtbare Strahlung auszusenden. Nach der Auffindung der oben beschriebenen Thatsachen erschien es mir als etwas zweifelhaft, ob Draper diesen Versuch unter Innehaltung jener äusseren Umstände angestellt hat, deren Herstellung erforderlich ist, um in dieser Richtung ein sicheres Resultat zu gewinnen, und ob überhaupt die von Draper benutzte Versuchsmethode jene Schärfe der Beobachtung zulässt, welche zur zweifellosen Feststellung eines so allgemeinen Satzes nothwendig ist.

Ich habe deswegen in einigen weiteren Versuchen, die aber nur den Charakter von orientirenden Vorversuchen haben sollten, nachgesehen, ob die Temperaturen, bei welchen Platin, Gold und Eisen sichtbare graue Strahlung auszusenden beginnen, gleich oder verschieden sind.

In diesen Versuchen wurde ein Doppelapparat der oben beschriebenen Form benutzt. In der einen Versuchsreihe war die obere Oeffnung des unteren Trichters des einen Apparates mit einer etwa 0,1 mm dicken Platinlamelle, die obere Oeffnung des entsprechenden Trichters des zweiten Apparates mit einer Goldlamelle von fast gleicher Dicke bedeckt. Die eine Löthstelle eines Thermoelementes Neusilber-Kupfer (Drahtdicke gleich 0,13 mm) war in die Mitte der Platinlamelle, die andere Löthstelle in die Mitte der Goldlamelle so eingelöthet, wie oben beschrieben wurde. Während die eine Lamelle auf Graugluth erhitzt wurde, befand sich die andere Lamelle in schmelzendem Eise.

War für die Temperatur der beginnenden Graugluth der einen Lamelle eine Reihe von Galvanometerablesungen gewonnen worden, so wurden die Rollen der beiden Lamellen vertauscht, und es wurde für die zweite Lamelle eine ebenso lange Beobachtungsreihe ausgeführt, wie für die erste. Zur Controle der Zuverlässigkeit der Resultate wurde die erste Beobachtungsreihe zum Schluss wiederholt.

Ich gebe im folgenden das Protokoll der beiden Beobachtungsreihen, die für die Combinationen Platinlamelle-Goldlamelle und Platinlamelle-Eisenlamelle an den Abenden des 5. und 7. Mai zur Ausführung kamen.

I. Combination: Platinlamelle-Goldlamelle.

A. Platinlamelle erhitzt, Goldlamelle auf 0° abgekühlt.

	Stand des Magnets	Stand des Magnets
Ruhelage 481,0		
	753,0 graues Licht erscheint	
	755,2 „ „ verschwindet	
	756,5 „ „ erscheint . .	202,2
		200,5
		201,5
	757,0	
	759,5	
	759,2	202,0
		201,7
		199,7
	754,7	
	756,5	
	755,0	

B. Platinlamelle auf 0° abgekühlt, Goldlamelle erhitzt.

	Stand des Magnets	Stand des Magnets
Ruhelage 481,8		
		180,5 graues Licht erscheint
		180,5 „ „ verschwindet
	777,0	181,8 „ „ erscheint
	777,0	
	775,5	180,5
		181,0
		180,4
	778,5	
	779,2	
	779,4	184,5
		182,0
		182,5

C. Platinlamelle erhitzt, Goldlamelle auf 0° abgekühlt.

	Stand des Magnets	Stand des Magnets
Ruhelage 482,3		
	758,0 graues Licht erscheint	
	756,5 „ „ verschwindet	
	757,1 „ „ erscheint . .	203,1
		201,5
		202,7

Daraus ergeben sich als mittlere, der beginnenden Graugluth der Platin- und Goldlamelle entsprechende Ausschläge 278,0 und 298,1 Scalentheile. Werden diese Werthe auf die Tangenten der Ausschlagswinkel reducirt, so gehen sie in 275,9 und 295,6 Scalentheile über.

Unmittelbar vor der Ausführung dieser Beobachtungen war für dasselbe Thermoelement und für vollständig identische Beobachtungsverhältnisse (von der kleinen Verschiedenheit des Widerstandes im Thermoelement bei der Graduirung und bei der Temperatur der Graugluth konnte abgesehen werden, da sich im Galvanometerkreise ein Zusatzwiderstand von 500 Ohm befand) als Zusammenhang zwischen dem reducirten Scalenausschlag s und der (am Quecksilberthermometer abgelesenen) Temperatur t der einen Löthstelle (die andere Löthstelle auf 0° abgekühlt) gefunden worden:

$$s = 0{,}6246\,t + 0{,}000204\,t^2.$$

Hiernach sendete die benutzte Platinlamelle die erste Spur von grauem Licht bei der Temperatur 391° aus; für die Goldlamelle begann aber das Auftreten der sichtbaren Strahlung erst erheblich später, nämlich bei der Temperatur 417°.

II. Combination: Platinlamelle und Eisenlamelle.

Zwei Tage später wurde eine ähnliche Versuchsreihe mit einer anderen Platinlamelle in Verbindung mit einer Eisenlamelle, beide von der nahezu gleichen Dicke von etwa 0,1 mm, in gleicher Weise durchgeführt.

A. Platinlamelle erhitzt, Eisenlamelle auf 0° abgekühlt.

	Stand des Magnets		Stand des Magnets
Ruhelage 490,6			
	198,0	graues Licht erscheint	
	196,5	„ „ verschwindet	
	197,0	„ „ erscheint . .	783,6
			785,0
			785,5
	198,5	. . . .	
	197,0		
	199,4	. . . .	784,0
			785,6
			786,5
	198,3	. . . .	
	199,0		
	196,5		

B. Eisenlamelle erhitzt, Platinlamelle auf 0° abgekühlt.

	Stand des Magnets	Stand des Magnets
Ruhelage 491,4		
	215,5 graues Licht erscheint	
	213,0 „ „ verschwindet	
	216,2 „ „ erscheint . .	768,0
		770,5
		768,0
	215,5	
	212,1	
	213,5	769,0
		770,3
		769,4
	214,1	
	212,5	
	215,0	

C. Platinlamelle erhitzt, Eisenlamelle auf 0° abgekühlt.

	Stand des Magnets	Stand des Magnets
Ruhelage 492,0		
	199,5	
	198,0	
	200,3	787,0
		787,2
		786,3

Aus den mittleren, auf Tangenten reducirten Ausschlägen 291,2 und 275,5 Scalentheilen und aus der für das benutzte Thermoelement und die jetzigen Versuchsverhältnisse giltigen Beziehung zwischen dem reducirten Scalenausschlag s und der (am Quecksilberthermometer abgelesenen) Temperatur t der erwärmten Löthstelle:

$$s = 0{,}6040\, t + 0{,}000331\, t^2$$

ergibt sich als Temperatur der beginnenden Lichtemission für Platin 396° und für Eisen, bezw. oxydirtes Eisenblech 377°.

Diese Versuche legen also dar, dass die verschiedenen festen Substanzen auf *verschiedene* Temperaturen erwärmt werden müssen, falls sie die ersten Spuren sichtbarer Strahlung aussenden sollen.

Da genaue Daten über die Temperaturen, bei welchen die verschiedenen Substanzen zu glühen beginnen, der noch zu begründenden Theorie der Strahlung von Wichtigkeit werden können, habe ich Hrn. Dr. *Emden* veranlasst, den Versuch zu unternehmen, diese Temperaturen für eine Reihe verschiedener fester Substanzen in der oben beschriebenen Weise mit jener Genauigkeit zu bestimmen, welche die geschilderte Methode bei eingehender, sorgfältiger Durchführung zu liefern vermag.

Eingesendete Bücher.

H. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik. 2. Auflage, 4. Lieferung. Leipzig bei L. Voss. 1887. Diese Lieferung des berühmten Werkes enthält in § 18 Von der Reizung durch Licht (blinder Fleck, Ort der Lichtreizung, kleinste wahrnehmbare Bilder, Veränderungen der Netzhaut); § 19 Die einfachen Farben (Farbennamen, das Ultraviolett, die Grenze des Roth, Continuität der Farbenreihe, Lichtbrechung in einem Prisma, Helligkeit des Spectrums, Versuche mit dem Spectrum, Geschichte der Farbenlehre); § 20 Die zusammengesetzten Farben (Mischung von Farbstoffen, Mischung homogener Farben).

Dr. E. **Naumann, Die Erscheinungen des Erdmagnetismus in ihrer Abhängigkeit vom Bau der Erdrinde.** 80 Seiten und Tafel. Stuttgart bei F. Enke. 1887. Diese interessante Publication bildet den Vorläufer einer vom Verfasser in Aussicht gestellten grösseren Arbeit und zerfällt in folgende Abschnitte: 1. Einleitung. 2. Die magnetischen Verhältnisse Japans. 3. Die geologischen Verhältnisse Japans. 4. Abhängigkeit der magnetischen Linien von der Structur des japanischen Gebirges. 5. Beweis für die Abhängigkeit der Erscheinungen des terrestrischen Magnetismus von der Erdrindenstructur. 6. Die oceanischen Inseln. 7. Der sog. Gebirgsmagnetismus. 8. Gesteinsmagnetismus. 9. Sitz des Erdmagnetismus und Einfluss der Himmelskörper. 10. Erdströme. 11. Allgemeine Theorie des Erdmagnetismus. 12. Erdbeben und Erdmagnetismus.

Glaser de Cew, Die Construction der magnetelektrischen und dynamoelektrischen Maschinen. 5. Auflage, neu bearbeitet und vermehrt durch Dr. F. Auerbach. Wien, Hartleben's Verlag. 1887. 1. Principien und historische Entwicklung. 2. Maschinen für Wechselströme. 3. Maschinen für gleichgerichtete Ströme. 4. Constructionsdetails und Hilfsapparate. 5. Die Anwendung elektrischer Maschinen zur Erzeugung des elektrischen Lichtes. 6. Verschiedene andere Anwendungen der elektrischen Maschinen.

Dr. **F. Auerbach, Die Wirkungsgesetze der dynamoelektrischen Maschinen.** Elektro-techn. Bibl. XXXVIII. Wien, Hartleben. 1887. Mit 84 Abbildungen. Enthält: 1. Batterieströme. 2. Bewegung im magnetischen Feld. 3. Magnetelektrische Maschinen. 4. Gesetze der Magnete und Elektromagnete. 5. Dynamoelektrische Maschinen im allgemeinen. 6. Beobachtungen an dynamoelektrischen Maschinen. 7. Theorie derselben. 8. Hauptschlussmaschinen. 9. Nebenschlussmaschinen. 10. Compoundmaschinen. 11. Specielle Probleme.

Dr. **M. Wildermann, Naturlehre.** Illustrirte Ausgabe für niedere Schulen. Freiburg 1887. Herder's Verlag. 150 Seiten mit 108 Abbildungen. Preis 1 Mk. 25. Das Buch ist speciell im Anschlusse an das Lesebuch von Bumüller und Schuster verfasst, der Stoff sehr klar behandelt und durch eine grosse Zahl passend gewählter Experimente illustrirt.

Voit, Joseph von Fraunhofer, Biographische Skizze aus Anlass seines hundertjährigen Geburtstages. München bei Th. Riedel. 1 Mk. 50. 20 Seiten mit Porträt.

Dr. R. **Hornberger, Graphische Darstellungen für den meteorologischen Unterricht.** 2. Lieferung. Th. Fischer, Cassel 1887. 8 Mk. Enthält folgende Tafeln: 1. Isothermen für die mittlere Januartemperatur der Erde. 2. Isothermen für die mittlere Julitemperatur. 3. Isobaren und vorherrschende Winde im Juli. 4. Jährlicher Gang der Temperatur unter verschiedenen Breiten. 5. Windrichtungen in einem Wirbelsturm.

Ein „Museum der Ethnographie“ in Bild u. Wort.

Soeben erscheint:

Völkerkunde von Prof. Dr. **Fr. Ratzel,**

In 3 Bänden à 16 Mark = 42 Lief. à 1 Mark. Mit 1200 Holzschnitten, 5 Karten und 29 Chromotafeln. Grossoktav. Die erste Lieferung oder den ersten Band legt jede Buchhandlung zur Einsicht vor. Prospekte gratis.

„Ein Werk, das alles ausschlägt, was bisher auf diesem Gebiete geleistet wurde. Wir dürfen es geradezu als ein Nationalwerk begrüßen, wie es nur selten erscheint.“

[Dr. Karl Müller, in der Zeitschrift „Natur“.]

Verlag des Bibliograph. Instituts in Leipzig.

(15/10)

Im Verlage von **Quandt & Händel** in **Leipzig** erschien soeben in neuer Auflage:

Physikalische Demonstrationen.

Anleitung zum Experimentiren im Unterricht an Gymnasien, Realschulen und Gewerbschulen. Von Dr. **Ad. F. Weinhold,** Professor an den technischen Staatslehranstalten in Chemnitz. Mit 4 lithographirten Tafeln und gegen 500 in den Text gedruckten Originalholzschnitten. Zweite verbesserte und vermehrte Auflage. Preis 22 M. 50 Pf. (16|10)

Verlag von **R. Oldenbourg** in **München und Leipzig.**

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

klein 8. VIII und 128 Seiten. Preis gebunden 2 M. 40 Pf.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/10)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (18/10)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Arbeitsübertragung, Elektrolyse und Lehrzwecke.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte

Construction für Lehrzwecke.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (12/10)

MAX KOHL, Mechanische Werkstätte, Poststrasse 51, Chemnitz

empfiehlt sich zur Lieferung **physikalischer Vorlesungsapparate** in solidester und sauberster Ausführung; Anfertigung **Crookes'scher Apparate,** sowie aller **Glasapparate** nach Zeichnung; **Quecksilberluftpumpen** in Metall und Glas in vorzüglicher Ausführung. — Anfertigung sämmtlicher Apparate, welche in den **Physikalischen Demonstrationen** von Prof. Dr. Weinhold angegeben sind. **Neu, Weinhold**'sche **Spiegelgalvanometer** mit Ocularscala, vorzügliches, leicht transportables und hochempfindliches Instrument für Widerstandsmessungen, ferner **Widerstandskasten, Torsionsgalvanometer, Universalgalvanometer, Electrodynamometer,** grosse **Galvanometer** mit **Töpler**'scher **Dämpfung.** (21a/10)

Ein Hausschatz.

So wenig wir auch bei Bücherbesprechungen Freunde von Superlativen sind, so müssen wir doch angesichts des soeben ausgegebenen achten Bandes der neuen, vierten Auflage von Meyers Konversations-Lexikon bekennen, dafs die farbigen Illustrationen in der Vollendung, wie sie dieser Band enthält, kaum übertroffen werden können. Gleich die fast zu Anfang des über 1000 Seiten starken Bandes den Artikeln „Halskrankheiten“ und „Hautkrankheiten des Menschen“ beigefügten Aquarelldrucke müssen als Musterleistungen der graphischen Kunst bezeichnet werden. Sie lassen an wissenschaftlicher Genauigkeit und sorgfältiger technischer Ausführung der Illustrationen nichts zu wünschen übrig und erläutern so in vorzüglicher Weise den von hervorragenden Fachleuten bearbeiteten Text dieser gerade in unserer Zeit so besonders interessanten Artikel. Mit diesem achten Band liegt übrigens zugleich die erste Hälfte des gewaltigen Werkes fertig vor, und es erscheint uns deshalb wohl angebracht, hier ein Wort über das ganze Unternehmen anzufügen. Wir haben uns überzeugt, dafs, wie seiner Zeit schon die dritte, auch diese neue vierte Auflage des Meyerschen Konversations-Lexikons durch die gleichmässige, gründliche und doch gemeinverständliche Behandlung aller Fächer, diese systematische Übersichtlichkeit des Ganzen, diese reiche instruktive Illustrierung und diese vollendet schöne technische Ausführung wiederum zu den besten Werken dieser Art zählt. Inhaltlich und äufserlich repräsentieren die vorliegenden acht Bände ein Musterwerk der encyklopädischen Litteratur, das der deutschen Wissenschaft wie dem deutschen Buchhandel zur höchsten Zierde gereicht. Ein Reichtum von nützlichem Wissen und gesunder Gelehrsamkeit liegt darin aufgespeichert, und es ist begreiflich, dafs viele auch der sogenannten „Kleinen Leute“ danach trachten, diesen Schatz für ihre Hausbibliothek zu erwerben. Da es aufser in Lieferungen à 50 Pf. ratenweise in gebundenen Bänden à 10 M. bezogen werden kann und die meisten Buchhandlungen dafür sehr bequeme Zahlungsbedingungen zu stellen pflegen, so können wir die Anschaffung des schönen Werkes jedermann nur angelegentlichst empfehlen.

(15a/10) **(Neue Freie Presse, Wien.)**

XXIII. Band. 11. Heft.

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 11. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.

DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 10).

Jahrgang 1887 Nr. 30 enthält:

Rundschau. — **Zur absoluten Messung des elektrischen Stromes.** Von J. Kessler. — **Ueber das galvanische Leitungsvermögen von Amalgamen.** Von Carl Ludwig Weber. — **Ueber die Leistung von Centrallichtquellen.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Literatur.** S. Freiherr v. Gaisberg, Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen. — A. Herricht, Zur Blitzableiterfrage. — Zur Besprechung eingelaufene Bücher. — **Kleinere Mittheilungen.** Personalnachricht. O. E. Woodhouse †. Elektrische Kraftübertragung. Elektrische Bahn in Pest. — Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung der St. Jacob-Kirche zu Nürnberg. — Elektr. Beleuchtung in Halle und Magdeburg. — Die Blockcentrale zu Hannover. — Die Centrale zu Braunschweig. — Die elektr. Beleuchtung in Mailand. — Verschiedenes. Eingesandte Preisverzeichnisse. — Patentprocess. — Programm der technischen Hochschule in Braunschweig. — Neues Element. — Die magnetische Permeabilität eines Eisenstabes. — Ueber den specifischen Widerstand des käuflichen Eisens. — „Kohlenring" in Amerika. — Polanzeiger von Hammer. — Strommesser von Prof. Forbes. — Das Dynamogalvanometer Maxwell-Jolin. — **Patente.**

Jahrgang 1887 Nr. 31 enthält:

Rundschau. — **Spannungszeiger.** Von Hartmann-Braun in Bockenheim-Frankfurt a/M. — **Zur absoluten Messung des elektrischen Stromes.** Von J. Kessler. (Schluss.) — **Apparate zur Photometrirung von Bogen- und Glühlampen unter verschiedenen Ausstrahlungswinkeln.** Von Dr. Hugo Krüss in Hamburg. — **Auszüge aus Patentschriften.** — **Kleinere Mittheilungen.** Personalnachricht. Prof. Dr. Kittler zum Mitgliede der Kaiserl. Leopoldinisch-Carolinischen Deutschen Akademie der Naturforscher gewählt. — Telephonie. Erprobung von Mikrotelephonen der Fabrik F. Heller in Nürnberg an der Haupttelegraphenstation Würzburg. — Das Bell'sche Telephonpatent in Wien gestürzt. — Beantragung der Nichtigkeit des Bell-Patentes durch die amerikanische Regierung. — Telephonie in Amerika. — Elektrische Kraftübertragung. Elektrische Kraftvertheilung in Amerika. — Elektrische Locomotive. — Elektrische Beleuchtung. Elektr. Beleuchtung in München, Berlin, Hamburg, Offenburg. — Verschiedenes. Opéra comique in Paris. — Achard's elektrische Bremse. — **Patente.**

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

Ueber die Ausdehnung der Flüssigkeiten und den Uebergang der Körper aus dem flüssigen in den gasförmigen Zustand.

Von

A. Nadeschdin.

(Schluss.)

III. Kapitel.

Wir gehen zur Untersuchung der Ausdehnung im allgemeinen über, d. h. zur Untersuchung der Abhängigkeit zwischen den Voluminis und den Ausdehnungscoefficienten der Flüssigkeiten, nicht bei irgend einer und derselben Temperatur, sondern innerhalb weiterer Grenzen, sogar bis zu den Grenzen der möglichen Existenz der Flüssigkeit.

Wenn die Ausdehnungsgesetze uns bekannt wären und somit auch die allgemeine Form der Function, welche die Veränderung des Volumens mit der Temperatur ausdrückt, so würde unsere Untersuchung der Ausdehnung der Körper sich darauf reduciren, die Abhängigkeit zwischen den in die allgemeine Functionsformel eingehenden Constanten, welche einen bestimmten Körper charakterisiren, zu ermitteln. Da nun ein allgemeines Gesetz und folglich auch eine allgemeine Formel, als dessen analytischer Ausdruck, bis jetzt nicht bekannt ist, so handelt es sich zunächst darum, die existirenden empirischen Ausdehnungsformeln einer Revision zu unterwerfen mit der Absicht, zu entscheiden, welche derselben eine grössere Allgemeingiltigkeit haben und somit rationeller sein werden, und endlich eine die Ausdehnung charakterisirende Abhängigkeit zwischen den Constanten zu ermitteln.

Das Volumen der Flüssigkeit, sowie auch ihre Existenz als solche ist von zwei Umständen bedingt: von der Temperatur und vom Drucke; wir können eine Ausdehnung der Flüssigkeiten sowohl bei irgend welchen constanten Drucken, als auch unter ihren eigenen Dampfdrucken beobachten. Die Mehrzahl der Beobachtungen bezieht sich auf den constanten Druck einer Atmosphäre, da es bekannt ist, dass die Dilatation sich unter diesen Verhältnissen sehr bequem durch die parabolische Formel:

$$V = V_0 (1 + at + bt^2 + ct^3 + \ldots)$$

ausdrücken lässt, wo V_0 das Volumen bei 0°, t die Temperatur, $abc\ldots$ die einen gegebenen Körper charakterisirenden Constanten bedeuten. Es versteht sich von selbst, dass die Volumveränderungen bei solchen Beobachtungen nur für diejenigen Temperaturen gelten, welche unterhalb des Siedepunktes liegen; aber wenn wir bei vergrössertem Drucke das Verdampfen einer Flüssigkeit bei einer Temperatur, welche die kritische nicht erreicht, verhindern, so erhalten wir einen bedeutenderen Theil der Ausdehnungscurve, oder sogar die Curve in ihrer ganzen Ausdehnung (wenn wir, wie gewöhnlich, die erhaltenen Resultate graphisch darstellen). So untersuchte Hirn die Ausdehnung der Flüssigkeiten unter constantem Drucke von 14—80 Atmosphären, Grimaldi unter verschiedenen Drucken von 1—33 Atmosphären, Avenarius und mehrere andere unter dem Drucke, welcher dem kritischen gleich ist.

Die Untersuchungen von Hirn haben gezeigt, dass die Ausdehnung in den von ihm gewählten Grenzen durch eine parabolische Formel mit fünf Gliedern ausgedrückt werden kann[1]); noch früher aber fand Drion, indem er die Ausdehnung der Flüssigkeiten, unter ihren eigenen Dampfdrucken, fast bis zum vollen Verdampfen derselben maass, dass die parabolische Formel zur Berechnung der Ausdehnung bei hohen Temperaturen nicht zweckmässig sei, und dass die Interpolation sich viel einfacher gestaltet nach der Formel:

$$\log V = At + Bt^2 + Ct^3\,{}^{2})\text{.}$$

Wenn wir uns nun einer parabolischen Formel bedienen wollten, müssten wir mehrere solche Formeln aufstellen[3]). Wir wollen noch bemerken, dass die Beobachtungen von Drion nicht besonders genau sind[4]); wenn wir der Wirklichkeit nähere Grössen einsetzen, so träte die Ungiltigkeit der parabolischen Formel[5]) noch deutlicher zu Tage.

---

1) Hirn, Ann. de chim. et de phys. (4) t. X.

Wir bemerken noch, dass die vier Coefficienten der parabolischen Formel von Hirn nur aus vier Beobachtungen bestimmt wurden; wenn er, wie Drion, eine grössere Anzahl der Beobachtungen oder alle genommen hätte, so wäre es ihm schwerlich gelungen, alle Resultate mit Hilfe einer und derselben Formel darzustellen.

2) Drion, Ann. de chim. et de phys. t. LVI p. 5.

3) Ebenda p. 31—33.

4) Wegen Verdampfens der Flüssigkeit sind die beobachteten Volumina stets kleiner, als die wirklichen. Siehe Avenarius, Bulletin de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg t. XXIV p. 225.

5) Dasselbe gilt auch von einigen anderen Formeln, welche auf die letztere zurückgeführt werden können, z. B.:

$$V = e^{\mu t} \cdot V_0 \text{ (Bosscha).}$$

Andrerseits veranlasste die Abwesenheit irgend eines rationellen Charakters in den parabolischen Formeln die Forscher zur Auffindung anderweitiger analytischer Ausdrücke, sogar innerhalb derjenigen Temperaturgrenzen, wo die parabolische Formel vollständig gerechtfertigt erscheint.

Es kann natürlich keine Rede von rationellen Formeln sein, so lange uns die eine Erscheinung bedingenden Gesetze unbekannt sind; in der Praxis aber nennen wir eine Formel rationell, wenn sie als die Folgerung einer gewissen Theorie erscheint, oder wenn sie die charakteristischen Eigenthümlichkeiten der Erscheinung darstellt. Eine der Eigenthümlichkeiten, die wir beim Erwärmen einer Flüssigkeit beobachten, besteht z. B. darin, dass sie sich bei einer gewissen Temperatur verflüchtigt.

Setzen wir voraus, dass das Volumen des gebildeten Dampfes unendlich gross werde und suchen wir diesen letzten Umstand, sowie auch die ungeheuere Zunahme des Ausdehnungscoefficienten beim Erwärmen bis zu den höchsten möglichen Temperaturen analytisch darzustellen, so werden wir Formeln erhalten, etwa wie die folgenden:

$$v = a + \frac{c^2}{\delta - t} \text{ (Potter[1])}$$

und

$$\frac{dt}{dv} = \mu\,(\gamma - t) \text{ (Watterston[2])}.$$

Watterston benutzte die letzte Formel zur Berechnung der Beobachtungen von Drion und fand, dass sie den Beobachtungen mehr entspricht, als irgend eine andere.

Auf einen besonderen Vorzug dieser letzten Formel (wenn wir die Ausdehnung bis zur kritischen Temperatur ausdrücken wollen) hat Prof. Avenarius aufmerksam gemacht. Durch Integration der Formel von Watterston erhalten wir:

$$V = a + b \log (t_k - t) \tag{1}$$

wo a und b const., t_k die kritische Temperatur, bei welcher V und $\frac{dV}{dt}$ unendlich werden. In dieser Form wurde diese Formel für Aethyläther verificirt, sowohl bei veränderlichem Drucke der eigenen Dämpfe, als auch bei constantem Drucke, welcher dem Drucke bei der kritischen Temperatur gleich war[3]) und welcher der kleinstmögliche ist, bei

1) Potter, Erdm. Journ. II.

2) Watterston, Philos. Mag. vol. XXXII.

3) Avenarins, Bull. de l'Académie impér. des sciences de St. Pétersbourg t. XXIV p. 525—533. Mélanges phys. et chim. t. X p. 697.

welchem man das Verdampfen der Flüssigkeit vor Erreichung ihrer kritischen Temperatur verhindern kann. In beiden Fällen ergab sich die Formel in den Grenzen der Genauigkeit der Beobachtungen (bis auf Tausendstel des anfänglichen Volumens), als mit der Erfahrung ganz übereinstimmend.

Die nach demselben Plane ausgeführten Arbeiten von K. Jouk[1]) (Aethylalkohol, Schwefligsäureanhydrid) von Kannegiesser (Diäthylamin) und Djatschewski (Chloräthyl)[2]) haben deutlich bewiesen, dass die Veränderungen des Volumens mit der Temperatur sich durch die Formel des Prof. Avenarius sehr genau darstellen lassen.

De Heen betrachtet die Ausdehnung der Flüssigkeiten von einem anderen Standpunkte; er sucht die allgemeine Ausdehnungsformel aus dem Gesetze der Molecularwirkung der Flüssigkeitstheilchen aufeinander, als eine gewisse Function ihrer Entfernung voneinander abzuleiten[3]).

Unter der Annahme, dass die Theilchen aufeinander mit einer Kraft wirken, die umgekehrt proportional der n^{ten} Potenz der Entfernung ist, werden bei gegebenen zwei Abständen a und a' die Kräfte f und f' sich verhalten, wie:

$$\frac{f}{f'} = \frac{a'^n}{a^n}. \tag{2}$$

Setzen wir nun voraus, wie es de Heen thut, dass mit gleichen Zunahmen der Temperatur gleiche Ausdehnungsarbeiten correspondiren (was eigentlich nur für einige Gase richtig ist), so haben wir, wenn $\frac{da}{dt}$ die Zunahme der Entfernung mit der Temperatur bezeichnet:

$$f \cdot \frac{da}{dt} = f' \cdot \frac{da'}{dt'} = \ldots \tag{3}$$

Gl. 2 mit Gl. 3 gibt:

$$\frac{da}{dt} : \frac{da'}{dt'} = \frac{a^n}{a'^n}.$$

Aber es ist:

$$a = V^{\frac{n}{3}}; \; a' = V'^{\frac{n}{3}}; \; \frac{da}{dt} = \frac{1}{3}\frac{dV}{dt}; \; \frac{da'}{dt'} = \frac{1}{3}\frac{dV'}{dt'}$$

1) Journal der russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 13 (1881). Beibl. Bd. 6.

2) Journal der phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 16 S. 304. Beiblätter Bd. 8.

3) Bulletin de l'Academie roy. des sciences de Belg. (3) t. 4 p. 528 (1882). Alle späteren Verallgemeinerungen von de Heen sind gesammelt in: „Premier essai de théorie des liquides". Ann. de chim. et de phys. (6) t. V p. 83.

(V und V' die Volumina bei den Temperaturen t und t'), folglich:

$$\frac{dV}{dt} \cdot V^{-\frac{n}{3}} = \frac{dV'}{dt'} \cdot V'^{-\frac{n}{3}}.$$

Sei $\frac{dV'}{dt'}$ der Ausdehnungscoefficient bei $0^0 = \alpha_0$, $V' = 1$, dann ist:

$$\frac{dV}{dt} = \alpha_0 \cdot V^{\frac{n}{3}} \tag{4}$$

was ein allgemeines Ausdehnungsgesetz von de Heen ausdrückt.

Diese Gleichung kann in etwas anderer Form dargestellt werden. Setzen wir $\frac{n}{3} = m$, dann gibt die Integration von Gl. 4, indem wir bei $t = 0$, $V = 1$ haben:

$$V = \sqrt[1-m]{1 + (1 - m)\,\alpha_0 t}$$

oder

$$V = \sqrt[m-1]{\frac{1}{1 - (m - 1)\,\alpha_0 t}}. \tag{5}$$

Indem de Heen die Ausdehnung einer bedeutenden Zahl von Substanzen untersuchte, fand er, dass es am bequemsten sei, $n = 7$ anzunehmen, oder dass die Flüssigkeitstheilchen aufeinander mit einer Kraft, welche der 7. Potenz der Entfernung proportional ist, wirken. Er und andere verificirten diese Formel in der Weise, dass $\frac{dV}{dt}$ für eine Reihe von Flüssigkeiten bei gegebenem V berechnet und mit den beobachteten verglichen wurden[1]); für andere Flüssigkeiten berechnete man V nach der Formel 5[2]). Es ergab sich dabei, dass die Formel von de Heen in den Grenzen der Beobachtungen von Pierre, Kopp, Thorpe und anderen (d. h. von 0^0 bis zur Siedetemperatur) die Ausdehnung sehr befriedigend ausdrückt, woraufhin er die von ihm gefundene Abhängigkeit als „ein allgemeines Gesetz" anzusehen geneigt war und deswegen sich bemühte, dieselbe auch mit anderen Eigenschaften von Flüssigkeiten in Verbindung zu bringen. Wenn wir aber die Formel von de Heen zur Berechnung der Volumina für Temperaturen, die beträchtlich den Siedepunkt überschreiten, anwenden, so ergeben sich sowohl die Volumina, als auch die Ausdehnungscoefficienten bedeutend geringer als die beobachteten. So z. B. folgt aus den Beobachtungen von Drion für Chloräthyl und Schwefligsäure,

1) Bulletin t. IV p. 533—536.

2) Ebenda p. 543.

dass die für 130° berechnete Derivirte $\frac{dV}{dt}$ fast um 50% kleiner ist, als die beobachtete[1]). Noch eine grössere Differenz ergibt sich aus den Beobachtungen von Jouk und Djatschewski.

De Heen erklärt die Ursache der Abweichungen bei hohen Temperaturen durch eine Depolymerisation, oder durch eine physikalische, und in einigen Fällen sogar auch chemische Dissociation der Theilchen. (De Heen, sowie auch Pictet, zweifelt nicht daran, dass das Moleculargewicht sich mit der Veränderung des Aggregatzustandes ändert[2]). In der That, wenn die Flüssigkeitstheile aus Gruppen von Theilchen bestehen, so muss das Auseinanderfallen dieser Gruppen in ihre Bestandtheile von einer Zunahme des Volumens begleitet sein, wenigstens findet der letztere Umstand für starre Körper statt, wie Spring es bewiesen hat[3]).

Es lässt sich indessen annehmen, dass noch eine andere Ursache der Abweichungen in der Ungiltigkeit der Grundhypothese, dass gleichen Temperaturzunahmen gleiche Ausdehnungsarbeiten entsprechen, zu suchen sei.

Wir können uns hier nicht darauf einlassen, de Heen in allen seinen Versuchen, die Giltigkeit seines Gesetzes zu beweisen, und ihre Anwendbarkeit zur Untersuchung anderer Eigenschaften der Flüssigkeiten darzulegen, zu folgen und begnügen uns damit, bloss auf einen Umstand aufmerksam zu machen.

Aus der Giltigkeit der oben angeführten Hypothese wird nach de Heen folgen, dass die specifische Wärme einer Flüssigkeit constant und unabhängig von der Temperatur sein müsste, wenn ausser der zur Aenderung der Entfernungen der Theilchen verbrauchten Arbeit keine andere Arbeit innerhalb des Moleküls selbst vorausgesetzt würde[4]).

Dem Obigen gemäss müsste die Differenz zwischen den specifischen Wärmen im flüssigen und dampfförmigen Zustande constant sein, was sich auch durch die Erfahrung bestätigt[5]). Aber erstens widerspricht

1) Bulletin t. IV p. 538.

2) Auf diese Weise geschieht wegen des Auseinanderfallens der starren Theile das Schmelzen, der flüssigen das Sieden, der gasförmigen die chemische Dissociation. Wie gross ihre Analogie mit der Verwandlung der Flüssigkeit in Dampf ist, kann man aus der Vergleichung der Ansichten von Pictet und de Heen mit denen von Berthelot (Essai de méc. chim. t. I p. 43) ersehen.

3) Bulletin de l'Académie des sciences de Belg. (3) t. III.

4) Ann. de chim. et de phys. (6) t. V p. 113.

5) Wenn ϱ die innere Verdampfungswärme bei irgend einer Temperatur t bezeichnet, ϱ_0 dieselbe bei 0°, α_0 den Ausdehnungscoefficienten bei 0°, so folgert de Heen aus seinem Ausdehnungsgesetze, mit Hilfe einiger beiläufiger Voraussetzungen, dass

$$\varrho = \varrho_0 (1 - 1{,}333 \cdot \alpha_0 \cdot t) \text{ (a. a. O. S. 108).}$$

de Heen sich selbst, wenn er annimmt, dass nur die chemische Dissociation eine Veränderung der specifischen Wärme der Flüssigkeit hervorbringen könnte (a. a. O. S. 86) und zweitens beweist die von de Heen ausgeführte Verification nur, dass die Differenz der specifischen Wärme der Flüssigkeit und des Dampfes in einigen Fällen der von ihm berechneten nahe kommt; man kann sie bei niedrigen Temperaturen als constant annehmen, aber mit zunehmenden Temperaturen nimmt obige Differenz rasch zu [1]). Wir wollen sehen, was uns noch die Formel von de Heen geben kann. Wir ersehen zunächst, dass, wenn sie auch die Ausdehnung bei hohen Temperaturen nicht ausdrückt, sie doch zeigt, dass bei $n > 3$ das Flüssigkeitsvolumen nicht unbegrenzt zunehmen kann, weil bei der Temperatur, für welche

$$\begin{gathered} 1 - 1{,}333 \cdot \alpha_0 \cdot t = 0 \\ V = \infty \end{gathered} \tag{a}$$

wird. Es ist offenbar, dass die aus Gl. a bestimmte Temperatur nichts anderes, als die kritische ist, obgleich de Heen, indem er diese letzte für $\alpha_0 = 0{,}001$ zu bestimmen suchte, die unmögliche Grösse 750° erhalten hat.

Setzen wir weiter voraus, dass die Theile eines Körpers nicht aufeinander wirken, so haben wir $m = 0$ und $V = 1 + \alpha t$ d. h. das Gesetz von Gay-Lussac für die Gase.

Auf diese Weise stellt die Formel von de Heen allerdings eine interessante Verallgemeinerung vor, obgleich sie sich auf einige zweifelhafte Voraussetzungen stützt und die Ausdehnung bei hohen Temperaturen nicht ausdrücken kann. Wir können uns ihrer von 0° annähernd bis zur Siedetemperatur zur Berechnung der Volumina mit nicht minderem Grade der Genauigkeit bedienen, als uns die parabolische Formel mit drei Coefficienten liefern würde. Ihre einfache Form und ihre theoretische Bedeutung erlaubten es, aus ihr einige neue Verallgemeinerungen zu folgern [2]).

Andrerseits wenn C die specifische Wärme der Flüssigkeit, C_s diejenige des Dampfes bezeichnet, folgt aus der Mech. Th. der Wärme

$$\varrho_0 + C_s \cdot t = \varrho + C \cdot t$$

woraus

$$\varrho_0 - (C - C_s)\, t = \varrho_0 (1 - 1{,}333 \cdot \alpha_0 \cdot t)$$

oder

$$C - C_s = 1{,}333 \cdot \alpha_0\, t = \text{const.}$$

(Ann. de chim. et de phys. (6) t. V p. 108—113).

1) Wir bemerken noch, dass die specifische Wärme der Flüssigkeit nach de Heen durch die Form $C = C_0 + \alpha t$ dargestellt wird.

2) Ausser der obigen Verallgemeinerung wollen wir hier noch auf die Anwendung des allgemeinen Ausdehnungsgesetzes zur Untersuchung der Capillarerscheinungen hinweisen. Es ergibt sich, dass, wenn A die Oberflächenanziehung

Als ein specieller Fall der Formel von de Heen ergibt sich die später erschienene Formel von Prof. Mendelejeff[1]. Setzen wir $n = 6$, so erhalten wir

$$\frac{dV}{dt} = \alpha_0 V^2$$

und

$$V = \frac{1}{1 - \alpha_0 t} = (1 - \alpha_0 t)^{-1}\ ^{2)}$$

Herr Mendelejeff erhält seine Formel nicht aus der Ausdehnungsformel von de Heen, sondern aus der allgemeinen Annahme über die Gleichförmigkeit der Ausdehnung der Flüssigkeiten, welche seiner Meinung nach durch folgende Formel:

$$V = \left(1 + \frac{k}{n} \cdot t\right)^n$$

gut dargestellt werden kann, wo für Gase $n = 1$ und für Flüssigkeiten $n = -1$ ist; man kann aber von ihr dasselbe sagen, wie auch bezüglich der Formel von de Heen. Die Formel des Herrn Mendelejeff ist innerhalb derselben Grenzen anwendbar, wie die Formel von de Heen, indem sich die Formel von Mendelejeff für hochsiedende Flüssigkeiten, deren Ausdehnung gering ist, die Formel von de Heen dagegen für flüchtige Flüssigkeiten besser eignet, umsomehr als letztere die Ausdehnung innerhalb eines etwas grösseren Temperaturintervalles, als die erstere ausdrückt.

---

ist, die Veränderung von $A^{0,571}$ mit der Temperatur durch eine Gerade dargestellt wird; α_0 oder der Ausdehnungscoefficient wird ausserdem:

$$\alpha_0 = \frac{1 - A^{0,571}}{1,333 \cdot 1,608 \cdot t}$$

(de Heen Bulletin de l'Académie roy. des sciences de Belg. (3) t. V. p. 508 1883). Indem ferner de Heen sein Ausdehnungsgesetz auf die Untersuchung der Adhäsion ausdehnte, kommt er zu folgenden Relationen: es sei β der Adhäsionscoefficient, T die absolute Temperatur, V das Volumen bei dieser Temperatur, so wird sein

$$\beta = T \cdot \alpha_0 \cdot V^{3,666}$$

und

$$\frac{\beta}{\beta_0} = \frac{T}{273}\left(\frac{1}{1 - 1,333 \cdot \alpha_0 t}\right)$$

(Bulletin de l'Académie roy. des sciences de Belg. (3) t. IX p. 550 1885).

1) Jahresber. d. russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 16 S. 1 188. (Chem. Abtheilung.).

2) Mendelejeff gibt ihr die Form

$$\frac{1}{1 - kt}$$

wobei k als der Modul der Ausdehnung bezeichnet wird; es ist klar, dass k indessen nichts anderes bedeutet, als den Ausdehnungscoefficienten bei 0°.

Indem Thorpe und Rücker das Van der Waals'sche Gesetz betreffend die correspondirenden Volumina mit der Mendelejeff'schen Formel verbanden, erhielten sie die Formel [1]):

$$\frac{V}{V_0} = \frac{a T_k - T}{a T_k - 273}$$

wo V das Volumen bei der kritischen Temperatur T, V_0 dasselbe bei 0^0, T_k die absolute kritische Temperatur, a eine Grösse, die für alle Körper einer Constanten $= 2$ annähernd gleich ist. Diese letzte Formel gibt nichts Neues, weil, wie wir später sehen werden, das Gesetz von Van der Waals durch jede beliebige Formel ausgedrückt werden kann, wenn dieselbe auch nur annähernd richtig die wirkliche Ausdehnung darstellt; man kann sie zur Bestimmung unbekannter kritischer Temperaturen, wie es Thorpe und Rücker [2]) wollen, so gut wie auch irgend eine andere empirische Formel benutzen [3]). (S. unten.)

Die Formel von Avenarius zeichnet sich durch ihre Allgemeingiltigkeit aus, die sich unter anderem auch durch die neuesten Untersuchungen von Grimaldi [4]) bestätigt, von welchen bis jetzt nur die Beobachtungen über die Ausdehnung von Aethyläther unter verschiedenen Drucken von 1,3—32,3 Atmosphären erschienen sind. Seine

---

1) Journal of the Chem. Soc. N. CCLVII p. 135 (1884).

2) Ebenda S. 143—144.

3) Eine sorgsame Untersuchung der Formel von Mendelejeff, von Thorpe und Rücker wurde von den Herren Bartoli und Stracciati ausgeführt (Gazetta Chim. Italiana vol. XIV p. 527 1884). Sie widerlegen erstens die Giltigkeit des Grundsatzes von Mendelejeff von der Gleichförmigkeit der Ausdehnung. Ferner weisen sie nach, weil

$$V = \frac{1}{1 - \alpha_0 t} = 1 + \alpha_0 t + \alpha_0^2 t^2 + \alpha_0^3 t^3 + \ldots$$

so müsste man diese Formel mit der parabolischen

$$V = 1 + at + bt^2 + ct^3 + dt^4$$

verglichen, erhalten

$$\frac{b}{a} = \frac{c}{b} = \frac{d}{c} = \alpha = a \text{ (p. 532)}$$

was im allgemeinen unrichtig ist (umsomehr als die Coefficienten c oder d zuweilen negativ sind). Sie zeigen weiter, wie die Constante α (k bei Mendelejeff) mit der Temperatur zunimmt, wenn man sie aus den Volumina bei zunehmenden Temperaturen berechnet; für jede Grösse α berechnen sie nach der Formel von Thorpe und Rücker eine Grösse der kritischen Temperatur und vergleichen sie mit Daten der Erfahrung (533—537). Die allgemeine Folgerung der Untersuchungen ergibt nun, dass sowohl die Formel von Mendelejeff als auch die Formel von Thorpe und Rücker für die über den Siedepunkt liegenden Temperaturen ganz unanwendbar sind und zwar umsomehr, je höher die Temperatur ist (p. 536).

4) G. P. Grimaldi, Sulla dilatazione termica dei liquidi a diverse pressioni. Parte prima (Atti dell'Academia Gioenia di Scienze Naturali die Catania (3) vol. XVIII).

Art der Messung der Volumina zeichnet sich durch besondere Genauigkeit aus. Während z. B. die Genauigkeit der Ablesungen bei den Untersuchungen unseres Laboratoriums in den günstigsten Fällen durch Tausendstel des anfänglichen Volumens ausgedrückt wird, geht sie bei den Versuchen von Grimaldi bis auf Hunderttausendstel desselben Volumens. Die Drucke wurden auch sehr genau gemessen und verblieben (was das hauptsächlichste ist) streng constant, was im allgemeinen sehr schwierig zu erreichen ist, wenn man eine Flüssigkeit unter dem Drucke, welcher dem Drucke ihrer Dämpfe bei der kritischen Temperatur gleich ist, halten will. (Die bei dem fortdauernden Erwärmen unvermeidliche Zerlegung der Flüssigkeit kann eine bedeutende Veränderung des Druckes bedingen.) Leider umfassen seine Untersuchungen über den Aether [1]) nur ein Intervall von 0—100°, aber sogar in diesen Grenzen kann keine der von ihm vorgeschlagenen Formeln genügend scharf die Resultate der Beobachtungen darstellen, obgleich die Constanten der Formeln nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmt wurden. Um also die Ausdehnung mit Hilfe der parabolischen Formel auszudrücken, muss man für jede Reihe, welche durch einen neuen constanten Druck bestimmt ist, drei Formeln von der Form

$$V = 1 + at + bt^2 + ct^3$$

aufstellen, die erste für Temperaturen von 0—40°, die zweite von 40—70°, die dritte von 70—100° [2]).

Die Formel

$$\log V = 1 + at + bt^2 + ct^3$$

stellt die Beobachtungen beim Drucke von 11,8 Atmosphären noch schlechter dar als die parabolische [3]).

Die Formel von Hrn. Mendelejeff ist für die Ausdehnung von 0—30° (unter dem Drucke von 1,3 Atmosphären) noch ganz zweckmässig. Wenn wir sie aber bis auf 100° (unter dem Drucke von 11,8 Atmosphären) anwenden wollen, wobei wir k nach den beobachteten Grössen des Volumens berechnen, so ergibt sich, dass die Grösse k innerhalb des Intervalles von 10—100°, von 0,001515 bis auf 0,001684 anwächst, d. h. sich um 11% ändert [4]).

Indem aber Grimaldi die Formel von Avenarius anwendet, kommt er zum Schlusse, dass man mit ihrer Hilfe die Ausdehnung

1) Die Untersuchungen von Grimaldi sind noch nicht abgeschlossen. Er wird die Resultate seiner Beobachtungen über die Ausdehnung des Isopentans und Chloroforms in nächster Zeit publiciren.

2) Grimaldi S. 60—61. (Siehe Separatabdruck.)

3) Ebenda S. 60.

4) Ebenda S. 83.

bei allen beobachteten Drucken (11,8, 25 und 33 Atmosphären) ausdrücken kann, und obgleich die Differenz zwischen den berechneten und beobachteten Grössen die möglichen Fehler der Beobachtungen nicht übersteigt, sind doch diese Differenzen kleiner als die von Hrn. Avenarius selbst bei der Bestimmung der Ausdehnung unter dem Drucke der eigenen Dämpfe gefundenen [1]).

Wir wollen jetzt sehen, welche Relation als ein allgemeines, wenn auch nur annähernd richtiges Gesetz der Ausdehnung angenommen werden kann und mit dessen Hilfe der Zusammenhang zwischen den Constanten der empirischen Formeln nachgewiesen werden könnte.

Als ein solches Gesetz kann erstens das zuerst von Van der Waals ausgesprochene und schon oben angeführte Gesetz der correspondirenden Volumina bezeichnet werden. Wir untersuchen nun, wie weit sich dasselbe in der Praxis in derjenigen Form rechtfertigt, die ihr Van der Waals gegeben hat. Wie wir schon sahen, wird aus dem obigen Gesetze die Giltigkeit der Relationen (bei correspondirenden Drucken und Temperaturen) folgen:

$$\frac{1}{V_k}\frac{dV}{dT}\cdot T_k = \text{const.}$$

und

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dT}\cdot T_k = \text{const.}\ ^{2)}$$

Da wir die Grösse V_k (das kritische Volumen) nicht genau kennen, so kann nur die zweite Relation einer empirischen Verification unterliegen. Van der Waals selbst führte diese letzte nicht direct aus, wozu erforderlich gewesen wäre, die Grössen der Constanten, welche verschiedenen correspondirenden Temperaturen entsprechen, zu bestimmen, sondern bestimmte mit Hilfe der gegebenen parabolischen

1) Die Beobachtungen von Avenarius sind bei Grimaldi ein wenig unrichtig angegeben. So z. B. hält Grimaldi die Formel

$$V = 2{,}4509 - 0{,}6328 \log (192{,}6 - t)$$

für die die Ausdehnung des Aethers unter constantem kritischen Druck ausdrückende, während sie sich in der That auf die Ausdehnung des Aethers unter dem Drucke der eigenen Dämpfe bezieht (S. 7). Es sei noch bemerkt, dass Grimaldi für die kritische Temperatur des Aethers die Zahl von Avenarius 192,6 angenommen hat, obgleich wir wissen, dass die kritische Temperatur des Aethers sich je nach der Art seiner Reinigung und Aufbewahrung um 1—9° ändern kann; es folgt daraus, dass Grimaldi eine grössere Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Volumina erhalten hätte, wenn er selbst für den von ihm benutzten Aether die Grösse T_k bestimmt oder, noch besser, T_k aus seinen eigenen Beobachtungen berechnet hätte.

2) Van der Waals, Die Continuität etc. S. 152.

Formel für eine Flüssigkeit, eine ähnliche Formel für eine andere. Seien $T_{k'}$ und $T_{k''}$ die absoluten kritischen Temperaturen von zwei Flüssigkeiten, sei

$$V' = V'_0 (1 + a' t + b' t^2 + c' t^3)$$

die Formel für die erste Flüssigkeit und

$$V'' = V''_0 (1 + a'' t + b'' t^2 + c'' t^3)$$

für die zweite, dann handelt es sich darum, a'', b'' und c'' zu bestimmen.

Wenn nun ϑ die Temperatur der ersten Flüssigkeit bezeichnet, welche dem Nullpunkte der zweiten entspricht, so ist

$$\frac{273 + \vartheta}{T_{k'}} = \frac{273}{T_{k''}}$$

so dass

$$a'' = \frac{T_{k'}}{T_{k''}} \cdot \frac{a' + 2b' \cdot \vartheta + 3c' \cdot \vartheta^2}{1 + a' \vartheta + b' \cdot \vartheta^2 + c' \vartheta^3}$$

$$b'' = \left(\frac{T_{k'}}{T_{k''}}\right)^2 \cdot \frac{b' + 3c' \cdot \vartheta}{1 + a' \vartheta + b' \vartheta^2 + c' \vartheta^3}$$

$$c'' = \left(\frac{T_{k'}}{T_{k''}}\right)^3 \frac{c'}{1 + a' \vartheta + b' \vartheta^2 + c' \vartheta^3}$$ [1])

Auf diese Weise wurden für gewisse Temperaturen und Ausdehnungen mehrerer Flüssigkeiten die Ausdehnungsformeln für Aether, Chloräthyl und Dyäthylamin berechnet, wobei die berechneten Formeln sich den Beobachtungen nahe entsprechend ergaben, obgleich die mit Hilfe der berechneten Formel erhaltene Ausdehnung sich etwas grösser herausstellte, als die beobachtete[2]). Die Abweichungen waren besonders bedeutend für Chloräthyl. (Es sei noch bemerkt, dass Aethylalkohol im allgemeinen aus den Berechnungen von Van der Waals ausgeschlossen wurde auf Grund der Voraussetzung, dass seine kritische Temperatur nicht genügend genau bekannt sei)[3]). Um zu untersuchen, inwieweit das Gesetz der correspondirenden Volumina als ein allgemeines Gesetz angesehen werden darf, habe ich zwei reducirte (d. h. durch Bruchtheile der absoluten kritischen Temperatur ausgedrückte) Temperaturen

$$\tau = \frac{T}{T_k} = 0{,}5629$$

und

$$\tau = \frac{T}{T_k} = 0{,}6295$$

1) Die Ableitung dieser Relationen siehe bei Van der Waals, Die Continuität etc. S. 155.

2) Ebenda S. 156, 157 und 164.

3) Ebenda S. 130 und 155. Indessen stimmen die Data von Sajontschewsky und Hannay bis auf 0,1° überein (Proc. Roy. Soc. vol. XXX p. 484, vol. XXXII p. 294).

ausgewählt; die erste entspricht dem Nullpunkte des Ameisenmethyls und die zweite seiner Siedetemperatur 32,3°. Die Grösse der Constante $= \frac{1}{V}\frac{dV}{dT}T_k$ wurde bei genannten Temperaturen für alle Flüssigkeiten (35), deren kritische Temperatur mit hinreichender Genauigkeit bekannt ist, berechnet, wobei sich folgendes allgemeine Resultat herausstellte: wenn auch die Grössen der Constante in einzelnen Fällen und in jeder Reihe bis auf 7% voneinander abwichen (die Abweichungen von der mittleren Grösse überstiegen im allgemeinen nicht 3%), so ergab sich doch das Gesetz annähernd richtig. Methyl- und Aethylalkohol und Chloroform ergaben die grössten Abweichungen. Diese Verificirung konnte aber nur die Ausdehnung von 0° bis zum Siedepunkte umfassen, während gerade die charakteristische Verbiegung der Ausdehnungscurve sich erst in der Nähe der kritischen Temperatur [1]) äussert, und es war deshalb wichtig zu untersuchen, ob die Relation

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dT}T_k = \text{const.}$$

auch auf den ganzen Umfang der möglichen Existenz der Flüssigkeit ausdehnbar sei. Die Beobachtungen von Avenarius, Jouk, Kannegiesser und Djatschewsky erlauben uns in der That, diese Verificirung auszuführen, wobei zu bemerken ist, dass die Zustände bei diesen Versuchen genau correspondirende waren, weil die Flüssigkeiten sich unter constantem Drucke befanden. Die ungeraden Columnen der S. 698 angeführten Tabelle enthalten die reducirten Temperaturen

$$\tau = \frac{T}{T_k},$$

die geraden dagegen die Grösse

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dT}T_k = C.$$

Die Grössen V sind beobachtete, die Werthe von $\frac{dV}{dT}$ dagegen nothgedrungener Weise aus der Berechnung gefolgerte. Die Tabelle enthält X von $\tau = 0{,}9895$ bis $\tau = 0{,}7390$; für kleinere Grössen von τ hielt ich die Berechnung von X für überflüssig, weil die Giltigkeit des Gesetzes für niedrige Temperaturen für eine sehr grosse Anzahl von Substanzen nachgewiesen wurde.

---

1) Siehe z. B. die von Avenarius in den Berichten der Kiewer naturforschenden Gesellschaft Bd. 5 Liefg. 3 1877 angeführte Curve.

Aethyläther		Diäthylamin		Schwefligsäure	
τ	*C*	τ	X	τ	X
0,9895	12,593				
0,9884	11,502				
0,9863	9,933				
0,9775	6,528			0,9767	6,200
0,9669	4,716			0,9601	3,925
0,9575	3,805			0,9601	3,925
0,9545	3,595			0,9601	3,925
0,9525	3,470	0,9467	3,166	0,9351	2,618
0,9493	3,284	0,9403	2,878	0,9337	2,571
0,9210	2,274	0,9231	2,328	0,9246	2,306
0,9135	2,111	0,9028	1,917	0,9136	2,061
0,8930	1,775	0,8945	1,788	0,9101	1,994
0,8849	1,679	0,8852	1,673	0,8925	1,724
0,8679	1,496	0,8675	1,496	0,8818	1,592
0,8526	1,374	0,8606	1,430	0,8736	1,509
0,8505	1,359	0,8485	1,335	0,8302	1,194
0,8419	1,300	0,8388	1,274	0,8122	1,103
0,8355	1,259	0,8358	1,255	0,8122	1,103
0,8112	1,131	0,8302	1,221	0,8122	1,103
0,8112	1,131	0,8279	1,210	0,8122	1,103
0,8112	1,131	0,8134	1,136	0,8122	1,103
0,8101	1,130	0,7999	1,074	0,8094	1,089
0,7846	1,020	0,7971	1,062	0,8070	1,077
0,7564	0,928	0,7850	1,015	0,7951	1,031
0,7390	0,880	0,7793	1,994	0,7935	1,024
		0,7545	0,917	0,7678	0,935
		0,7525	0,912		

Wenn auch, wie wir es erwähnten, Aethylalkohol und Chloräthyl bei niedrigen Temperaturen dem Gesetze von Van der Waals nicht folgen, so wollen wir doch sehen, wie gross die Abweichungen der Aethylsubstanzen bei hohen Temperaturen sein werden.

Aethylalkohol		Chloräthyl		
τ	X	τ	X	
0,9700	4,611			
0,9564	3,329			
0,9422	2,642			
0,9392	2,523			
0,9345	2,343	0,9356	2,817	
0,9214	2,007	0,9097	2,112	
0,9147	1,878	0,8853	1,736	

Aethylalkohol		Chloräthyl	
τ	X	τ	X
0,9080	1,763	0,8550	1,456
0,8837	1,450	0,8445	1,378
0,8360	1,097	0,8153	1,200
0,8259	1,045	0,8002	1,129
0,8155	0,998	0,7961	1,113
0,8003	0,936	0,7935	1,102
0,7841	0,878	0,7812	1,057
0,7395	0,754	0,7552	0,996
		0,7464	0,941

Um uns eine klare Vorstellung von dem Gange der Function $X = F(\tau)$ zu bilden, haben wir die Resultate der Berechnungen graphisch dargestellt [1]. Die Curven zeigten, dass nur Aether und Diäthylamin für gleiche τ ganz übereinstimmende Grössen von X ergaben. Die Abweichungen für andere Substanzen sind solcher Art, dass die Curven $X = F(\tau)$ dieselbe Form [2] beibehalten und einander annähernd parallel verlaufen. Am meisten divergiren die Curven im Intervalle von $\tau = 0,89$ bis $\tau = 0,96$, wo die charakteristische Ausbiegung der Curven stattfindet.

Die Abweichungen der Schwefligsäure und des Chloräthyls sind so unbedeutend, dass man sie noch auf Rechnung der ungenügend bestimmten Temperatur schreiben kann, aber für Alkohol haben wir eine andere Ursache zu suchen, da seine kritischen Temperaturen gemäss den Bestimmungen verschiedener Beobachter, welche grosse Vorsichtsmaassregeln trafen, damit keine Feuchtigkeit in den zu untersuchenden Alkohol gelange, fast übereinstimmend gefunden wurden (Sajontschewsky, Hannay, Jouk). Auf diese Weise erlaubt uns die Erfahrung, das Gesetz von Van der Waals gewissermaassen als ein allgemeines Gesetz anzusehen. Wir wollen jetzt sehen, was seine Anwendung auf verschiedene empirische Formeln der Ausdehnung ergibt.

Die parabolischen Formeln wurden von Van der Waals selbst untersucht. Nehmen wir jetzt die Formel von de Heen an.

1) In unserer Tabelle ist $0,1\,\tau = 10$ mm angenommen worden; als Einheit bei der Messung von X sind 20 mm gewählt worden.

2) Die Form der Curven ist der der Ausdehnungscurven $v = f(t)$, wie diese von Avenarius, Jouk und anderen erhalten wurden, ähnlich.

Wir haben gesehen, dass

$$\frac{dV}{dt} = \alpha_0 \cdot V^{2,333}$$

und

$$V = \sqrt[1,33]{\frac{1}{1 - 1,333 \cdot \alpha_0 \cdot t}}.$$

Bilden wir jetzt

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} \cdot T_k$$

(T die absolute Temperatur, t von 0°)

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} T_k = \frac{\alpha_0 T_k}{1 - 1,333\,\alpha_0 t} = \frac{\alpha_0 T_k}{1 + 1,333 \cdot 273\,\alpha_0 - 1,333\,\alpha_0 T} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1 + 1,333 \cdot 273\,\alpha_0}{\alpha_0 T_k} - 1,333\,\frac{T}{T_k}}.$$

Wenn das Gesetz von Van der Waals im allgemeinen richtig ist, so wird für alle Körper

$$\frac{1 + 1,333 \cdot 273 \cdot \alpha_0}{\alpha_0 T_k} = \text{const.} = A. \qquad (1$$

Wenn wir nun die Formel von Mendelejeff nehmen, so haben wir

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt} T_k = \frac{\alpha_0 T_k}{1 + 273 \cdot \alpha_0 T} = \frac{1}{\frac{1 + 273\,\alpha_0}{\alpha_0 T_k} - \frac{T}{T_k}}$$

und

$$\frac{1 + 273\,\alpha_0}{\alpha_0 T_k} = \text{const.} = a. \qquad (2$$

Die letzte Formel stellt nichts anderes dar als die Formel von Thorpe, wo a sich wenig vom Werthe 2 unterscheidet, weil wir, indem wir α_0 aus Gl. 2 bestimmen und es in die Formel von Mendelejeff einführen, eine Formel erhalten

$$a = \frac{TV - 273}{T_k(V - 1)}$$

welcher sich Thorpe und Rücker[1]) sowohl zur Untersuchung der Constante a, als auch zur Bestimmung der unbekannten kritischen Temperaturen bedienten. Meiner Meinung nach ist es für letzteren Zweck bequemer, die Gleichungen 1 und 2 zu benutzen, weil wir uns in diesem Falle auf specielle Grössen der Volumina nicht beschränken

1) Journal of the Chem. Soc. N. CCLVII p. 188.

(Thorpe und Rücker beschränken sich, ich weiss nicht warum, auf Volumina bei dem Siedepunkte).

Die Gleichungen 1 und 2 wurden von mir für alle diejenigen Substanzen verificirt, für welche die Relation

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dt}T_k = \text{const.}$$

bei correspondirenden Temperaturen verificirt wurde.

Für 14 Aether fetter Säuren wird, wenn für α_0 der von Elsässer[1]) bestimmte Werth angenommen wird, die mittlere Grösse von $A = 2{,}22$ (Maximum 2,30, Minimum 2,14), die von $a = 2{,}5$ sein (Maximum 2,14, Minimum 1,96). Weil die Ausdehnung nach den Beobachtungen von Elsässer von der nach Kopp verschieden ist, so erhalten wir, die Zahlen des Letzteren in Gleichungen 1 und 2 einsetzend, $A = 2{,}18$, $a = 2{,}01$. Für andere Flüssigkeiten ergibt sich für A annähernd der Werth 2,20 und für a der Werth 2,00. Wie man sieht, wird die Gl. 1 etwas schärfer erfüllt als die Gl. 2.

Die bedeutendsten Abweichungen, wie wir es übrigens schon sahen, ergeben:

Methylalkohol . . ($A = 2{,}47$ Kopp; 2,39 Pierre; $a = 2{,}28$ Kopp; $a = 2{,}20$ Pierre)

Aethylalkohol . . ($A = 2{,}61$ Kopp; 2,60 Pierre; $a = 2{,}43$ Kopp; $a = 2{,}42$ Pierre)

Chloroform . . . ($A = 2{,}38$; $a = 2{,}21$).

Nehmen wir jetzt die allgemeinste Formel der Ausdehnung, die Formel von Avenarius:

$$V = a + b \log (t_k - t).$$

Weil die Werthe von b stets negativ erhalten werden, so ist

$$V = a - b \log (t_k - t). \tag{3}$$

Wenn T und T_k absolute Temperaturen sind, kann diese Formel in

$$V = a' - b \log\left(1 - \frac{T}{T_k}\right)$$

transformirt werden, wo

$$a' = a - b \log T_k.$$

Bilden wir nun

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dT}\cdot T_k \cdot \frac{dV}{dT} = \frac{Mb}{T_k - T} \quad (M = \text{Modul der Brigg's Log.})$$

$$\frac{1}{V}\frac{dV}{dT}T_k = \frac{M\cdot b}{T_k - T}\,\frac{T_k}{a' - b\log\left(1 - \frac{T}{T_k}\right)} = \frac{M}{1 - \frac{T}{T_k}}\cdot\frac{1}{\frac{a'}{b} - \log\left(1 - \frac{T}{T_k}\right)}$$

1) Lieb. Ann. Bd. 218 S. 302.

Wenn das Gesetz von Van der Waals richtig ist, so haben wir nothwendig:

$$\frac{a'}{b} = \frac{a}{b} - \log T_k = \text{const.}$$

Das letzte Gesetz ist für diejenigen Substanzen ungiltig, für welche $\frac{a'}{b}$ nicht constant ist. Wir haben für Körper, die unter constantem Drucke untersucht wurden:

Aethyläther . . .	$\frac{a}{b} - \log T_k$	= 1,312
Diäthylamin . . .	„	= 1,320
Schwefligsäure . .	„	= 1,373
Chloräthyl . . .	„	= 1,226
Aethylalkohol . .	„	= 1,428.

Aus diesen Zahlen ergibt sich wieder dasselbe, was wir schon früher gesehen haben, dass das Gesetz von Van der Waals nur für Aether und Diäthylamin genau zutrifft.

Was die Ausdehnung unter dem Drucke eigener Dämpfe betrifft, so ist sie mit hinreichender Annäherung nur für Aether bekannt[1]).

Nach einer eingehenden und vielseitigen Prüfung des Gesetzes von Van der Waals kann ich als endliches Resultat nur angeben, dass, wenn wir es als ein allgemeines Gesetz bezeichnen wollen, es jedenfalls nur als eine erste Annäherung an das wahre Gesetz gelten darf, und überdies noch vielfache Ausnahmen zulässt. Es ist deshalb sehr gewagt, sich desselben ohne weiteres zur Berechnung der Ausdehnungen bedienen zu wollen, wie es Van der Waals thut. Im folgenden Kapitel werden wir sehen, dass die Abweichung vieler Substanzen nicht nur dadurch bedingt ist, dass wir die genauen kritischen Temperaturen nicht kennen, sondern auch dadurch, dass das Gesetz von Van der Waals ein specieller Fall eines anderen noch allgemeineren Gesetzes ist.

---

1) Wenn man auch erwarten könnte, dass die Beobachtungen über die Ausdehnung unter dem Drucke eigener Dämpfe sich durch mindere Genauigkeit auszeichnen müssten, als die bei constantem kritischen Drucke, so ergaben doch die von Avenarius und von Grimaldi erhaltenen Depressionscoefficienten eine fast sonderbare Uebereinstimmung (Grimaldi, Sulla dilatazione termica etc. p. 68 Tabelle XV). Bei den hierauf bezüglichen Versuchen wurde bis 165 ein Apparat angewendet, der später zerbrach, worauf die weiteren Beobachtungen mit Hilfe eines anderen Apparates und eines anderen Aethers vollendet wurden. Avenarius, Mélanges phys. et chim. t. X p. 705.)

Das Gesetz von Van der Waals zur Berechnung der Ausdehnung bei niedrigen Temperaturen anzuwenden, hat wenig Sinn; viel natürlicher ist es, dasselbe zur Berechnung unbekannter Ausdehnungen bei hohen Temperaturen zu benutzen, bei welchen die experimentelle Bestimmung im allgemeinen schwierig ist.

Setzen wir voraus, dass die Ausdehnung irgend einer Flüssigkeit bis auf die kritische Temperatur (unter dem Drucke eigener Dämpfe) uns genau bekannt ist; dann kann man mit bedeutender Annäherung an die Wahrheit die Ausdehnung für alle diejenigen Substanzen berechnen, für welche A oder a (siehe oben Gleichung 1 und 2) eine und dieselbe Grösse haben, und dieses beweist, dass für alle diese Flüssigkeiten das Gesetz der correspondirenden Volumina in gleicher Weise giltig ist.

Es sei die Ausdehnung der ersten Flüssigkeit ausgedrückt durch die Formel

$$V = a_1 - b_1 \log (T_{k'} - T);$$

es seien ferner α_0 und $T_{k''}$ für die zweite Flüssigkeit bekannt.

Die Ausdehnung der zweiten Flüssigkeit wird dann ausgedrückt durch:

$$V = a_2 - b_2 \log (T_{k''} - T)$$

wobei a_2 und b_2 zu bestimmen sind.

Wir haben zunächst

$$\left(\frac{dV}{dT}\right)_0 = \alpha_0 = \frac{M \cdot b_2}{T_{k''} - 273} \quad (M = \text{Modul der Brigg's Log.})$$

folglich

$$b_2 = \frac{\alpha_0 (T_{k''} - 273)}{M}.$$

Andrerseits haben wir für die beiden Flüssigkeiten:

$$\frac{a_1}{b_1} - \log T_{k'} = \frac{a_2}{b_2} - \log T_{k''} = \text{const.}$$

woraus man a_2 bestimmen kann.

Auf ähnliche Weise könnte man die Ausdehnung berechnen in denjenigen Fällen, wo sich ergäbe, dass

$$V = a - b \log (T_k - T)$$

das Ausdehnungsgesetz nicht genau ausdrückte und irgend eine andere Function $V = f(t)$ richtig wäre. Weil übrigens die Formel von Avenarius bis zur kritischen Temperatur giltig erscheint, so kann man sich bei weiteren genaueren Untersuchungen der Ausdehnung damit begnügen, dass zu den zwei in die Formel eingehenden Gliedern noch ein drittes Glied hinzugefügt wird.

IV. Kapitel.

Wir wollen jetzt sehen, inwieweit die beobachtete Ausdehnung der Flüssigkeiten, der aus den sog. „Zustandsgleichungen“ folgenden entspricht.

Die Zustandsgleichung, welche in gewissen Grenzen auch auf Flüssigkeiten anwendbar ist, wurde zum ersten Male von Van der Waals gegeben[1]). Seine bekannte Gleichung:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = \frac{R \cdot T}{273} = (1 + a)(1 - b) \cdot \frac{T}{273} \tag{1}$$

(wo p der Druck, v das Volumen, T die absolute Temperatur, a, b und R Constanten sind) muss auch für den flüssigen Zustand bei den Volumina, welche $> 2b$ sind, anwendbar sein, indem sie eigentlich die Isotherme für die Gase darstellt. Die Grössen a und besonders b ändern sich rasch bei Volumina, die kleiner als $2b$ sind[2]).

Kamerling Onnes hat die Gleichung der Isotherme auf folgende Weise transformirt, indem er sie für alle Volumina anwendbar machen wollte[3]).

Wenn m das Volumen der Theile in einer Volumenseinheit[4]) bezeichnet, so wird die allgemeinere Form der Gleichung der Isotherme:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right) v \cdot \psi(m, v) = \frac{R}{273}. \tag{2}$$

Kamerling Onnes kommt zum Schlusse, dass die Function ψ durch die Reihe

$$\psi(m, v) = 1 - r\frac{m}{v} + B \cdot \left(\frac{m}{v}\right)^2 + C\left(\frac{m}{v}\right)^3$$

ausgedrückt werden kann, oder noch einfacher

$$\psi(m, v) = \left(1 - r\frac{m}{v}\right) \cdot \chi\left(\frac{m}{v}\right).$$

Die Function χ wird eine und dieselbe für alle Körper sein und reducirt sich bei kleinen Grössen von $\frac{m}{v}$ auf 1, folglich geht die Gl. 2

---

1) Van der Waals, Over de continuiteit van den gas en vloeistoftand. Leiden 1873. Deutsche Uebersetzung von F. Roth, Die Continuität etc. Leipzig 1881.

2) Die Continuität etc. S. 88.

3) Beiblätter Bd. 5 S. 718.

4) Nach Van der Waals und Korteweg ist $m = \frac{b}{4}$, nach Clausius und Blaserna $m = \frac{b}{8}$, nach O. Meyer $m = \frac{b}{4\sqrt{2}}$.

in Gl. 1 über. Eine ähnliche Form der Isotherme wurde auch von Lorentz erhalten[1]).

Die Transformation von K. Onnes hat jedoch keine praktische Bedeutung, weil Niemand bis jetzt die Coefficienten der Entwicklung der Function ψ oder χ näher zu untersuchen oder zu berechnen versucht hat.

Ungefähr gleichzeitig transformirte Clausius die Gleichung von Van der Waals in der Absicht, sie zu verallgemeinern, in folgender Weise[2]):

$$\left(p + \frac{a}{T(v+\beta)^2}\right)(v - \alpha) = R \cdot T. \qquad (3$$

Diese Formel wurde von ihm für Kohlensäure geprüft. Sarrau wandte sie auf O, H, N, CH_4, CO_2 und C_2H_4 [3]) an.

Später hat Clausius der Gl. 3 eine noch zusammengesetztere Form gegeben:

$$\left\{p + \frac{R \cdot T}{\theta\,(v+\beta)^2}\right\}(v - \alpha) = R \cdot T\ ^{4)}$$

wo θ eine andere Function der absoluten Temperatur ist. Indem er dieser Function eine specielle Form gegeben hat, kommt er zu der Gleichung:

$$\left\{p + \frac{(A\,T^{1-n} + B\,T)\,R}{(v+\beta)^2}\right\}(v - \alpha) = R \cdot T\ ^{5)}, \qquad (4$$

welche fünf Constanten enthält, die zu bestimmen sind (R kann immer berechnet werden).

Weitere Formeln für die Zustandsgleichung besitzen wir bis jetzt nicht, weil andere hierher gehörige Formeln sich nur auf die Gase beziehen (Hirn, Amagat, Weinstein, Thiesen).

Es unterliegt jetzt keinem Zweifel, dass keine der vorgelegten Gleichungen die wahre Zustandsgleichung darstellt. Sie sind alle bloss als Annäherungen an diese Gleichung zu betrachten und es ist sehr wichtig, über den Grad der Annäherung sich eine Vorstellung zu bilden, um zu wissen, in welchen Fällen und inwieweit jede derselben der Wirklichkeit entspricht. Die Untersuchungen von Guldberg[6]), Plank[7]), Siloff und Stoletoff[8]) und Thiesen[9]) zeigen, dass

1) Wied. Ann. Bd. 12 S. 660.
2) Ebenda Bd. 9 S. 337.
3) C. R. t. XCIV p. 639, 718 et 845.
4) Wied. Ann. Bd. 14 S. 279.
5) Ebenda S. 692.
6) Beiblätter Bd. 7 S. 350.
7) Wied. Ann. Bd. 13 S. 535.
8) Journal d. russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 167.
9) Wied. Ann. Bd. 24 S. 467.

beide Gleichungen von Clausius der Wirklichkeit unvergleichlich näher kommen, als die Gleichung von Van der Waals, obgleich auch sie nicht mit gleicher Genauigkeit zur Bestimmung aller Eigenschaften eines Körpers dienen können. Nichtsdestoweniger kommt Van der Waals indem er die Eigenschaften der Körper in correspondirenden Zuständen untersuchte zum Schlusse, dass die aus seiner Gleichung abgeleiteten Folgen sich vollständig durch die Erfahrung bestätigen, und dass dieses der Fall ist nicht nur für Volumina, die grösser als $2b$ sind, sondern auch für diejenigen, die kleiner sind [1]. Wir wollen nun sehen, wie weit dies alles für die Ausdehnung giltig ist.

Wir untersuchen zunächst das kritische Volumen, als das Grenzvolumen, weil nach der Definition von Van der Waals, das kritische Volumen dasjenige sein wird, welches das Volumen der Flüssigkeit unter dem Drucke der eigenen Dämpfe in der Nähe der kritischen Temperatur zu erreichen strebt.

Der kritische Zustand bestimmt sich durch die Bedingung, dass die drei durch die Gleichung der Isotherme gegebenen Volumina zusammenfallen, folglich

$$\frac{dp}{dv} = 0 \quad \frac{d^2p}{dv^2} = 0.$$

Indem wir diese letzten Bedingungen auf die Gl. 1 anwenden, so erhalten wir

$$T_k = \frac{8 \cdot 273 \cdot a}{27 \cdot 8 \cdot R}, \; p_k = \frac{a}{27 \cdot b^2}, \; v_k = 3b.$$

Da nun

$$R = (1 + a)(1 - b)$$

ist, so kann man immer annähernd $R = 1$ [2]) annehmen, woher

$$\frac{T_k}{273 \cdot p_k} = 8b = \frac{8}{3} v_k$$

folgt.

Wir haben aus Gl. 3

$$T_k^2 = \frac{8 \cdot a}{27\,(\alpha + \beta) \cdot R}, \; p_k = \frac{a}{27 \cdot T_k(\alpha + \beta)^2}, \; v_k = 3\alpha + 2\beta$$

und weil R sehr nahe der Grösse $\frac{1}{273}$ ist, so folgt

$$\frac{T_k}{273 \cdot p_k} = 8\,(\alpha + \beta) = 4\,(v_k - \alpha).$$

1) Die Continuität etc. S. 130 „wenn nur die Veränderung von b für verschiedene Körper auf correspondirende Weise erfolgt".

2) Die Continuität etc. S. 94.

Die Gl. 4 gibt dieselben Grössen für das kritische Volumen und für das Verhältnis

$$\frac{T_k}{273\,p_k}\ ^{1)}.$$

Wir untersuchen jetzt die experimentellen Daten. Ausser den auf Seite 637 angeführten Grössen kennen wir noch das kritische Volumen des Aethyläthers und, obgleich mit viel geringerer Genauigkeit, das der Schwefelsäure. Was den Aether anbetrifft, so haben wir erstens eine annähernde Bestimmung von Sajontschewsky [2]), der zufolge das Verhältnis des Dampfvolumens bei der kritischen Temperatur zum Flüssigkeitsvolumen für 18° = 2,78 ist. Nach den Beobachtungen von Jouk ist das Maximum des letzten Verhältnisses = 2,76; wir haben endlich sehr genaue Untersuchungen von Avenarius [3]). Letzterer stellte sich die Aufgabe, den Uebergang der Dampf- und Flüssigkeits-Curven ineinander zu untersuchen und, wie bekannt, haben seine Beobachtungen ihn zum Schlusse geführt, dass der obere Theil der Grenzcurve eine horizontale Gerade darstellt. Wir werden uns nicht bei diesem letzten Schlusse aufhalten [4]) und begnügen uns nur damit auf die beobachteten Grössen der Volumina Rücksicht zu nehmen. Wenn wir das von ihm beobachtete grösste Flüssigkeitsvolumen bei der kritischen Temperatur und das kleinste Volumen des Dampfes, bei welchem das Flüssigwerden anfängt, nehmen, so werden die Verhältnisse dieser Volumina zum Flüssigkeitsvolumen bei 0° resp. = 2,811 und 3,177. Für Schwefelsäure wird das Verhältnis bei 18° [5]) = 2,5 und bei 0° = 2,58.

Die Tabelle S. 708 enthält: 1. die Grössen a und b der Formel von Van der Waals [6]), nach Daten bezüglich der kritischen Tem-

1) Wied. Ann. Bd. 14 S. 693.

2) Kiewer Universitäts-Abhandlungen. April 1878. Separatabdruck Reihe 5 S. 12.

3) Bulletin de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg t. XXII p. 387. Mélanges phys. et chim. t. IX p. 647. In der letzten Arbeit ist für das Volumen der Flüssigkeit bei 18° der Werth 23,4 angenommen worden. In den Denkschriften („Записки") der Naturforschergesellschaft zu Kiew (1877) ist die genauere Zahl 24,1 gegeben, welche wir benutzt haben.

4) Journal d. russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 167.

5) Kiewer Universitäts-Abhandlungen. April 1878. Separatabdruck Reihe 1 S. 19.

6) Van der Waals berechnet a und b in seiner Abhandlung (S. 94, 96, 136) mit Hilfe der annähernden Formeln:

$$b = \frac{T_k}{8\cdot 273\cdot p_k},\quad a = \frac{27\cdot T_k\cdot b}{8\cdot 273}.$$

Wenn wir diese Grössen als erste Annäherung annehmen, so werden die genaueren Grössen (a_1 und b_1) von a und b sein:

$$b_1 = b\,(1+a)\,(1-b);\quad a_1 = a\,(1+a)^2\,(1-b)^2.$$

Solcher Weise wurden die in unserer Tabelle angegebenen Werthe der Grössen a und b berechnet.

peratur berechnet; 2. das kritische Volumen $v'_k = 3b$ nach der Theorie von Van der Waals, wobei das Volumen des Dampfes bei 0° C. und bei dem Drucke von 1 Atmosphäre als die Volumenseinheit angenommen ist; 3. die beobachteten kritischen Volumina v_k in denselben Einheiten ausgedrückt; 4. die Grössen $\frac{1}{2} v_k$.

Tabelle I.

Substanzen	a	b	$v'_k = 3b$	v_k	$\frac{1}{2} v_k$
Ameisensäuremethylester . . .	0,0224	0,00366	0,01098	0,00728	0,00364
Ameisensäureäthylester	0,0309	0,0483	0,1449	0,0975	0,0487
Ameisensäurepropylester . . .	0,0402	0,0591	0,1773	0,1203	0,0601
Ameisensäureisobutylester . .	0,0484	0,0684	0,2052	0,1472	0,0736
Ameisensäureamylester	0,0603	0,0809	0,2427	0,1710	0,0855
Essigsäuremethylester	0,0275	0,0463	0,1389	0,0960	0,0480
Essigsäureäthylester	0,0409	0,0619	0,1857	0,1222	0,0611
Essigsäurepropylester	0,0532	0,0752	0,2256	0,1464	0,0732
Essigsäureisobutylester	0,0624	0,0858	0,2574	0,1717	0,0858
Propionsäuremethylester . . .	0,0423	0,0627	0,1881	0,1224	0,0612
Propionsäureäthylester	0,0523	0,0748	0,2244	0,1482	0,0741
Buttersäuremethylester	0,0518	0,0724	0,2172	0,1455	0,0727
Buttersäureäthylester	0,0663	0,0901	0,2703	0,1744	0,0872
Isobuttersäureäthylester . . .	0,0638	0,0883	0,2649	0,1749	0,0875
Valeriansäuremethylester . . .	0,0635	0,0864	0,2592	0,1780	0,0864
Schwefligsäure	0,0138	0,0258	0,0774	0,0516	0,0258
Aethyläther*)	0,0351	0,0598	0,1794	0,1206 1)	0,0603
	0,0351	0,0598	0,1794	0,1208 2)	0,0604
				0,1365 3)	0,0682

*) Da Clausius (in seinen letzten Arbeiten) und viele Andere das Volumen eines Kilogramms des Stoffes in Cubikmetern als Volumenseinheit annehmen, so muss man die Volumina der Aether mit der Zahl $\frac{28,87}{1,2 \cdot m}$ multipliciren, um unsere Volumina in obigen Einheiten auszudrücken; die Volumina aber der Schwefelsäure und des Aethyläthers mit $\frac{28,87}{1,293 \cdot m}$ wo m das Moleculargewicht bedeutet, weil die auf S. 637 angegebenen Volumina sich auf das Volumen des Dampfes bei 20° und für die zwei letzten Substanzen bei 0° beziehen.

1) Das Mittel aus den Beobachtungen von Sajontschewsky und Jouk.

2) Nach der Bestimmung von Avenarius aus dem Volumen der Flüssigkeit bei der kritischen Temperatur.

3) Dasselbe aus dem Volumen des Dampfes.

Wir sehen zunächst aus dieser Tabelle, dass die von uns erhaltenen kritischen Volumina bedeutend kleiner als die nach der Theorie von Van der Waals berechneten sind und sich folglich mehr den kritischen Volumina bei Clausius*) nähern; ausserdem kann man bemerken, dass unsere Volumina v_k und v_k' annähernd sich wie 2 : 3 verhalten, so dass sehr annähernd $b = \frac{v_k}{2}$ angenommen werden kann.

Van der Waals selbst bemühte sich die theoretischen Grössen des kritischen Volumens mit den experimentellen nach Beobachtungen von Cagniard de Latour[1]) zu vergleichen. Der letzte Beobachter gibt für Aether $t_k = 187{,}5$; $p_k = 37{,}5$ Atmosphären (Luftmanometer). Das Verhältnis der Volumina des Dampfes bei der kritischen Temperatur findet er $= 2{,}86$, woraus ferner das beobachtete kritische Volumen 0,0133, das berechnete aber 0,016 ist. Für Schwefelkohlenstoff ist das beobachtete Volumen 0,0007 und das theoretische 0,01 [2]). Weil aber Cagniard de Latour andrerseits $t_k = 187{,}5$; $p_k = 42$ Atmosphären für das kritische Volumen die Zahl 0,0267 erhalten hat, so beweisen seine Untersuchungen nach der Meinung von Van der Waals[3]) gar nichts betreffs der Grösse des kritischen Volumens. Diesem ist doch nicht ohne weiteres beizupflichten. Obgleich Cagniard de Latour bei seinen Beobachtungen mit Manometern eine geringere Quantität der Flüssigkeit nahm, als erforderlich gewesen wäre (er erwähnt nirgends, dass die sich ausdehnende Flüssigkeit die Röhre ganz ausgefüllt hätte)[4]), so sind doch die von ihm erhaltenen Grössen des kritischen Volumens wenn auch ein wenig grösser als die normalen, so doch bedeutend geringer, als die Zahlen von Van der Waals und deshalb sind die Worte Van der Waals': „Cagniard de Latour erhielt deswegen viel zu kleine Grössen des kritischen Volumens, weil er die Röhre eben nur soweit anfüllte, dass sie bei der kritischen Temperatur nicht zerbrochen würde“ [5]), durchaus nicht überzeugend.

---

*) Siehe die Note * Seite 708.

1) Die Continuität etc. S. 96.

2) Ebenda S. 97.

3) Ebenda S. 96.

4) C. de Latour spricht überall von Verdampfen der Flüssigkeit d. h. vom Uebergange in Dampf, der von einem Sinken des Niveaus begleitet ist. Bei seinen Versuchen mit zugeschmolzenen Röhrchen hat er in einem Falle so viel Flüssigkeit genommen, dass er die Trübheit und das Verschwinden der Zwischenschicht bemerkte, in zwei anderen Fällen hat er eine zu grosse Quantität der Flüssigkeit genommen und die Röhre platzte. (Ann. de chim. et de phys. t. XXI p. 128 1882).

5) Die Continuität etc. S. 97.

Was die zweite Reihe von Beobachtungen über den Aether anbetrifft, so erscheinen die Zahlen dieser Reihe im allgemeinen räthselhaft[1]). Das Volumen der Flüssigkeit war im ersten Falle zweimal grösser, als im zweiten Falle und nichtsdestoweniger sind die Temperaturen des vollen Verdampfens gleich und die Spannkraft war im zweiten Falle um 4,5 Atmosphären grösser (?) als im ersten.

Wenn die Beobachtungen beider Reihen miteinander vergleichbar wären, müssten die Spannkräfte in beiden Fällen bis zum völligen Verdampfen des Aethers einander gleich sein. Indessen haben wir:

	Reihe I	Reihe II
137,5°	12,9°	17,5°
150,0°	18,0°	22,5°
175,0°	28,3°	35,0°
187,5° (Verdampfen)	37,5°	42,0°.

Es ist folglich kein Grund sich auf diese Reihe zu verlassen.

Indem Van der Waals seine Gleichung zur Untersuchung der Beobachtungen von Andrews über die Kohlensäure anwendet, findet er: $a = 0,00874$; $b = 0,0023$ und folglich $v_k' = 0,0069$, während das kritische Volumen für CO_2 nach Andrews bei 31,1° den Werth 0,0066 besitzt[2]).

Wir haben aber kein Recht, das von Van der Waals angenommene Volumen für das kritische anzunehmen. Die Isotherme bei 31,1° gibt die folgenden Zahlen[3]):

Druck in Atmosphären	Volumen
71,25	0,0075
73,26	0,0066
73,83	0,0064
75,40	0,0036.

Aus dem Gange dieser Zahlen können wir nur den einen Schluss ziehen, dass die Verdichtung in der Nähe der kritischen Temperatur innerhalb des Intervalles der Volumina: 0,0064 und 0,0036 stattfindet; ausserdem wurde CO_2 in den Beobachtungen von Andrews mit einer Quantität von Luft gemischt. Obendrein zeigt sogar die Gleichung von Van der Waals, dass das von ihm angenommene Volumen höher, als das wirkliche ist. Wenn wir a und b aus den Bedingungen,

1) Ann. de chim. et de phys. t. XXII p. 410 (1822). C. de Latour selbst nimmt an, dass es schwer sei, diesen Gang der Spannkraft zu erklären.

2) Die Continuität etc. S. 94.

3) Ann. de chim. et de phys. (4) t. XXI p. 226.

die dem kritischen Punkte entsprechen eliminiren, so erhalten wir eine angenäherte Relation von der Form[1]):

$$\frac{0{,}375 \cdot T_k}{273} = p_k \cdot v_k.$$

Wenn wir hier $T_k = 303{,}9$ und $p_k = 71{,}57$ Atmosphären einsetzen, so erhalten wir für v_k — 0,0058, aber nicht 0,0066.

Auf diese Weise überzeugt uns die ganze Reihe von Beobachtungen, dass das beobachtete kritische Volumen viel kleiner, als das nach Van der Waals berechnete ist.

Wir wollen jetzt sehen, ob man die von uns gemessenen Volumina in der That als kritische annehmen kann und in welchem Verhältnisse sie zur Theorie von Clausius stehen.

Wir sehen erstens, dass unsere Volumina mit den kritischen nach Clausius nicht übereinstimmen. Nach Clausius ist $v_k'' = 3\alpha + 2\beta$, wir aber haben erhalten: $v_k = v_k'' - \alpha$, aber hieraus folgt nicht, dass die Volumina von Clausius der Wirklichkeit nicht entsprächen.

Das kritische Volumen wird jenes sein, welches nicht nur das Volumen der Flüssigkeit, sondern auch das des Dampfes bei Annäherung an die kritische Temperatur zu erreichen strebt. Wenn wir das Grenzvolumen der ersten mit v_1, das des zweiten mit v_2 bezeichnen, so ist $v_k = v_1 = v_2$. Andrerseits haben wir aus den Gl. 1 und 3:

$$\left(\frac{d\,v_1}{d\,T}\right)_k = \left(\frac{d\,v_2}{d\,T}\right)_k = \infty .$$

Indem wir uns an die oben citirte Arbeit von Avenarius[2]) wenden, sehen wir aus der beigelegten Tabelle der Grenzcurve für Aethyläther, dass die Flüssigkeitscurve sich steil nach oben von 120° bis 186° erhebt; weiter biegt sie allmählich rechts ab und in der Nähe der kritischen Temperatur (189,5°) verwandelt sie sich annähernd in die der Abscissenaxe (v) parallele Gerade; was die Curve des Dampfes anbetrifft, so erhebt sie sich anfangs langsam fast zur kritischen Temperatur und erst in der Nähe der letzten biegt sie ein wenig nach links ab und vereinigt sich mit der Flüssigkeitscurve. Weil die Ver-

1) Die Continuität etc. S. 95. Die genauere Gleichung ist:

$$\frac{0{,}375 \cdot T_k}{273} = \frac{p_k \cdot v_k}{(1 + 3\,p_k\,v_k^2)\left(1 - \frac{v_k}{3}\right)}.$$

2) Indem Avenarius in seiner Arbeit zum falschen Schlusse gekommen ist, dass die Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit bei der kritischen Temperatur einander nicht gleich sind, nahm er die Existenz einer dritten Zwischencurve (fast geradlinige) an, mit deren Hilfe sich beide Curven des Dampfes und der Flüssigkeit verbinden liessen. (Mélanges phys. et chim. t. IX p. 661).

änderungen der Volumina mit der Temperatur sehr bedeutend sind, so haben die in der Nähe des kritischen Punktes erhaltenen Zahlen, wie sorgsam sie auch gemessen wurden, nur eine relative Bedeutung und der allgemeine Gang der Grenzcurve berechtigt uns zu dem Schlusse, dass das Zusammentreffen der Curven des Dampfes und der Flüssigkeit in der Nähe der rechten Grenzcurve stattfindet, und dass folglich als kritisches Volumen das kleinste specifische Volumen des Dampfes, bei welchem bei der kritischen Temperatur das Flüssigwerden anfängt, anzunehmen sei.

Avenarius gibt die folgenden Grössen für dieses Volumen: 0,00444, 0,00448 und 0,00451 [1]). Nach Clausius hat das theoretische kritische Volumen des Aethers den Werth 0,004558 (Wied. Ann. Bd. 14 S. 701). Man kann diese Uebereinstimmung als sehr befriedigend ansehen.

Zu einem ähnlichen Resultate gelangen wir auf Grund der Beobachtungen von Ansdell [2]) über Chlorwasserstoff. Das beobachtete kritische Volumen stimmt, wie wir oben gesehen haben, mit dem nach der Theorie von Clausius berechneten bis auf 2% überein.

Hieraus ergibt sich, dass die oben bestimmten Volumina nicht kritische Volumina sein werden: sie sind nur die maximalen Volumina, bei welchen man die Flüssigkeit in der Nähe der kritischen Temperatur beobachten kann. Es mag auf den ersten Blick scheinen, dass solche Maximalvolumina keine bestimmte Grösse haben können, aber unsere Beobachtungen zeigen, dass unser Volumen dem kritischen gleich ist ohne das Volumen der Theilchen des Körpers; dieses Volumen bestimmt sich auf der Grenzcurve durch denjenigen Punkt, wo die Tangente zu der Flüssigkeitscurve der Abscissenaxe parallel ist.

Die erste Folgerung unseres Satzes wird darin bestehen, dass die Gleichung von Van der Waals zur Untersuchung der Ausdehnung der Flüssigkeit nicht anwendbar ist; seine Gleichung ist nur für diejenigen Volumina, welche grösser als $2b$ sind, giltig, während wir in der Praxis solche Volumina nicht beobachten können. Van der Waals selbst macht nicht die unmittelbare Anwendung seiner Gleichung und wir wollen statt seiner diese Prüfung der Formel ausführen [4]).

1) A. a. O. S. 663. Als die Volumenseinheit ist ein Cubikmeter und als die Gewichtseinheit ein Kilogramm angenommen.

2) Ansdell, Chem. News vol. XXXXI p. 75.

3) Beiblätter Bd. 4 S. 310.

4) Eine unmittelbare Anwendung der Gleichung der Isotherme zur Untersuchung der Körpereigenschaften wurde zuerst von Plank für die Gleichung von Clausius (3) (Wied. Ann. Bd. 13 S. 535) und von Ziloff und Stoletoff für die Gleichung von Van der Waals gemacht. (Journ. d. russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 167.)

Bezeichnen wir die „reducirten" Volumina, Temperaturen und Drucke mit ω_1, ω_2, τ und π, so dass also:

$$\frac{T}{T_k} = \tau;\ \frac{v_1}{v_k} = \omega_1;\ \frac{v_2}{v_k} = \omega_2;\ \frac{p}{p_k} = \pi.$$

So erhalten wir aus der Gleichung von Van der Waals [1]):

$$8\tau = \left(\pi + \frac{3}{\omega_1^2}\right)(3\omega_1 - 1) = \left(\pi + \frac{3}{\omega_2^2}\right)(3\omega_2 - 1). \tag{5}$$

Indem wir die Gl. 1 mit dem Gesetze von Maxwell-Clausius verbinden, haben wir die Gleichung:

$$\left(\pi + \frac{3}{\omega_1\omega_2}\right)(\omega_2 - \omega_1) = \frac{8\tau}{3}\log_n \frac{3\omega_2 - 1}{3\omega_1 - 1}\ ^{2)}. \tag{6}$$

Aus den letzten Gleichungen kann man erhalten:

$$\tau = \frac{(3\omega_1 - 1)(3\omega_2 - 1)(\omega_1 + \omega_2)}{8\omega_1^2\omega_2^2};\quad \pi = \frac{(3\omega_1 - 1)(3\omega_2 - 1) - 1}{3\omega_1^2\omega_2^2} \tag{7}$$

$$\log_n \frac{3\omega_2 - 1}{3\omega_1 - 1} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_2 + \omega_1}\left(\frac{3\omega_1}{3\omega_1 - 1} + \frac{3\omega_2}{3\omega_2 - 1}\right). \tag{8}$$

Wenn wir, wie es Ziloff macht, setzen [3]):

$$3\omega_1 - 1 = r\sin^2\frac{\varphi}{2};\ 3\omega_2 - 1 = r\cos^2\frac{\varphi}{2}$$

so folgt aus der Gl. 8:

$$r = \frac{2}{\sin^2\varphi}\cdot\frac{\cos\varphi - \sin^2\varphi\cdot\log_n \operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2}}{\log_n \operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2} - \cos\varphi}. \tag{9}$$

Es folgt für $\varphi = 0: r = \infty$, $\omega_1 \frac{1}{3}$, $\omega_2 = \infty$ (der absolute Nullpunkt).
Für $\varphi = 90^0: r = 4$, $\omega_1 = \omega_2 = 1$, $\tau = 1$, $\pi = 1$ (der kritische Punkt).

φ	r	τ	ω_1	ω_2
90°	4	1	1	1
85°	4,0206	0,99915	0,9450	1,0618
80°	4,0733	0,99653	0,8943	1,1801
75°	4,1711	0,99448	0,8474	1,2084
70°	4,3118	0,98611	0,8061	1,2976
65°	4,5043	0,97795	0,7668	1,4018
60°	4,7605	0,96765	0,7300	1,5234
55°	5,0095	0,95495	0,6955	1,6698
50°	5,5481	0,93979	0,6636	1,8524

1) Die Continuität etc. S. 127.

2) Ebenda.

3) Journal der russ. phys.-chem. Gesellschaft zu St. Petersburg Bd. 14 S. 169.

Die Formel 1 ist nur für diejenigen Volumina, welche grösser als $2b$ sind, giltig, d. h. von $\omega_1 = 1$ bis $\omega_1 = 0{,}666$. Die Tabelle S. 713 enthält die in diesen Grenzen berechneten Grössen von τ, ω_1 und ω_2 [1]).

Mit Hilfe der oben angeführten Grössen von ω_1 kann man das Volumen für jedes beliebige τ berechnen, wenn v_k bekannt ist.

Wir wollen hiervon auf den Aethyläther Anwendung machen. Die folgende Tabelle enthält: in der ersten Columne τ, d. h. die reducirte Temperatur; in der zweiten v_1 nach Van der Waals; in der dritten v_1 nach den Beobachtungen von Avenarius. (Die Volumina sind überall specifisch, wobei der Cubikmeter als Volumeneinheit und das Kilogramm als Gewichtseinheit angenommen sind.)

τ	v_1 nach V. d. W. berechnet	v_1 beobachtet
1	0,00540	0,00444—0,00451
0,99915	510	0,00325
0,99653	483	288
0,99448	461	276
0,98611	435	247
0,97795	414	234
0,96765	394	225
0,95495	375	216
0,93979	358	208

Wie wir sehen, steigt die Differenz zwischen den berechneten und beobachteten Grössen bis auf 40% und darüber.

Indem wir die Gleichung von Clausius einer ähnlichen Bearbeitung unterwerfen, erhalten wir eine grössere Uebereinstimmung (besonders wenn wir die Gl. 4 nehmen), obgleich diese Uebereinstimmung auch bei Weitem nicht völlig ist. Bei niedrigen Temperaturen steigt die Differenz bis 10%, bei hohen bis 15%. Wir wollen hier nicht die Resultate der Berechnungen anführen und nur den allgemeinen Gang der Grenzcurven nach Van der Waals, Clausius und Avenarius [2]) beschreiben. Die Curven der Flüssigkeit und des Dampfes nach Van der Waals liegen immer innerhalb des von der Erfahrungscurve begrenzten Raumes, mit Ausnahme des Culminationspunktes, welcher ausserhalb dieses Raumes liegt. Die Volumina der

1) Einige der Zahlen dieser Tabelle sind bei Stoletoff angeführt. (Journ. d. russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 170.)

2) Mélanges phys. et chim. etc. t. IX p. 663. Siehe auch die Tabelle.

Flüssigkeit werden folglich grösser und die Volumina des Dampfes bedeutend kleiner sein als die beobachteten.

Die mit Hilfe der Gleichung von Clausius gezogene Grenzcurve [1]) verläuft etwas anders: die Flüssigkeitscurve liegt innerhalb des von der Erfahrungscurve begrenzten Raumes und zwar in der Nähe der letzteren; die Curve des Dampfes dagegen liegt zwar auch in der Nähe der Erfahrungscurve, aber ausserhalb des genannten Raumes. Wenn wir das kritische (nach der Theorie) Volumen ein wenig verändern, so können wir erreichen, dass die Erfahrungscurve mit der theoretischen auf dem grössten Theile ihres Verlaufes fast zusammenfallen.

Wir wollen jetzt sehen, welche Grösse die reducirten Volumina bei den correspondirenden Temperaturen haben werden.

Wir verificirten oben das Gesetz der correspondirenden Volumina, indem wir demselben die Form:

$$\frac{1}{V}\frac{dv}{dT}\cdot T_k = \text{const.}$$

gaben. Wir wollen jetzt mit Hilfe der von uns erhaltenen Volumina bei der kritischen Temperatur das Verhältnis

$$\frac{v}{v_k} = \text{const.}$$

bei $\tau_1 = 0{,}5629$ und $\tau_2 = 0{,}6295$ unmittelbar verificiren.

Die erste Columne der Tabelle S. 716 enthält die Namen der Substanzen, die zweite die Volumina v_k (s. S. 637), welche auf Null reducirt sind (d. h. in Bezug auf dasjenige Volumen bei 0°, welches als Einheit angenommen ist). Die dritte enthält v' bei correspondirenden Temperaturen und bei $\tau_1 = 0{,}5629$. Die vierte das Verhältnis $\frac{v'}{v_k}$. Die fünfte v'' bei $\tau = 0{,}6295$. Die sechste $\frac{v''}{v_k}$. Die siebente die Differenz $\frac{v''}{v_k} - \frac{v'}{v_k}$. Die Volumina v_k und v'' sind nach Daten von Elsässer berechnet; für den gewöhnlichen Aether sind die Zahlen von Kopp angenommen.

Wie man sieht, verbleiben die Grössen von $\frac{v'}{v_k}$ und $\frac{v''}{v_k}$ in jeder Reihe nicht unveränderlich, sondern nehmen merkbar mit der Zunahme

1) Einige Volumina sind bei Clausius angeführt (Wied. Ann. Bd. 14 S. 701). Er hat auch die Art der Berechnung der Volumina und der Drucke gezeigt, indem er sich der Gl. 4 bediente (ebenda S. 692—698).

der kritischen Temperatur ab. Welchem Gesetze folgt nun die Veränderung der Verhältnisse $\frac{v'}{v_k}$ und $\frac{v''}{v_k}$? Wir bemerken, dass $\frac{v''}{v_k} - \frac{v'}{v_k} = \text{const.}$ ist, obgleich $\frac{v'}{v_k}$ und $\frac{v''}{v_k}$ einzeln ihre Grösse ändern, mit Ausnahme derjenigen Substanzen, bei deren Erhitzen eine Zerlegung bemerkt wurde (Ameisensäureamyl-, Essigsäureisobutyl- und Valeriansäuremethylester). Das spricht aber gerade für die Gleichung von Clausius.

Tabelle II.

Substanzen [1]	v_k	v'	$\frac{v'}{v_k}$	v''	$\frac{v''}{v_k}$	$\frac{v''}{v_k} - \frac{v'}{v_k}$
Ameisensäuremethylester .	2,91	1	0,3436	1,0488	0,3604	0,017
Ameisensäureäthylester . .	2,97	1,0590	0,3421	1,0666	0,3591	0,017
Ameisensäurepropylester .	3,02	1,0389	0,3436	1,0869	0,3604	0,017
Ameisensäureisobutylester	3,07	1,0436	0,3399	1,0974	0,3566	0,017
Ameisensäureamylester . .	3,17	1,0577	0,3347	1,1085	0,3508	0,016
Essigsäuremethylester . . .	2,98	1,0162	0,3410	1,0666	0,3578	0,017
Essigsäureäthylester	3,09	1,0277	0,3327	1,0810	0,3498	0,017
Essigsäurepropylester . . .	3,13	1,0444	0,3337	1,0965	0,3504	0,017
Essigsäureisobutylester . .	3,19	1,0516	0,3296	1,1037	0,3461	0,017
Propylsäuremethylester . .	3,13	1,0338	0,3304	0,884	0,3477	0,017
Propylsäureäthylester . . .	3,19	1,0429	0,3269	1,0956	0,3435	0,017
Buttersäuremethylester . .	3,16	1,0457	0,3309	1,0984	0,3478	0,017
Buttersäureäthylester . . .	3,26	1,0553	0,3237	1,0081	0,3410	0,017
Isobuttersäuremethylester	3,22	1,0490	0,3258	1,1045	0,3430	0,017
Valeriansäuremethylester .	3,23	1,0556	0,3268	1,1070	0,3427	0,016
Aethyläther	2,81	0,9838	0,3502	1,0312	0,3670	0,017

Indem Van der Waals die Gl. 3 untersucht, gelangt er zu dem Schluss, dass wir mit ihrer Hilfe zu denselben Resultaten bezüglich der Eigenschaften der Körper in correspondirenden Zuständen gelangen, wie auch mit Hilfe der Gl. 1 [2]; nur müssen dabei die Volumina nicht in Bruchtheilen des kritischen Volumens ohne weiteres, sondern in Bruchtheilen des kritischen Volumens, plus β [3]), ausgedrückt werden. Das ist aber nicht ganz richtig.

1) Grösserer Allgemeinheit wegen haben wir in die Tabelle der Volumina auch solche Körper aufgenommen, welche beim Erwärmen sich zersetzen.

2) Die Continuität etc. S. 129.

3) Ebenda S. 130.

Wenn wir in die Gl. 3 einsetzen:

$$p = \pi p_k;\ T = \tau \cdot T_k;\ v = \omega (v_k + \beta) - \beta$$

$$T_k^2 = \frac{8}{27} \frac{a}{(\alpha + \beta) R},\ p_k = \frac{a}{27\, T_k (\alpha + \beta)^2},\ v_k = 3\alpha + 2\beta$$

so erhalten wir Gleichungen, welche den Gleichungen 5 dieses Kapitels analog sind. Die Gl. 3, mit dem Gesetze von Maxwell-Clausius verbunden, gibt:

$$p (v_2 - v_1) = \int_{v_1}^{v_2} p \cdot d v$$

und indem wir setzen

$$\begin{cases} v_2 = \omega_2 (v_k + \beta) - \beta \\ v_1 = \omega_1 (v_k + \beta) - \beta \end{cases}$$

(v_2 das Volumen des Dampfes, v_1 das Volumen der Flüssigkeit),

$$\left(\pi + \frac{3}{\tau \omega_1 \omega_2}\right)(\omega_2 - \omega_1) = \frac{8\tau}{3} \log_n \frac{3\omega_2 - 1}{3\omega_1 - 1}.$$

Aus diesen Gleichungen folgt: $\pi = \varphi(\tau)$; $\omega_2 = \psi_2(\tau)$; $\omega_1 = \psi_1(\tau)$; $\omega_2 - \omega_1 = \psi(\tau)$. Das Gesetz der correspondirenden Volumina gestaltet sich für Flüssigkeiten folgendermaassen:

$$\omega_1 = \frac{v_1 + \beta}{v_k + \beta} = \psi_1 (\tau). \tag{11}$$

Dasselbe Gesetz kann noch anders dargestellt werden. Indem wir setzen:

$$v = \omega (v_k - \alpha) + \alpha;\ v_1 = \omega_1 (v_k - \alpha) + \alpha;\ v_2 = \omega_2 (v_k - \alpha) + \alpha$$

so erhalten wir in der oben angeführten Weise:

$$4\tau = \left\{\pi + \frac{27}{\tau(2\omega_1 + 1)^2}\right\} \omega_1 = \left\{\pi + \frac{27}{\tau(2\omega_2 + 1)^2}\right\} \omega_2 \tag{12}$$

$$\left\{\pi + \frac{27}{\tau (2\omega_1 + 1)(2\omega_2 + 1)}\right\}(\omega_2 - \omega_1) = 4\tau \log_n \frac{\omega_2}{\omega_1} \tag{13}$$

woraus:

$$\omega_1 = \frac{v_1 - \alpha}{v_k - \alpha} = \psi_1 (\tau);\ \omega_2 - \omega_1 = \frac{v_2 - v_1}{v_k - \alpha} = \psi (\tau). \tag{14}$$

Es müssen also bei correspondirenden Temperaturen $v + \beta$ gleiche Theile von $v_k + \beta$ (Gl. 11) und $v - \alpha$ gleiche Theile von $v_k - \alpha$ (Gl. 15) sein. Nur für die Differenz der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit ist der Satz von Van der Waals giltig, sobald das Volumen, in dessen Bruchtheilen die Differenz ausgedrückt wird, der Grösse $\alpha + \beta$ proportional ist. Wenn wir die Gl. 4 benutzen, so muss man „die correspondirenden θ“ anstatt der „correspondirenden Temperaturen“

einsetzen. In seinem letzten Memoire gibt Clausius eine Tabelle, aus der man für jede Grösse von θ $\left(\text{eigentlich } \frac{\theta_k}{\theta}\right)$ den Werth $\frac{v-\alpha}{v_k-\alpha}$ [1]) entnehmen kann.

Wir setzen nun voraus, dass wir für irgend zwei Werthe von τ, τ_1 und τ_2 haben:

$$\frac{v_1-\alpha}{v_k-\alpha} = \varphi_1(\tau_1, \pi_1); \quad \frac{v_2-\alpha}{v_k-\alpha} = \varphi_2(\tau_2, \pi_2).$$

Die Functionen φ_1 und φ_2 werden für alle Körper dieselben sein und folglich wird auch die Differenz:

$$\varphi_2-\varphi_1 = \frac{v_2}{v_k-\alpha} - \frac{v_1}{v_k-\alpha} = \frac{v_2-\alpha}{v_k-\alpha} - \frac{v_1-\alpha}{v_k-\alpha}$$

für alle Körper dieselbe sein, wie wir schon aus der letzten Tabelle sahen. Das Gesetz der correspondirenden Volumina von Clausius geht in das Gesetz von Van der Waals für diejenigen Substanzen über, für welche $\frac{\beta}{\alpha}$ annähernd constant ist, weil $v_k-\alpha = 2(\alpha+\beta)$ und

$$\frac{v-\alpha}{v_k-\alpha} = \varphi(\tau, \pi) = \frac{v}{v_k-\alpha} + \frac{1}{2\left(1+\frac{\beta}{\alpha}\right)}.$$

Wir können uns jetzt von dem Gange der Curven:

$$X = \frac{1}{v}\frac{dv}{dT} \cdot T_k = F(\tau) \text{ (vergl. S. 699)}$$

Rechenschaft ablegen. Indem wir die Veränderung von X für irgend zwei Flüssigkeiten (aus der Gl. 15) untersuchen, sehen wir erstens, dass die Curven umsomehr voneinander verschieden sein müssen, je minder die Verhältnisse $\frac{\beta}{\alpha}$ übereinstimmen; zweitens sehen wir, dass die Differenzen zwischen den Ordinaten (X) mit der Temperatur zunehmen müssen, was auch die Erfahrung bestätigt.

1) Wied. Ann. Bd. 14 S. 694—695.

Die Entstehung des Planetensystems mathematisch behandelt.

Von

J. W. Häussler.

Im vorigen Jahrgange dieser Zeitschrift habe ich eine Abhandlung über die Schwere[1]) veröffentlicht und darin die Ursache derselben auf die rotirende Bewegung der Himmelskörper zurückgeführt. An diese Theorie schliesst sich noch ein interessanter Fall an, welcher einer genaueren Untersuchung bedarf. Wenn nämlich eine Kugel schnell rotirt, so kann es sich ereignen, dass für den Aequator derselben die Centrifugalkraft grösser ist, wie die Anziehung; alsdann besitzen die Aequatortheile einen Antrieb nach aussen und müssen sich infolgedessen von der Kugel entfernen. Wir wollen diesen Fall als gegeben annehmen und untersuchen:

1. wie gross ist die Arbeit, welche durch den Austritt der Aequatortheile geleistet wird;
2. wie schnell muss die Kugel rotiren, damit Theile des Aequators sich von derselben entfernen;
3. wie weit entfernen sich die austretenden Theile von der Kugel.

Bei dieser Untersuchung wollen wir von der Einwirkung äusserer Kräfte auf die rotirende Kugel abstrahiren; wir denken uns irgendwo im Weltraum eine Kugel, welche mit solcher Geschwindigkeit rotiren soll, dass Theile des Aequators dadurch nach aussen getrieben werden. Die Existenz der Schwere für die Kugel infolge der Rotation habe ich in der erwähnten Abhandlung nachgewiesen; dagegen bleibt es eine offene Frage, ob die Theile des Aequators, nachdem sie aus der Kugel herausgetreten sind, von der letzteren angezogen werden. Die Existenz der Gravitation soll also nicht in Abrede gestellt werden; es soll jedoch als zweifelhaft angenommen werden, ob eine solche existirt oder nicht.

---

1) Die Schwere, analytisch dargestellt, als ein mechanisches Princip rotirender Körper. Diese Zeitschrift Bd. 22.

Nehmen wir an, die Kugel sei aus mehreren Substanzen zusammengesetzt, so ist

$$E = \frac{4}{5}\pi^2 m R^2 r^2 \tag{1}$$

die kinetische Energie der Rotation, wenn wir wie in meiner vorigen Abhandlung die Masse der Kugel mit m, den Radius derselben mit R und die Anzahl ihrer Umdrehungen in der Zeiteinheit mit r bezeichnen.

Befindet sich im Punkte P auf der Oberfläche der Kugel das unendlich kleine Massenelement dm, und wird dieses durch die Centrifugalkraft nach aussen hin verschoben, so wird dadurch zunächst eine unendlich kleine Arbeit dL verrichtet, deren Werth positiv oder negativ sein kann, je nachdem bei diesem Vorgange Arbeit geleistet oder gewonnen wird. Durch den Austritt des Massenelementes dm ändert sich sowohl die Masse m der Kugel, wie deren Drehgeschwindigkeit r; es ist also:

$$\frac{4}{5}\pi^2 (m + dm) R^2 (r + dr)^2$$

die kinetische Energie der rotirenden Kugel nach dem Austritt des erwähnten Theilchens. Bezeichnen wir die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung des Massenelementes dm nach seinem Austritt aus der Kugel mit v_1, so ist

$$\frac{1}{2} dm\, v_1^2$$

die kinetische Energie des Massenelementes dm. Soll bei dieser Veränderung die Bedingung der constanten Energie ebenfalls wieder erfüllt werden, so muss die Energie des Systems vor und nach dem Austritt des betrachteten Theilchens einander gleich sein. Also ist

$$\frac{4}{5}\pi^2 m R^2 r^2 = dL + \frac{4}{5}\pi^2 (m + dm) R^2 (r + dr)^2 + \frac{1}{2} dm\, v_1^2$$

$$dL + \frac{8}{5}\pi^2 R^2 m r dr + \frac{4}{5}\pi^2 R^2 r^2 dm + \frac{1}{2} dm\, v_1^2 = 0.$$

Diese Gleichung hat dieselbe Form, wie jene in meiner citirten Abhandlung, nur ist die Geschwindigkeit des verschobenen Massenelementes mit einem Index versehen. Der Unterschied rührt daher, dass wir bei der Untersuchung über die Schwere eine Verschiebung angenommen haben, welche in Bezug auf den Radius der Kugel sehr klein ist, und ausserdem haben wir angenommen, dass die relative Lage des Punktes zu den Theilen der Kugel nach der Verschiebung ungeändert bleiben soll. Anders ist es jedoch, wenn der verschobene Punkt durch die Centrifugalkraft der Kugel nach aussen geschleudert wird. Unter gewöhnlichen Umständen entfernt sich derselbe in der Richtung der Tangente; da aber im vorliegenden Falle die Möglichkeit vorhanden ist, dass der Punkt von der Kugel durch eine anziehende Kraft zurückgehalten wird, so kann der Punkt bei seiner Verschiebung auch eine Curve beschreiben. Für unsere Untersuchung kommt der Lauf der Curve nicht in Betracht, jedoch ist die Frage von Wichtigkeit, wie weit der Punkt sich von der Kugel entfernt. In Bezug hierauf sind aber zwei Möglichkeiten vorhanden, welche von der Bedingung abhängen, ob die Kugel auf das Massenelement dm nach seinem Austritt aus derselben noch eine anziehende Wirkung ausübt oder nicht. Im ersten Falle, wenn eine Anziehung existirt, wird der Punkt sich soweit von der Kugel entfernen, bis die anziehenden Kräfte sich mit der Centrifugalkraft, welche den Punkt nach aussen treibt, das Gleichgewicht halten. Im zweiten Falle, wenn keine Anziehung existirt, wird der hinausgeschleuderte Punkt sich in der Richtung der Tangente immer weiter von der Kugel entfernen und die Geschwindigkeit beibehalten, welche er bei seinem Austritt aus der Kugel besass. Wir wollen zunächst über diese beiden Möglichkeiten entscheiden.

Für die Arbeit dL in unserer letzten Gleichung können wir das Product aus dem bewegten Gewicht dq und der Wegestrecke ds einsetzen und haben dann

$$dL = dq \cdot ds.$$

Ersetzen wir jetzt hierin, wie in meiner ersten Abhandlung begründet wurde, das Gewicht dq durch die Hamilton'sche Kräftefunction, indem wir

$$dq = -\frac{dU}{ds}$$

schreiben, so haben wir für die Arbeit den Werth

$$dL = -\frac{dU}{ds}\,ds.$$

Diese Gleichung gilt, so lange über die Function U keine besondere Annahme gemacht wird, für alle Fälle, ganz einerlei, ob eine Anziehung vorhanden ist oder nicht, ob die Anziehung, wenn sie vorhanden ist, bei der Verschiebung sich ändert oder constant bleibt. Nach Einsetzen dieses Werthes erhält die obige Gleichung die Form

$$-\frac{dU}{ds}\,ds = -\frac{8}{5}\,\pi^2 R^2 m\,r\,dr - \frac{4}{5}\,\pi^2 R^2 r^2\,dm - \frac{1}{2}\,dm\,v_1^2.$$

Construiren wir jetzt wieder ein rechtwinkliges dreiaxiges Coordinatensystem und seien a, b, c die Coordinaten des Mittelpunktes der Kugel und x, y, z die Coordinaten des Punktes P auf der Kugel, so ist der Radius derselben

$$R = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2}.$$

Bildet die Richtung der Verschiebung mit der Verlängerung dR des durch P gelegten Radius den Winkel φ, so ist

$$ds = dR \cos \varphi$$

und für dR erhält man durch Differentiation der vorletzten Gleichung nach x, y, z hin

$$dR = \frac{(x-a)\,dx + (y-b)\,dy + (z-c)\,dz}{R}.$$

Wenn man diese Werthe in die obige Gleichung einsetzt, so erhält man

$$-\frac{dU}{ds}\frac{(x-a)\,dx + (y-b)\,dy + (z-c)\,dz}{R}\cos\varphi =$$
$$-\frac{8}{5}\pi^2 R^2 m\,r dr - \frac{4}{5}\pi^2 R^2 r^2 dm - \frac{1}{2} dm\, v_1^2$$

und wenn man die Gleichung durch R^2 dividirt, so ist

$$-\frac{dU}{ds}\left[\frac{x-a}{R^3} dr + \frac{y-b}{R^3} dy + \frac{z-c}{R^3} dz\right]\cos\varphi =$$
$$-\frac{8}{5}\pi^2 m r dr - \frac{4}{5}\pi^2 r^2\, dm - \frac{dm\, v_1^2}{2R^2}.$$

Die Division durch R^2 findet deshalb statt, weil wir die unendlich kleine Aenderung rdr der Drehgeschwindigkeit der Kugel berechnen wollen, und zu diesem Zwecke müssen die Coefficienten, mit denen dieses Glied behaftet ist, entfernt werden.

Wie in meiner Abhandlung über die Schwere gezeigt wurde, ist auch jetzt wieder die linke Seite der Gleichung die unendlich kleine Aenderung eines Potentials, so dass wir

$$-\frac{dU}{ds}\left[\frac{x-a}{R^3} dx + \frac{y-b}{R^3} dy + \frac{z-c}{R^3} dz\right] = -d\frac{U}{R}$$

schreiben können, wodurch die obige Gleichung die einfachere Form

$$-d\frac{U}{R}\cos\varphi = -\frac{8}{5}\pi^2 m r dr - \frac{4}{5}\pi^2 r^2\, dm - \frac{dm\, v_1^2}{2R^2} \qquad (2$$

annimmt.

Aus dieser Gleichung ergeben sich nun folgende Schlüsse: da die linke Seite derselben die unendlich kleine Aenderung eines Potentials ist, so gibt die Integration der Gleichung die Differenz zweier Potentiale und zwar des Potentials am Anfange und des Potentials am Ende der

Verschiebung. Der Begriff des Potentials schliesst aber die Bedingung in sich, dass eine anziehende Kraft existirt, deren Grösse im umgekehrten Verhältnis zum Quadrate des Abstandes steht. Es muss also, sowohl am Anfange, wie am Ende der Verschiebung eine anziehende Kraft von der Kugel auf das verschobene Massenelement dm ausgeübt werden, deren Grösse mit der weiteren Entfernung von der Kugel abnimmt. Ueber die beiden vorhin aufgestellten Möglichkeiten haben wir uns also dahin zu entscheiden, dass von der Kugel eine anziehende Kraft auf das herausgetretene Massenelement dm ausgeübt wird, deren Grösse im umgekehrten Verhältnis zum Quadrate seines Abstandes von der Mitte der Kugel steht. Weiter folgt dann aber auch, wie ich schon früher begründet habe, dass nicht nur für eine Kugel, sondern für jeden rotirenden Körper von beliebiger Form dieselben Gesetze gelten, und dass die ausgeschiedenen Theile sich ebenfalls unter sich anziehen müssen.

Wir gehen jetzt dazu über die letzte Gleichung zu integriren und haben dann

$$-\int d\frac{U}{R}\cos\varphi = -\frac{8}{5}\pi^2 m\int_r^{r_1} r dr - \frac{4}{5}\pi^2 r^2\int_0^{m_1} dm - \frac{v_1^2}{2R^2}\int_0^{m_1} dm.$$

$$-\int d\frac{U}{R}\cos\varphi = -\frac{4}{5}\pi^2 m(r_1^2 - r^2) - \frac{4}{5}\pi^2 m_0 r^2 - \frac{m_0 v_1^2}{2R^2} \qquad (3$$

Die Summe aller Aenderungen des Potentials auf der linken Seite der Gleichung bedeutet die bei der Verschiebung des Punktes P geleistete Arbeit. Dieselbe setzt sich zusammen aus der positiven Arbeit, indem der Punkt entgegengesetzt der Richtung der Anziehung verschoben wird, und der negativen Arbeit der Centrifugalkraft. Nimmt man als Einheit der Kraft denjenigen Druck an, welchen ein bestimmtes Volumen einer bestimmten Substanz gegen die Mitte der Kugel hin ausübt, wenn dessen Schwerpunkt um die Einheit der Länge von der Mitte der Kugel entfernt gedacht wird, so ist das Gewicht dq des verschobenen Massenpunktes, so lange derselbe die Oberfläche der Kugel nicht verlassen hat,

$$\frac{dq}{R^2}.$$

Bezeichnet v die Geschwindigkeit der fortschreitenden Bewegung des Punktes P, wenn derselbe sich noch auf der Kugel befindet, und ist a der senkrechte Abstand desselben von der Rotationsaxe, so ist

$$-\frac{dm\,v^2}{a}$$

die Anziehung infolge der Centrifugalkraft. Wird der Punkt P durch die Rotation um die unendlich kleine Strecke ds verschoben, so ist die dabei geleistete unendlich kleine Arbeit, welche durch die Aenderung des Potentials ausgedrückt wird

$$-d\frac{U}{R}\cos\varphi = \left[\frac{dq\cos(\varphi+d\varphi)}{(R+dR)^2} - \frac{dq\cdot\cos\varphi}{R^2}\right]ds - \\ -\left[\frac{dm(v+dv)^2}{a+da} - \frac{dm\,v^2}{a}\right]ds,$$

woraus man nach Ausführung der Differentiation

$$-d\frac{U}{R}\cos\varphi = dq\cdot ds\left[-\frac{\sin\varphi\,d\varphi}{R^2} - \cos\varphi\frac{2\,dR}{R^3} + \sin\varphi\,d\varphi\frac{2\,dR}{R^3}\right] \\ -dm\cdot ds\left[-v^2\frac{da}{a^2} + \frac{2\,vdv}{a} - \frac{da}{a^2}2\,vdv\right]$$

erhält. Die Integration dieser Gleichung gibt

$$-\int d\frac{U}{R}\cos\varphi = \int_0^{q_0} dq\int_0^{s} ds\left[-\frac{1}{R^2}\int_{\varphi}^{\varphi_1}\sin\varphi\,d\varphi - \cos\varphi\int_{R}^{R_1}\frac{2\,dR}{R^3}\right. \\ \left.+\int_{\varphi}^{\varphi_1}\sin\varphi\,d\varphi\int_{R}^{R_1}\frac{2\,dR}{R^3}\right] - \int_0^{m_0} dm\int_0^{s} ds\left[-v^2\int_{a}^{a_1}\frac{da}{a^2}\right. \\ \left.+\frac{1}{a}\int_{v}^{v_1}2\,vdv - \int_{a}^{a_1}\frac{da}{a^2}\int_{v}^{v_1}2\,vdv\right]$$

und wenn man die Integration ausführt, so erhält man den Werth

$$-\int d\frac{U}{R}\cos\varphi = q_0 s\left(\frac{\cos\varphi_1}{R_1^2} - \frac{\cos\varphi}{R^2}\right) - m_0 s\left(\frac{v_1^2}{a_1} - \frac{v^2}{a}\right).$$

Setzt man den für die Summe aller Aenderungen des Potentials gefundenen Werth in unsere obige Gl. 3 ein, so wird dieselbe

$$q_0 s\left(\frac{\cos\varphi_1}{R_1^2} - \frac{\cos\varphi}{R^2}\right) - m_0 s\left(\frac{v_1^2}{a_1} - \frac{v^2}{a}\right) = \frac{4}{5}\pi^2 m(r^2 - r_1^2) \\ -\frac{4}{5}\pi^2 m_0 r^2 - \frac{m_0 v_1^2}{2R^2}.$$

Die aus der Kugel herausgetretenen Theile entfernen sich so weit von derselben, bis die von der Kugel ausgeübte Anziehung sich mit der centrifugalen Abstossung das Gleichgewicht hält, bis also in der letzten Gleichung

$$\frac{q_0\cos\varphi_1}{R_1^2} - \frac{m_0 v_1^2}{a_1} = 0 \qquad (4$$

ist. Wir haben demnach

$$-q_0 s \frac{\cos\varphi}{R^2} + m_0 s \frac{v^2}{a} = \frac{4}{5}\pi^2 m (r^2 - r_1^2) - \frac{4}{5}\pi^2 m_0 r^2 - \frac{m_0 v_1^2}{2R^2}$$

und wenn man q_0 mittels der vorigen Gleichung eliminirt und die Gleichung durch m_0 dividirt, so wird

$$-\frac{v_1^2 R_1^2}{a_1 \cos\varphi_1} \frac{s\cdot\cos\varphi}{R^2} + \frac{s v^2}{a} = \frac{4}{5}\pi^2 \frac{m}{m_0}\left(r^2 - r_1^2\right) - \frac{4}{5}\pi^2 r^2 - \frac{v_1^2}{2R^2}.$$

Die Wegestrecke s, auf welcher der Schwerpunkt der Masse m_0 verschoben wurde, ist gleich der Differenz seines senkrechten Abstandes von der Rotationsaxe vor und nach der Verschiebung. Setzen wir also

$$s = a_1 - a$$

so haben wir

$$-\frac{v_1^2 R_1^2 \cos\varphi}{R^2 \cos\varphi_1} + \frac{v_1^2 R_1^2 a \cos\varphi}{R^2 a_1 \cos\varphi_1} + \frac{v^2 a_1}{a} - v^2 =$$
$$\frac{4}{5}\pi^2 \frac{m}{m_0}\left(r^2 - r_1^2\right) - \frac{4}{5}\pi^2 r^2 - \frac{v_1^2}{2R^2}. \qquad (5$$

Ich werde am Schlusse dieser Abhandlung zeigen, dass die Gl. 4 das dritte Kepler'sche Gesetz darstellt: die Quadrate der Umlaufszeiten der austretenden Massentheile sind den dritten Potenzen ihrer mittleren Abstände vom Centralkörper proportional. Wir haben also in Bezug auf die Drehgeschwindigkeit der rotirenden Kugel drei Fälle zu unterscheiden:

1. Die Drehgeschwindigkeit ist so gross, dass die austretenden Theile vor und nach ihrer Entfernung vom Centralkörper dem dritten Kepler'schen Gesetze folgen.
2. Die Geschwindigkeit ist vor dem Austritt kleiner.
3. Die Geschwindigkeit ist vor dem Austritt grösser.

Nehmen wir vorab den ersten dieser drei Fälle als gegeben an, so lässt die letzte Gleichung eine weitere Vereinfachung zu. Bezeichnen wir die Umlaufszeit der herausgetretenen Masse, wenn sie sich noch auf der Kugel befindet, mit T und nach ihrem Austritt mit T_1, so ist nach dem erwähnten Gesetze

$$T^2 : T_1^2 = a^3 : a_1^3. \qquad (6$$

Drückt man die Umlaufszeiten durch die Geschwindigkeiten der fortschreitenden Bewegung aus, so ist

$$T = \frac{2 a \pi}{v};\quad T_1 = \frac{2 a_1 \pi}{v_1}.$$

Aus diesen drei Gleichungen erhält man

$$v_1^2 = v^2 \frac{a}{a_1}. \qquad (7$$

Ferner ist

$$a = R \cos \varphi;\ a_1 = R_1 \cos \varphi_1.$$

Setzt man diese Werthe in die linke Seite der Gl. 5 ein, und nimmt man gleichzeitig an, der Schwerpunkt der verschobenen Masse habe im Aequator gelegen, so ist der Winkel $\varphi = \varphi_1 = 0^0$ zu setzen, und die linke Seite der Gleichung nimmt alsdann den Werth Null an. Folglich ist auch die rechte Seite

$$\frac{4}{5}\pi^2 \frac{m}{m_0}\left(r^2 - r_1^2\right) - \frac{4}{5}\pi^2 r^2 - \frac{v_1^2}{2R^2} = 0. \tag{8}$$

Die linke Seite der Gl. 5 hatte eine mechanische Bedeutung; sie drückte die Summe aller Aenderungen des Potentials oder die bei der Verschiebung des Massentheilchens m_0 geleistete Arbeit aus, wie dies durch eine Vergleichung der Gl. 8 mit Gl. 3 leicht zu ersehen ist. Beide Gleichungen geben nämlich

$$-\int d\frac{U}{R} \cos \varphi = 0 \tag{9}$$

d. h. es tritt bei der Verschiebung eines Massentheilchens infolge der Drehgeschwindigkeit keine Aenderung des Potentials ein, es wird also keine mechanische Arbeit geleistet. Wenn aber keine mechanische Arbeit verrichtet wird, so kann auch keine Aenderung in der Drehgeschwindigkeit der rotirenden Kugel eintreten; es muss also $r = r_1$ sein. Demnach wird Gl. 8

$$\frac{4}{5}\pi^2 r^2 + \frac{v_1^2}{2R^2} = 0. \tag{10}$$

Man könnte durch die Gl. 9 zu der Ansicht kommen, es sei vielleicht gar kein Potential vorhanden, weil die Aenderung desselben gleich Null ist. Dieser Schluss kann jedoch nicht gezogen werden. Denn ich habe in meiner mehrfach erwähnten Abhandlung gezeigt, dass jeder rotirende Körper ein Potential besitzt. Wenn also beim Austritt eines Theilchens aus diesem Körper infolge der Centrifugalkraft keine Aenderung des Potentials eintritt, so beweist dies nur, dass die Potentiale vor und nach dem Austritt des Theilchens einander gleich sind. Es ist also weder ein Gewinn noch ein Verlust von mechanischer Arbeit vorhanden.

Die beiden anderen Fälle, welche wir zu untersuchen haben, können in der Wirklichkeit niemals eintreten. Wenn die Drehgeschwindigkeit kleiner ist, wie sie nach dem dritten Kepler'schen Gesetze sein muss, so werden keine Theile aus der Oberfläche der Kugel hinausgeschleudert werden, und der andere Fall, dass die Drehgeschwindigkeit grösser ist, kann ebenfalls nicht eintreten. Wenn nämlich eine Kugel, deren Theile unter sich verschiebbar sind, in schnellere Rotation versetzt wird, so treten einzelne Theile aus, sobald die Geschwindigkeit so gross geworden ist, dass sie dem dritten Kepler'schen Gesetze entspricht. Wenn die Geschwindigkeit der Kugel dann noch grösser wird, so werden von neuem Theile derselben austreten und zwar so weit, als dieselben dem genannten Gesetze entsprechen. Mit der zunehmenden Drehgeschwindigkeit werden also immer tiefer liegende Theile hinausgeschleudert werden, aber es kann niemals der Fall eintreten, dass die ganze Kugel die schnellere Drehgeschwindigkeit annimmt, ohne dass sie Theile aus ihrer Oberfläche abstösst.

Die eingangs aufgeworfene Frage: wie schnell eine Kugel rotiren muss, damit Theile des Aequators sich aus derselben entfernen, ist hierdurch ihrem Inhalt nach beantwortet. Der mathematische Ausdruck für die erforderliche Umlaufszeit kann erst am Schlusse dieser Abhandlung gegeben werden.

Wir kommen jetzt zur Beantwortung der letzten Frage: wie weit sich die austretenden Theile von der Kugel entfernen. Drücken wir in der letzten Gleichung (10) die Geschwindigkeit v_1 des ausgetretenen Theiles durch seine Umlaufszeit T_1 aus, indem wir

$$v_1 = \frac{2 R_1 \pi}{T_1}$$

setzen und bezeichnen wir die Umlaufszeit der Kugel mit T, so ist

$$r = \frac{1}{T},$$

also erhält man aus Gl. 10, wenn man diese Werthe einsetzt

$$\frac{T_1^2}{T^2} + \frac{5}{2} \frac{R_1^2}{R^2} = 0.$$

Nach dem dritten Kepler'schen Gesetze verhält sich

$$T^2 : T_1^2 = R^3 : R_1^3.$$

Eliminirt man mit Hilfe dieser Proportion $\frac{T_1^2}{T^2}$ aus der vorletzten Gleichung, so erhält man

$$R_1 = -2{,}5\, R. \tag{11}$$

Die ausgeschleuderte Masse entfernt sich also um das 2,5 fache ihres vorherigen Abstandes von der Mitte der Kugel. Das negative Vorzeichen deutet die Richtung an; R_1 wird also in der Verlängerung von R liegen, aber nicht nach der Seite hin, nach welcher die ausgeschleuderte Masse austrat, sondern nach der entgegengesetzten Richtung über den Mittelpunkt der Kugel hinaus. Die Masse m_0 beschreibt also während ihrer Entfernung vom Centralkörper eine Curve, deren

Anfang im Punkte P liegt und deren Endpunkt um das 2,5 fache des durch P gelegten Radius von der Mitte der Kugel entfernt ist, wenn der durch P gelegte Radius über den Mittelpunkt der Kugel hinaus verlängert wird.

Wir wollen jetzt nochmals zu Gl. 4 zurückkehren, weil dieselbe eine weitere Entwicklung für sich zulässt. Wir hatten

$$\frac{q_0 \cos \varphi_1}{R_1^2} - \frac{m_0 v_1^2}{a_1} = 0.$$

Solange die Masse m_0 sich noch auf der Oberfläche der Kugel befindet, ist deren Gewicht $\frac{q_0}{R^2}$, also ist

$$m_0 = \frac{q_0}{R^2 G} \tag{12}$$

wenn G die Gravitationsconstante für die Oberfläche der Kugel ohne Berücksichtigung der Centrifugalkraft bedeutet. Ausserdem ist

$$a_1 = R_1 \cos \varphi_1$$

$$v_1 = \frac{2 a_1 \pi}{T_1} = \frac{2 R_1 \cos \varphi_1 \pi}{T_1}.$$

Setzt man diese Werthe in die obige Gleichung ein, so erhält man

$$T_1^2 = \frac{4 \pi^2 R_1^3}{R^2 G}. \tag{13}$$

Diese Gleichung ist ein Ausdruck für das dritte Kepler'sche Gesetz: die Quadrate der Umlaufszeiten sind den dritten Potenzen der mittleren Entfernungen der Planeten vom Centralkörper proportional. Allerdings können hierbei nur mittlere Werthe in Betracht kommen, weil die Planetenbahnen ein wenig von der Kreisbahn abweichen.

Aus der letzten Gleichung erhält man durch Umstellung der Glieder

$$G = \frac{4 \pi^2 R_1^3}{R^2 T_1^2}, \tag{14}$$

eine Gleichung, welche die Gravitationsconstante für die Oberfläche der Sonne zu berechnen gestattet, wobei jedoch die Centrifugalkraft unberücksichtigt bleibt. Wollen wir G mit der Zahl g vergleichen, so müssen wir das Meter und die Secunde als Einheiten für die Länge und die Zeit zu Grunde legen. Aus welchen Planetenelementen wir die Zahl G bestimmen, ist ganz gleichgiltig; der Werth wird immer derselbe, weil nach dem dritten Kepler'schen Gesetze $\frac{R_1^3}{T_1^2} = \text{const.}$ ist. Wählen wir die Erde, so ist deren Umlaufszeit gleich 365,26 Tage zu setzen. Der Abstand der Erde von der Sonne ist $R_1 = 20030700$ geogr. Meilen; der Radius der Sonne $R = 93500$ geogr. Meilen, die Meile zu 7020 m gerechnet. Wir haben also

$$G = \frac{4\,(3{,}1416)^2\,(20030700)^3\,(7420)^3}{(365{,}26 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60)^2\,(93500)^2\,(7420)^2}$$
$$G = 270{,}4.$$

Will man die letzte Gleichung (14) auf die Erde und den Mond anwenden, so wollen wir dieselbe mit anderen Zeichen versehen und schreiben dann

$$g = \frac{4\pi^2 r_1^3}{r^2 t_1^2}. \tag{15}$$

Wir setzen den mittleren Abstand des Mondes von der Erde $r_1 = 384415{,}5$ km. Der Radius der Erde $r = 6378$ km. Die Umlaufszeit des Mondes $t_1 = 27^t\,7^h\,43^m\,11{,}5^s = 2360591{,}5$ Secunden. Demnach ist

$$g = \frac{4\,(3{,}1416)^2\,(384415{,}5)^3\,(1000)^3}{(6378)^2\,(1000)^2\,(2360591{,}5)^2}$$
$$g = 9{,}8936.$$

Diese Methode zur Berechnung der Zahl g hat Newton aufgefunden.

Setzen wir nun diejenige Beschleunigung gleich γ, welche die Einheit der Masse auf eine ebensolche Einheit der Masse ausübt, wenn der Schwerpunkt beider um die Einheit der Länge voneinander entfernt ist; sei ferner M die Masse der Sonne und m die Masse eines Planeten, so ist

$$G = \gamma \frac{M}{R^2}$$

$$g = \gamma \frac{m}{r^2}$$

woraus die Proportion

$$G : g = \frac{M}{R^2} : \frac{m}{r^2}$$

folgt. Setzt man für G und g die Werthe aus den Gleichungen 14 und 15 ein, so verhält sich auch

$$M : m = \frac{R_1^3}{T_1^2} : \frac{r_1^3}{t_1^2}.$$

Nimmt man die Masse der Sonne $M = 1$ an, so erhält man für die Masse irgend eines mit einem Monde versehenen Planeten die bekannte Gleichung

$$m = \frac{r_1^3\, T_1^2}{R_1^3\, t_1^2}, \tag{16}$$

jedoch ist dieselbe ohne die sonst übliche Einschränkung abgeleitet, dass die Masse des umkreisenden Körpers gegenüber der Masse des Centralkörpers vernachlässigt wird.

Wir kommen jetzt noch einmal, wie Seite 727 schon angedeutet wurde, auf die Umlaufszeit T des Centralkörpers zurück. Nach dem Kepler'schen Gesetze ist

$$T^2 = \frac{T_1^2 R^3}{R_1^3}$$

und wenn man für T_1^2 den Werth aus Gl. 13 einsetzt, so erhält man

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 R}{G}}, \tag{17}$$

eine Gleichung, welche ebenfalls schon bekannt ist.

Stellen wir uns auf den Standpunkt der Kant-Laplace'schen Kosmogenie, insofern als unser Planetensystem sich aus einem Nebelfleck entwickelt hat und nehmen wir an, dieser Nebelfleck habe die Gestalt einer Kugel gehabt, so müsste sich dieser Vorgang nach unserer mathematischen Behandlung dieses Gegenstandes folgendermaassen abgespielt haben. Als dieser Nebelfleck einen Durchmesser von 12,03 Erdbahnhalbmesser hatte, schied sich ein Theil der Oberfläche aus dem Aequator ab und entfernte sich auf 30,07 Erdbahnhalbmesser, wo diese abgeschiedene Masse sich nach und nach zum Neptun zusammenballte. Der Nebelfleck hatte damals eine Umlaufszeit von 15226,2 Tagen. Nach Ausscheiden des Neptun zog sich durch das Princip der Schwere der Nebel noch mehr zusammen und erhielt dadurch eine Zunahme seiner Drehgeschwindigkeit. Als der Radius desselben 7,67 Erdbahnhalbmesser betrug mit einer Umlaufszeit von 7763 Tagen, schied sich abermals ein Theil der Oberfläche ab. Diese Masse entfernte sich auf 19,18 Erdbahnhalbmesser und bildete sich zum Uranus um. Darauf verdichtete sich die Sonnenmasse von neuem und erhielt zugleich wieder eine Zunahme ihrer Drehgeschwindigkeit. Nach und nach schieden sich so alle Planeten aus, zuletzt der Merkur. Bei seinem Austritt hatte die Sonnenmasse einen Radius von 0,155 Erdbahnhalbmessern und eine Umlaufszeit von 22,25 Tagen. Nach dieser letzten Ausscheidung hat die Sonne sich noch weiter verdichtet und ihre Drehgeschwindigkeit gewann dadurch eine entsprechende Zunahme. Zugleich aber wurde ein grosser Theil der vorhandenen kinetischen Energie in Wärme umgesetzt; es musste also die Drehgeschwindigkeit wieder abnehmen. Daher kommt es, dass der Aequator der Sonne mit den Planeten jetzt nicht mehr dem dritten Kepler'schen Gesetze gehorcht, sondern dass die Drehgeschwindigkeit jetzt kleiner ist, wie sie sein müsste.

Theorie der Volta'schen Wirkung[1]).

Von

J. J. Brown.

§ 1. Aus einer Reihe während der letzten fünf Jahre mehr oder minder continuirlich angestellter Experimente wurden die folgenden Schlüsse gezogen:

a) dass die Potentialdifferenz in der Nähe zweier sich berührender Metalle, wie sie nach der Volta'schen (Condensator-)Methode, oder nach der Thomson'schen Methode, mit dem Ring oder Quadranten aus zwei Metallen gefunden wird, die Folge einer chemischen Wirkung ist, welche eine an der Oberfläche der Metalle condensirte Dampf- oder Gasschicht ausübt[2]).

b) Dass die beiden Metalle mit ihren Flüssigkeitsschichten sich ganz so verhalten wie ein galvanisches Element, das aus denselben Metallen und einer der condensirten Schichte entsprechenden Flüssigkeit als Elektrolyt gebildet ist; der letztere ist (beim gewöhnlichen Contact-Experiment) durch die umgebende Luft wie durch ein isolirendes Diaphragma in zwei Theile getheilt.

§ 2. Bei diesen Experimenten ist es daher die Potentialdifferenz an den beiden Aussenflächen der condensirten Schichten, welche gemessen wird.

In dem Falle eines einzelnen Metalles, z. B. wenn Zink mit seiner chemisch wirkenden elektrolytischen Schichte bedeckt ist, tritt nach unserer Ansicht an der Contactstelle zwichen Metall und Flüssigkeitsschichte infolge der chemischen Action zwischen beiden eine elektromotorische Kraft auf, welche das Zink negativ und die Flüssigkeit positiv ladet. Die beiden Ladungen sind gebunden und üben nach aussen keinerlei Wirkung aus.

Dagegen wird z. B. Kupfer zwar ähnlich, aber weniger stark angegriffen, wie Zink. Wenn es mit Zink metallisch verbunden wird, so gleichen sich die Potentiale der beiden Metalle aus, ein Theil der

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus den Proc. Roy. Soc. Bd. 41 (1886).

2) Dabei ist keine Rücksicht genommen auf den sehr kleinen Effect, den eine thermo-elektrische Wirkung hervorbringen könnte. 8. Dec. 1886.

negativen Ladung des Zinks geht durch die Verbindungsstelle zum Kupfer und weiter in dessen Flüssigkeitsschichte.

§ 3. Die Anwendung dieser Theorie auf den Volta'schen Fundamentalversuch findet sich einigermaassen im Detail wiedergegeben bei Wiedemann (die Lehre von der Elektricität, 4. Bd. S. 986—987); die Ansicht de la Rive's (Traité de l'électricité, vol. II p. 776, 1856) ist der hier vertretenen sehr ähnlich und unterscheidet sich nur durch die Annahme, dass die positive Ladung in der Flüssigkeitsschichte durch die isolirende Natur der letzteren zurückgehalten wird; es ist aber einleuchtend, dass eine elektromotorische Kraft, welche stark genug ist, die Trennung der beiden Ladungen hervorzurufen, auch hinreicht, um dieselben getrennt zu erhalten. Wir können demnach die Flüssigkeitsschichte auch als einen elektrolytischen Leiter betrachten. De la Rive's Ansicht scheint wenig allgemeine Anerkennung gefunden zu haben, vielleicht weniger als sie verdiente.

§ 4. Es schien wünschenswerth, diese Ansichten auf experimentellem Wege näher zu untersuchen, aber dabei so wenig als möglich das unsichere Gebiet der speculativen Molecular-Physik zu berühren, und bei der Beschreibung dieser Experimente werde ich mich auf diejenigen beschränken, welche nennenswerthe Resultate ergeben. Es mussten viele vorläufige Versuche gemacht werden, um Störungen vorzubeugen, und man erhielt viele negative Resultate. Es war jedoch beruhigend, dass kein Resultat eine Veränderung der beiden früher über diesen Gegenstand erschienenen Arbeiten erforderte (Phil. Mag. Aug. 1878 und Febr. 1879).

§ 5. Der Hauptbestandtheil des gebrauchten Apparates ist ein Doppelmetall-Quadrantelektrometer, das in Fig. 1 in einem Viertel natürlicher Grösse dargestellt ist; dieser Apparat war eine Verbesserung eines gleichartigen in einer vorangegangenen Arbeit schon beschriebenen (Phil. Mag. vol. II 1878 p. 142).

A ist ein durch Stellschrauben getragenes Metallgefäss; *B* eine dicke Ebonitröhre, deren oberes Ende ein mit Leder gefüttertes Messingstück trägt, in welchem der Messingstab *C* gleitet. *D* ist eine Messingkugel mit einer Klemmschraube, um diesen Stab in jeder gewünschten Höhe erhalten zu können. *E* ist ein Platindraht von 0,001 Zoll Durchmesser, der den dickeren Draht *F* trägt; an letzterem ist der etwas concave Spiegel *G*, die „Nadel“ *H* und ein Glasgewicht *I* befestigt; dieses Gewicht taucht in Wasser oder in eine andere Flüssigkeit, welche sich in einem auf einer Ebonitplatte am Boden des Instrumentes stehenden Glasgefäss befindet. *R* und *L* sind die Metallquadranten, die untersucht werden sollen; sie sind auf ein Ebonitstück *M* aufgeschraubt; letzteres ruht auf den Spitzen von drei feingeschnittenen Stellschrauben, *O, P, Q,* welche durch Stopfbüchsen durch den Boden des Instrumentes gehen. Der Quadrant *L* ist mit einem luftdicht durch die Rückwand des Gefässes gehenden isolirten Draht *N* verbunden. *R* ist mit dem Instrumente und mit der „Erde“ leitend durch einen Staniolstreifen verbunden, welcher unter dem Ebonit die Schraube *O* berührt. Ein Hahn *T* an der Spitze der Ebonitröhre und ein anderer am Boden des Instrumentes, dessen Oeffnung durch *S* bezeichnet ist, erlaubt die die Metalle umgebenden Gase zu verändern. Die vordere Oeffnung des Apparates wurde mit ebenen Flanschen versehen, an welchen eine Glasplatte mit Fett oder anderen passenden Substanzen befestigt

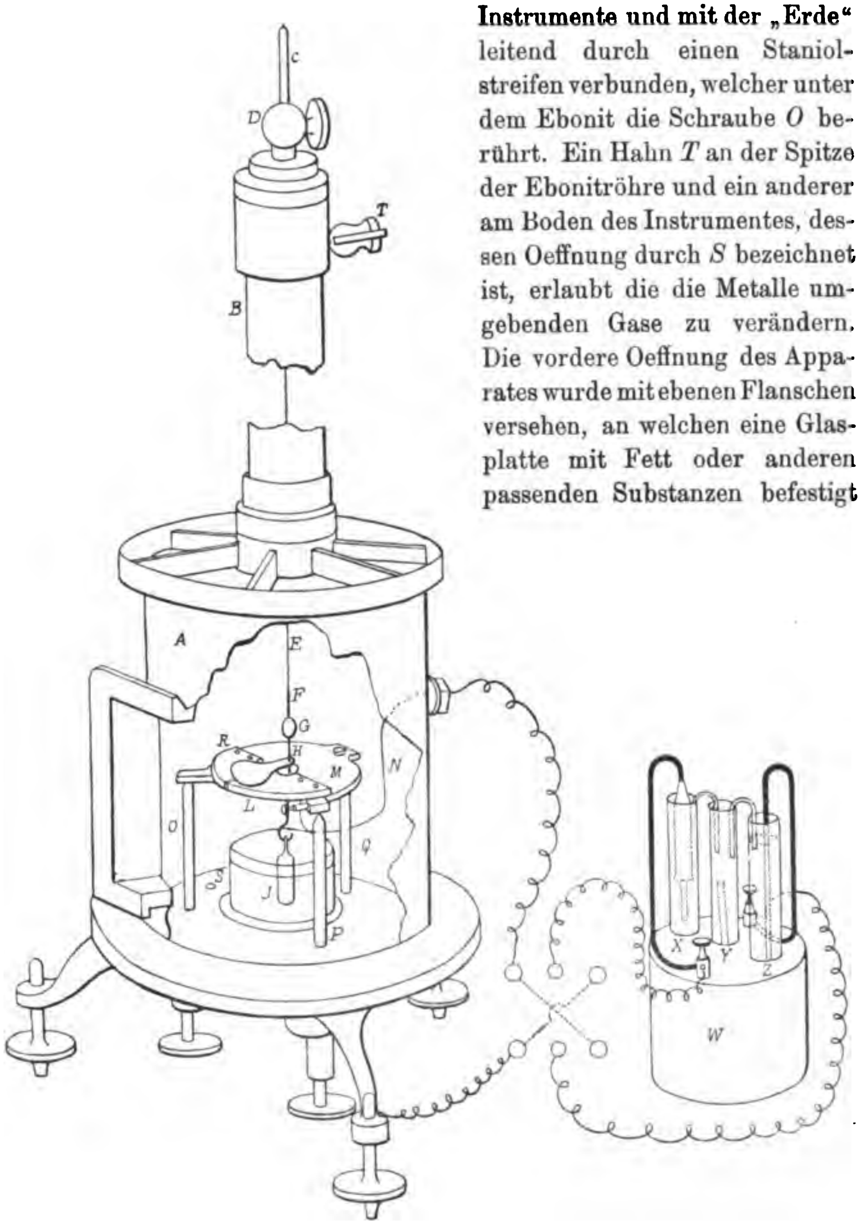


Fig. 1.

wurde. Die Nadel wurde sowohl positiv als negativ elektrisirt durch Verbindung des Drahtes, an dem sie befestigt ist, mittels einer Pohl'schen

Wippe mit dem einen oder andern Pol einer Batterie von 100 kleinen Daniell; der entgegengesezte Pol wurde zu gleicher Zeit mit der „Erde“ verbunden.

§ 6. Um nun einen Versuch mit diesem Apparat zu machen, wurden die Quadranten zuerst sorgfältig mit ihren oberen Flächen in dieselbe Ebene, dann an ihren Platz im Apparat gebracht, sorgfältig horizontal gestellt und nach Verbindung mit dem Drahte N beide mit einem Kamelhaarpinsel gereinigt. Die mittels des Stabes C aufgezogene Nadel wurde nun der Oberfläche der Quadranten bis ungefähr 0,05 Zoll genähert und so darüber befestigt, dass ihre Mittellinie sich über dem Spalt zwischen den Quadranten und der Draht, an dem sie hängt, im Mittelpunkt des ganzen Apparates befand.

Wenn nun, nachdem die Quadranten metallisch verbunden und die Nadel positiv und sodann negativ elektrisirt wurde, es sich zeigt, dass die Ablenkung (objective Ablesung) nach der einen Seite grösser war als nach der andern, was dadurch hervorgebracht wird, dass ein Quadrant höher steht als der andere, so wurde die nöthige Adjustirung mittels der Schrauben O und P vorgenommen. Ein zweiter Concavespiegel wurde nun an der Kugel D befestigt, so dass der reflectirte Strahl gleichfalls auf den Nullpunkt der Scala fiel; nach einer Verschiebung des Stiftes C konnte derselbe somit wieder genau in seine ursprüngliche Position gebracht werden. Die Quadranten wurden nun mittels einer Alkohollibelle von vorn nach rückwärts nivellirt, worauf die Potentialdifferenz sofort bestimmt werden konnte, oder sie wurden wieder herausgenommen, geputzt, rasch zurückgebracht und so schnell als möglich eine Ablesung gemacht, ohne Zeitverlust für die Adjustirung. Eine „Ablesung“ wurde gemacht, indem man die Nadel (durch passenden Wechsel ihres Potentials) erst nach rechts dann nach links und dann wieder nach rechts ausschlagen liess. Das Mittel aus den beiden Ablesungen nach rechts wurde zu der nach links addirt, um den Effekt kleiner Verschiebungen des Nullpunktes zu eliminiren; diese treten zuweilen infolge einer leichten Detorsion des Aufhängedrahtes oder infolge einer Verbiegung der Ebonitplatte M ein.

§ 7. Die Ablesungen waren entweder qualitativ, wenn die beiden Quadranten sich in metallischer Verbindung befanden, oder quantitativ, wenn die Potentialdifferenz ihrer Gasschichten mit einem Normalelement verglichen wurde.

Um die Verbindungen für beide Fälle bequem machen zu können, wurde eine modificirte Pohl'sche Wippe verwendet, mit deren Hilfe die Quadranten sowohl direct untereinander als auch jeder einzeln mit einem beliebigen Pole des Normalelementes verbunden werden konnte.

§ 8. Zunächst wurden zwei Normalelemente verwendet, ein Clark-Element von Gebrüder Elliot und ein Daniell nach dem Schema W. X, Y, Z sind drei Probirgläschen in einem Paraffinstück befestigt, X enthält eine halbgesättigte Zinksulphatlösung mit einem Stab aus nicht amalgamirtem, destillirtem Zink. Z enthält einen mit Guttapercha umhüllten Kupferdraht, dessen freies unteres Ende in eine Spirale gewunden und mit Krystallen von Kupfersulphat und mit Wasser umgeben ist. Y enthält destillirtes Wasser nebst einem Zinkstreifen, der alles Kupfersalz reducirt, welches etwa von Z herüberdiffundirt.

Wenn das Clark-Element benutzt wurde, so wurden die Resultate auf das Daniell als Einheit reducirt. Vergleichungen beider Elemente wurden vor allem häufig gemacht.

§ 9. Die Messung der Potentialdifferenz in der Nähe eines jeden Paares von Quadranten wurde nach der folgenden wohlbekannten Methode vorgenommen. Das Element wurde zuerst so eingeschaltet, dass seine elektromotorische Kraft sich zu der Potentialdifferenz der Quadranten addirte und eine Ablesung a erhalten. Die Verbindung wurde dann umgekehrt, was eine Ablesung b ergab. Bezeichnet man mit d die Ablenkung, die das Element für sich hervorbringt, und mit p jene infolge der Potentialdifferenz in der Nähe der Quadranten, so hat man

$$d + p = a$$
$$d - p = b$$

und folglich

$$\frac{p}{d} = \frac{a - b}{a + b}.$$

So wurden z. B. für die Potentialdifferenz der Gasschichten von leicht angelaufenem Kupfer und Zink in Luft die folgenden Ablesungen erhalten:

Kupfer des Elements mit dem Zinkquadranten verbunden:
rechts 76, links 75; rechts 74,5, $a = 150{,}25$.

Kupfer des Elements mit dem Kupfer verbunden:
rechts 19,5, links 11,5; rechts 20,5 $b = 31{,}5$.
Daraus $p = 0{,}65$ Daniell.

Entsprechend dem Apparat kann eine äusserste Genauigkeit in den Resultaten als absolute quantitative Bestimmung nicht erwartet werden. In den meisten Fällen handelt es sich mehr um eine Vergleichung derselben untereinander.

§ 10. Eine Reihe von Versuchen wurde angestellt zur Ermittlung der Abnahme der Potentialdifferenz zwischen den Gasschichten von

Kupfer und Zink und Luft, wie sie durch ein allmähliches Anlaufen der Metalle hervorgerufen wird. Die Curven, die zwei solchen Versuchen mit Zink von verschiedener Oberflächenreinheit entsprechen, sind in Fig. 2 wiedergegeben, wo die Ordinaten Zehntel Daniell bedeuten und die Abscissen die seit dem Reinigen der Metalle mit Glaspapier verflossene Zeit. Zehn weitere Beobachtungen mit Kupfer und destillirtem Zink gaben die Curve *A*. Das Ende derselben hat den gleichen Charakter und würde in 61 $^1/_2$ Stunden den Werth 0,64 Daniell ergeben.

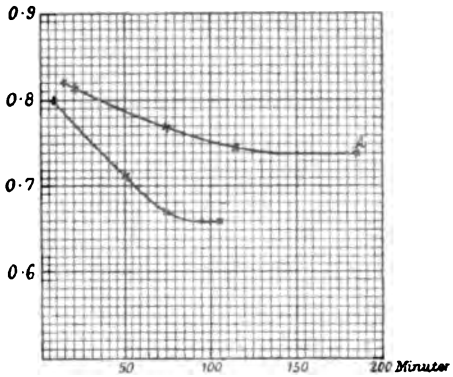


Fig. 2.

Die Aufgabe war, die Potentialdifferenz der reinen Metalle durch Rückwärtsverfolgen der Curve bis zu jenem Zeitpunkte, wo die Metalle gereinigt wurden, zu ermitteln und mit der Differenz ihrer Verbrennungswärme zu vergleichen unter gleichzeitiger Rücksichtnahme auf das Wärmeaequivalent der Vergleichszelle. Das Resultat stimmt gut mit den thermochemischen Daten von J. Thomsen (Wied. Beibl. 1880).

Andrerseits begegneten wir der Thatsache, dass viele andere Metallcombinationen in Luft keine so gute Uebereinstimmung gaben, obwohl in den meisten Fällen eine grössere oder geringere Annäherung an dieselbe constatirt wurde. Das ist, wie ich glaube, auf folgende zwei Ursachen zurückzuführen.

1. Wir kennen nicht genau den chemischen Process, der sich an der Oberfläche der Metalle abspielt; wir wissen nicht, ob derselbe einfach eine Oxydation ist, welche Oxydationsstufe des Metalles dabei gebildet wird oder ob nicht auch die andern Gase wie Ammoniak, Kohlensäure etc. an dem Processe theilhaben; auch kennen wir durchaus nicht genau den physikalischen Zustand der Oberflächenschichte.

2. Wir wissen nicht, wie sehr die schon gebildete Oberflächenschicht von Oxyden etc. das Metall vor weiterem Angriffe schützt.

§ 11. Die verhältnismässig geringe und oft sehr unregelmässige Potentialdifferenz, die zwischen Kupfer und Eisen beobachtet wird, mag wohl durch die Bildung einer das letztere schützenden Oxydschichte unmittelbar nach der Reinigung bedingt sein; das Eisen wird dadurch in einen mehr oder minder passiven Zustand versetzt, ähnlich jenem, den es unter anderen wohlbekannten Bedingungen annimmt. Das rapide Anlaufen des Bleies mag einen ähnlichen Effect haben; die Annahme liegt nahe, dass das gebildete Oxyd von sehr cohärenter und schützender Natur ist. Der Einfluss der gebildeten Oxydationsstufe führt zu der Frage, ob nicht auch beim Contact verschiedener Oxyde ein und desselben Metalles eine Potentialdifferenz auftritt. Ich experimentirte mit Bleiglätte und Minium, mit Zinnoxyd und Zinnoxydul, aber erhielt keine Resultate, die bestimmt genug wären, um hier mitgetheilt zu werden. Aber ich denke, die Versuche wären einer Wiederholung mit frisch gebildeten Oxyden (was meine nicht waren) werth.

§ 12. Bei der Kritik meiner früheren Experimente über den Einfluss verschiedener Gase auf die Potentialdifferenz zweier sich berührender Metalle hatte sich als wünschenswerth herausgestellt, quantitative Resultate zu erlangen. Obwohl diese nach dem Ebengesagten kaum von grosser Sicherheit sein können, so habe ich doch für einzelne Fälle Messungen vorgenommen. Im folgenden sind die Resultate mit einem Kupfer-Eisenpaar in Schwefelwasserstoff wiedergegeben.

Die Quadranten aus diesen Metallen, nachdem sie mit Glaspapier frisch gereinigt waren, wurden in den Apparat gesetzt und ihre Potentialdifferenz in Luft so schnell als möglich bestimmt: 0,059 — 0,062 Daniell, im Mittel 0,06 Daniell, wobei das Eisen positiv war.

Nun wurde Schwefelwasserstoff in das Elektrometer eingelassen, wobei die Potentialdifferenz der beiden Metalle sofort ihren Sinn änderte. Die Hähne wurden dann geschlossen und die folgenden Ablesungen gemacht, wobei *t* die Zeit bedeutet seit dem Einlassen des Gases und P/D das Verhältnis der Potentialdifferenz der beiden Metalle zu jener an den Polen eines Daniell.

	m.	m.	m.	h. m.	h. m.	h. m.	h. m.
t	8	15	25	1 18	2 10	2 35	12 10
P|D	0,4	0,48	0,53	0,55	0,47	0,43	0,3

Nun wurde etwas frischer Schwefelwasserstoff eingelassen und dieser verursachte ein geringes Ansteigen auf P/D = 0,32, worauf dieser Werth allmählich fiel und in 11 Stunden (t = 23 h. 25 m.) nur mehr 0,26 betrug. Das Instrument wurde nun vom Gas gereinigt und ungefähr anderthalb Stunden offen gelassen, worauf P/D auf 0,1 fiel. Ein Wiedereinlassen des Gases steigerte den Werth auf 0,32. Dieses wurde mit gleichem Resultate wiederholt, worauf das Instrument durch 24 Stunden offen stehen blieb, wobei das Eisen positiv und P/D gleich 0,32 gefunden wurde. Dieser etwas hohe Werth mag durch die Oxydation des Schwefeleisens oder, was noch wahrscheinlicher ist, durch die Oxydation des Eisens selbst in Verbindung mit der Schutzwirkung der Schwefelkupferschichte auf dem Kupfer, hervorgerufen sein. Nachdem das Gas noch einmal eingelassen wurde, war das Kupfer wieder positiv, P/D = 0,26 Daniell. Die Atmosphäre im Innern des Apparates wurde noch öfters gewechselt, wobei jedesmal die entsprechende Aenderung in der Potentialdifferenz auftrat. Das Elektrometer wurde darauf wieder mit dem Gas gefüllt und abgeschlossen, nachdem vorher das Wassergefäss daraus (zur Vermeidung von Störungen in der Isolation) entfernt und durch eine an das Gewicht befestigte Papierflügeldämpfung ersetzt war. Die Potentialdifferenz fiel bis zum Ende der ersten acht Tage nach Anfüllung des Apparates merklich bis auf Null. Beim Oeffnen des Apparates fand sich innerhalb noch eine Menge Schwefelwasserstoff vorräthig; die Metalle zeigten sich stark angegriffen: das Kupfer war braun mit lichteren Flecken, das Eisen gräulich gleichfalls mit Flecken, aber mit einer dünnern Schichte des Sulphides bedeckt als das Kupfer. Als die Metalle wieder der Luft ausgesetzt waren, wurde das Eisen allmählich wieder positiv; die Potentialdifferenz stieg in 26 Stunden auf 0,26 Daniell, worauf dieselbe im Lauf einer Woche auf 0,22 Daniell fiel.

§ 13. Da das elektrochemische Verhalten von Silber und Eisen im Wasser sich gleichfalls umkehrt, wenn der Lösung etwas Schwefelkalium zugesetzt wird, so hatte ich kaum einen Zweifel, dass ein Zusatz von Schwefelwasserstoff zu der die Metalle umgebenden Luft auch eine Umkehr ihrer Potentialdifferenz zur Folge haben würde. Um dies zu erproben wurde der beim letzten Experiment gebrauchte Kupferquadrant mit einer dünnen Silberfolie überzogen, so dass er mit dem Eisenquadranten zusammen ein Silber-Eisenpaar bildete. Die Potentialdifferenz unmittelbar nach dem Reinigen der Metalle mit Schmirgel- und Glaspapier betrug 0,23 Daniell, wobei das Eisen positiv war. Drei Minuten nach dem Einlassen des Gases zeigte sich schon das Silber positiv; die Potentialdifferenz betrug ungefähr 0,4 Daniell. Die folgenden Ablesungen wurden zu den Zeiten t nach Beginn des Versuches erhalten:

m.	m.	h. m.	h. m.	h. m.	h. m.	h. m.	h. m.
$t =$ 12	16	1 0	23 40	33 30	58 40	84 20	94 0
P/D = 0,42	0,44	0,43	0,38	0,35	0,35	0,365	0,38

Das an der Innenseite des Metallgehäuses durch die Einwirkung des Gases gebildete Sulphit begann abzublättern und störte die Bewegung der Dämpferflügel. Nach Beseitigung dieses Hindernisses wurde frisches Gas eingelassen. P/D war gleich 0,36, das Silber positiv. Es wurden dann noch zeitweise Ablesungen gemacht, die ein allmähliches Absinken der Potentialdifferenz auf 0,23 am 14. Tag nach Beginn des Versuches ergaben.

Nach dieser Zeit fand sich, dass das Gas fast vollständig von den Metallen und der Innenseite des Instrumentes consumirt war. Der Versuch ist daher unvollständig, aber er zeigt, dass auch für diese Metalle die Potentialdifferenz allmählich absinkt, wenn auch langsamer als für Kupfer und Eisen.

§ 14. Herr Cross schlug vor, die Potentialdifferenz eines Kupfer-Eisenpaares sowohl in Luft als auch in Ammoniakgas zu untersuchen. Es ist nämlich die elektromotorische Kraft eines Elementes aus diesen Metallen und destillirtem Wasser ungefähr gleich 0,35 Daniell, wobei das Kupfer den positiven Pol bildet; wird dem Wasser aber etwas Ammoniaklösung zugefügt, so ändert die elektromotorische Kraft ihr Zeichen und wird 0,27 Daniell.

Es wurden drei Versuche mit Kupfer-Eisenquadranten in diesem Gase gemacht, das aus einer siedenden Ammoniaklösung entwickelt und mittels Glasröhren durch den Hahn *T* eingeleitet wurde. In allen Fällen kehrte sich die Potentialdifferenz um und erschien etwas kleiner in Ammoniakgas als in Luft, da jedoch das Ebonitstück *M* sich infolge der Einwirkung des Gases deformirte und so die Position der Quadranten änderte, war es mir nicht möglich, verlässliche quantitative Vergleiche mit dem Normalelement anzustellen.

§ 15. Bei einem Element aus Kupfer und Nickel in destillirtem Wasser ist das Nickel positiv und die elektromotorische Kraft ungefähr gleich 0,24 Daniell. Setzt man einige Tropfen Ammoniak hinzu, so tritt eine Umkehr der Potentialdifferenz ein; das Kupfer wird positiv, die elektomotorische Kraft erscheint zunächst etwas grösser als die des Wasserelementes, sinkt aber dann rasch ab.

Die analogen Versuche mit gasförmigem Ammoniak wurden nur in qualitativer Hinsicht ausgeführt. Die Quadranten des Elektrometers wurden durch einen flachen Halbring aus miteinander verlöthetem Kupfer und Nickel ersetzt (dieser hatte schon früher bei Versuchen mit Chlorwasserstoffsäure gedient).

Die Metalle des Ringes waren mit Schmirgelpapier blank geputzt; in Luft fand sich das Potential in der Nähe des Nickels positiv gegen das in der Nähe des Kupfers, so dass der Index über $4\frac{1}{2}$ Theilstriche ging, wenn die Elektrisirung der Nadel ihr Zeichen änderte.

Nachdem Ammoniakgas in der früher beschriebenen Weise eingelassen war, wurde das Kupfer positiv, zuerst nur schwach, aber nach zwei Stunden bewegte sich der Index über sechs Theilstriche für eine Umkehrung der Nadelladung. Die beiden Versuche stimmen also auch hier ganz gut.

§ 16. Ich stelle nun die Resultate zusammen (nur qualitativ), die bei dieser Art von Versuchen erhalten wurden, wo eine Aenderung in der die Metallpaare umgebenden Atmosphäre eine Umkehrung ihrer scheinbaren Potentialdifferenz zur Folge hat, während gleichzeitig eine entsprechende Veränderung des Elektrolyten im correspondirenden Elemente auch eine Umkehrung der elektromotorischen Kraft desselben nach sich zieht. In der folgenden Tabelle sind unter *A* die Metallcombinationen angegeben, unter *B* die Substanzen, auf deren Zusatz zum Wasser des Elementes sich die elektromotorische Kraft umkehrt, und unter *C* die analogen gasförmigen Substanzen, durch deren Einwirkung die scheinbare Potentialdifferenz der Quadranten ihr Zeichen ändert.

A	*B*	*C*
Kupfer-Eisen	Schwefel-Kalium	Schwefelwasserstoff
Kupfer-Eisen	Ammoniak	Ammoniak
Silber-Eisen	Schwefel-Kalium	Schwefelwasserstoff
Kupfer-Nickel	Ammoniak	Ammoniak
Kupfer-Nickel	Chlorwasserstoff	Chlorwasserstoff.

Das sind alle bisher untersuchten Fälle; eine Ausnahme von der Regel ist mir und, soviel ich weiss, auch andern nicht vorgekommen.

§ 17. Eine der geistreichsten Erklärungen (vom Standpunkte der reinen Contacttheorie aus) des durch Schwefelwasserstoff oder Chlorwasserstoff hervorgerufenen Zeichenwechsels der Potentialdifferenz in der Nähe eines Kupfer-Eisen- oder eines Kupfer-Nickelpaares ist die von G. Wiedemann (Lehre von der Elektricität Bd. I S. 205). Er nimmt an, dass gleichzeitig mit der Bildung einer Sulphit- oder Chloridschichte an den Metallen sich auch eine Schichte Wasserstoff absetzt und dass die Contactwirkung all dieser Substanzen zu jener der Metalle addirt werden müsse. Es muss betont werden, dass genau dieselbe Erklärung auch für die gewöhnlichen Versuche gegeben werden kann, die in Gegenwart von Wasserdampf vorgenommen werden und bei denen der Sauerstoff sich mit den Metallen zu einer Oxydschichte verbindet, die ihrerseits wieder mit dem freigewordenen Wasserstoff bedeckt sein mag.

§ 18. Manche Autoren haben als einen Einwand gegen diese Versuche hervorgehoben, dass die Wirkung der Gase zum Entstehen verschiedener Oberflächenschichten Veranlassung gibt und so die Versuchsbedingungen durch das Auftreten neuer Substanzen, für welche neue sog. „Contactkräfte" eingeführt werden müssen, verändert seien. (Vgl. Ayrton und Perry „Phil. Mag.", Januar 1881, p. 48; Pellat Journ. de Phys. Bd. X 1881).

So äussert sich auch Dr. Lodge (Brit. Assoc. Report, 1884 p. 50): „Aber entscheidende Versuche in diesen Gasen sind schwierig, indem sie nicht nur die Platten anzugreifen streben, sondern dieselben wirklich angreifen und so durch die gebildete Oberflächenschichte alles unbestimmt wird.“

Aber man sagt doch gewiss zuviel, wenn man behauptet, dass bei den gewöhnlichen Experimenten in Luft keine solche Oberflächenschichte (von Oxyd) gebildet wird. Wir können vielmehr behaupten, dass ein Contactversuch mit reinen Metallen bisher überhaupt noch nicht gemacht wurde; dieselben werden der Luft ausgesetzt und sind daher mit einer oberflächlich condensirten Wasserschichte, die gelöste Gase enthält, bedeckt. Jeder Rest des Poliermittels (Schmirgel, Glaspapier etc.) wirkt gleichfalls unter dem Einfluss des Wassers auf das Metall.

Es ist kaum anzunehmen, dass das Metall auch nur kurze Zeit nach Anwendung des Reinigungsmittels unoxydirt bleibt. Alle die Kritiker nehmen ganz ungerechtfertigterweise an, dass bei den alten Contactversuchen Volta's die Oberfläche der Metallplatten durch die Luft nicht verändert wurde; diese Veränderung ist aber nicht nur nach Verlauf einer gewissen Zeit dem unbewaffneten Auge sichtbar, sie ist auch begleitet von einer Reihe elektrischer Effecte ganz ähnlich jenen, die bei Anwendung anderer Gase auftreten, welche das eine oder das andere der Metalle chemisch angreifen und dadurch die oxydirende Wirkung der bisherigen Umgebung verdecken. Andrerseits wenn Gase zugeführt werden, deren Wirkung sich nicht wesentlich von der der Luft unterscheidet (die noch in grösserem oder geringerem Betrage gegenwärtig ist) oder die nahezu neutral sind, so ergibt sich keine wesentliche Differenz in ihrem elektrischen Effekt (Pellat, Théses présentées à la Faculté des Sciences de Paris, p. 109; Schulze-Berge, Wiedemann, Annalen Bd. 12, 1881 S. 293). Eine Ausnahme bildet der Einfluss des Wasserstoffs auf Platin, welcher allmählich das negative Potentiale in der Nähe des letzteren verringert; dieses Verhalten ist bereits genügend erklärt durch die Annahme, dass dabei eine Legierung von positiverem Charakter gebildet wird und die gemäss der chemischen Theorie zu dem noch vorhandenen Sauerstoff grössere Affinität besitzt als das Platin.

§ 19. Viele Versuche waren dahin gerichtet, von den zu untersuchenden Metallen alle oxydirenden oder sonst chemisch wirkenden Substanzen fern zu halten und diese zeigen, dass die Metalle an und für sich nicht das Vermögen besitzen, eine Potentialdifferenz hervorzubringen.

Einige ältere Beobachter glauben dies durch dickes Firnissen der Platten eines Kupfer-Zink-Condensators erreicht zu haben. Ich be-zweifle, dass selbst eine dicke Schichte von Firniss, der mehr oder minder durchlässig für gasförmige Substanzen ist, die Oberflächen so gut zu schützen vermag, dass mit den gegenwärtigen verfeinerten Instrumenten keine Wirkung mehr nachweisbar ist. Abgesehen davon bildet aber der Firniss selbst ein neues Element in der Contactkette. Eine Reihe von Versuchen über den Einfluss des Firnisses wurde mit dem grossen Condensator (Fig. 3) ausgeführt.

§ 20. Dieses Instrument war im allgemeinen dem von Schulze-Berge beschriebenen gleich (Wiedemann, Annalen Bd. 12, 1881 S. 294). In Fig. 3 stellt A ein dreieckiges Stück von Mahagonyholz, ein Zoll dick, vor; dasselbe dreht sich um zwei Spitzschrauben in B als Achse und ruht mit seinem andern Ende auf einer Unterlage M. An seiner Unterseite trägt dasselbe 3 Ebonitstücke D, welche die Kupferplatte C tragen, die solcherweise von der Zinkplatte Z abgehoben oder gegen dieselbe herabgelassen werden kann. Die Zinkplatte ruht auf drei Stellschrauben S aus Ebonit; die Platten haben 8 Zoll im Durchmesser und sind ungefähr 1/4 Zoll dick.

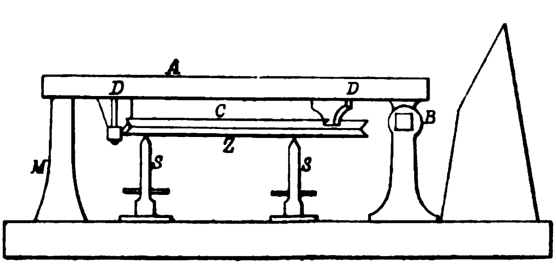


Fig. 3.

Die Messung der Potentialdifferenz der Oberflächenschichten an diesen Platten wurde nach einer Methode vorgenommen, die der von Schulze-Berge ähnlich und in Fig. 4 schematisch dargestellt ist. Dort bedeutet D ein Daniell'sches Element von geringem inneren

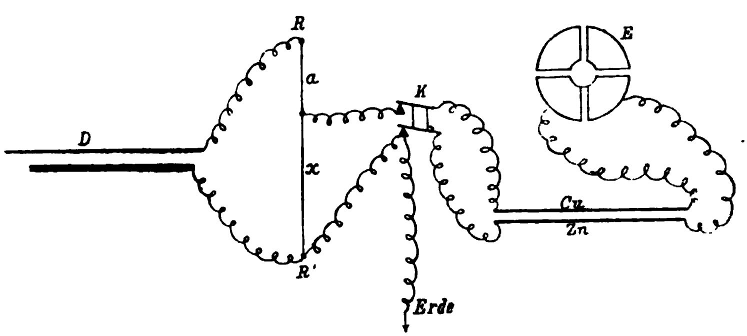


Fig. 4.

Widerstand, verbunden mit einem Widerstandssatze RR^1, von welchem der Theil a 200 Ohm entspricht, während x variabel ist. Der Schlüssel K unterbricht die Verbindungen der Condensatorplatten zu gleicher Zeit.

Um einen Versuch zu machen, wurde der Widerstand x so lange regulirt, bis bei Unterbrechung des Contactes K und unmittelbar darauffolgender Trennung der Platten voneinander keine merkbare Ablenkung am Elektrometer E beobachtet wurde, das mit den Platten verbunden war. Der Widerstand x dividirt durch den ganzen Widerstand RR^1 gab dann die Potentialdifferenz, die zur Neutralisirung der an den Oberflächen der Platten vorhandenen nothwendig war.

§ 21. Die Zinkplatte dieses Condensators wurde in warmem Zustande ringsherum gefirnisst durch wiederholtes Auftragen einer Lösung von Schellack und anderen Harzen in Alkohol; solang das Zink warm war fiel die Potentialdifferenz zwischen ihm und der Kupferplatte nicht unter 0,29 Daniell.

Nach einer Abkühlung von 15 Minuten stieg der Werth auf 0,35 und nach einigen Stunden auf 0,46, was leicht durch das Eindringen von Feuchtigkeit in den Firniss bewirkt sein kann. Fünfzehn Stunden danach fiel der Werth auf 0,4, was auf das Entstehen einer theilweise schützenden Oxydschichte unter dem Firniss hindeutet.

Der gewöhnlich für frischgereinigte Platten von diesen Metallen in Luft angenommene Werth ist ungefähr 0,8 Daniell.

§ 22. Ich schlug auch, wenngleich mit wenig Aussicht auf Erfolg, den folgenden Weg ein: die Platin-Zink-Quadranten des Elektrometers (Fig. 1) wurden in Petroleum getaucht, das vorher zur möglichsten Befreiung von allen oxydirbaren Substanzen durch mehrere Monate mit Natrium in Berührung war; überdies wurde noch Natrium auf den Boden des Elektrometers gebracht. Das Petroleum war in einem Glasgefäss enthalten und durch einen Heber mit dem Hahn S verbunden. Die Potentialdifferenz der gereinigten Metalle in Luft war 0,88 Daniell. Das Petroleum floss nun durch fünf Minuten ein, bis sein Niveau sich ungefähr 0,05 Zoll ober den Quadranten und ungefähr ebensoviel unterhalb der Nadel befand. In der folgenden Tabelle der gemachten Ablesungen bezeichnet t die Zeit seit der Bedeckung der Metalle:

m.	m.	h. m.	h. m.	h.	h.	h.	h.
$t =$ 8	40	1 40	2 40	4	7	12	22
D 0,66	0,61	0,49	0,5	0,49	0,39	0,39	0,31

Zwei Stunden nach dieser letzten Ablesung war das Petroleum theilweise ausgeronnen, so dass sein Niveau unter der Oberfläche der Quadranten sich befand, eine Messung ergab nur 0,23 Daniell. Es ist schwer zu verstehen, warum die noch vorhandene dünne Petroleumschichte die Platten besser zu schützen vermochte als das Ganze der Flüssigkeit.

Es mag sein, dass sich in dem Petroleum noch eine kleine Quantität von Wasser oder anderer auf das Zink chemisch wirkender Substanzen befand (der Angriff, den Natrium oder Kalium in Petroleum erleidet, ist bekannt), welche in der dünnen Schichte bald erschöpft war; doch gestattet diese Ansicht noch Zweifel.

§ 23. Faraday sagt: „die elektrolytische Zersetzung und der Strom sind so innig miteinander verbunden, dass das Eine nicht ohne das Andere bestehen kann (Exp. Res. vol. 1 p. 252), Ich halte es in höchstem Grade für wahrscheinlich, dass dieselbe Ansicht auch auf den momentanen Strom anzuwenden ist, der die Potentialdifferenz in der Nähe der Oberflächen zweier anscheinend trockenen Metalle, wenn dieselben miteinander verbunden sind, erzeugt und dass der dabei wirksame Elektrolyt das aus der Luft aufgenommene und unsichtbar auf denselben condensirte Wasser ist. Die chemische Wirkung, welche hier den elektrischen Effect erzeugt, ist nicht allein die Oxydation durch freien Sauerstoff, sondern diese ist begleitet von einer Zersetzung der auf dem Metalle condensirten Schichten.

§ 24. Der Apparat (Fig. 1) war nicht genügend geschützt gegen die Diffision der Gase, um einen entscheidenden Versuch mit einer trockenen Atmosphäre zuzulassen. Nichtsdestoweniger wurden schon im Jahre 1884 in der Hoffnung eines wenigstens theilweisen Erfolges die folgenden Versuche begonnen. Die Kupfer- und Zinkquadranten wurden adjustirt, das Wassergefäss entfernt und durch eine Luftdämpfung ersetzt; die Potentialdifferenz ergab sich zu 0,68 Daniell. Zwei kleine Porzellanschälchen mit Phosphorsäureanhydrit wurden in das Innere des Apparates gebracht und die Dichtung des Glasfensters mittels Fett so gut als möglich ausgeführt. Es ergaben sich die folgenden Ablesungen bezogen auf das Normal-Daniell; t bedeutet die nach Abschluss des Apparates verflossene Zeit in Tagen:

$t = 0$	1	2	3	5	7	9	11	13	20	35	78	124	134	340	305
0,64	0,62	0,64	0,61	0,59	0,59	0,58	0,58	0,57	0,56	0,56	0,557	0,54	0,50	0,52	0,51

Das Phosphorsäureanhydrit wurde nun herausgenommen und der Apparat durch 20 Minuten offen gelassen, worauf eine höchst sorgfältig vorgenommene Messung ergab, dass die Potentialdifferenz wieder auf 0,646 gestiegen war. Frisches wurde nun in den Apparat gebracht, derselbe wie zuvor geschlossen und bei einer unmittelbar danach angestellten Messung eine Potentialdifferenz von 0,659 gefunden. Aehnlich wie früher wurde dann während 173 Tagen eine Reihe von Messungen vorgenommen, während welcher die beobachtete Potentialdifferenz mehr oder minder regelmässig bis auf 0,5 fiel. Ein darauf folgendes Oeffnen des Apparates für die Dauer einer Stunde erhöhte den Werth wieder auf 0,67. Diese Resultate sind so deutlich, als sie bei dem ungeeigneten Apparate nur zu erhoffen waren, und zeigen klar, dass schon ein theilweises Trocknen der Metalloberflächen die Potentialdifferenz in deren Nähe sehr merklich beeinflusst.

§ 25. Im Jahre 1881 versuchte ich ein Kupfer-Zink-Quadrant-Elektrometer luftdicht in ein Glasgefäss einzukitten, so dass ich die Luft auspumpen und die Sauerstoffverbindungen durch Kalium absorbiren konnte. Wiederholte Versehen in der Construction des Apparates haben bisher die Ausführung des Versuches verhindert. Eine ganz ähnliche Idee hatte ungefähr um dieselbe Zeit von Zahn (Untersuchungen über Contactelektricität S. 48).

Dieser brachte einen Platin-Zink-Condensator gleichzeitig mit metallischem Natrium in ein luftdicht geschlossenes Gefäss. Die Potential-Differenz sank in diesem Falle auf ungefähr 0,5, was der Autor wenigstens zum Theil der Abwesenheit von Feuchtigkeit zuschreibt. Er meint, dieses Experiment würde für die chemische Theorie entscheidend sein, wenn nach dem Oeffnen des Gefässes die Potentialdifferenz wieder ansteigen würde. Er öffnete es jedoch nicht.

Zwei Einwände lassen sich gegen diesen Versuch machen: 1. das Gefäss etc. wurde mit Wasser gereinigt und dadurch die Zinkoberfläche angegriffen, 2. die Einwirkung des Natriums auf die Feuchtigkeit musste Wasserstoff frei machen und letzterer das Platin legiren. Der erstere Umstand verringert die Potentialdifferenz permanent, der letztere vielleicht nur vorübergehend, aber keiner würde, wie ich denke, auf die Folgerungen von grossem Einfluss sein, die man aus einer unmittelbar nach dem Oeffnen des Apparates vorgenommenen Messung ziehen könnte.

§ 26. Von Zahn hat qualitative Versuche angestellt über die Potentialdifferenz zwischen Kupfer und einer mit Natrium gefüllten, flach spiralförmig gewundenen Glasröhre, wobei letztere als eine der Condensatorplatten diente, es scheint aber nicht, dass er den Werth auch nach Verlauf einer längeren Zeit untersuchte, obwohl er constatirte, dass die Oberfläche des Natriums selbst nach mehreren Jahren noch glänzend war.

Wenn Bunsen's Ansicht richtig ist (Phil. Mag. vol. 17, 1884), dass das Glas selbst noch nach Jahren Feuchtigkeit aus seiner Umgebung absorbirt, so wäre es wohl nothwendig, einen derartigen Apparat sehr lange Zeit stehen zu lassen, um sicher zu sein, dass das absorbirte Wasser sich gänzlich vom Glas entfernt hat; das gilt auch für das Experiment von Zahn's mit dem Natrium-Kupfer-Condensator im Vacuum, wo die Röhre nach den ersten Messungen brach.

§ 27. Die vorhergehenden Beobachtungen, die Thatsache, dass Gase unter gewöhnlichen Umständen Isolatoren sind, die weit grössere Einfachheit der Theorie, alles führt zu der Ansicht, dass der sog. Contacteffect durch die chemische Wirkung einer auf der Oberfläche der Metalle condensirten Schichte hervorgerufen wird.

Wenn die Kupfer- und Zink-Quadranten mit Wasser befeuchtet werden, so ist die Potentialdifferenz in der Nähe derselben merklich gleich derjenigen an den Polen eines galvanischen Elementes, das aus denselben Metallen und Wasser besteht. Wird aber an Stelle des Wassers einerseits eine gesättigte Lösung von Kupfervitriol andrerseits eine solche von Zinkvitriol gebraucht, so wird die Potentialdifferenz fast genau gleich derjenigen eines Daniell'schen Elementes, zu welchem diese Anordnung das Analogon bildet. In der That, ob wir einen solchen ungeschlossenen galvanischen Kreis in seinem metallischen Theil oder in seinem flüssigen unterbrechen, so erhalten wir doch in beiden Fällen die gleiche Potentialdifferenz an seinen Enden.

§ 28. Betrachten wir also die beiden Metalle eines Kupfer-Zink-Condensators als die Metalle eines galvanischen Elementes und die Feuchtigkeitsschichte auf denselben als den Elektrolyten, so haben wir eine einfache Kupfer-Wasser-Zink-Zelle, die in ihrem flüssigen Theil unterbrochen ist und die, wenn die Metalle rein sind, ungefähr jene Potentialdifferenz anzeigt, die einer solchen Zelle zukommt.

Das bekannte Experiment Sir William Thomson's, wo ein Wassertropfen zwischen zwei getrennte Metallquadranten gebracht wird, ist so leicht zu erklären. Die Verbindung durch den Wassertropfen gleicht die Potentiale der Oberflächenschichten merklich aus, ändert dagegen die der Metalle, die vorher gleich waren [1]).

§ 29. Es ist daher einleuchtend, dass, wie ich schon früher angenommen habe (Phil. Mag., Februar 1879), bei Experimenten über die Potentialdifferenz zwischen einem Metall und einer Flüssigkeit nach der Condensatormethode, z. B. bei jenen von Hankel, Gerland, Clifton, Ayrton und Perry etc. immer thatsächlich ein Element aus zwei Flüssigkeiten (wovon die eine die untersuchte und die andere die auf der Metallplatte condensirte ist) ins Spiel tritt, deren beide Flüssigkeiten durch ein Dielektricum, nämlich Luft, getrennt sind. Alle die beobachteten Potentialdifferenzen können leicht durch die Unterschiede in der Natur der Feuchtigkeitsschichte und der zu untersuchenden Flüssigkeit entstehen, selbst wenn letztere Wasser ist. So kann z. B.

1) Wenn die getrennten Quadranten von Kupfer und Eisen durch einen Tropfen einer Lösung von schwefelsaurem Kali verbunden wurden, so wuchs, wie zu erwarten war, die Potentialdifferenz anstatt zu verschwinden. Sie betrug ungefähr das Doppelte ihres früheren Werthes. 1. November 1886.

die Feuchtigkeitsschichte viel leichter aus der Luft Sauerstoff in Lösung aufnehmen, der sich dann mit dem durch die Oxydation des Metalles freigewordenen Wasserstoff verbindet. Diese Differenzen bedingen natürlich eine verschiedene Einwirkung auf die Metalle, indem sie einen verschiedenen Zustand ihrer Oberfläche hervorrufen, was seinerseits wieder in verschiedener Weise auf die Elektrolyten zurückwirkt.

Wenn bei Experimenten dieser Art das in die Flüssigkeit tauchende Metall nicht das gleiche ist wie jenes, aus welchem die Platte besteht, so haben wir es thatsächlich mit einem galvanischen Elemente aus zwei Metallen und zwei Flüssigkeiten zu thun.

§ 30. Diese Ansicht von der Natur eines Volta-Condensators als von einem Element Kupfer-Wasser-Zink, dessen Elektrolyt in zwei Theile getheilt ist, legt die Möglichkeit nahe, durch Verbindung der Feuchtigkeitsschichten an den Metallen, ohne dass letztere selbst miteinander in Verbindung wären, ein galvanisches Element aus anscheinend trockenen Metallen zu construiren. Das erreichte ich auch nach vielen fruchtlosen Versuchen, an deren Misslingen die Mangelhaftigkeit des Condensators (Fig. 3) Schuld trug, der ursprünglich für einen andern Zweck bestimmt war und keine genügend feine Einstellung zuliess. Nachdem die ersten Vorversuche eine sichere Aussicht auf Erfolg gegeben hatten, wurde die Unterlage *M* in Fig. 3 durch eine Mikrometerschraube ersetzt, um während der Dauer eines Versuches die Distanz der Platten wenigstens ungefähr bestimmen zu können.

Den Kupfer- und Zinkplatten des Condensators wurde vor allem sorgfältig eine ebene Oberfläche gegeben; dann wurden dieselben leicht mit geschlemmtem Schmirgel und darauf vorsichtig mit feinem Schmirgelpapier behandelt, mit einer jeden Platte waren Drähte durch Klemmschrauben verbunden, so dass das Plattenpaar mit Hilfe eines Quecksilber-Commutators entweder mit einem Reflexions-Galvanometer verbunden werden konnte, welches für einen Strom von ein Milliontel Ampère eine Ablenkung von ungefähr 17 Theilstrichen gab, oder mit einem Stromkreise, der ein Leclanché-Element und ein gewöhnliches astatisches Galvanometer enthielt. Für gewöhnlich war auch ein Telephon in dem Stromkreise eingeschaltet. Wenn der Condensator mit dem Leclanché-Element in den Stromkreis eingeschaltet war, so wurde es durch sehr sorgfältige Adjustirung der Distanz zwischen den Platten möglich, eine Stellung zu finden, bei der ein Strom überging, obgleich die Platten noch nicht in metallischem Contacte waren. Die Nadel des Galvanometers (welche sofort an die Hemmungen flog, wenn die Platten in metallischem Cnntacte waren) erfuhr eine unregelmässige Ablenkung von ungefähr demselben Betrage, als wenn der Condensator durch einen Widerstand von 50—100 Ohm ersetzt wurde; ein leises Zischen war gleichzeitig im Telephon hörbar. Wurden nun die Zuleitungsdrähte der Platten an das empfindliche Galvanometer angelegt, so konnte man einen Strom beobachten, der bei den verschiedenen Versuchen je nach den Umständen von einigen wenigen bis zu 130 Theilstrichen schwankte, der aber sofort aufhörte, wenn die Platten in metallischen Contact oder soweit voneinander gebracht wurden, dass die Feuchtigkeitsschichten sich nicht mehr berührten.

§ 31. Die Dicke dieser Schichten konnte mit Hilfe der Mikrometerschraube bei *M* gemessen werden; die Angaben derselben sind aber nur angenäherte, denn die obere Platte blieb während ihrer Bewegung nicht parallel zu der unteren, auch war es, da der Apparat nicht steif genug war, wohl möglich, dass, wenn die obere Schichte auf der unteren auflag, der Druck der Platten hinreichte, zu verhindern, dass die obere jene Grösse annahm, welche die Mikrometerschraube anzeigte, obwohl ein Gewicht von sechs Pfunden an das Ende des oberen Brettes bei *A*, um dasselbe herabzudrücken, gelegt wurde. Ich gebe nichtsdestoweniger eine Reihe von Ablesungen, die als typisch für alle vorgenommenen Versuche gelten können.

M gibt die Ablesung der Mikrometerschraube in Tausendstel-Zollen, *D* ist die Ablenkung des Galvanometers (infolge der grossen Empfindlichkeit desselben ist der Nullpunkt nicht constant).

I. Versuch.

Luftfeuchtigkeit gemessen mit Regnault's Hygrometer gleich 77 %.

M	*D*	
0,5	10	die Platten in Contact
0,7	90	
1	70	
1,5	90	
2	70	
2,5	55	
3	40	
3,5	40	
4	25	
4,5	10	Feuchtigkeitsschichten getrennt
4	10	
3,5	35	
3	38	
2,5	40	
2	50	
1,5	50	

M	*D*
1	50
0,5	15
0	5 Platten in Contact.

II. Versuch.

Luftfeuchtigkeit gleich 65,5 %.

M	*D*
0	30 Platten in Contact
1	65
1,5	68
2	75
2,5	65
3	40
3,5	32 Feuchtigkeitsschichten getrennt
3	32
2,5	58
2	67
1,5	35

Die Platten waren vorher mittels eines Kamelhaarpinsels sorgfältig von Staub befreit und es war unbedingt nothwendig, alles Anhauchen derselben zu vermeiden, denn schon der leiseste Hauch, der sie traf, verursachte die Bildung einer Oberflächenschichte, die, obgleich vollständig unsichtbar, genug Strom gab, um den Index des Galvanometers ganz über die Scala zu treiben.

§ 32. Ich versuchte nun durch ein Experiment zu entscheiden, ob das durch die Flüssigkeitsschichte gebildete Element durch den Strom eines Leclanché polarisirt werden kann.

Die folgenden Versuche zeigen, dass dem so ist und dass die Polarisation im Anfange sogar hinreicht, die ursprüngliche elektromotorische Kraft des Feuchtigkeitsschichten-Elementes zu verdecken.

Die Columne I gibt die Art und Weise an, wie die Pole des Elementes mit den Platten verbunden sind; *P* bedeutet dabei den Kohlenpol. II bedeutet die Ablenkung am Galvanoskope (beim Laden), III den Nullpunkt des Reflexionsgalvanometers, IV dessen erste Schwingung nach der Verbindung desselben mit den Platten, V bedeutet den Punkt, an welchem der Index nach seiner ersten Schwingung stehen blieb.

I. Versuch.
Luftfeuchtigkeit gleich 80%.

I	II	III	IV	V	
P zum Kupfer . . .	25	17	—	30	fallend
P zum Zink	71	20	—	16	steigend
Platten neu hergerichtet.					
P zum Kupfer . . .	12	30	—	45	fallend
P zum Zink	68	32	—	22	steigend über 32
Platten neu hergerichtet.					
P zum Kupfer . . .	16	40	60	47	fallend
P zum Zink	74	44	31	40	steigend

II. Versuch.
Luftfeuchtigkeit gleich 82,6%.

I	II	III	IV	V	
P zum Kupfer . . .	52	12	60	30	fallend
P zum Zink	74	21	14	—	steigend, bis nach einigen Minuten die Ablenkung durch 0 passirte und in die Normale überging.

§ 32a. Einige der voranstehenden Versuche zeigen, dass ein Nachlassen der chemischen Action an der Oberfläche der Platten ein Verschwinden der Potentialdifferenz zur Folge hat und umgekehrt ein Anwachsen der ersteren auch eine Steigerung der letzteren bedingt.

In dem Falle, wo die Abnahme der chemischen Action durch künstliches Trocknen erreicht wird, ist es vielleicht genügend anzunehmen, dass, wenn die Feuchtigkeitsschichte theilweise beseitigt wird, dann auch der von ihr hervorgerufene Effect theilweise verschwindet; doch sind wir keineswegs in der Lage, die Natur des dabei sich abspielenden Molecularprocesses anzugeben. Auch mag dabei der eine oder der andere der im folgenden berührten Umstände mitspielen.

In dem Falle aber, wo die chemische Action durch die Bildung einer Oxydschichte oder eines andern Ueberzuges hintangehalten wird, scheint auf den ersten Blick sich eine Schwierigkeit zu ergeben, denn man könnte sagen, dass nach der Trennung der beiden entgegengesetzten

Ladungen (an den Oberflächenschichten der miteinander verbundenen Metalle) die weitere Bildung dazwischentretender Oxyd- oder anderer Schichten eher bestrebt sein würde, die Ladungen auseinander zu halten, als ihnen eine Wiedervereinigung zu gestatten.

Es muss jedoch daran erinnert werden, dass in diesem Falle die Schichten selbst untereinander in Berührung sind und dass man wohl eine Leitung zwischen ihnen annehmen muss, die einen continuirlichen Verlust erzeugt, infolgedessen die Potentialdifferenz beständig unter die Normale sinkt, ja ganz verschwinden würde, wenn dieser Verlust nicht durch eine fortgesetzte elektrolytische Action an der Oberfläche der Metalle ersetzt würde.

Der Widerstand der Schichten muss in der That sehr gross sein, da noch eine so beträchtliche Potentialdifferenz zu beobachten ist; aber es ist klar, dass ausser bei unendlich grosser Leitungsfähigkeit derselben immer noch eine Potentialdifferenz übrig bleiben muss.

Wenn die Metalle nicht unmittelbar miteinander in Contact sind, so mögen die Feuchtigkeitsschichten an den Stützen derselben (oder in deren Poren) hinreichen, um die nöthige elektrolytische Verbindung herzustellen, namentlich wenn man die sehr geringen Quantitäten von Elektricität betrachtet, um welche es sich hier handelt. Ich habe beobachtet, dass, wenn das Ebonitstück *M* (Fig. 1), das die Quadranten trägt, feucht wurde (durch mehrere Tage dauernden Einschluss mit dem Wassergefässe unter ihm), die Potentialdifferenz beträchtlich abnahm. Die Existenz einer „Localwirkung“ oder von Localströmen in den Schichten scheint auch nicht unwahrscheinlich zu sein und dürfte manche der Phänomene, die mit dem Anlaufen verbunden sind und die sich auf andere Weise nur schwer erklären lassen, bedingen. 1. November 1886.

§ 33. Ich will hier die Ergebnisse eines Versuches mittheilen, der, obzwar früher angestellt als die zuletzt besprochenen, doch mit denselben in Zusammenhang steht. Er beruhte auf folgender Voraussetzung: wenn die Feuchtigkeitsschichte das Metall, auf welchem sie condensirt ist, oxydiren soll, so müssen die Sauerstoffatome des Wassers gegen das Metall gewendet sein; könnten wir aber diese Anordnung umkehren, so dass der Wasserstoff gegen das Metall kommt, so müsste dadurch die Oxydation verzögert werden. Möglicherweise widerspricht die Thatsache, dass das Potential eines geladenen Conductors überall constant ist, dieser Ansicht; es dürften nichtsdestoweniger die Versuchsergebnisse einiges Licht auf die Natur des Molecularprocesses werfen, der sich bei der elektrochemischen Polarisation des condensirten Wassers als der Ursache des Volta'schen Effectes abspielt, und mit Rücksicht darauf mögen sie hier kurz erwähnt sein. Der Condensator (Fig. 3) wurde mit einem Paar Zinkplatten versehen; die Potentialdifferenz ihrer

Oberflächenschichten wurde nach metallischer Verbindung der Platten auf gewöhnliche Weise mittels eines Quadratelektrometers qualitativ bestimmt. Es zeigte sich dafür nur ein sehr geringer Werth, der ohne Zweifel durch irgendwelche Ungleichheiten der Oberflächen verursacht war. Die Platten wurden dann bis auf eine sehr geringe Distanz einander genähert und mit den beiden Polen einer Batterie von 100 Daniell verbunden. Nach 17½ Tagen wurde die Batterie entfernt und die Potentialdifferenz der Platten von neuem bestimmt. Es wurde erwartet, dass, wenn die positiv elektrisirte Platte durch die Polarisation der Feuchtigkeitsschichte während dieser Zeit stärker oxydirt wurde als die andere, sich nun eine grössere Potentialdifferenz zwischen den beiden Platten zeigen würde als anfangs; die Schichte an der angegriffenen Platte hätte negativ sein sollen. Wenn jedoch überhaupt etwas zu beobachten war, so war es das Entgegengesetzte, aber der Effect war äusserst gering und mag durch eine Art Absorption der Elektricität in den Stützen der Platten hervorgerufen worden sein. Ein zweiter Versuch mit der Daniell'schen Batterie bei umgekehrter Schaltung gab ein negatives Resultat; entweder tritt der erwartete Effect überhaupt nicht ein oder derselbe wird durch locale Wirkungen in der Feuchtigkeitsschichte maskirt.

§ 34. Es existirt ein alter Versuch von Gassiot (Phil. Mag. vol. 25, 1844, p. 283), bei welchem durch Aenderung der Capacität eines Condensators aus Kupfer und Zink Elektricität erzeugt wird ohne Contact der Platten untereinander, welch' letztere nur mit je einem Goldplättchen eines Elektroskopes in Verbindung stehen. Einige Autoren (von Zahn, „Untersuchungen über Contactelektricität", S. 55; Wiedemann, „Lehre von der Elektricität", Bd. 2 S. 988) finden die Erklärung dieses Versuches vom Standpunkte der Contacttheorie aus schwierig oder unmöglich; ich glaube jedoch mit Unrecht, denn es findet hier in der That Contact verschiedener Metalle, Kupfer-Gold, bezw. Zink-Gold, statt (dass von Zahn bei Wiederholung dieses Versuches nicht dieselben Resultate erhielt wie Gassiot ist mir unerklärlich).

§ 35. Um jeden einseitigen Contact verschiedener Metalle, wie ein solcher in Gassiot's Experimente stattfand, zu vermeiden, verband ich die Kupferplatte des Condensators (Fig. 3) mit dem Kupferquadranten des Elektrometers (Fig. 1) und die Zinkplatte mit dem Zinkquadranten. Die letztere Verbindung geschah mittels eines Kupferdrahtes, doch compensiren sich natürlich die dadurch eingeführten Contactkräfte.

Wurde die Capacität des Condensators geändert, so zeigte sich eine sehr entschiedene Aenderung des Potentials der Quadranten, die Tabelle Seite 753 gibt die Resultate: I zeigt den Sinn der Elektrisirung der Nadel, II die Position des Index, wenn der Condensator geöffnet war, III den Punkt, bis zu welchem der Index ausschlägt, wenn man die Condensatorplatten bis auf ungefähr 0,01 Zoll nähert, IV den Punkt, wo unter gleichen Umständen der Index zur Ruhe kommt, V den ersten Ausschlag beim Trennen der Platten, VI den schliesslichen Ausschlag bei offenem Condensator. Die Zeichen *L* und *R* bezeichnen Ausschläge nach links gegen den Kupferquadranten und nach rechts gegen den Zinkquadranten.

I	II	III	IV	V	VI
+	*L* 44	*L* 29	*L* 38,5	*L* 55	*L* 43,5
—	*R* 55	*R* 39,5	*R* 48,5	*R* 66	*R* 54
—	*R* 54	*R* 38	*R* 48	*R* 63,5	*R* 53,5
+	*L* 44	*L*.33	*L* 39	*L* 51,5	*L* 43,5

Aus dieser Tabelle geht klar hervor, dass elektrische Ladungen vorhanden waren; es war aber nirgends eine Contactstelle verschiedener Metalle vorhanden, an welcher eine Scheidungskraft zur Erzeugung dieser Ladungen hätte auftreten können (vergl. den Anhang).

§ 36. Die folgenden Diagramme repräsentiren die Vertheilung der Potentiale nach der hier gegebenen Theorie.

Fig. 5 stellt eine geschlossene Zink-Wasser-Kupferkette dar von überall gleichem Widerstande; *N* und *P* sind als zusammenfallende Punkte zu betrachten.

Fig. 6 zeigt die gleiche Kette in offenem Zustande; die beiden Metalle sind mit Feuchtigkeitsschichten bedeckt, die als Theile des Elektrolyten zu betrachten sind und somit auch gleiches Potential

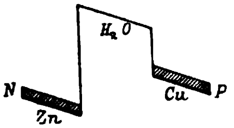


Fig. 5.

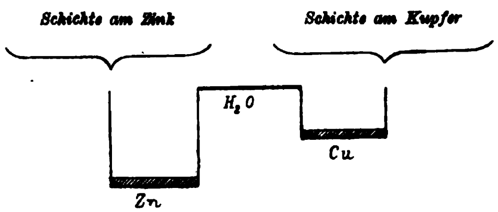


Fig. 6.

haben. Die Figur gibt auch eine graphische Erklärung des Experimentes von Sir William Thomson mit dem Wassertropfen, auf welches oben verwiesen wurde (§ 28).

Fig. 7 ist eine Kette, die in ihrem Kupfertheile unterbrochen ist, wo man somit an Stelle des Potentials der Feuchtigkeitsschichte am

Zink (Fig. 6) das niedrigere Potential von jener am Kupfer hat, das mit dem Zinkende verbunden ist. Die Enden aus gleichem Metalle

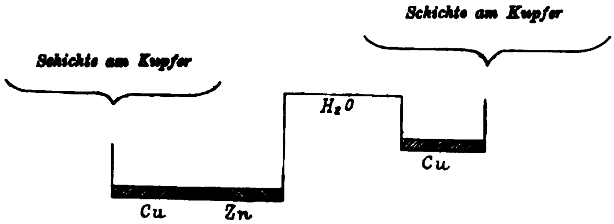


Fig. 7.

gestatten so die elektromotorische Kraft der Kette selbst auf gewöhnlichem Wege zu messen.

Fig. 8 stellt entweder eine Zink-Wasser-Kupfer-Kette dar, deren Kreis im Elektrolyten unterbrochen ist oder das gewöhnliche Experiment, wenn man die Potentialdifferenz der Oberflächenschichten zweier in Contact befindlicher Metalle misst.

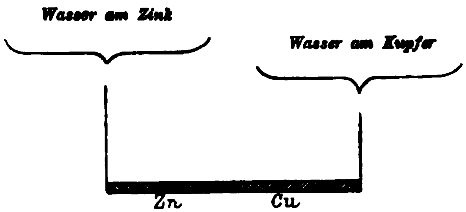


Fig. 8.

Man muss sich jedoch gegenwärtig halten, dass diese Diagramme nur in qualitativer Beziehung richtig sind, denn die Potentialdifferenzen zwischen trockenen Metallen und Wasser etc. sind bisher nicht experimentell bestimmt.

Anhang.

Das im § 35 beschriebene Experiment führt zu einer Reihe theoretischer Betrachtungen, die zum Theil von J. Larmor (St. John's College, Cambridge) herrühren.

§ 37. Der Zinkquadrant des Elektrometers und die Zinkplatte des Condensators bilden ein isolirtes Leitersystem aus Zink; desgleichen der Kupferquadrant und die Kupferplatte ein gleiches aus Kupfer. Betrachten wir zunächst die Hypothese, nach welcher durch den metallischen Contact das Potential des Zinks dasjenige des Kupfers um einen endlichen Betrag übersteigt. Die Platten seien zunächst in einer bestimmten Distanz voneinander; bringen wir dieselben sich allmählich näher, so zeigt das Experiment, dass die Potentialdifferenz zwischen denselben allmählich kleiner wird. Sie verhalten sich genau so wie die Platten eines gewöhnlich geladenen Condensators; wenn die Platten näher aneinander kommen, so wächst ihre Capacität, indem sie immer der Plattendistanz umgekehrt proportional bleibt. Für eine gegebene Ladung nimmt daher die Potentialdifferenz ab, indem sie stets der Distanz direct proportional bleibt. Bringt man die Platten sehr nahe aneinander, so kann ihre Potentialdifferenz beliebig reducirt werden. Hat man dieselben bis auf eine sehr geringe Distanz einander genähert und metallischen Contact zwischen ihnen hergestellt, so nehmen dieselben obiger Hypothese gemäss wieder ihre ursprüngliche Potentialdifferenz an. Es wird dies durch die Scheidung einer Elektricitätsmenge bewirkt, die der Potentialdifferenz multiplicirt mit der Capacität des Condensators gleich ist; die beiden Platten nehmen dabei Ladungen von diesem Betrage, aber von entgegengesetzten Zeichen auf. Diese Operation bedingt einen Energiezuwachs des Systems gleich dem halben Producte aus der Capacität in das Quadrat der Potentialdifferenz. Sind die Platten sehr nahe aneinander, so sind diese Quantitäten sehr bedeutend. Nun erfordert aber das Schliessen des Contactes keinerlei Aufwand an Energie; diese muss daher aus einer Wärme-Absorption im Systeme selbst stammen oder entweder theilweise oder vollständig aus einer chemischen Verbindung. Die erste Annahme ist unzulässig, denn sie führt zu einem Perpetuum mobile; wir sind daher genöthigt, eine chemische Action anzunehmen, welche entweder an der Verbindungsstelle von Zink und Kupfer zwischen diesen Metallen selbst wirkt oder zwischen einem oder beiden der letzteren und dem umgebenden Gas; in beiden Fällen ist der Betrag wenn auch sehr klein doch nicht unendlich klein. Da nichts bekannt ist von einer Wirkung zwischen reinem Zink und reinem Kupfer bei gewöhnlicher Temperatur, welche ein Freiwerden von Energie in irgend bemerkenswerthem Betrage bedingen würde, so scheint es nahezu gewiss, dass der thatsächliche Energiezuwachs auf dem zweiten Wege geliefert wird, d. h. wenn man in Luft arbeitet, durch die Oxydation.

Die Platten mit den Ladungen, die sie tragen, mögen nun durch mechanische Energie voneinander getrennt und ihre Ladungen durch Berührung an Aufsammelapparate abgegeben werden. Die Platten befinden sich nun im Anfangszustande und durch beliebige Wiederholungen des Processes kann so theoretisch eine beliebige Elektricitätsmenge gewonnen werden als das Resultat der fortgesetzten Oxydation der Platten in der Luft.

Diese Betrachtungen lassen sich sehr gut auf Sir W. Thomson's Gravitationsbatterie anwenden, bei welcher Kupferspähne durch einen Zinktrichter fallen.

§ 38. Wir wollen nun annehmen, dass jedes Gas, welches auf die Platten chemisch wirken könnte, von denselben entfernt sei; bringt man sie nun nahe aneinander und verbindet sie metallisch, so können sie nun nicht auf ihre ursprüngliche Potentialdifferenz zurückkehren, denn die Energie, die zur Herstellung der elektrischen Ladungen nöthig wäre, ist nicht mehr vorhanden. Die Thatsachen berechtigen uns an der Ansicht festzuhalten, dass die Potentialdifferenz zwischen Zink und Kupfer nicht eine innere Eigenschaft dieser Metalle selbst ist, sondern das Resultat und der Ausdruck der Thatsache, dass ihr Contact mit der Luft eine chemische Action hervorgerufen hat, die so lange währt, bis sie durch ihre eigenen Producte aufgehalten wird.

Gemäss den Ideen von Clausius, Gibbs und Helmholtz über die Theorie des chemischen Gleichgewichtes dauert dieselbe so lange bis die Anhäufung ihrer Producte keine weitere Dissipation der Energie mehr hervorbringt.

§ 39. Wenn diese Ansicht richtig ist, dass die Potentialdifferenz auf eine ursprüngliche chemische Action an der Oberfläche der Platten zurückzuführen sei, sei es durch den Contact mit der Luft selbst oder mit einer aus derselben niedergeschlagenen Feuchtigkeitsschichte, so wäre der nächste Schritt, der zu thun ist, eine genauere Bestimmung der Art und Weise dieser als Ursache herangezogenen Wirkung. Hier kommt uns die Idee der elektrischen Doppelschichte hilfreich entgegen, welche von Helmholtz mit Bezug auf die Phänomene der Elektrolyse ausgearbeitet und so erfolgreich auf die Erklärung der Polarisationszellen angewendet wurde.

Der Sauerstoff in der Feuchtigkeit der Atmosphäre wird sich unter gewissen Umständen mit dem Zink chemisch verbinden und so zu elektrischen Effecten Veranlassung geben, wie bei Sir W. Thomson's Gravitations-Batterie schon bemerkt wurde. Wenn die Umstände derartig sind, dass eine thatsächliche Verbindung nicht eintreten kann, so werden doch die beiden Substanzen gegenseitig aufeinander einwirken und entlang ihrer Berührungsfläche ein neues Molecular-Gleichgewicht annehmen; wir sind zu der Voraussetzung berechtigt, dass dasselbe in einer elektrischen Doppelschichte besteht, wobei eine Lage positiv geladener Atome an eine gleiche mit negativer Ladung grenzt. Eine genaue Darstellung dieses Vorgangs kann schwerlich von uns gefordert werden, denn solange wir auf derartige Fragen unsere Kenntnis der gewöhnlichen elektrischen Vorgänge anwenden, steht kein anderer Weg zur Erklärung der Thatsache, dass zwei in Contact befindliche Metalle eine Potentialdifferenz zeigen, offen als die Annahme solch einer Doppelschichte entlang der Berührungsfläche. Wie dieselbe gestaltet sei, mag aus dem Phänomen der galvanischen Polarisation ersichtlich werden.

§ 40. Vorläufig müssen wir eine Zinkplatte als von einer solchen elektrischen Doppelschichte umgeben betrachten, deren negative Ladung sich innen, positive sich aussen befindet; dasselbe gilt von einer Kupferplatte, nur dass hier die Doppelschichte ein geringeres Moment besitzt. Das Moment messen wir hierbei ganz in derselben Weise wie bei magnetischen Blättern durch das Product aus der Flächendichte in die Distanz der Doppelschichte. Wenn die beiden Platten sich mit dem umgebenden Mittel in elektrisches Gleichgewicht gesetzt haben, so sind die Potentiale an den Aussenseiten zwar einander gleich (wie z. B. in Sir W. Thomson's Experiment die Zink- und die Kupferplatte, die durch einen Wassertropfen verbunden werden) aber die Potentiale der Metalle innerhalb werden von einander verschieden sein, indem jedes von ihnen um das Moment der betreffenden Doppelschichte sinkt. Das Zink wird daher ein niedrigeres Potential haben als das Kupfer. Stellt man nun eine metallische Verbindung zwischen den Metallen her, so fliesst positive Elektricität solange vom Kupfer zum Zink, bis deren Potentiale denselben Werth haben; die Luft, welche die Platten unmittelbar umgibt, bekommt dadurch eine Potentialdifferenz, welche genau entgegengesetzt ist derjenigen, die zwischen den Metallen vor Schluss des Contactes bestand.

Darin besteht der Unterschied zwischen unserer Theorie und der reinen Contacttheorie (§ 37), dass nach ersterer der metallische Contact einen Abfall an elektrischer Energie bedingt, während er nach letzterer einen Zuwachs von Energie von aussen erfordert.

§ 41. Hat man einmal diese Erklärung durch oberflächliche Doppelschichten zugelassen, so ist kein Grund mehr vorhanden, weiter an dem Contact zweier Metalle als einer nothwendigen Bedingung dieser Wechselwirkung zwischen Metall und dem umgebenden Gase festzuhalten.

Wir können daher annehmen, dass, wenn ein Stück reines Zink oder reines Kupfer isolirt in ein Gas gebracht wird, welches eine chemische Action auf dasselbe ausübt oder unter günstigen Umständen auszuüben vermag, dass dann eine Aenderung chemischen oder halbchemischen Charakters längs der Oberfläche eintritt, die eine Transformation von Energie, wenn auch nur in geringer Quantität, bedingt und die so lange anhält, bis ein neuer Gleichgewichtszustand erreicht ist; dieses wird angezeigt durch das Auftreten einer bestimmten Potentialdifferenz zwischen dem Metall und dem Gase ausserhalb des Bereiches der Wirkungssphäre.

Berichtigung.

Auf S. 555 in der ersten Zeile der Gl. 41 lies: $(y - \omega)\,t$ statt $(y + \omega)\,t$.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/11)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (18/11)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Arbeitsübertragung, Elektrolyse und Lehrzwecke.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen

für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte Construction für **Lehrzwecke.**

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (12|11)

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur **S. Freiherr v. Gaisberg.**

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

klein 8. VIII und 128 Seiten. Preis gebunden 2 M. 40 Pf.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

der fünfte Jahrgang 1888

des

Kalender für Elektrotechniker.

Herausgegeben von

F. Uppenborn.

In Brieftaschenform in Leder elegant geb. Preis 4 M., dazu Beilage brosch. 60 Pf.

Der neue Jahrgang hat abermals viele Erweiterungen erfahren, sowohl in der Physik (Magnetismus, Photometrie), als in der Elektrotechnik (Messmethode). Mehrere Tabellen sind neu berechnet und an passenden Orten Zusätze gemacht worden. In Anbetracht des stets wachsenden Materials erschien es nothwendig, diesmal einen Theil desselben abzucheiden und in einer Beilage unterzubringen.

Nachstehende Inhaltsübersicht wird die jetzige Vertheilung des umfangreichen Materials auf Taschenbuch und Beilage veranschaulichen.

(Inhaltsverzeichnis des Taschenbuches nächste Seite.)

Inhaltsverzeichniss des Taschenbuches.

Inhaltsverzeichniss der Beilage.

FEB 7 ... LIBRARY

REPERTORIUM

DER

PHYSIK.

HERAUSGEGEBEN

VON

DR F. EXNER,

A. Ö. PROFESSOR DER PHYSIK AN DER UNIVERSITÄT WIEN.

DREIUNDZWANZIGSTER BAND.

Inhalt des 12. Heftes.

MÜNCHEN UND LEIPZIG 1887.
DRUCK UND VERLAG VON R. OLDENBOURG.

Centralblatt für Elektrotechnik

erste deutsche

Zeitschrift für angewandte Elektricitätslehre.

Herausgegeben von

F. Uppenborn,

Ingenieur und Elektrotechniker in München.

Erscheint monatlich dreimal. **Preis pro Semester 10 M.**

Diese Zeitschrift macht es sich zur Aufgabe, alle wichtigeren Fortschritte auf elektrotechnischem Gebiete mitzutheilen. Dieselbe behandelt ganz speciell die quantitativen Anwendungen der Elektricität für industrielle Zwecke. Tagesfragen finden durch den jeder Nummer vorangestellten Rundschauartikel eine angemessene Würdigung, während eine Umschau auf dem Gebiete physikalischer Forschung die wissenschaftlichen Fortschritte vermittelt. Ein Fragekasten bietet den Lesern Gelegenheit, sich über sie speciell interessirende Fragen Aufklärung zu verschaffen. Ausserdem wird die Zeitschrift Besprechungen einschlägiger Fachwerke, Berichte über deutsche Patente und Auszüge aus der deutschen Patentrolle bringen.

Eine vollständige Unabhängigkeit befähigt die Zeitschrift, die gemeinsamen Interessen der elektrotechnischen Industrie Deutschlands zu vertreten. Da die Zeitschrift schon seit 1879 erscheint, so kann sie, abgesehen von der Telegraphie, als eine vollständige Geschichte der Entwickelung der elektrotechnischen Industrie Deutschlands angesehen werden.

Fortsetzung des Inhalts-Verzeichnisses

(vergl. Umschlag von Heft 11).

Jahrgang 1887 Nr. 32 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 33 enthält:

Jahrgang 1887 Nr. 34 enthält:

München und Leipzig.

R. Oldenbourg, Verlagsbuchhandlung.

FEB 27 1893

Ueber die Spannkraft der gesättigten Dämpfe[1]).

Von

A. Nadeschdin.

I. Kapitel.

Wir wollen hier zunächst unsere eigenen Beobachtungen über die Bestimmung der Dampfspannung bei hohen Temperaturen mittheilen. Derartige Bestimmungen haben ein wissenschaftliches Interesse schon deswegen, weil wir ausser den systematischen Untersuchungen von Sajontschewsky und einigen vereinzelten Bestimmungen von Faraday, Hannay, Ansdell, C. Vincent, Chappuis und anderer[2]) auf diesem Gebiete nichts weiteres besitzen. Zudem zeichnen sich die vorhandenen Beobachtungen nicht immer durch eine wünschenswerthe Genauigkeit aus[3]).

Unsere Art der Bestimmung der Spannkraft war fast dieselbe wie bei der Messung der kritischen Drucke; nur wurden die Beobachtungen bei einer möglichst constanten Temperatur ausgeführt.

Bei der Benutzung der Bäder von Magnus kann man nicht auf einmal eine constante Temperatur erreichen. Wir können aber mit den Messungen der Spannkraft beginnen, wenn die nicht genau constante Temperatur in den Grenzen 0,1—0,3° schwankt, indem bei solchen Schwankungsamplituden die Temperatur während 10—15 Minuten constant bleibt. Auf diese Weise sind wir im Stande, den Druck für mehrere sehr nahe Temperaturen zu messen.

Eine besondere Aufmerksamkeit wurde darauf gerichtet, mehrere Drucke in der Nähe der kritischen Temperatur zu messen.

Die erhaltenen Data wurden auf folgende Weise bearbeitet. Alle Resultate wurden in ein Netz eingetragen, wobei die Temperaturen,

1) Nach dem Tode des Verfassers von Herrn Prof. Avenarius aus dem Russischen mitgetheilt. Vergl. die vorangegangene Arbeit (S. 617—649 u. S. 685—718) desselben Autors mit der die vorliegende in unmittelbarem Zusammenhange steht.

2) Die klassischen Bestimmungen von Regnault sind leider nicht bis zu den höchsten möglichen Temperaturen fortgeführt.

3) So wurden z. B. bei den Versuchen von C. Vincent und Chappuis die Drucke mit Metallmanometern gemessen; bei Anwendung des Apparates von Cailletet können die Fehler der Bestimmung ganze Atmosphären betragen.

vom Siedepunkte ab gezählt, als Abscissen und die Drucke, in Atmosphären ausgedrückt, als Ordinaten genommen wurden. (Jeder Grad stellte sich dabei als eine Länge von 2 mm dar und jede Atmosphäre als eine Länge von 20 mm).

Wenn einzelne Beobachtungen mehr als um 10° voneinander entfernt waren, verband man die Punkte durch eine stetige Curve; wenn es dagegen erforderlich war, die Zwischenpunkte zu erhalten, berechnete man sie nach der Formel von Roche:

$$p = a b^{\frac{t}{m+t}}$$

wobei diese letzte ein wenig umgeformt wurde. Bestimmen wir nämlich die Constante a so, dass bei der Siedetemperatur (t_k) — $p = 1$ Atmosphäre und $a = 1$ wird, so verwandelt sich die Formel in folgende:

$$p = b^{\frac{t-t_k}{m+t-t_k}}$$

wo m und b andere Constanten als vorher bezeichnen.

Nachdem in dieser Weise die genäherte Form der Spannkraftscurve bestimmt war (es sei hier bemerkt, dass bloss die Beobachtungen betreffs des Ameisenmethyls so nahe aneinander lagen, dass die mit Hilfe des Curvenlineals construirte Curve als die beobachtete angesehen werden konnte) wurde eine Interpolationsformel gesucht, welche alle beobachteten Resultate mit hinreichender Genauigkeit darstellte. Für die Mehrzahl der Flüssigkeiten erwies sich die oben angeführte Formel von Roche als zweckmässig; die Formel von Rankine[1]):

$$\log p = A - \frac{B}{T} - \frac{C}{T^2}$$

(T die absolute Temperatur; A, B und C sind Constante) wurde nur für Ameisenmethyl angewendet.

Die Bestimmung der Constanten wurde nach der Methode aufeinanderfolgender Annäherungen ausgeführt. Weil t_k d. h. die Siedetemperatur bei normalem Luftdrucke bekannt war, so war es für die Berechnung von b und von m nur noch nöthig, zwei Punkte: den einen in der Nähe der kritischen Temperatur und den anderen irgendwo in der Mitte der Curve zu wählen. Wenn die beobachteten Spannungen mit Hilfe der berechneten Constanten nicht hinreichend genau dargestellt werden konnten, so wurde der mittlere Punkt allmählich verschoben und wieder die Constanten berechnet, bis eine genügende Uebereinstimmung zwischen der experimentellen Curve und der berechneten erreicht war.

1) Rankine, Phil. Mag. (4) vol. VIII p. 585.

Die folgenden Tabellen enthalten alle Resultate bezüglich der Spannung der Dämpfe: 1. die Temperaturen nach Luftthermometer, 2. die Spannkräfte in Atmosphären des Quecksilbermanometers ausgedrückt, 3. die berechneten Spannkräfte, 4. eine Reihe von Werthen einer Grösse *f*, deren Bedeutung weiter unten erklärt werden wird. Die Anzahl der einzelnen Reihen ist bereits auf Seite 639 angeführt; für die ersten drei Flüssigkeiten wurde übrigens noch eine Versuchsreihe für die Bestimmung der Spannkräfte bei niedrigeren Temperaturen ausgeführt. Zu Anfang jeder Reihe sind die von Schumann[1]) erhaltenen Werthe in Intervallen von etwa 20° angeführt.

1. $C_2H_4O_2$ Ameisensäuremethylester.

Temperatur	Druck	Temperatur	Druck
119,5	12,17	190,6	44,90
120,3	12,30	190,8	45,15
134,2	16,38	199,0	51,45
136,0	16,96	199,8	52,00
136,2	17,02	199,9	52,08
152,0	23,25	205,8	56,90
152,3	23,30	207,2	57,98
169,4	31,90	208,5	59,17
169,6	32,00	210,6	60,75
180,9	34,48	210,7	60,82
188,6	43,60	krit. Tp. 211,6	krit. Dr. 61,65.

Mit Hilfe dieser Resultate wurde die Curve construirt und die Constanten der Interpolationsformel von Rankine berechnet. Die Vergleichung der berechneten und beobachteten Grössen wird durch die folgende Tabelle gegeben.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	*f*
0,0	0,253 Sch.		3,056
20,2	0,624 Sch.		3,060
40,9	1,372 Sch.		3,040
49,8	1,861 Sch.	1,86	3,033
120,0	12,17	12,21	3,017
130,0	15,10	15,07	3,017
140,0	18,37	18,45	3,032
150,0	22,40	22,39	3,019
160,0	27,00	26,93	3,008
170,0	32,18	32,12	3,011

1) Wied. Ann. Bd. 12 S. 46—50.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
180,0	37,99	38,00	3,012
190,0	44,60	44,62	3,011
200,0	52,13	52,05	2,951
210,0	60,28	60,33	2,992
krit. 211,6	61,65	61,73.	

Die Constanten der Formel von Rankine:

$$\log p = A - \frac{B}{T} - \frac{C}{T^2}$$

sind

$$A = 4{,}78524;\ \log B = 3{,}15805;\ \log C = 3{,}77478.$$

2. $C_3H_6O_2$ Ameisensäureäthylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
1,2	0,108 Sch.		3,123
21,1	0,271 Sch.		3,140
41,8	0,628 Sch.		3,119
61,5	1,265 Sch.		3,104
73,2	1,853 Sch.	1,85	3,090
145,8	11,82	11,80	
146,2	11,90	11,89	2,982
155,8	14,38	14,38	
156,7	14,71	14,63	
163,4	16,61	16,59	2,963
172,5	19,53	19,56	
172,7	19,57	19,63	
180,4	22,40	22,48	2,971
180,7	22,50	22,54	
190,6	26,57	26,56	
200,2	30,94	30,88	2,901
219,9	41,30	41,27	
220,1	41,35	41,39	2,917
221,6	42,30	42,25	
221,7	42,36	42,31	
230,3	47,61	47,59	2,800
230,5	47,70	47,72	
231,8	48,50	48,56	
krit. 232,8	49,16	49,21.	

Die Constanten der Formel

$$p = b^{\frac{t-t_k}{m+t-t_k}}$$

sind

$$t_k = 54{,}7$$
$$m = 274{,}0$$
$$\log\log b = 0{,}063297.$$

3. $C_3H_6O_2$ Essigsäuremethylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
0,0	0,075 Sch.		3,287
21,9	0,241 Sch.		3,209
40,5	0,536 Sch.		3,177
60,4	1,114 Sch.		3,154
75,6	1,847 Sch.	1,84	3,130
147,8	11,70	11,71	3,018
150,6	12,35	12,33	
159,1	14,61	14,58	
159,5	14,70	14,69	3,012
162,5	15,54	15,55	
162,7	15,55	15,61	3,021
177,4	20,29	20,39	
178,3	20,62	20,72	
182,6	22,28	22,31	2,993
192,3	26,20	26,22	
192,8	26,40	26,43	
206,0	32,49	32,51	2,966
207,2	33,15	33,11	
215,3	37,34	37,33	2,944
216,1	37,72	37,77	
227,2	44,17	44,17	2,904
232,4	47,36	47,41	
krit. 232,7	47,54	47,60.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 57{,}8;\ m = 271{,}3;\ \log\log b = 0{,}63144.$$

4. $C_4H_8O_2$ Ameisensäurepropylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
20,2	0,080 Sch.		3,327
41,9	0,230 Sch.		3,267

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
65,2	0,575 Sch.		3,238
82,7	1,047 Sch.		3,218
101,1	1,858 Sch.	1,87	3,192
174,1	10,71	10,68	3,105
179,3	11,89	11,80	
179,6	11,92	11,87	
180,3	12,00	12,03	3,112
195,7	16,00	15,93	3,079
196,4	16,10	16,13	
198,2	16,66	16,64	
220,4	24,02	24,00	3,067
237,0	30,90	30,84	
237,3	31,02	30,97	3,040
251,1	37,64	37,64	3,022
254,5	39,48	39,42	2,945
255,2	39,85	39,81	
krit. 260,6	42,70	42,77.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 81,0;\ m = 306,6;\ \log\log b = 0,64500.$$

5. $C_4H_8O_2$ Essigsäureäthylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
20,3	0,096 Sch.		3,323
42,4	0,266 Sch.		3,301
60,6	0,555 Sch.		3,269
80,4	1,117 Sch.		3,239
97,0	1,846 Sch.	1,85	3,206
173,3	11,40	11,31	3,175
177,7	12,36	12,38	
177,8	12,38	12,41	
184,2	13,95	13,98	3,181
184,3	13,96	14,01	
185,2	14,30	14,24	
196,2	17,35	17,33	3,166
201,1	18,94	18,90	
203,5	19,64	19,65	
221,8	26,41	26,43	3,164
223,9	27,29	27,30	
245,4	37,50	37,48	3,138

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
245,6	37,62	37,58	
248,3	39,05	39,03	3,137
krit. 249,4	39,65	39,62	
250,8	40,43	40,40.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 77,3; \; m = 315,9; \; \log\log b = 0,65621.$$

6. $C_4 H_8 O_2$ Propionsäuremethylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
4,5	0,045 Sch.		3,257
23,6	0,101 Sch.		3,319
41,5	0,239 Sch.		3,279
59,7	0,496 Sch.		3,236
82,2	1,084 Sch.		3,206
99,7	1,840 Sch.	1,83	3,195
161,0	8,17	8,23	3,151
173,1	10,51	10,49	
191,2	14,68	14,70	3,129
207,9	19,58	19,58	
214,5	21,79	21,80	3,114
214,6	21,82	21,84	
231,5	28,30	28,34	3,118
233,7	29,26	29,28	
241,0	32,47	32,56	
241,2	32,60	32,65	3,126
247,9	35,89	35,87	
248,2	36,20	36,03	
253,0	38,52	38,48	3,049
krit. 255,6	39,88	39,85.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 80,1; \; m = 312,1; \; \log\log b = 0,64803.$$

7. $C_5 H_{10} O_2$ Ameisensäureisobutylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
30,0	0,067 Sch.		3,369
40,7	0,116 Sch.		3,330
59,9	0,267 Sch.		3,292
81,1	0,589 Sch.		3,259

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
102,1	1,136 Sch.		3,258
118,4	1,837 Sch.	1,84	3,258
185,3	8,78	8,71	3,162
200,0	11,56	11,49	3,154
221,5	16,74	16,68	3,145
233,7	20,30	20,29	
240,4	22,45	22,50	
242,1	23,10	23,09	3,094
254,6	27,64	27,75	
254,9	27,77	27,87	
257,7	29,03	29,00	3,143
273,9	36,21	36,19	3,236
277,8	38,20	38,10	
krit. 278,0	38,29	38,20.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 97{,}9;\ m = 326{,}0;\ \log\log b = 0{,}64794.$$

Wir erinnern daran, dass die Substanz sich bei unseren Versuchen als zersetzbar erwies, und dass deshalb die Spannkräfte bei hohen Temperaturen etwas problematisch erscheinen.

8. $C_5H_{10}O_2$ Essigsäurepropylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
21,2	0,041 Sch.		3,383
40,1	0,097 Sch.		3,392
60,2	0,230 Sch.		3,367
79,5	0,490 Sch.		3,323
99,7	0,964 Sch.		3,316
121,8	1,830 Sch.	1,83	3,269
192,4	9,00	9,10	
196,7	9,75	9,81	3,079
198,5	10,07	10,07	
225,6	16,24	16,29	3,281
249,8	23,90	23,89	
253,0	25,00	25,06	
253,2	25,30	25,32	
261,2	28,24	28,25	3,297
272,7	33,15	33,21	
273,1	33,46	33,41	
273,3	33,56	33,51	3,312
krit. 275,9	34,80	34,72.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 100,8$$
$$m = 360,3$$
$$\log \log b = 0,67307.$$

9. $C_5H_{10}O_2$ Propionsäureäthylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
26,2	0,051 Sch.		3,442
42,2	0,117 Sch.		3,384
62,1	0,272 Sch.		3,354
79,2	0,529 Sch.		3,311
100,5	1,068 Sch.		3,283
117,8	1,752 Sch.	1,77	3,276
207,8	12,80	12,85	3,218
207,9	12,82	12,87	
212,3	13,90	13,90	
214,6	14,46	14,46	3,201
220,0	15,86	15,83	
235,2	20,14	20,20	3,218
238,3	21,20	21,19	
250,1	25,21	25,28	3,237
264,5	31,02	31,00	3,262
266,4	31,95	31,82	
271,4	34,06	34,05	
krit. 272,4	34,64	34,51.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 98,3; \ m = 331,4; \ \log \log b = 0,64985.$$

10. $C_5H_{10}O_2$ Buttersäuremethylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
43,3	0,107 Sch.		3,406
63,3	0,253 Sch.		3,373
81,2	0,495 Sch.		3,356
100,8	0,963 Sch.		3,318
123,2	1,829 Sch.	1,84	3,313
199,1	10,40	10,32	3,218
208,7	12,38	12,32	3,224
225,1	16,35	16,36	3,230
226,9	16,85	16,85	
242,4	21,57	21,61	3,224

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
248,8	23,77	23,81	
250,0	24,26	24,24	
264,8	30,08	30,07	3,188
268,4	31,55	31,63	
277,2	35,65	35,65	3,081
277,3	35,68	35,72	
krit. 278,0	36,02	36,07.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 102{,}3;\ m = 336{,}2;\ \log\log b = 0{,}65671.$$

11. $C_6H_{12}O_2$ Essigsäureisobutylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
37,1	0,043		3,552
60,5	0,134		3,482
79,4	0,291		3,435
101,2	0,628		3,403
119,8	1,108		3,392
137,1	1,795	1,82	3,378
224,7	12,25	12,15	
234,8	14,40	14,39	3,232
234,9	14,42	14,42	
235,2	14,50	14,49	
240,3	15,80	15,74	
245,2	17,08	17,01	3,202
260,7	21,59	21,51	3,180
273,1	25,68	25,67	3,201
280,2	28,38	28,30	
286,4	30,71	30,74	3,274
krit. 288,0	31,40	31,39.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 116{,}2;\ m = 321{,}6;\ \log\log b = 0{,}63333.$$

12. $C_6H_{12}O_2$ Isobuttersäuremethylester.

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
30,3	0,045		3,427
59,2	0,159		3,422
72,3	0,275		3,386
90,9	0,542		3,353

Temperatur	Beobachtete Spannkraft	Berechnete Spannkraft	f
108,6	0,963		3,323
131,3	1,808	1,82	3,315
204,3	9,15	9,12	3,251
215,8	11,20	11,22	
229,9	14,24	14,25	3,248
230,7	14,43	14,43	
251,5	20,04	20,01	3,225
257,9	22,01	22,00	
262,5	23,53	23,52	3,231
265,1	24,45	24,41	
279,3	29,74	29,70	3,126
279,4	29,75	29,73	
krit. 280,3	30,13	30,10.	

Die Constanten der Formel von Roche sind

$$t_k = 110{,}0;\; m = 345{,}4;\; \log\log b = 0{,}65102.$$

Die Untersuchung der erhaltenen Resultate sowie auch das Aufsuchen der Abhängigkeit zwischen den Curven der Spannkraft werden weiter unten angeführt werden.

II. Kapitel.

Bei der Untersuchung der Veränderung der Spannkraft der gesättigten Dämpfe treten uns vor allem zwei Aufgaben entgegen: 1. die allgemeine Form der Function, welche den Druck mit der Temperatur verbindet, aufzufinden; 2. die Abhängigkeit zwischen den Curven der Spannkraft verschiedener Körper aufzustellen. Was die erste Frage anbetrifft, so kann die Lösung in Betracht dessen, dass das Gesetz, welches theoretisch die beiden Grössen (p und t) verbindet, uns unbekannt ist, nur angenähert sein und zwar wird diese Annäherung nicht bedeutend sein können, weil die erforderlichen Daten gar zu mangelhaft sind. Wie bekannt, haben wir keine einzige Substanz, deren Spannkraft in den Grenzen der möglichen Existenz der Flüssigkeit, d. h. vom Schmelzpunkte bis zur kritischen Temperatur, auch nur mit der Genauigkeit bis auf 1 mm der Quecksilbersäule bestimmt wäre. Die klassischen Bestimmungen von Regnault erreichen bei Weitem nicht den kritischen Punkt.

Viele Physiker schlugen deshalb specielle Formeln vor, welche die Spannkraft in gewissen Grenzen als Function der Temperatur ausdrücken. Die Mehrzahl derselben sind nichts anderes, als Interpolationsformeln; einige derselben aber machen Anspruch, eine theoretische Bedeutung zu besitzen.

Die bekanntesten Formeln sind die von Joung (oder von Dulong und Arago), Roche, Biot, Rankine, Antoine, Pictet und andern. Alle diese Formeln, mit Ausnahme derjenigen von Roche und Pictet [1]), haben einen empirischen Ursprung, doch kann man die Existenz einer Abhängigkeit zwischen ihnen nachweisen.

Wir nehmen die bekannte Gleichung aus der Thermodynamik an:

$$r = A T u \frac{dp}{dT} \text{ [2])} \tag{1}$$

wo r die Verdampfungswärme, u die Differenz zwischen den specifischen Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit, p den Druck, T die absolute Temperatur, A das thermische Aequivalent bezeichnen. Die äussere Arbeit beim Verdampfen (in Wärmeeinheiten) wird $r_1 = Apu$ sein, so dass:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{T}{p} \frac{dp}{dT} \tag{2}$$

Die verschiedenen Formen der Interpolationsfunction werden von denjenigen Hypothesen abhängen, welche wir in Bezug auf das letzte Verhältnis machen [3]). Wie wir schon oben erwähnten, kann das Verhältnis Gl. 2 in engen Temperaturgrenzen, z. B. in der Nähe des Siedepunktes als constant angenommen werden, wobei die Grösse der Constante sich bei dem Uebergange von einer Flüssigkeit zu einer anderen wenig verändert. Da $p = 1$ Atmosphäre bei der Siedetemperatur ist, so stellt die oben angeführte Abhängigkeit nichts anderes dar, als das bekannte Gesetz von Despretz:

$$\frac{r}{u} = \text{const.}$$

Wir können also für eine Reihe nahe gleicher Temperaturen setzen:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{T}{p} \frac{dp}{dT} = C. \tag{3}$$

1) Obgleich sich beide auf annähernd richtige Sätze stützen (bezüglich der Formel von Roche siehe Mém. de l'Acad. t. XXI p. 586).

2) Zeuner, Grundzüge etc. S. 273.

3) Diese Zeitschrift Bd. 20 S. 441. Journal der russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 16 S. 237. In diesen beiden Notizen wurde das Verhältnis $\frac{r}{\varrho}$ bestimmt (ϱ innere Verdampfungswärme). Streng constanten Werth $\frac{r}{\varrho}$ besitzen nur Körper mit ähnlichen chemischen Eigenschaften (Alkohole, einige Aetherreihen). Unlängst hat Trouton (Philos. Mag. 5 vol. XVIII p. 54) eine Relation

$$\frac{rd}{273 + t\,kun} = \text{const.}$$

(d Dampfdichte) aufgestellt, die aber, wie leicht zu sehen, nichts anderes als das etwas umgeformte Gesetz von Desprez ist.

Die Integration der Gl. 3 in den Grenzen T_0 und T gibt uns:

$$\log\left(\frac{p}{p_0}\right) = C \log\left(\frac{T}{T_0}\right). \tag{4}$$

Wenn wir $\log p_0 - C \log T_0 = \log A$; $273 = B$ setzen, so folgt:

$$p = A\,(B + T)^C \tag{5}$$

wo C für alle Körper fast constant ist.

Wenn wir grösserer Allgemeinheit wegen voraussetzen, dass B nicht gleich 273 ist, sondern sich mit der Substanz ändert, wird die Gl. 5 bei $C = 5{,}5$ nichts anderes, als die Formel von Antoine[1]).

Bei $C = 5$ erhalten wir die Formel von Dulong und Arago[2]) für Wasser.

Setzen wir endlich voraus, dass C sich auch mit der Substanz ändert, dann haben wir die Formel von Joung:

$$p = (a + bt)^m \text{ [3]}).$$

Wie bekannt, bleibt aber das Verhältnis $\frac{r}{r_1}$ nicht constant, sondern nimmt mit der Zunahme der Temperatur mehr oder weniger rasch für jeden Körper ab[4]), folglich ist im allgemeinen $\frac{r}{r_1} = f(t)$.

Gesetzt nun: $\frac{r}{r_1} = \frac{C_1}{T}$, wo T die absolute Temperatur und C_1 eine für jeden Körper verschiedene Constante bedeuten, so erhalten wir aus Gl. 2:

$$\frac{dp}{p} = C_1 \frac{dT}{T^2}. \tag{6}$$

Die Integration dieser Gleichung in den Grenzen T_0 und T gibt:

$$\log_n\left(\frac{p}{p_0}\right) = \frac{C_1}{T_0}\left(\frac{T - T_0}{T}\right). \tag{7}$$

Wenn wir

$$\frac{C_1}{T_0} = \log_n b$$

setzen, erhalten wir aus der letzten Gleichung:

$$p = p_0 b^{\frac{T - T_0}{T}}. \tag{8}$$

1) C. R. t. LXXX p. 485; t. LXXXI p. 574.
2) Ann. de chim. et de phys. (2) t. XLIII p. 74.
3) Regnault, Mém. de l'Acad. t. XXI p. 584.
4) Siehe z. B. die Tabellen am Ende des bekannten Werkes von Zeuner.

Bei $T_0 = 273$ stellt die Gl. 8 nichts anderes dar, als die Formel von Roche in derjenigen Form, in welcher sie Van der Waals[1]) benutzte.

Wenn wir der Gl. 8 die Form geben:

$$p = a\,b^{\frac{t}{m+t}} \tag{9}$$

wo m schon nicht 273, sondern eine für verschiedene Körper verschiedene Zahl bezeichnet, so erhalten wir die Formel von Roche in ihrer gewöhnlichen Form.

Setzen wir weiter:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{m\gamma}{T-\gamma}$$

dann gibt uns die Integration der Gl. 2:

$$\frac{1}{m}\log_n p = \log_n \beta + \log_n\left(\frac{T-\gamma}{T}\right). \tag{10}$$

Bei $\frac{1}{m} = \alpha$ erhalten wir:

$$p\alpha = \beta\left(1 - \frac{\gamma}{T}\right) \tag{11}$$

die Formel, welche im Lehrbuch der physikalischen und theoretischen Chemie von Buff, Kopp und Zamminer (S. 243) angeführt wird.

Wenn wir eine noch allgemeinere Voraussetzung machen:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{B'}{T}\left(1 + \frac{C'}{T}\right)$$

so gelangen wir zur Formel von Rankine:

$$\log p = A - \frac{B}{T} - \frac{C}{T^2}. \tag{12}$$

Man sieht daraus, dass die Gl. 12 die bequemste und allgemeinste Interpolationsformel wird, wenn wir rechterseits noch weitere Glieder hinzufügen. Wenn wir die Formel bis auf die 5. Potenz von $\frac{1}{T}$ ausdehnen:

$$\log p = A + \frac{B}{T} + \frac{C}{T^2} + \frac{D}{T^3} + \frac{E}{T^4} + \frac{F}{T^5}$$

so lässt sich doch die Bestimmung der Constanten viel leichter und bequemer ausführen, als in der Formel von Biot mit nur drei Gliedern. Wir werden uns auf die angeführten Beispiele beschränken.

1) Die Continuität etc. S. 147. Nur das Integral (Gl. 6) wird in den Grenzen T_0 und T genommen.

Im Anschluss an die Bestimmungen der Spannkraft der gesättigten Dämpfe bei hohen Temperaturen drängt sich uns sachgemäss die Frage auf, welche der vorgelegten Formeln mit einer gegebenen Zahl von Constanten den allgemeinen Gang der Veränderung des Druckes mit der Temperatur am besten ausdrückt. Regnault versuchte diese letzte Aufgabe in Bezug auf die Formel von Biot mit fünf Coefficienten und auf diejenige von Roche mit drei Coefficienten zu lösen. Die Vergleichung der interpolirten Grössen [1]) zeigt, dass die Gleichung von Biot viel besser als die Gl. 9 die Beobachtungen ausdrückt; aber dieses ist selbstredend, da wir in der ersten Gleichung fünf Coefficienten, in der zweiten nur drei haben. Ferner besitzt die durch die Formel von Roche dargestellte Curve mehrere singuläre Punkte, denen nach Regnault keine reelle Bedeutung zukommt [2]). Die Curven von Biot und Roche fallen innerhalb eines weiten Intervalles fast zusammen, divergiren aber bei hohen Temperaturen und die Ordinaten nach der Formel von Roche wachsen rascher, als die nach der Formel von Biot [3]).

Unserer Meinung nach sprechen diese letzten Thatsachen gerade für die Formel von Roche.

Die Curve

$$\log p = a + b\,\alpha^t + c\,\beta^t \text{ (Biot)}$$

hat die Eigenthümlichkeit, dass die Spannkraft einem Maximum zustrebt, welches wir aus der Bedingung $\log p = a$ bestimmen.

Die Curve

$$p = a b^{\frac{t}{m+t}}$$

hat bei $t = -m$ und $p = o$ einen Arretirungspunkt, wobei wir folglich eine Temperatur erhalten, bei welcher die Substanz Dämpfe nicht entwickelt. Ferner bei

$$t = \frac{m(\log b - 2)}{2}$$

hat die Curve einen Inflexionspunkt. Welche Form auch der Function $p = f(t)$ zukomme, so ist es offenbar, dass diese Curve bei einer Temperatur, welche die kritische überschreitet, einen Inflexionspunkt haben müsse, weil jeder Dampf bei hohen Temperaturen dem Gesetze von Mariotte-Gay-Lussac folgen wird.

1) Mémoires de l'Académie t. XXI p. 615.

2) Ibidem p. 619—620.

3) Ibidem p. 621.

Von allen Interpolationsformeln [1]) mit drei Coefficienten erweist sich fast nur die Formel von Roche anwendbar sogar zur Extrapolation, obgleich natürlich nur in sehr engen Grenzen. Aus der Vergleichung der Spannkräfte, wie sie von Sajontschewsky beobachtet wurden und wie sie sich nach den Formeln von Biot [2]) und Roche [3]) berechnet ergeben, folgt, dass die Differenzen zwischen den beobachteten und berechneten Drucken in der Nähe der kritischen Temperatur im ersten Falle 20—40 Atmosphären erreichen, während im zweiten Falle die Differenzen drei- bis viermal kleiner sind. Die Beobachtungen von Sajontschewsky und besonders die im ersten Kapitel dieser Abtheilung angeführten sprechen auch zu Gunsten der Formel von Roche. Sajontschewsky hat die Interpolationsformel nur für Aethyläther berechnet. Nach den Beobachtungen von Regnault wurden a, b und m so bestimmt, dass die Formel den beobachteten Grössen entsprach [4]).

$$a = 183{,}34;\ m = 261{,}9;\ \log\log b = 0{,}7157011.$$

Mit Ausnahme der Spannkraft bei 180° differirten die berechneten Drucke nicht besonders von den beobachteten, die einer Curve entnommen wurden, welche auf Grund sämmtlicher Reihen von Bestimmungen construirt wurde. Wir haben schon erwähnt, wie schwierig es ist, miteinander vergleichbare Resultate selbst bei Beobachtungen betreffs einer und derselben Probe der Substanz zu erhalten. In den Untersuchungen von Sajontschewsky veränderte sich stets die Menge der Flüssigkeit, und man kann behaupten, dass die Beobachtungen nicht selten mit ganz verschiedenen Substanzen ausgeführt wurden. Es ist hieraus ersichtlich, dass die Spannkräfte einzelner Reihen nur selten miteinander übereinstimmten und daher ist es unbequem, sich, mit Ausnahme des Aethers, der mittlern Curven für die Interpolation zu bedienen.

Indem ich überall die Data von Sajontschewsky auf das Quecksilberthermometer (für Aether mit Hilfe der Zahlen von Regnault [5]) und auch der mittlern Curve von Sajontschewsky) reducirt habe

1) Die Ungiltigkeit der Formel von Joung und folglich auch aller derjenigen, die mit derselben verbunden sind, wurde noch von Regnault gezeigt (Mém. de l'Acad. t. XXI p. 589). Die Formel

$$\log p = a + b\alpha^t$$

wurde von mir selbst und auch von C. Vincent und Chappuis untersucht (C. R. t. C p. 1216).

2) Zeuner, Grundzüge etc. S. 253 2. Aufl.

3) Hirn, Théorie méc. de la chal. t. II.

4) Kiewer Universitäts-Abhandlungen (Iswestija) April 1878 S. 17.

5) Mémoires de l'Académie t. XXVI p. 338.

erhielt ich folgende Grössen für die Constanten der Formel von Roche:

$$\log a = 1{,}3824435;\ m = 262{,}7;\ \log\log b = 0{,}7157011$$

und für die der Formel von Rankine:

$$A = 4{,}59674;\ \log B = 3{,}13891;\ \log C = 4{,}08525.$$

Beide Formeln enthalten auch die Spannkräfte bei niedrigen Temperaturen, obgleich die Zahlen von Regnault mit denjenigen von Sajontschewsky nicht ganz übereinstimmen (z.B. bei 120° ist nach Regnault $p = 10{,}13$ Atmosphären, nach Sajontschewsky $p = 10{,}36$ Atmosphären). Für andere Flüssigkeiten (ich nahm einzelne Reihen) ergab sich dieselbe Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Spannkräften, wie auch in meiner Arbeit. Ausser den von Sajontschewsky untersuchten Substanzen wurde die Formel von Roche auch für Chlormethyl nach den Beobachtungen von C. Vincent und Chappius [1]) angewendet. Ihre Bestimmungen (70—141,5°) werden sehr nahe durch die Formel

$$p = b^{\frac{t - t_k}{m + t - t_k}}$$

ausgedrückt, welche die folgenden Constanten enthält:

$$t_k = 23{,}7;\ m = 300{,}1;\ \log\log b = 0{,}71942.$$

Die Formel von Roche erweist sich also als sehr bequem für die Interpolation der Spannkräfte bei hohen Temperaturen, obgleich wir wegen Mangels an erforderlichen Daten ihre Anwendbarkeit über die ganze Länge der Spannkraftcurve nicht prüfen können (unsere Versuche beziehen sich nicht auf die Spannkräfte zwischen 1 und 10—12 Atmosphären und die aus Beobachtungen von Sajontschewsky folgenden Zahlen stimmen mit denjenigen von Regnault nicht überein.)

Wir betrachten jetzt die Relationen, welche zwischen den Curven der Spannkräfte verschiedener Flüssigkeiten statt haben.

Betancourt, welcher zuerst die Spannkraft der Dämpfe auch anderer Flüssigkeiten und nicht bloss des Wassers zu messen anfing, sprach die Vermuthung aus, dass das Verhältnis der Spannkräfte irgend zweier Flüssigkeiten bei gleichen Temperaturen constant ist.

Dalton hat diese Voraussetzung widerlegt und das unter seinem Namen bekannte Gesetz abgeleitet, demzufolge die Spannkräfte der Dämpfe bei vom Siedepunkte gleich entfernten Temperaturen einander gleich sind.

Die Ungiltigkeit des Gesetzes von Dalton wurde durch die Arbeiten von Ure [2]) und besonders durch spätere Untersuchungen von

1) C. R. t. C p. 1216.

2) Ure Philos. Trans. for the year 1818.

Regnault [1]) nachgewiesen. Wie bekannt, hat der Letzte angenommen, dass die Veränderung der Spannkraft mit der Temperatur sich durch die Formel von Biot ausdrücken lässt, wobei aber die vergleichende Untersuchung der Constanten der Formel sowohl in der zweigliedrigen als auch in der dreigliedrigen zu keinem besonderen Resultate geführt [2]) hat.

Obgleich das Gesetz von Dalton sich im allgemeinen ungiltig erwies, dürfen wir es doch, nach der Meinung von Kopp, für homologe Reihen als anwendbar betrachten. Kopp hat bemerkt, dass einer gewissen Differenz des Molecularbaues eine bestimmte Differenz zwischen den Siedetemperaturen entspricht [3]). Wenn wir aber die sehr wahrscheinliche Voraussetzung machen, dass eine solche Relation nicht nur für Siedetemperaturen unter normalem Drucke, sondern auch für andere Temperaturen existirt, so erhalten wir nichts anderes, als das Gesetz von Dalton.

Mehrere Beobachter (Gerhardt, Schröder, Burden, Berthelot, Schorlemmer und andere) beschäftigten sich mit dem Gesetze von Kopp für verschiedene Reihen vorzugsweise organischer Verbindungen, wobei die Abhängigkeit der Veränderung der Siedetemperatur von gewissen Veränderungen des Molecularbaues vor allem berücksichtigt wurde. Landolt allein prüfte unmittelbar das Gesetz von Dalton für die Reihe fetter Säuren [4]). Es ergab sich, dass dasselbe für Temperaturen im Intervalle von etwa 30° unterhalb der Siedetemperatur und 20° oberhalb derselben streng erfüllt ist.

Unter den verschiedenen Relationen, welche zwischen den Curven der Spannkraft aufgestellt worden sind, werden wir nur die Gesetze von Dühring und Winkelmann näher betrachten.

Seien t_p und $t_{p'}$ die Siedetemperaturen irgend einer Flüssigkeit unter den Drucken p und p'; t'_p und $t'_{p'}$ dieselben Grössen für eine andere Flüssigkeit. Setzen wir:

$$t'_{p'} - t'_p = q'\,;\quad t_{p'} - t_p = q \tag{1}$$

so wird nach dem Gesetze von Dühring [5]):

---

1) Mémoires de l'Académie t. XXVI p. 661—663.

2) Ibidem p. 647, 656. Es ergab sich nur, dass die Brüche α und β der Formel

$$lp = a + b\alpha^t + c\beta^t$$

nahezu $= 1$ sind (p. 647) und ferner wenn die Spannkraft der Dämpfe aller Flüssigkeiten durch die Formel

$$lp = a + b\alpha^t$$

ausgedrückt wird, so schwankt die Grösse von α um 0,993 (p. 656).

3) Lieb. Ann. Bd. 96 S. 2—330.

4) Lieb. Ann. Supplementband. Jahresber. 1868 S. 32.

5) Neue Grundgesetze zur rationellen Physik und Chemie. Leipzig 1878. Wied. Ann. Bd. 11 S. 163.

$$\frac{q'}{q} = \text{const.} \tag{2}$$

und

$$t'_{p'} = t'_p + \frac{q'}{q}\left(t_{p'} - t_p\right). \tag{3}$$

Wenn wir $t_p = 0$ und $q = 1$ setzen, so kann die Gl. 3 in der Form:

$$t' = r + q\,t \tag{4}$$

dargestellt werden, wo s die Siedetemperatur ist, welche dem Nullpunkte der als normal angenommenen Flüssigkeit entspricht (Dühring wählt Wasser als Normalflüssigkeit). Dasselbe Gesetz wurde später von Mondesir aufgestellt. Die Genauigkeit des Dühring'schen Gesetzes wurde von Winkelmann bezweifelt[1]), welcher folgende Relation vorschlägt:

$$t_n = (a + b)\, n^{\frac{d_n}{d} A} - a. \tag{5}$$

Es bedeuten hier t_n die Temperatur des gesättigten Dampfes unter dem Drucke von n Atmosphären, d_n die Dichtigkeit desselben in Bezug auf diejenige der Luft, d die theoretische Dichtigkeit $= \frac{m}{28{,}87}$, A eine für alle Dämpfe constante Grösse 0,13507, a und b Constanten, welche von der Natur des Dampfes abhängen.

Weil die oben angeführten Gesetze nicht gleichzeitig statt haben können, entstand eine Polemik zwischen Winkelmann und Dühring[2]). Wir können hier in die Einzelheiten derselben nicht eingehen und bemerken nur folgendes:

Die Formel von Dühring weicht von den Beobachtungen sogar innerhalb der Grenzen der Beobachtungen von Regnault ab. So z. B. erhalten wir beim Drucke von 10 Atmosphären für Aethyläther und Schwefelkohlenstoff Abweichungen, die bis 4,1—4,6° steigen. Wenn wir nun die Beobachtungen bei hohen Temperaturen hinzuziehen, so gehen die Fehler zuweilen in die Zehner der Grade, obgleich in anderen Fällen das Gesetz sich als für die ganze Länge der Spannkraftcurve nahezu richtig erwies. Wir citiren hier nicht die betreffenden Daten, weil wir später die Ursachen dieser Erscheinung erörtern werden.

Was die Formel von Winkelmann betrifft, so findet — wie die Erfahrung zeigt — bei niedrigen Temperaturen, bei denen $\frac{d_n}{d}$

1) Wied. Ann. Bd. 11 S. 208, 391 und 474.

2) Ebenda Bd. 11 S. 163 und 533.

nahezu der Einheit gleich ist, eine überraschende Uebereinstimmung zwischen den berechneten und beobachteten Siedetemperaturen statt[1]. Bei höheren Temperaturen ist die Verification der Formel 5 sehr beschwerlich, weil wir für die meisten Flüssigkeiten die Grösse d_n nicht kennen; nichtsdestoweniger wenn wir annähernd die Grösse $\frac{d_n}{d}$ nach den Daten von Schoop[2] berechnen, so findet, wie die Arbeit von Schumann beweist[3], eine fast völlige Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und den nach der Formel von Winkelmann berechneten Grössen von t statt. Die Anwendung der Formel von Dühring auf die Beobachtungen von Landolt und Schumann aber ergibt sehr beträchtliche Differenzen[4]. Es ist übrigens sehr zu bezweifeln, dass die Formel von Winkelmann bis zur kritischen Temperatur ausdehnbar wäre. Wenn wir Aether ($T_k = 190^0$, $p_k = 36{,}5$ Atmosphären) nehmen, so ist nach Winkelmann bei der kritischen Temperatur

$$\frac{d_n}{d} = 1{,}177\ ^{5)};$$

wenn wir das kritische Volumen nach Clausius annehmen, so ist

$$\frac{d_n}{d} = 1{,}752;$$

die Theorie von Van der Waals gibt

$$\frac{d_n}{d} = 2{,}667.$$

Alle oben angeführten Relationen und viele andere sind nur partielle Verallgemeinerungen; die „Zustandsgleichungen" aber geben uns die Möglichkeit, allgemeine Gesetze abzuleiten.

Ein solches allgemeines Gesetz ist das erste Gesetz von Van der Waals: „ist die absolute Temperatur ein Theil der kritischen Temperatur, so ist auch der Druck ein gleich grosser Theil des kritischen Druckes" [6].

Wir werden später sehen, inwieweit das angeführte Gesetz für die Theorie von Van der Waals spricht (dasselbe Gesetz folgt auch aus der ersten Gleichung von Clausius, siehe S. 64). Die allgemeine

1) Siehe unten Wied. Ann. Bd. 11 S. 541 und 543.
2) Wied. Ann. Bd. 12 S. 550.
3) Ebenda Bd. 12 S. 59—60.
4) Ebenda Bd. 12 S. 60—63.
5) Ebenda Bd. 9 S. 208 und 358; $a = 166{,}14$; $b = 34{,}96$.
6) Die Continuität etc. S. 128.

Giltigkeit dieses Gesetzes beweisen sowohl die Verification, welche von Van der Waals auf Grundlage der von Sajontschewsky, Andrews, Faraday und Regnault[1]) erhaltenen Daten ausgeführt wurde, als auch diejenige, welche ich selbst vorgenommen habe, wobei ich mich des sämmtlichen vorhandenen Beobachtungsmateriales bediente.

Das Gesetz der correspondirenden Drucke wird im folgenden Kapitel betrachtet werden; wir bemerken jetzt nur, dass das Gesetz von Dühring ein specieller Fall des Gesetzes von Van der Waals[2]) ist. Bei correspondirenden Drucken existirt die folgende Relation zwischen den Temperaturen zweier Flüssigkeiten:

$$\frac{1+\alpha t'}{T'_k} = \frac{1+\alpha t''}{T''_k}$$

welche auf die Form der Gl. 4 $t'' = r + q t'$ reducirt werden kann.

Auf diese Weise geht das Gesetz von Van der Waals in dasjenige von Dühring über.

Wir wollen jetzt sehen, ob die Resultate unserer Beobachtungen zu irgend welchen wenn auch nur theilweisen Verallgemeinerungen führen können. Die Untersuchung der Curven, welche den Gliedern einer und derselben homologen Reihe und isomerer Aether entsprechen, hat gewiss ein grosses Interesse.

Für alle untersuchten Flüssigkeiten wurden deshalb die Curven der Spannkraft auf Grundlage der beobachteten Daten und der Interpolationsformel construirt, indem die Temperaturen vom Siedepunkte an als Abscissen genommen wurden[3]). Der Maassstab dieser Curven war ein wenig kleiner, als der im ersten Kapitel erwähnte: $1^0 = 2$ mm; 1 Atmosphäre = 10 mm. Es fällt sofort in die Augen, dass die Curven isomerer (d. h. eines und desselben chemischen Charakters) oder zu einer und derselben homologen Reihe gehöriger Flüssigkeiten eine ausserordentliche Aehnlichkeit untereinander haben. Die Curven mehrerer isomerer Aether (z. B. die des Ameisenmethyls und Essigäthyls, Buttermethyls und Ameisenisobutyls fallen fast in ihrer ganzen Ausdehnung zusammen) und die der benachbarten Glieder homologer Reihen sind einander am nächsten. Man kann ferner bemerken, dass die Curven mit der Abnahme des Moleculargewichtes immer steiler werden, worauf schon der Gang der kritischen Drucke hinweist. (Auf unserer Figur häufen sich die kritischen Punkte der Homologen in der Nähe einer

1) Die Continuität etc. S. 131—133, 147—150.

2) Ebenda S. 139.

3) Behufs der Vergleichung wurden auf demselben Netze die Curven aller derjenigen Flüssigkeiten construirt, derer Dampfspannkraft bis zur kritischen Temperatur gemessen wurde.

zur Ordinatenaxe parallelen Geraden.) Wir werden den Gang einzelner Curven nicht beschreiben und begnügen uns zu bemerken, dass die Eigenschaften, welche bei niedrigen Temperaturen von Schumann[1]), Dittmar[2]) und andern gefunden wurden (wie z. B. dass die Curven mehrerer Aether der Essigsäure die steilsten sind; diejenigen der Isoverbindungen sind steiler, als die der normalen Verbindungen u. s. w.), auch bei hohen Temperaturen im allgemeinen stattfinden.

Behufs der Untersuchung des Ganges der Spannkraftcurven der Homologen bei niedrigen Drucken (0,05 — 1,9 Atmosphären), nach Daten von Schumann, Landolt und andern wurde eine andere Reihe von Curven in grösserem Maassstabe gezeichnet.

Diese Curven beweisen, dass das Gesetz von Dalton z. B. für die Reihe der Aether der Fettsäuren oder Alkohole, selbst in den von Landolt angenommenen Grenzen ungiltig ist, dagegen für isomere Körper des gleichen chemischen Charakters sowohl als auch für die benachbarten Glieder homologer Reihen innerhalb bedeutend weiterer Grenzen zutrifft. Nicht nur bei Temperaturen, welche in der Nähe des Siedepunktes liegen, sondern auch bei höheren Temperaturen besitzt der Gang der Curven eine gewisse Gesetzmässigkeit. Unsere Curven sowohl als auch die Spannkraftcurven bei niedrigen Temperaturen zeigen, dass eine Drehung um einen im allgemeinen sehr kleinen Winkel genügend ist, um die Spannkraftcurve einer Flüssigkeit mit derjenigen einer anderen benachbarten zusammenfallen zu lassen. Nach dem Gesetze von Dalton fallen die Curven der Spannkräfte benachbarter Glieder zusammen, wenn man in passender Weise den Coordinatenanfang verändert; wir sehen, dass man hierzu noch die Drehung der Curve um einen Winkel hinzufügen muss. Der Mangel an genauen Beobachtungen auf der ganzen Länge der Spannkraftcurven erlaubt uns nicht den Grad der Annäherung des Gesetzes für die ganze Curve zu bestimmen; wir müssen uns daher auf einzelne Stücke beschränken. Das Gesetz wurde hauptsächlich für die Aether fetter Säuren verificirt.

Für niedrige Temperaturen, mit Ausnahme der in der Nähe von 0° liegenden, bestätigte sich das Gesetz vollständig; in diesem Falle bietet aber selbst die Beobachtungsart von Schumann eine geringe Genauigkeit dar. Für höhere Drucke (von 10 Atmosphären bis zur kritischen Temperatur) ergab sich auch das Gesetz im allgemeinen als richtig, obgleich der Winkel, um welchen eine Curve gedreht werden muss, grösser war als im ersten Falle und man für mehrere Körper eine Abnahme desselben mit der Temperatur bemerken kann. Man

---

1) Wied. Ann. Bd. 12 S. 53 u. ff.
2) Lieb. Ann. Suppl.-Bd. 6 S. 313.

kann das oben angeführte Gesetz in verschiedener Weise prüfen[1]); wir wählen hier ein theoretisch zwar schlechtes, aber in seinen praktischen Resultaten merkwürdiges Verfahren. Weil im allgemeinen diejenigen Winkel, um welche wir irgend eine Curve zu drehen haben, um einen gewissen Punkt derselben mit einem correspondirenden Punkte der andern Curve zusammenfallen zu lassen, sehr gering sind (für die oberen Theile der Curven des Ameisenmethyls und Aethyls ist dieser Winkel etwa 4°, für andere noch kleiner) und da die Winkel der Tangenten mit der Abscissenaxe mit der Temperatur rasch zunehmen, so kann man das obige Gesetz zu einer ausserordentlich einfachen Construction der unbekannten Curven der Spannkraft auf Grund der bekannten benachbarten benutzen [2]).

Setzen wir voraus, dass wir irgend zwei Curven haben, welche bei der Drehung um einen kleinen Winkel um den Coordinatenanfang einander decken. Wir beschreiben jetzt aus diesem letzten eine Reihe von beide Curven durchschneidenden Kreisen und betrachten die Ordinaten, die den Durchschnittspunkten entsprechen; wenn der Drehungswinkel klein ist und die Curven genügend steil verlaufen, so wird die Differenz zwischen den Ordinaten der Durchschnittspunkte der ersten Curve mit zwei benachbarten Kreisbogen der Differenz zwischen den Ordinaten der Durchschnittspunkte der zweiten Curve mit denselben Kreisbogen gleich sein, oder wenigstens werden diese zwei Differenzen sehr wenig voneinander abweichen. Wieweit dieser Satz richtig und folglich zur Construction unbekannter Curven anwendbar ist, sieht man aus den Tabellen S. 782. In unserem Netze wurden 6 Kreisbogen gezogen und die Coordinaten ihrer Durchschnittspunkte bestimmt. Die erste Columne enthält die Temperaturen (vom Siedepunkte), die zweite die Drucke, die dritte die Differenzen zwischen diesen letzten (in Atmosphären).

Wie man sieht, kann die Differenz zwischen den Ordinaten der oberen Theile der Curven als constant angenommen werden, sie nimmt bei niedrigeren Temperaturen ab, was auch statt haben muss, weil die Curven hier immer weniger steil verlaufen und die Entfernung der Kreisbogen sehr bedeutend angenommen wurde [3]).

Die von uns abgeleitete Relation zur Construction ist so leicht ausführbar, dass wir uns dabei nicht weiter aufhalten wollen.

---

1) Die Bestimmung des Winkels zwischen den Tangenten ergibt zuweilen falsche Resultate, da wir es dann mit näherungsweisen Interpolationsformeln zu thun haben; indessen ist für uns ein allgemeiner Gang der Curven wichtig.

2) Es ist begreiflich, dass es dazu erforderlich ist, wenn auch nur einen Punkt einer Curve z. B. die kritische Temperatur und den kritischen Druck zu kennen.

3) Es ist selbstverständlich, dass wir uns auf unsere Beobachtungsgrenze beschränken.

Ameisensäuremethylester			Ameisensäureäthylester			Essigsäuremethylester		
163,0	48,5		174,4	46,9		173,9	47,0	
157,3	44,3	4,2	167,5	42,7	4,2	167,2	42,8	4,2
149,5	39,2	5,1	158,6	37,6	5,1	158,2	37,7	5,1
143,4	35,5	3,7	151,7	34,0	3,7	151,3	34,0	3,7
131,4	28,8	6,7	132,8	27,4	6,6	137,4	27,4	6,6
111,8	20,2	8,6	116,1	19,0	8,4	115,8	19,0	8,4
Ameisensäurepropylester			**Essigsäureäthylester**			**Propionsäuremethylester**		
176,6	41,2							
167,0	36,1	5,1	165,9	36,3		168,0	35,9	
159,5	32,5	3,6	158,1	32,7	3,6	160,4	32,3	3,6
144,3	26,0	6,5	143,7	26,1	6,6	145,1	25,8	6,5
120,8	17,7	8,3	120,5	17,8	8,8	121,3	17,5	8,3
Ameisensäureisobutylester			**Essigsäurepropylester**			**Propionsäureäthylester**		
173,0	34,8		174,8	34,5		174,4	34,7	
165,2	31,3	3,5	166,8	30,9	3,6	166,3	31,1	3,6
149,0	24,8	6,5	150,6	24,4	6,5	149,9	24,6	6,5
124,0	16,6	8,2	125,1	16,3	8,1	124,5	16,5	8,1
Buttersäuremethylester			**Essigsäureisobutylester**			**Isobuttersäureäthylester**		
173,2	34,9							
165,2	31,3	3,6	169,3	30,4		170,3	30,2	
149,2	24,8	6,5	152,2	24,0	6,4	153,1	23,8	6,4
124,0	16,7	8,1	126,0	16,1	7,9	126,5	15,9	7,9

III. Kapitel.

Es erübrigt noch das Gesetz der correspondirenden Drucke zu betrachten. Wir haben im vorigen Abschnitte gesehen, dass man sowohl aus der Gleichung von Van der Waals als auch aus der Gleichung von Clausius (S. 717 und 718) erhält:

$$\pi = \varphi\,(\tau)$$

aber die Function φ wird in beiden Fällen verschieden sein. Van der Waals versucht nicht, die Form der Function φ aus seiner

Gleichung abzuleiten und beschränkt sich darauf, dass er zeigt, dass fast gleiche π gleichen τ in verschiedenen Flüssigkeiten entsprechen. Er sagt: „nicht nur die langwierige Berechnung und das Verwickelte der Endgleichung hielten mich von der Veröffentlichung meiner Resultate ab, sondern auch die folgende Ueberlegung. Unsere (obige) Gleichung hat nur Giltigkeit für Volumina $> 2b$. Wendet man nur das Gesetz von Maxwell-Clausius an, so wird das Resultat doch nur für einen kleinen Theil der besprochenen Linie (Grenzcurve) und zwar in der Nähe des Culminationspunctes richtig sein. Dazu kommt, dass gerade die genauesten Beobachtungen für gesättigte Dämpfe bei Drucken angestellt sind, die vom Culminationspunkte weit entfernt liegen. Somit fehlte meiner Ansicht nach das Material zur Vergleichung“ [1]).

„Wir können aber,“ sagt Prof. Stoljetoff [2]), „mit Recht erwarten, dass die theoretische Curve $\pi = \varphi(\tau)$ innerhalb der Grenzen der Anwendbarkeit der Formel (von $\omega_1 = 1$ bis $\omega_2 = \frac{2}{3}$) [3]) mit der experimentellen übereinstimmen muss. Obgleich wir nur wenige Beobachtungen in der Nähe der kritischen Temperatur haben, gibt es ihrer doch einige [4]) und Van der Waals selbst bedient sich derselben in seiner weiteren Darstellung.“

Wir haben schon gesehen, wie man aus der Gleichung von Van der Waals $\pi = \varphi(\tau)$ erhält. Mit Hilfe der berechneten Grössen von ω und ω_2 (S. 714) bestimmt sich π auf dieselbe Weise, wie auch τ.

Prof. Ziloff war der erste, welcher, indem er die Methode von Plank auf die Gleichung von Van der Waals anwandte, gesehen hat, dass die theoretische Curve $\pi = \varphi(\tau)$ sogar in der Nähe der kritischen Temperatur mit der experimentellen nicht übereinstimmt.

Gleichzeitig hat Stoljetoff die Aufmerksamkeit auf folgende Umstände gerichtet. Die Derivirte $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k$ gibt uns einen hinreichenden Begriff vom Gange der Curve $\pi = \varphi(\tau)$ in der Nähe der kritischen Temperatur.

Indem wir diese Derivirte aus der Gleichung von Van der Waals berechnen, erhalten wir:

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k = 4 \qquad (1$$

1) Die Continuität etc. S. 126.

2) Journal der russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 168.

3) Siehe S. 714.

4) Und daher wurde in unserer Arbeit die besondere Aufmerksamkeit auf die Messung der Drucke in der Nähe des kritischen Punktes gerichtet.

und aus Gleichung von Clausius:

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k = 7\text{ [1]}. \tag{2}$$

Die Untersuchungen von Sajontschewsky bestätigen dieses letzte Resultat.

Es ist interessant, dass Van der Waals selbst mehrmals zum Resultate

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k = 7$$

kommt, wobei er ausser Acht lässt, dass dieses seiner Formel widerspricht. So erwähnt er z. B. in der Anmerkung auf S. 148, dass $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k$ in allen Körpern nahezu = 7 ist; andrerseits behauptet er, dass die Abhängigkeit zwischen Druck und Temperatur dargestellt werden kann durch:

$$-\log \pi = f \cdot \frac{1-\tau}{\tau}\text{ [2]} \tag{3}$$

und schliesst, dass f für alle Körper nahezu = 3 ist. Wir haben aber aus der obigen Gleichung:

$$\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k = \frac{f}{M}\ (\pi_k = 1,\ \tau_k = 1,\ M = \text{Modulus der Brigg's Log.})$$

Deshalb müsste f nach der Theorie von Van der Waals dem Vierfachen M ($1{,}74 = 4\,M$) gleich sein; aber aus der Gleichung von Clausius ist:

$$f = 7\,M = 3{,}04\text{ [3]}.$$

Indem wir zuletzt die aus Gl. 7 berechneten π mit den von Sajontschewsky erhaltenen vergleichen, finden wir, dass die ersteren viel grösser sind, als die letzteren[4]). Unsere Beobachtungen bestätigen die obigen Resultate. Wir erörtern zunächst die Derivirte $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k$. Sie wurde aus den gezogenen Curven durch die Richtung ihrer letzten Elemente bestimmt[5]).

1) Journal der russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 172.

2) Die Continuität etc. S. 148.

3) Journal der russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 14 S. 173.

4) Ebenda S. 170—171.

5) Die oberen Theile der Spannkraftcurven ergaben sich in allen Fällen als geradlinig.

Ameisensäuremethylester	6,4	Ameisensäureisobutylester	7,3
Ameisensäureäthylester	6,5	Essigsäurepropylester	7,5
Essigsäuremethylester	6,5	Propionsäureäthylester	7,1
Ameisensäurepropylester	6,6	Essigsäureisobutylester	7,0
Essigsäureäthylester	7,0	Buttersäuremethylester	7,1
Propionsäuremethylester	6,7	Isobuttersäureäthylester	6,8

Methyläthyläther 7,2.

Wie man sieht, ist $\left(\frac{d\pi}{d\tau}\right)_k$ in allen Fällen nahezu = 7.

Vergleichen wir jetzt den Gang der Erfahrungscurve $\pi = \varphi(\tau)$ mit dem der theoretischen Curven nach Van der Waals und Clausius (aus erster Gleichung). Wir haben schon gesehen, wie man π und τ aus der Gleichung von Van der Waals bestimmt; wir bestimmen aber π und τ aus der Gleichung von Clausius etwas anders als Plank [1]).

Wenn wir aus den Gleichungen 12 (S. 717) τ und π bestimmen, so erhalten wir:

$$\tau^2 = \frac{27\,\omega_1\,\omega_2(\omega_1 + \omega_2 + 1)}{(2\,\omega_1 + 1)^2(2\,\omega_2 + 1)^2} \tag{4}$$

und

$$\pi = \frac{27}{\tau}\frac{(4\,\omega_1\,\omega_2 - 1)}{(2\,\omega_1 + 1)^2(2\,\omega_2 + 1)^2} \tag{5}$$

wo

$$\omega_1 = \frac{v_1 - \alpha}{v_k - \alpha}, \quad \omega_2 = \frac{v_2 - \alpha}{v_k - \alpha}.$$

Setzen wir weiter

$$\omega_1 = r\sin^2\frac{\varphi}{2}, \quad \omega_2 = r\cos^2\frac{\varphi}{2} \tag{6}$$

so gibt die Einsetzung der Grössen 4, 5 und 6 in die Gl. 13:

$$r = \frac{1}{\sin^2\varphi}\cdot\frac{\cos\varphi - \sin^2\varphi\cdot\log_n\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2}}{\log_n\operatorname{cotg}\frac{\varphi}{2} - \cos\varphi}. \tag{7}$$

Die Berechnung von ω_1, ω_2, τ und π ist dieselbe, wie in der Gleichung von Van der Waals. Die Tabelle S. 786 enthält: 1. φ, 2. τ und π nach Van der Waals, 3. τ und π nach Clausius.

1) Wied. Ann. Bd. 13 S. 535.

	Nach V. d. W.		Nach Clausius	
φ	τ	π	τ	π
70°	0,98611	0,945	0,99308	0,9520
60°	0,96765	0,876	0,98369	0,8900
50°	0,93980	0,776	0,96931	0,8001
40°			0,94815	0,6791
30°			0,91698	0,5243
20°			0,86924	0,3368

Mit Hilfe der Grössen von π aus der vierten Columne dieser Tabelle und der graphischen Interpolation wurden die π für mehrere der am besten untersuchten Körper bestimmt; wir führen diese Grössen von π hier an.

Aethyläther	Schweflige Säure	Benzol
0,952	0,951	0,954
0,890	0,889	0,894
0,802	0,801	0,811
0,679	0,680	0,699
0,523	0,531	0,546
0,337 (Regnault)	0,354	0,357
0,343 (Sajontschewsky)		

Ameisensäure-methylester	Ameisensäure-äthylester	Essigsäure-methylester
0,955	0,955	0,958
0,894	0,897	0,897
0,804	0,809	0,809
0,686	0,692	0,691
0,533	0,540	0,539
0,351	0,356	0,354

Ameisensäure-propylester	Essigsäure-äthylester	Propionsäure-methylester
0,955	0,951	0,951
0,893	0,888	0,889
0,802	0,795	0,797
0,683	0,673	0,677
0,528	0,518	0,522
0,343	0,334	0,338

Ameisensäure-isobutylester	Essigsäure-propylester	Propionsäure-äthylester
0,950	0,951	0,950
0,886	0,883	0,884
0,795	0,789	0,791
0,672	0,664	0,791
0,518	0,507	0,514
0,334	0,325	0,330

Buttersäure-methylester	Essigsäure-isobutylester	Isobuttersäure-äthylester
0,951	0,950	0,952
0,887	0,885	0,887
0,793	0,790	0,791
0,669	0,663	0,667
0,512	0,506	0,510
0,327	0,325	0,326.

Ein einziger Blick auf die oben angeführten Zahlen zeigt uns, dass die experimentellen π bedeutend kleiner sind, als die nach der Theorie von Van der Waals berechneten, dagegen aber mit den nach der Theorie von Clausius berechneten nahe übereinstimmen. Streng genommen, hat jede Substanz ihren eigenen Gang $\pi = \varphi(\tau)$; wir erhalten eine völlige Uebereinstimmung nur für homologe Substanzen. Die beobachteten π sind für die letzten fünf Flüssigkeiten unserer Tabelle merkbar kleiner, als die theoretischen nach Clausius.

Zwei Ursachen können dafür angenommen werden: 1. die Gleichung von Clausius und das aus derselben gefolgerte Gesetz der correspondirenden Volumina ist nur annähernd richtig; 2. kleine Grössen von π sind durch die Zersetzung der Substanzen und durch fremde Beimischungen (Alkohol oder Wasser) bedingt. Wir wissen aus den Untersuchungen von Van der Waals, dass Mischungen anders als homogene Körper sich verhalten. Obgleich die Eigenschaften der Mischungen bis jetzt einer genauen Untersuchung noch nicht unterworfen wurden, wissen wir doch, dass π für die oberen Theile der Grenzcurven bei Mischungen kleiner als bei homogenen und unzerlegbaren Körpern ist[1]). Indem wir die Gleichung von Van der Waals und die erste Gleichung von Clausius untersuchen, lassen wir die zweite Gleichung von Clausius unberücksichtigt und zwar aus folgendem Grunde. Unserer Meinung nach hat die als endgiltig von Clausius angenommene Form seiner Gleichung 4 (S. 705) nur geringen Vorzug vor der ersten Gleichung

1) Die Continuität etc. S. 147.

und complicirt diese letztere nur. Wir sehen aus der von Clausius für Aether ausgeführten Prüfung, dass die berechneten Grössen der Spannkraft mit den beobachteten nahe übereinstimmen [1]; dies ist aber auch ganz natürlich, wenn wir uns erinnern, dass die erste Gleichung drei Constanten (ausser R), die zweite dagegen deren fünf enthält. Die Anwendung der zweiten Gleichung auf die Untersuchung der Ausdehnung gibt derselben auch keine besonderen Vorzüge und wir erhalten die Coefficienten der Zusammendrückbarkeit aus ihr ebenso wie auch aus der ersten, welche wenigstens zweimal so gross sind, als die wirklichen [2].

Da wir also keine bessere Gleichung haben, so kann der Name „Zustandsgleichung" nur der ersten Gleichung von Clausius zuertheilt werden. Die genaue und allseitige experimentelle Untersuchung der Eigenschaften der Flüssigkeiten und Dämpfe, besonders in der Nähe der kritischen Temperatur wird uns zeigen, worin die letzte Gleichung fehlt und wie sie umgeformt werden muss, damit sie immer mehr der Wirklichkeit entspräche. Blosse theoretische Untersuchungen können uns nicht zum Ziele führen. Da das Gesetz der correspondirenden Drucke genauer zutrifft, als dasjenige der correspondirenden Volumina, so kann man es zur Ermittlung der Abhängigkeit zwischen Constanten der empirischen Formeln bei verschiedenen Flüssigkeiten benutzen, — eine Aufgabe, deren Lösung Regnault vergebens suchte. Man wird dabei etwa dieselbe Methode anwenden können, wie die am Ende des III. Kapitels des I. Abschnittes dargestellte.

Wir beschränken uns auf zwei Fälle. Wir haben gesehen, dass man in der Formel von Roche:

$$p = a b^{\frac{t}{m+t}}$$

$m = 273$ setzen kann [3]), wie es auch Van der Waals macht, obgleich er nicht erwähnt, wie er seine Interpolationsformel erhalten hat. Für zwei Temperaturen t und t_k haben wir:

---

1) Wied. Ann. Bd. 14 S. 698—699.

2) Thiesen, Wied. Ann. Bd. 24 S. 471. Man sieht die Künstelei und Willkürlichkeit der von Clausius angenommenen Function θ (S. 705 Gl. 4) am Besten aus der Anwendung der zweiten Gleichung auf Wasser (Wied. Ann. Bd. 14 S. 702). Siehe Journal der russ. phys.-chem. Gesellsch. zu St. Petersburg Bd. 15 S. 226. Die kritische Temperatur und auch der Druck ergaben sich kleiner, als die wirklichen. Vergl. unsere eigenen Beobachtungen (Bulletin de l'Académie des sciences de St. Pétersbourg t. XXX p. 327). Leider ist die Grösse des kritischen Volumens so überraschend klein, dass die von uns erhaltene Grösse der kritischen Temperatur nur als eine erste Annäherung angesehen werden muss.

3) Im Anfange des II. Kapitels des I. Abschnittes.

$$p = a\,b^{\frac{t}{T}};\quad p_k = a\,b^{\frac{t_k}{T_k}}$$

wo

$$T = 273 + t;\; T_k = 273 + t_k.$$

Indem wir die Logarithmen nehmen und die erste Gleichung von der zweiten abziehen, erhalten wir:

$$\log \frac{p_k}{p} = \frac{T_k - T}{T} \cdot \frac{273}{T_k} \cdot \log b.$$

Das ist nichts anderes als die bei Van der Waals vorkommende Formel [1]). Bei der Giltigkeit des Gesetzes der correspondirenden Drucke muss $\frac{273}{T_k} \log b = f$ für alle Körper constant sein. Aus der letzten Columne der Tabellen des ersten Kapitels sehen wir, dass f für alle untersuchten Substanzen nahezu $= 3$ ist (was, wie wir erwähnten, für die Gleichung von Clausius spricht); wir bemerken weiter, dass f sich mit der Zunahme der Temperatur ändert und im allgemeinen abnimmt (eine Zunahme wurde nur für Chlormethyl und -Aethyl bemerkt). Hieraus folgt, dass man in der Formel von Roche nicht in allen Fällen $m = 273$ setzen darf. Es sei T_1 die Siedetemperatur und $p = 1$, so wird:

$$f = \frac{T_1}{T_k - T_1} \log p_k.$$

Die auf diese Weise berechneten f wachsen mit der Zunahme des Moleculargewichtes in einer Reihe.

Indem wir diese Veränderung so oder anders ausdrücken, erhalten wir mehrere Relationen, welche zu einer annähernden Berechnung der kritischen Drucke benutzt werden können.

Man kann setzen:

$$\frac{T_1}{(A + t_1)(T_k - T_1)} \log p_k = C_1$$

wo $A = 800^\circ$.

Für Ester von Ameisensäure	$C_1 = 0{,}00365$
„ „ „ Essigsäure	„ $= 0{,}00369$
„ „ „ Propionsäure	„ $= 0{,}00366$
„ „ „ Buttersäure	„ $= 0{,}00366$
Für die Aether: Methyl, Methyläthyl und Aethyl	„ $= 0{,}00370$ u. s. w.

Für einzelne Flüssigkeiten übersteigen die Abweichungen von C_1 nicht 1 %.

1) Die Continuität etc. S. 148.

Man kann noch voraussetzen:

$$\frac{T_1}{(B+t_k)(T_k-T_1)} \log p_k = C_2$$

und weil $T_k - T_1$ für eine und dieselbe homologe Reihe annähernd constant ist, so wird:

$$\frac{T_1}{B+t_k} \log p_k = C_3.$$

Man kann für die von uns untersuchten Substanzen $B = 700^\circ$ annehmen.

Nehmen wir die Formel von Rankine:

$$\log p = A - \frac{B}{T} - \frac{C}{T^2}$$

und geben derselben die Form:

$$\log \frac{p_k}{p} = \frac{B}{T_k}\left(\frac{T_k - T}{T}\right) + \frac{C}{T_k^2}\left(\frac{T_k^2 - T^2}{T^2}\right)$$

so müssen für Flüssigkeiten, welche dem Gesetze der correspondirenden Volumina folgen, die Grössen von $\frac{B}{T_k}$ und von $\frac{C}{T_k^2}$ constant sein.

Für Aethyläther ist . . . . $\frac{B}{T_k} = 2,974$; $\frac{C}{T_k^2} = 0,0566$

„ Ameisensäuremethylester ist „ $= 2,970$; „ $= 0,0254$.

Man bemerkt hier keine völlige Uebereinstimmung, weil für die beiden Flüssigkeiten das Gesetz der correspondirenden Volumina nicht in gleichem Grade zutreffend ist.

Es sei uns gestattet, uns auf diese Beispiele zu beschränken.

Ueber Quecksilberdestillirapparate.

Von

A. F. Weinhold.

Der von mir zuerst im Jahre 1873 [1]) und dann mit einigen zum Theil von Bosscha herrührenden Abänderungen wieder 1879 [2]) beschriebene Apparat zur continuirlichen Destillation des Quecksilbers im Vacuum ist von vielen Seiten modificirt worden; zumeist hat man sich bestrebt, den allerdings ziemlich complicirten Apparat zu vereinfachen.

Von diesen Vereinfachungen ist eine, nämlich der Ersatz des Babo'schen Brenners durch ein einfaches, ringförmiges Gasrohr mit feinen Löchern, wie es beispielsweise von Wright [3]) und von Clark [4]) beschrieben, aber auch früher schon in Deutschland mehrfach angewandt worden ist, entschieden empfehlenswerth.

Ob man den Wärmeregulator und den Gasdruckregulatur weglassen darf, wie es von manchen Seiten geschehen ist, das hängt von den örtlichen Gasdruckverhältnissen ab; allgemein zu empfehlen ist diese Vereinfachung nicht.

Der sehr naheliegende und vielfach wiederkehrende Gedanke, die Anbringung einer besonderen Sprengelpumpe dadurch zu umgehen, dass man das Abfallrohr für das Destillat selbst zu einer Sprengelpumpe gestaltet (Weber [5]), Wright, Clark, Morse [6]), Nebel [7]), war begreiflicherweise auch mir frühzeitig gekommen; ein von mir schon im Jahre 1871 oder 1872 construirter Apparat war mit dem von Weber beschriebenen vollkommen identisch. Von anderer Seite hat man auf ein fortgesetztes Auspumpen überhaupt verzichtet und sich damit begnügt, den eigentlichen Destillirapparat einmalig mittels einer Queck-

1) Carl's Repertorium Bd. 9 S. 69.
2) Ebenda Bd. 15 S. 1.
3) Chemical News 1881 p. 311.
4) Philos. Magazins 1884, January p. 24.
5) Carl's Repertorium Bd. 15 S. 52.
6) Chemikerzeitung Jahrg. 9 Abth. 2 S. 964.
7) Diese Zeitschrift 1887 S. 236.

silberluftpumpe auszupumpen und dann das Verbindungsrohr abzuschmelzen oder durch einen Hahn zu schliessen. Wenn aber der Apparat für längere Zeit gut arbeiten soll und das zu destillirende Quecksilber nicht schon sehr rein ist, so ist es unerlässlich, fortgesetzt zu pumpen und zwar kräftiger, als es durch das abfliessende Destillat allein geschehen kann. Geringe Luftmengen, die sich mit dem zutretenden Quecksilber einschleichen und Spuren von Sauerstoff, welche sich bei der Destillation aus oxydhaltigem Quecksilber entwickeln, erfordern zu ihrer Entfernung durchaus ein nicht zu spärliches, fortgesetztes Evacuiren; deshalb ist es durchaus zu rathen, dass man den Apparat mit einer Sprengel'schen oder Töpler'schen Pumpe dauernd versieht. Letztere würde vor ersterer den Vorzug weit rascherer Wirkung beim Ingangsetzen des Apparates haben; ich habe aber die Sprengelpumpe für den vorliegenden Zweck beibehalten, weil sie längere Zeit fortwirkt, was für die möglichst stetige Beseitigung geringer Luftmengen wünschenswerth ist und weil sie in der beschriebenen Form (siehe Citat Anm. 2) den denkbar geringsten Aufwand an Aufmerksamkeit bei der Bedienung erfordert, sobald einmal das Vacuum hergestellt ist. Der Vortheil des raschen Auspumpens beim Ingangsetzen des Apparates ist durch zeitweilige Verbindung mit irgend einer passenden Pumpe leicht zu gewinnen, wenn man den Apparat mit einem Hahne zum Ansatz eines Verbindungsrohres versieht, wie es bei den von R. Götze (Leipzig, Härtelstr. 6) gelieferten Apparaten geschieht.

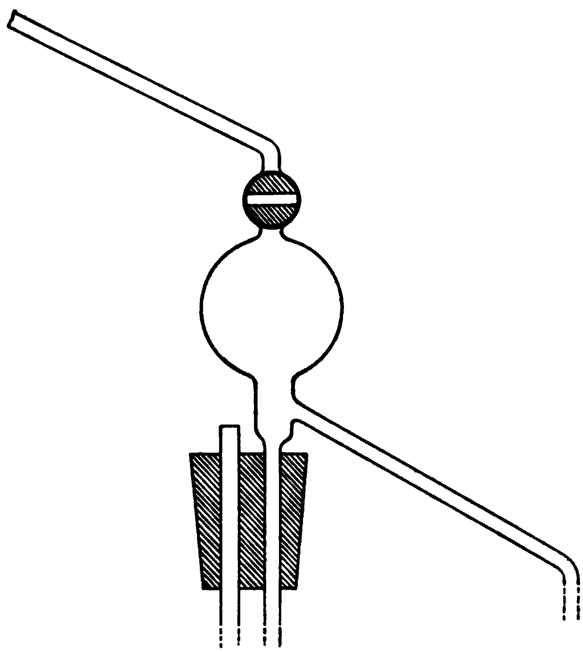
Bei den Apparaten von Weber, Wright, Morse und Nebel liegen das Zuführungsrohr für das unreine und das Abflussrohr für das reine Quecksilber nebeneinander und beide sind fest mit dem Destillationsgefäss verbunden. Dadurch geht nicht nur der Vortheil verloren, dass ein Vorwärmen des zufliessenden Quecksilbers stattfindet, was im Interesse der Erhaltung des Siedegefässes zu wünschen ist, weil das Nachfliessen des Quecksilbers immer etwas ruckweise erfolgt, sondern vor allem auch der wesentliche Vortheil, dass sich das Destillationsgefäss, welches am ehesten der Reinigung bedarf, leicht abnehmen lässt.

Die Zerbrechlichkeit des Apparates ist weniger bedingt durch die Complicirtheit desselben, als durch die Unzerlegbarkeit desselben; ich bin fest überzeugt, dass meine Form des Apparates nicht mehr Geschick und Aufmerksamkeit bei der Bedienung erfordert, als die Nebel'sche; eine Umhüllung des Siedgefässes mit Asbest und Drahtnetz ist bei der einfachen Gestalt meines Siedegefässes durchaus überflüssig.

Empfehlenswerth dürfte es sein, die Verbindung des Destillirapparates mit der Sprengelpumpe anstatt durch einen Kautschukschlauch durch eine federnde Glasröhre mit zwei Schliffstellen zu bewirken.

Die zumeist beliebte Weglassung des Trockengefässes mit Schwefelsäure kann auch nur für den Fall empfohlen werden, dass niemals Quecksilber destillirt wird, welches mit Wasser in Berührung gekommen ist.

Zum Nachfüllen des unreinen Quecksilbers in das Reservoir des Destillirapparates ist die meines Wissens zuerst von Bosscha benutzte Mariotte'sche Flasche entschieden bequemer, als die anfangs auch von mir benutzte Sturzflasche, welche Nebel wieder empfiehlt. Bei sehr unreinem Quecksilber kann es aber vorkommen, dass sich in den Heber der Mariotte'schen Flasche Luftblasen einschleichen, so dass derselbe aufhört zu wirken und dass das Niveau des Quecksilbers im Destillirgefäss bedenklich sinkt, wenn der Apparat lange Zeit unbeobachtet bleibt. (Bei Clark communicirt die Mariotte'sche Flasche nicht durch einen Heber, sondern durch einen an ihrem unteren Theile angesetzten Kautschukschlauch mit dem Reservoir; die Verwendung dieses Schlauches ist nicht ganz unbedenklich.) Ich habe deshalb neuerdings dem Heber oben eine starke Erweiterung mit einem Glashahn zum Ansaugen gegeben; diese Erweiterung füllt sich beim Ansaugen mit Quecksilber und kann eine grössere Menge Luft, als jemals



1/2 nat. Grösse.

wirklich zutritt, aufnehmen, ohne dass der Heber ausser Gang kommt; die Figur zeigt diese Erweiterung mit dem Hahn und dem Saugrohr.

Das Ansaugen erfolgt natürlich erst, nachdem das längere Ende des Hebers in das mit Quecksilber gefüllte Reservoir des Apparates eingetaucht ist. Anstatt mit einem doppelt durchbohrten Pfropfen kann die Mariotte'sche Flasche auch mit einem dicht eingeschliffenen Rohre versehen sein, das bis auf etwa 12 mm Abstand vom Boden der Flasche hinabreicht; der Heber wird dann lose in dieses Rohr hineingesteckt, so dass das Ende seines kürzeren Schenkels auf dem Boden der Flasche aufsteht; das obere Ende des in die Flasche eingeschliffenen Rohres ist so enge, dass es eine sichere Stellung des Hebers sichert, ohne aber dicht zu schliessen, damit die Luft noch Zutritt behält.

Neue Versuche über den galvanischen Lichtbogen[1].

Von

Dr. E. Lecher.

Die Thatsache, dass der scheinbare Widerstand des elektrischen Lichtbogens sehr gross ist und sich mit der Länge kaum ändert, ist lange bekannt, und wurde in verschiedener Weise erklärt. Edlund[2]) und in neuerer Zeit v. Lang[3]) und Arons[4]) nehmen eine elektromotorische Gegenkraft an, welche dem Hauptstrome entgegenwirkt und dadurch die grosse Potentialdifferenz an den beiden Elektroden erzeugt. Ebenso Fröhlich[5]) und Peukert[6]), welche jedoch vor der grossen Zahl von etlichen 40 Volt zurückscheuen und theilweise auch einen Uebergangswiderstand annehmen. G. Wiedemann hingegen spricht in seinem Lehrbuche der Elektricität[7]) die Vermuthung aus, dass der galvanische Lichtbogen möglicherweise eine discontinuirliche Entladung der Elektricität sei, wodurch man gleichfalls zu einer Erklärung der thatsächlichen Verhältnisse gelangt. Schliesslich möchte ich noch einen vierten Punkt erwähnen, welchem vielleicht auch ein gewisser, wenn auch kleiner Antheil an der Constanz der Potentialdifferenz gebührt, nämlich den Umstand, dass die Elektricität zwischen den zwei Spitzen sich räumlich ausbreitet.

Es sind somit vier verschiedene Gründe für die beobachtete, fast constante Grösse der Potentialdifferenz anzuführen, welche entweder einzeln oder vielleicht auch in Combination auftreten können:

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 992 (1887).

2) Pogg. Ann. Bd. 131 (1867), S. 586; Bd. 133 (1868), S. 353; Bd. 134 (1868), S. 250, 337; Bd. 139 (1870), S. 353; Bd. 140 (1870), S. 552. — Wied. Ann. Bd. 15.

3) Sitzungsber. der Wiener Akad. Bd. 91/II (1885), S. 844. Ebenda Bd. 95/II (1887), S. 84.

4) Wied. Ann. Bd. 28 (1887).

5) Elektrotechnische Zeitschrift. Berlin (1883) S. 150.

6) Zeitschrift für Elektrotechnik. Wien (1885) S. 111.

7) Elektricität (1885) Bd. 4 S. 835 u. 855.

1. Elektromotorische Gegenkraft,
2. Uebergangswiderstand,
3. Discontinuirliche Entladung,
4. Räumliche Ausbreitung.

Die Erscheinungen am galvanischen Lichtbogen sind so complicirt, dass ich trotz der folgenden Versuche nicht wage, mich definitiv für eine oder einige der obigen Hypothesen zu entscheiden. Zudem liessen meine experimentellen Hilfsmittel oft zu wünschen, so vor allem die Gramme'sche Maschine, welche mir in den meisten Fällen als Stromquelle diente und welche in Verbindung mit einem Gasmotor von 1 Pferdekraft oft recht inconstant wirkte. Die Versuche dürfen aber gleichwohl die Vermuthung G. Wiedemann's noch wahrscheinlicher und die elektromotorische Gegenkraft Edlund's noch unwahrscheinlicher machen, als sie es von Haus aus waren.

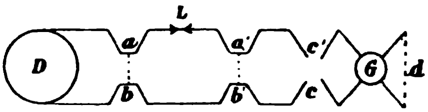
Ein Versuch über die elektromotorische Gegenkraft.

Der Begriff einer elektromotorischen Gegenkraft im Lichtbogen wurde 1867 von Edlund eingeführt. Ich habe bereits an anderer Stelle ausgesprochen, dass a priori das Auftreten einer derartigen Gegenkraft nicht zu vermuthen sei. Edlund meint, dass die mechanische Arbeit, die im Lichtbogen durch das Aufreissen der Pole geleistet wird, eine elektromotorische Kraft erzeuge. Diese Zerreibung der Pole ist eine mechanische Arbeit, die der Strom im Lichtbogen verrichtet. In der Volta'schen Zersetzungszelle leistet der Strom allerdings gleichfalls Arbeit durch Zerlegung der elektrolytischen Bestandtheile. Das bedingt aber noch keineswegs eine elektromotorische Gegenkraft; dieselbe entsteht vielmehr erst dadurch, dass die zersetzten Bestandtheile wieder in ihren unzersetzten Zustand zurückstreben und durch diesen Rückprocess elektromotorisch wirken.

Im Jahre 1868 veröffentlichte Edlund einen Versuch, welcher direct die Wirkung der elektromotorischen Gegenkraft zeigen soll.

Es wurde durch eine passend construirte Wippe die Batterie, welche den Lichtbogen speist, rasch ausgeschaltet und andrerseits ein empfindliches Galvanometer in eine Leitung mit den Elektroden eingeschaltet. Dieses Umwerfen der Wippe beansprucht $^1/_{80}$ Secunde und dann soll nach Edlund der Widerstand des erlöschten Lichtbogens ca. 10 Ohm sein und es soll das Galvanometer auch stets einen dem ursprünglichen entgegengesetzten Strom anzeigen, welcher durch die elektromotorische Gegenkraft des Lichtbogens erzeugt sein soll.

Ich glaube jedoch, dass dieser Versuch Edlund's überflüssig complicirt ist und dass man nach folgender Methode viel leichter und rascher diesen Gegenstrom müsste finden können. In nachstehender Figur bedeutet D die Dynamomaschine, von welcher die Leitung über a zum Lichtbogen L (Kohlenelektroden) führt, von da über a' durch einen Commutator cc' zum Galvanometer G und andrerseits wider von hier durch den Commutator cc' über b' und b zurück zur Maschine. Die



Galvanometernadel ist mit einer passenden Hemmung versehen, so dass sie nur nach einer Seite ausschlagen kann. Die Ablesung erfolgte mit Spiegel und Fernrohr; da jedoch der volle Strom der Maschine die Nadel weit über die Scala hinausgetrieben hätte, war dem Galvanometer ein passender Widerstand d vorgeschaltet. Zunächst wurde der Commutator so gestellt, dass bei brennendem Lichte die Nadel sich frei bewegen konnte und eine genau bestimmte Ablenkung zeigte; hierauf wurde zuerst der Commutator umgelegt; wurde jetzt das elektrische Licht wieder angezündet, so wäre der Ausschlag ebenso gross wie früher, aber in entgegengesetzter Richtung erfolgt, wenn die Nadel nicht durch die Hemmung genau am Nullpunkte zurückgehalten wäre. Ueberdies wird jetzt noch der Nebenschluss d entfernt und es liess sich jetzt nun leicht berechnen, dass der Ausschlag der Nadel ohne Hemmung circa das 5—7fache der ganzen Scala betragen hätte. Wir haben somit in diesem Momente des Versuches in der Leitung einer Dynamomaschine nur eingeschaltet ein elektrisches Licht und ein Galvanometer, welches ohne Hemmung einen sehr bedeutenden Ausschlag geben würde. Jetzt bringe ich die beiden Punkte a und b durch einen kurzen metallischen Contact in Verbindung; die Maschine ist ganz kurz geschlossen und wirkt gar nicht mehr auf die übrige Leitung, die wir auch als ein ganz geschlossenes System betrachten können. Wäre nun in L eine elektromotorische Gegenkraft thätig, so würde der dadurch erzeugte Gegenstrom, unbeeinflusst von der Hemmung, einen Ausschlag des Galvanometers in entgegengesetzter Richtung erzeugen müssen. Leider wird eine derartige Hemmung ebenso wie die anliegende Galvanometernadel ein wenig federn; es wird somit bei diesem plötzlichen Kurzschlusse ein kleiner Ausschlag erfolgen, der aber, selbst wenn wir ihn auf Rechnung einer Gegenkraft setzen würden, höchstens zu einem Werthe von 2 Volt führen würde. Aber selbst gegen diesen kleinen Werth spricht ein weiterer Versuch, dass der Ausschlag gleich bleibt, wenn der Kurzschluss statt bei $a\,b$ bei $a'\,b'$ erfolgt.

Ich halte diesen Versuch nicht für einen absoluten Gegenbeweis gegen die elektromotorische Kraft des Lichtes, denn man könnte ja immerhin sagen, dass der Widerstand des erlöschenden Lichtbogens ein sehr grosser sei. Jedenfalls aber ist obiger Versuch im directen Widerspruche mit dem Resultate Edlund's, weil dieser zwischen dem Erlöschen des Lichtbogens und der Constatirung des Gegenstromes eine unvergleichlich grössere Zeit verstreichen lassen muss, als dies bei meiner Methode geschieht.

Dass bei Erlöschen des Lichtes der Widerstand nur sehr allmählich steigt, kann man aus folgendem einfachen Experimente ersehen. Wenn man nemlich in eine Leitung, die ein elektrisches Licht speist, die primäre Spule eines Rhumkorff so einschaltet, dass das Licht dort brennt, wo im Interruptor beim gewöhnlichen Gebrauche des Apparates die Unterbrechung stattfindet, so erhält man in der secundären Spirale dadurch, dass man die Kohlen langsam abbrennen und auslöschen lässt, keinen Funken, wohl aber bei einem sehr raschen Auseinanderziehen derselben. Der Widerstand steigt im ersteren Falle zu langsam.

Mit Rücksicht auf diese eben geschilderte Erscheinung dürfte obigem Versuche vielleicht doch eine grössere Bedeutung zukommen, als es auf den ersten Blick scheint.

Bereits in der im Jahre 1867 veröffentlichten Arbeit zeigte Edlund dadurch, dass er für den galvanischen Lichtbogen entsprechende Widerstände substituirte, in indirecter Weise, dass die Potentialdifferenz an den beiden Elektroden sich ausdrücken lässt durch eine Formel

$$a + bl,$$

wo a und b zwei Constanten, l die Länge des Lichtbogens bedeutet.

Wenn bl als die gewöhnliche, dem Widerstande entsprechende Potentialdifferenz aufgefasst wird, so kann die Constante a nicht nur durch eine elektromotorische Kraft, sondern auch durch eine Arbeitsleistung erklärt werden, welche der elektrische Strom im Bogen leistet. Ebenso können, wie ich glaube, die neueren Versuche v. Lang's und Aron's auch so gedeutet werden, dass eine bestimmte Energiemenge ein für allemal zur Ueberbrückung der Elektroden verbraucht wird[1]).

Ist die Potentialdifferenz der Elektroden von der Temperatur abhängig?

v. Lang hat die Potentialdifferenz verschiedener Elektroden mittels eines Voltmeters (Galvanometers von grossem Widerstande) bestimmt und glaubt, dass diese Potentialdifferenz oder, wie er sich ausdrückt, die elektromotorische Gegenkraft eine Uebereinstimmung mit dem Schmelzpunkte des Elektrodenmaterials zeige. Nun kann man aber ebenso behaupten, dass die Metalle im Lichtbogen bis fast zu ihrem Schmelz-

---

1) Ueber eine Anordnung, welche auch in Bezug auf obige Verhältnisse grosses Interesse bietet, siehe Hertz, Wied. Ann. Bd. 19 S. 797.

punkte, jedenfalls aber nie weit darüber hinaus erhitzt werden, und dass daher die Potentialdifferenz der Elektroden direct durch ihre Temperatur bestimmt werde. Dabei fällt auch die Ausnahmsstellung, welche Silber zeigt, weg.

In der That fand ich, dass künstliche Temperaturänderungen die Potentialdifferenz oft ziemlich bedeutend ändern können. Ich habe zu dem Zwecke drei verschiedene Methoden angewendet.

Methode 1. Die beiden Elektroden stehen sich horizontal in einer Linie gegenüber und können mit Hilfe passender Schrauben einander beliebig genähert werden. Die eine Elektrode ist zur Erde abgeleitet und die andere führt zur Lemniscate eines Thomson'schen Elektrometers, dessen zwei Quadrantenpaare mit Hilfe einer kleinen Batterie auf + 25 Volt, resp. — 25 Volt. geladen waren. Der Ausschlag des Elektrometers hat so die passende Grösse und ist überdies dem Potentiale der Lemniscate proportional. Geaicht wurde das Elektrometer vor und nach jedem Versuche mit 50 kleinen Elementen, deren Werth nach einem Clarkeelement bestimmt war. Es wird somit die Potentialdifferenz der Elektroden direct elektrometrisch abgelesen.

Die zur Erde abgeleitete Elektrode kann mittels eines Gasgebläses erwärmt werden.

Methode 2. Wie früher; nur sind beide Elektroden bis knapp an ihre Spitze sehr dick mit dünnem Kupferdraht umwickelt, um durch die Leitung desselben eine Abkühlung hervorzubringen.

Methode 3. Die Elektroden stehen senkrecht übereinander und die untere taucht bis auf ihre Spitze in ein grosses Quecksilberbad, wodurch sie beträchtlich gekühlt wird. Das Quecksilber selbst ist mit einer dünnen Wasserschichte bedeckt, um die schädliche Wirkung aufsteigender Quecksilberdämpfe zu mindern.

Kohlenelektroden (5,5 mm Durchmesser). Die nach diesen drei Methoden erreichten Resultate sind bei Kohle am auffallendsten.

Ich werde die einzelnen Messungen nicht in Tabellen mittheilen, sondern der grösseren Uebersichtlichkeit wegen nur die wichtigsten Resultate im Mittel angeben. Ebenso sei ein für allemal erwähnt, dass die Stromstärke, die ausgiebig zu ändern ich nicht im Stande war, immer auch bei andern Versuchen auf ca. 5 Ampère erhalten wurde.

Stehen die Kohlen einander in einer Entfernung von 2 mm horizontal gegenüber, so ist die Potentialdifferenz ca. 42 Volt, beim Erwärmen der negativen kälteren Elektrode steigt diese Potentialdifferenz bis auf 52 Volt; beim Erwärmen hingegen der positiven Elektrode auf 48 Volt. Diese letzteren Zahlen sind die äussersten erreichten Grenzwerthe und sind sehr abhängig von dem Grade der Erwärmung, d. h. von der Regulirung des Gaszuflusses beim Gasgebläse.

Stellt man die Kohlen senkrecht übereinander, so ist, da jetzt die untere Kohle stets die obere erwärmt, die Potentialdifferenz von vornherein eine grössere, und zwar wenn die positivere Kohle oben ist, etwa 47 Volt, wenn sie unten ist, 46 Volt; wird die untere Kohle durch Quecksilber gekühlt, so ist die Potentialdifferenz 43, wenn es die negative und, sehr angenähert 41, wenn es die positive ist. Letztere Zahl gilt ebenso wie alle übrigen für eine Elektrodendistanz von 2 mm, ist aber nicht direct, sondern durch Extrapoliren bestimmt, da im letzteren Falle, d. h. bei Kühlung der positiven (heissen) Kohle der Lichtbogen in dieser Distanz nicht mehr ruhig brennt. Zu erwähnen wäre hier noch, dass die durch Quecksilber gekühlte Kohle nicht wie gewöhnlich spitzig und kegelförmig zubrennt, sondern sich ziemlich flach abstumpft, während die obere Kohle eine Spitze bildet, die mit einem kleinen blätterförmigen Schirm sich umkränzt. Letzte Erscheinung dürfte vielleicht auf eine Wirkung der Wasserdämpfe sich zurückführen.

Am auffallendsten zeigt sich die Wirkung der Abkühlung, wenn man beide Elektroden dick mit Kupferdraht umwickelt, so dass nur die brennenden Spitzen hervorsehen; die Potentialdifferenz sinkt dann bis auf 35 herunter.

Wollte man für die untersuchten Fälle die Resultate durch die Formel $a + b\,l$ ausdrücken, so hätte man (l in Millimetern):

für horizontale Elektroden	ohne Kühlung	$33{,}0 + 4{,}5\,l$ Volt
„ verticale „	ohne Kühlung	$35{,}5 + 5{,}7\,l$ „
„ horizontale „	mit Kupferkühlung	$25{,}0 + 5{,}0\,l$ „

als Potentialdifferenz der Elektroden. Diese Formel gibt im ersten und zweiten Falle Abweichungen von der Beobachtung bis zu $\pm$ 1,5 Volt, im dritten bis zu $\pm$ 3 Volt. Es ist somit experimentell zweifellos gemacht, dass die Potentialdifferenz bei Kohlen von der Temperatur derselben abhängt. Damit stimmt auch die Thatsache überein, dass dickere Kohlenstäbe, welche sich weniger stark erwärmen als dünne, eine geringere Potentialdifferenz zeigen.

Platinelektroden (5 mm Durchmesser). Horizontale Platinelektroden zeigen bei der Distanz von 2 mm ca. 35 Volt; sind sie beide sorgfältig mit Kupferdraht umwickelt, welcher zwar in der Nähe der Spitzen mit den Elektroden zusammenschmilzt, dieselben aber doch einige Millimeter frei vorstehen lässt, so sinkt die Potentialdifferenz auf 26.

Mit Quecksilberkühlung gelang es mir leider nicht, brauchbare Resultate zu erzielen. Ebenso habe ich der Kostbarkeit des Materials wegen, weil beim gleichzeitigen Erhitzen durch ein Gasgebläse das Platin ziemlich rasch abtropfte, auf die Untersuchung des Einflusses der Erwärmung verzichten müssen, doch halte ich es nach den von mir gemachten Erfahrungen für kaum zweifelhaft, dass die Resultate analoge sein werden, wie bei Kohle.

Für horizontale Platinelektroden ergibt sich

$$28{,}0 + 4{,}1\,l \pm 1{,}8 \text{ Volt.}$$

Mit Kupferkühlung werden die Resultate sehr unsicher.

Eisenelektroden (5,5 mm Durchmesser). Bei diesem Materiale war es mir unmöglich, brauchbare Resultate zu erzielen. Es schien mir zwar beim Erwärmen die Potentialdifferenz zu steigen und beim Kühlen durch Kupferdrahtleitung zu sinken, doch liegen diese Differenzen innerhalb der Beobachtungsfehler. Ganz unmöglich war es, Eisen mittels des Quecksilberbades zu kühlen, denn dann wuchsen aus der oberen ungekühlten Elektrode, sowohl während des Versuches, als ganz besonders nach Oeffnen des Stromes ganze Knorpeln und Knollen hervor. Die Potentialdifferenz horizontaler Elektroden ist

$$20 + 5l \pm 3 \text{ Volt.}$$

Kupferelektroden (4,4 mm Durchmesser). Die Temperatur ist hier schon eine so tiefe, dass nur der Einfluss der Erwärmung untersucht wurde. Die Potentialdifferenz bei 2 mm Distanz ist ca. 26 und steigt beim Erwärmen der einen Elektrode auf etwa 28 Volt, und zwar wahrscheinlich etwas mehr beim Erwärmen der negativen, als wie beim Erwärmen der positiven Elektrode.

Ich habe die Erwärmung auch dadurch zu erreichen gesucht, dass ich an eine gewöhnliche Kohlenelektrode vorne ein 1 cm langes, gleich dickes Kupferstück anschraubte; doch ist mit dieser Anordnung nichts zu erreichen, da der grossen Hitze wegen (die Wärme der Kupferelektroden bleibt der schlechten Ableitung wegen concentrirt) das Kupfer rasch abtropft.

Silberelektroden (4,9 mm Durchmesser). Bei 2 mm Entfernung ist die Potentialdifferenz zweier horizontal gegenüberstehender Silberstäbe ungefähr 20 Volt und steigt beim Erhitzen der positiven auf 23, beim Erhitzen des negativen Poles auf 28 Volt.

Bei Silber sowohl als bei Kupfer erscheint das constante Glied sehr klein, es ist z. B. für Silber $a = 8$ und $b = 6$; doch sind gerade bei diesen zwei Metallen meine Messungen weniger zahlreich.

Es wird noch eine grosse Reihe von Methoden geben, um den Einfluss der Temperatur zu studiren, so kann man z. B. die eine Kohle horizontal stellen und die andere senkrecht darüber, je nachdem die untere Spitze der senkrechten Elektrode über dem Anfange oder über der Mitte der Horizontalelektrode steht, müssten die Werthe sich ändern. Es zeigt sich hier aber eine grosse Schwierigkeit in der Bestimmung der Entfernung der Elektroden. Ueberdies habe ich noch die untere Horizontalelektrode langsam unter der senkrechten hin- und hergeschoben oder auch um ihre Längsachse rotiren lassen; doch sind auch hier die Resultate sehr schwankende, weil der Lichtbogen durch das Bewegen der Elektroden mechanisch sehr alterirt wird.

Letzteren Versuch machte ich, um ein Analogon für das Zischen des Bogens zu schaffen. Dieses Zischen des Bogens erklärt sich nämlich, wie ich glaube, durch folgende Hypothese, in Ermanglung einer besseren (mir wenigstens ist überhaupt keine andere bekannt), ziemlich ungezwungen; wird der Strom zu stark (nähert man die Elektroden einander zu sehr), so geht die Entladung, wenn eine Stelle zu warm geworden, fortwährend sprungweise an anderen kälteren Stellen über, durch welches Hin- und Herspringen ein Ton entsteht und zugleich durch Inanspruchnahme der kältern Partien die Potentialdifferenz fällt.

Weil die in diesem Kapitel beschriebenen Versuche ohne Ausnahme eine Abhängigkeit der Potentialdifferenz von der Temperatur anzeigen, so glaube ich zum Aussprechen folgender Vermuthung berechtigt zu sein: Es hängt auch bei verschiedenen Elektroden die Potentialdifferenz nicht so sehr von der Substanz dieser Elektroden, als wie von der allerdings durch die Substanz bedingten Temperatur ab. Ich selbst war nicht in der Lage, Temperaturbestimmungen der Elektroden direct vorzunehmen. Es wäre aber eine diesbezügliche Untersuchung gewiss von grossem Interesse.

Einige Versuche über das Innere des Lichtbogens.

Ueber den Potentialverlauf im Innern des Bogens existiren bis jetzt, soweit mir bekannt, keine Versuche. Ich will daher einige allerdings vielleicht nicht ganz einwurfsfreie Zahlen mittheilen. Ich steckte nämlich direct in den Lichtbogen hinein einen kleinen Kohlenstift, $1\frac{1}{5}$ mm dick, welcher senkrecht so gegen die Elektroden stand, dass sein Ende genau in der Mitte des Lichtbogens sich befand. Das Ende dieses Stiftes spitzte sich in der Hitze von selbst zu. Dieser Stift stand in Verbindung mit dem Elektrometer. Die eine Elektrode war zur Erde abgeleitet, so dass das Elektrometer direct das Potential des Ortes des Kohlenstiftes annehmen muss.

Durch Vorversuche überzeugte ich mich zuerst (an Eisen, Platin und Kohle), dass das Einführen des Stiftes die Potentialdifferenz der Elektroden nicht bedeutend ändert.

Bei Kohlenelektroden zeigte sich, wenn der Stift in Berührung mit der nicht abgeleiteten negativen Elektrode war, ein Potential von etwa 46 Volt, welcher Werth der Potentialdifferenz der Elektroden entspricht. War die Spitze des Stiftes aber nicht in Berührung mit der positiven Elektrode, so konnte man dieselbe längs dem ganzen Lichtbogen entlang führen, ohne dass das Potential von etwa 36 Volt sich stark änderte. Es macht somit das Potential im Kohlenlichtbogen einen doppelten Sprung; der Widerstand des Lichtbogens erscheint sehr klein, viel kleiner, als er nach der gewöhnlichen Deutung der Constante b (in der früheren Formel $a + b\,l$) hätte erscheinen müssen. Der Lichtbogen hatte bei diesen Versuchen mindestens eine Länge von 2,5 mm und das entspräche einem Potentialgefälle von 10 Volt, welches innerhalb des Lichtbogens selbst sich hätte zeigen müssen und welches bei seiner Grösse gewiss nicht hätte übersehen werden können. Des ferneren ergibt sich die interessante Thatsache, dass die gesammte Potentialdifferenz sich zusammensetzt aus zwei Theilen; es findet nämlich unmittelbar an der positiven heisseren Elektrode ein Potentialsprung von 36, an der negativen kälteren ein solcher von 10 Volt statt.

Bei umgekehrter Stromrichtung zeigt dem entsprechend der Stift nur ein Potential von 10 Volt; es ist somit auch hier die Potentialdifferenz einer einzelnen Elektrode gegen den Lichtbogen von der Temperatur abhängig.

Die Resultate bleiben die gleichen, wenn man statt des Kohlenstiftes einen kleinen Platinstift in den Bogen einsenkt, nur zeigt sich hier der Missstand, das das Platin rasch abschmilzt.

Ein fernerer Uebelstand, welcher mir das gewonnene Resultat nur als ein provisorisches erscheinen lässt, liegt darin, dass man die eingesenkte Spitze eine ziemlich grosse Strecke senkrecht aus dem Lichtbogen herausziehen kann, ohne dass das Potential dieser Spitze sich wesentlich ändert. Wir haben somit durch Einsenken eines derartigen Prüfstiftes nicht einen Punkt, sondern den Mittelwerth einer senkrecht zur Stromesrichtung liegenden Linie elektrometrisch gemessen. Gleichwohl aber deutet die eben geschilderte Erscheinung darauf hin, dass die räumliche Ausbreitung des Lichtbogens eine ziemlich beträchtliche ist.

Diese bei Kohle beobachtete einseitige Potentialdifferenz fand ich aber nicht bei Platin, Eisen, Silber oder Kupfer. Das Potential des innern Lichtbogens liegt ziemlich in der Mitte zwischen den Potentialen der beiden Elektroden; vielleicht liegt der Grund darin, dass die Temperaturen der Elektroden weniger sich voneinander unterscheiden, als bei Kohle, vielleicht auch darin, dass sonstige noch nicht studirte Erscheinungen des Ueberganges von Elektricität oder Erscheinungen von Influenz stark glühender Körper hindernd sich geltend machen. Wäre ein Uebergangswiderstand an den Elektroden vorhanden, so müsste derselbe sich in Zusammenhang bringen lassen mit Erscheinungen, welche Guthrie [1]) auf einem allerdings andern Gebiete studirte und welche neuerdings von verschiedenen Forschern weiter ausgearbeitet

1) Phil. Mag. (4) 46, p. 257, (1873).

worden, ohne dass sie jedoch ihre Arbeiten in gegenseitigen Zusammenhang gebracht hätten.

Noch eine Bemerkung möchte ich hier anschliessen, welche sich mir bei Betrachtung des Lichtbogens aufdrängte.

In den meisten Fällen, besonders auffallend aber bei Silber- und Kupfer-Elektroden, scheint die Hauptrichtung der Convection von der negativen zu der positiven Elektrode zu führen. Die Lichterscheinung pfnaust so heftig aus der negativen Elektrode heraus, dass z. B. ebensowohl die Metalldämpfe als auch von unten aufsteigender Rauch heftig in dieser Richtung fortgeschleudert werden. Bei Platin, Eisen und Kohle ist die Erscheinung weniger ausgeprägt, dass aber auch hier ein Strömen der Materie von der negativen zur positiven Elektrode stattfindet, beweisen, wie ich glaube, wenigstens für Kohle die Versuche von Dewar[1]), welche direct manometrische Druckunterschiede nachweisen.

Ich will von meinen vielen Notizen über das Aussehen des Bogens bei verschiedenen Elektroden keine mittheilen, da bei der Mannigfaltigkeit der Erscheinung ein einheitlicher Gesichtspunkt noch mangelt; ich will nur noch eine, wie ich glaube, wichtige Thatsache erwähnen; wenn man nämlich das von den Elektroden ausgestrahlte Licht abblendet, um den Lichtbogen selbst besser sehen zu können, so zeigt sich, dass die Breite desselben in der Mitte eine verhältnismässig sehr grosse ist. Es strömt somit die Elektricität nicht nur direct von einer Elektrode zur andern über, sondern auch in immer mehr sich ausbauchenden Stromlimen. Wäre diese Ausbreitung eine vollkommen räumliche, so würde der Widerstand nur an beiden Elektrodenflächen liegen und die Potentialdifferenz derselben unabhängig sein von ihrer Entfernung. Auf jeden Fall wird die räumliche Ausbreitung des Lichtbogens bei einer Erklärung seines Widerstandes einmal mit in Rechnung gezogen werden müssen, wenn dieser Einfluss vielleicht auch als nicht bedeutend sich herausstellt.

Ueber die Discontinuität des Lichtbogens.

Diese, wie ich glaube, zuerst von G. Wiedemann[2]) vermuthete Anschauung, dass das Ueberfliessen der Elektricität im Lichtbogen ein stossweises sei, hat von vornherein etwas ungemein Bestechendes, und ein weiteres Eingehen in die thatsächlichen Verhältnisse lässt diesen Gedanken noch wahrscheinlicher werden. Jedenfalls müssen, da der rotirende Spiegel den Lichtbogen nicht in Theilbilder zerlegen kann, die einzelnen Entladungen sehr rasch aufeinander folgen. Auch die

---

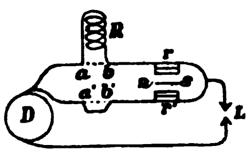
1) Chem. News 45, p. 37 (1882), Beibl. 6 p. 512.

2) Elektricität 1885 Bd. 4 S. 835 u. 855.

sonstigen ersten Versuche, die ich anfänglich anstellte, liessen eine Discontinuität der Erscheinung nicht erkennen. Weder Dynamometer noch Telephon gaben in den verschiedensten Schaltungen positive Resultate. Allerdings kann die Anwendung des Telephons sehr leicht zu Täuschungen Anlass geben, da im Strom einer Dynamomaschine Töne von sehr hohen Schwingungen vorkommen, welche aus der Rollenanzahl, Bewicklungsart und Umdrehungsgeschwindigkeit dieser Maschinen schwer erklärlich sind.

Diese Fehlerquelle wurde durch Anwendung einer Bunsenbatterie eliminirt und dann blieben die Versuche bei Kohlenelektroden und nicht zischenden Lichtbogen stets negativ.

Auch folgende Versuchsanordnung, welche ich gleichfalls leider nur mit Kohlenelektroden anstellte, liess ein Stossen des Stromes nicht erkennen. Es ist in nebenstehender Figur der Draht, welcher den Strom von der Dynamomaschine D zum Lichtbogen L führt, in zwei Theile getheilt. Jeder dieser Theile enthält eine Galvanometerrolle rr', welche in entgegengesetztem Sinne auf die Galvanometernadel ns wirken. Durch Aufheben des Schlüssels ab kann eine (Rhumkorff)-Rolle von sehr grosser Selbstinduction und geringem Widerstande eingeschaltet werden, während $a'b'$ einen ebenso grossen geraden Widerstand öffnet. Zunächst sind ab und $a'b'$ zu und es werden die Rollen r und r' so gestellt, dass die Galvanometernadel (für Spiegelablesung) in Ruhe bleibt. Die Stromvertheilung zwischen diesen beiden Zweigen würde bei Aufheben von ab und $a'b'$, wenn der Strom continuirlich ist, nicht geändert, hingegen müsste bei rasch aufeinander folgenden Stössen wegen der grossen Selbstinduction in R ein grösserer Theil durch die andere Zweigleitung fliessen. Die Nadel zeigte aber keinen sicheren Ausschlag. Entweder weil der Strom continuirlich ist oder weil die einzelnen Entladungen zu rasch aufeinander folgten. Da jedoch die Galvanometernadel bei diesem Versuche sehr unruhig war und überdies vielleicht die Selbstinduction der Galvanometerrollen das Resultat stören konnten, probirte ich noch zwei andere Methoden, welche der schönen Arbeit von H. Hertz: „Versuche über Glimmentladung“ [1]) die eine der Idee nach, die andere direct entnommen waren.

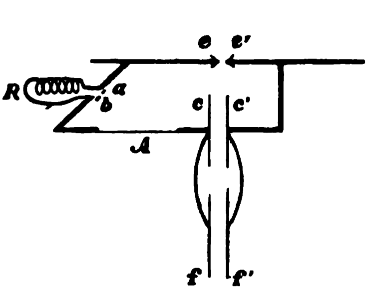


Der eine Pol des elektrischen Lichtes war zur Erde abgeleitet und vom andern Pole führten zwei kurze metallische Leitungen direct zur Lemniscate und zum einen Quadrantenpaar eines Thomson'schen Elektrometers, während eben dieselbe Elektrode überdies noch mittels

1) Wied. Ann. (1883) Bd. 19 S. 782.

der secundären Rolle eines sehr grossen Rhumkorff-Apparates mit dem zweiten Quadrantenpaar in Verbindung stand. Wenn das Potential an der Elektrode sich sehr rasch ändert, so wird infolge der grossen Selbstinduction das eine Quadrantenpaar mit einem constanten Mittelwerth dieses Potentials geladen; das andere Quadrantenpaar aber und die Lemniscate werden in Uebereinstimmung mit der Elektrode stets gleichzeitig dasselbe Potential haben, welches sehr rasch um diesen Mittelwerth herumschwankt. Da sie somit stets mit gleichnamiger Elektricität, wenn auch in wechselndem Betrage, gefüllt sind, so müsste stets ein Ausschlag nach ein und derselben Richtung erfolgen. Trotzdem die Scala in fünf Meter Entfernung von dem Elektrometer aufgestellt war, zeigte sich weder bei Elektroden von Kupfer, Silber, Eisen, Kohle oder Platin irgend ein Ausschlag. Der Grund hievon dürfte mit Berücksichtigung des sogleich zu schildernden Versuches wahrscheinlich darin gelegen sein, dass die Amplituden der Potentialschwankungen zu geringe sind.

Folgende Methode hingegen ist überaus empfindlich und gab dem entsprechend auch ein in gewisser Beziehung positives Resultat. Ich bediente mich dabei eines Apparates, welchen ich entsprechend den Angaben von Hertz construirte; ein sehr dünner Messingdraht, $1/30$ mm Durchmesser und von 50 cm Länge war horizontal ausgespannt, wobei das eine Ende fix an einer Mikrometerschraube sass, während das andere Ende mit einer Kupferspirale verbunden war. Knapp an letzterem Ende war der Messingdraht um eine verticale Stahlachse (Durchmesser 1,5 mm) einmal herumgewickelt. Die Stahlachse, welche oben und unten in gut gearbeiteten Messinglagern ruhte, trug einen kleinen Ablesespiegel. Wenn durch den horizontalen Messingdraht ein schwacher Strom hindurchfloss, so verlängerte sich der Draht infolge der Erwärmung und die Spiegelrotation zeigte an der 5 m entfernten Scala eine entsprechende Ablenkung. Während die eine Elektrode e', wie in nebenstehender Figur ersichtlich, direct mit der einen Platte eines Condensators c' (ein Mikroforad) verbunden wurde, war in die Leitung, welche die Elektrode e mit der andern Condensatorplatte c verband, einmal das eben geschilderte Apparatchen A und überdies noch die primäre Spule eines grossen Rhumkorff-Apparates R (Widerstand $= 0{,}02\ \Omega$) eingeschaltet; ab ist ein dicker Metalldraht, welcher den Rhumkorff rasch aus- oder einschalten lässt.



Es sei zunächst ab metallisch geschlossen, dann wird, wenn das Potential an e und e' rasch vibrirt, der Condensator rasch hintereinander so geladen und entladen, dass die den dünnen Messingdraht durchzuckenden Ströme einen Ausschlag geben müssen.

Silber- und Kupfer-Elektroden geben bei keiner Länge des Lichtbogens einen Ausschlag.

Kohlenelektroden geben einen Ausschlag von etlichen 40 mm und mehr, wenn der Lichtbogen zischt; sowie aber die Distanz etwas grösser wird und der Lichtbogen zu zischen aufhört, verschwindet der Ausschlag sofort. Wenn selbst bei grösserer Distanz der Lichtbogen plötzlich zu zischen anfängt, erscheint plötzlich ein Ausschlag. Wenn ich neben den ersten Condensator cc' einen zweiten ff' parallel schaltete, stieg der Ausschlag auf das Doppelte. Durch Einschalten des Rhumkorff's (Aufheben von ab) verschwand jeder Ausschlag sogleich. Es folgen somit, was auch aus dem Misslingen sämmtlicher früher geschilderten Methoden hervorgeht, die Potentialschwankungen so rasch aufeinander, dass die Selbstinduction der Rolle R die einzelnen Stromwellen vollkommen glättet.

Bei Eisenelektroden tritt schon bei grosser Distanz ein Ausschlag ein, und wenn man die Elektroden einander langsam nähert, geht die Scala rasch aus dem Gesichtsfelde hinaus. Es ist gewöhnlich auch nicht möglich, die beiden Eisenspitzen im Lichtbogen bis zur Berührung zu bringen, da bereits vorher das Licht mit einem leisen Knall verlöscht. Bei Einschaltung des Rhumkorff erfolgt weder ein Ausschlag, noch verlöscht das Licht, wenn man auch die Eisenspitzen bis zur Berührung bringt.

Noch auffälliger werden die Versuche bei Anwendung von Platinelektroden. Die Erwärmung des dünnen Messingdrahtes ist hier so gross, dass er gewöhnlich an irgend einer Stelle abschmilzt. Ich habe daher die beiden Elektroden direct durch einen dicken Draht mit den beiden Condensatorflächen verbunden. In einer Entfernung von 3 mm brennt der Lichtbogen ganz ruhig, nähert man nun die beiden Platinelektroden einander noch so allmählich, so verlöscht das Licht bei einer Elektrodendistanz von etwa $1\frac{1}{2}$ mm mit einem lauten Knall, und es ist unmöglich, die beiden Platinelektroden durch einen Lichtbogen zu entzünden. Doch geht das natürlich ganz leicht, wenn man die Condensatoren entfernt, es gelingt aber ebenso leicht, wenn man in die zum Condensator führende Leitung die primäre Spule des Rhumkorff-Apparates einschaltet. Wenn im letzteren Falle die Platinelektroden in einer Entfernung von 1—2 mm ganz ruhig leuchten, so genügt ein einfaches Ausschalten des Rhumkorffs (durch Ueberbrücken von ab), um den Lichtbogen momentan mit einem lauten Knall zu verlöschen.

Aus dem Vorangehenden scheint somit hervorzugehen, dass mindest bei Eisen- und Platinelektroden der Strom stossweise durch den Lichtbogen hindurchgeht; durch das Einschalten des Condensators muss nach jeder Entladung dieser Condensator frisch gefüllt werden, und es scheint, als ob dadurch das Entladungstempo soweit verzögert wird, dass der Lichtbogen verlöschen muss. Diese Wirkung dürfte wahrscheinlich durch die Oscillationen, wie sie bei Condensatorentladungen auftreten, wesentlich verstärkt werden. Eine weitere Verstärkung scheint auch durch die Wirkung der Extraströme der Dynamomaschine erzeugt zu werden, denn, wenn auch bei Anwendung einer entsprechenden Bunsenbatterie alle die geschilderten Erscheinungen in gleicher Weise stattfanden, so schien mir doch in letzterem Falle der Knall beim Aufhören des Lichtbogens minder intensiv.

Wenn man zwischen Condensator und Elektrode die primäre Spule eines Rhumkorff einschaltet und durch die Selbstinduction dieser Rolle das stossweise Laden und Entladen des Condensators verhindern kann, so müssen auch in der secundären Rhumkorff-Spirale Inductionswirkungen sich nachweisen lassen, und in der That springen zwischen den Enden derselben, wenn man dieselben gehörig (bis auf Bruchtheile eines Millimeters) nähert, bei brennendem Lichtbogen ganz kleine Funken continuirlich über.

Eine weitere Anwendung dieser Methode gestattet schliesslich noch zu entscheiden, welcher der beiden Pole an dieser discontinuirlichen Entladung den Hauptantheil hat, und da ergeben sich folgende Resultate.

Bei der zischenden Kohle ist es der positive Pol, denn man kann einer positiven Kohle als negativen Pol wieder eine Kohle oder auch Kupfer oder Silber gegenüberstellen, es bleibt die frühere geschilderte Erscheinung sichtbar. Wenn man bei diesen Combinationen und einer Anordnung, wie sie in der Figur auf Seite 806 geschildert ist, die Elektroden soweit nähert, dass Zischen eintritt, so zeigt in eben demselben Momente auch der Spiegel des früher geschilderten Apparatchens einen Ausschlag an. Derselbe bleibt jedoch bei grösseren Elektrodendistanzen aus. Ebenso ist, wenn man den Strom umkehrt, d. h. die Kohle in den eben geschilderten Combinationen zum negativen Pole macht, absolut kein Ausschlag zu sehen, selbst wenn man die Elektroden bis zum Verlöschen des Lichtbogens zusammenschiebt.

Interessant ist die analoge Untersuchung von Eisen und Platin; dieselbe ergibt nämlich genau das entgegengesetzte Resultat; nur kann man hier, besonders bei Platin, das früher benutzte Apparatchen weglassen. Wenn man einer positiven Platinelektrode eine solche von Kohle, Kupfer oder Silber gegenüberstellt, und die beiden Elektroden je mit den Condensatorplatten direct kurz verbindet, so brennt der Lichtbogen bei Distanzen von einigen Millimetern fast ebenso, wie bei ganz kleinen Entfernungen; man kann die Elektroden oft bis zur Berührung zusammenschieben, ohne etwas Auffälliges zu bemerken. Kehrt man jedoch die Stromrichtung um, d. h. macht man in obigen Combinationen und bei sonst ganz gleicher Anordnung Platin zum negativen Pole, so verlöscht das Licht, wenn man die Elektroden langsam gegeneinander schraubt, plötzlich mit einem Knalle, es ist unmöglich, bei etwa 1 mm Elektrodendistanz den Lichtbogen zu entzünden. Das Einschalten des Rhumkorffs vernichtet diese Erscheinung, dafür zeigt aber ein kleiner Funke das Auftreten der Inductionswirkung in der secundären Spirale an; ebenso wie Platin, nur minder auffällig, verhält sich Eisen.

Die in diesem Kapitel geschilderten Entdeckungen bedürfen noch weiterer, vor allem quantitativer Untersuchungen, bevor sie ein sicheres Fundament zur Aufstellung einer neuen Hypothese werden könnten. Gleichwohl glaube ich jetzt schon folgende Vermuthung als ziemlich wahrscheinlich hinstellen zu können. Der Uebergang der Elektricität im galvanischen Lichtbogen ist ein discontinuirlicher, bei Kupfer- und Silberelektroden erfolgen die einzelnen Stösse wahrscheinlich so schnell, dass sie sich factisch nicht mehr nachweisen lassen. Die Anzahl der einzelnen Stösse ist bei Eisen und vor allem bei Platin eine bedeutend kleinere, und man kann daher mit den bis jetzt angewandten Hilfsmitteln die Erscheinung hier bereits constatiren. Die Entladungen gehen vom negativen Pole aus. Eine weitere Muthmaassung, warum diese Intermittenz bei den schwerer schmelzbaren, oder, vielleicht besser ausgedrückt, bei den schwerer flüchtigen Metallen eine langsamere ist, scheint mir einstweilen noch verfrüht. Nach den bis jetzt gemachten Versuchen scheint die Kohle trotz der hohen Potentialdifferenz von Kohlenelektroden in Bezug auf die Discontinuität des Lichtes dem Kupfer und Silber näher zu stehen, als dem Eisen und Platin, denn ich glaube mit einiger Berechtigung, die früher nachgewiesene Intermittenz beim Zischen, da dieselbe am positiven Pole ihren Sitz hat, nicht mit den Erscheinungen bei Eisen und Platin identificiren zu sollen.

Die positiven Ergebnisse dieser Arbeit sind:

1. Eine elektromotorische Gegenkraft ist direct durch einen Rückstrom noch nicht nachgewiesen.

2. Die Potentialdifferenz der Elektroden ist abhängig von ihrer Temperatur.

3. Ist die negative Elektrode Eisen oder Platin, so ist die Entladung discontinuirlich.

Eine einfache Methode zur Vergleichung magnetischer Felder[1]).

Von

H. Luggin.

Schwingt ein Leiter in einem magnetischen Felde, so wird durch die im Leiter inducirten Ströme eine dämpfende Kraft hervorgebracht, welche mit der zweiten Potenz der Kraft des Feldes in geradem Verhältnisse steht. Bei constanter Schwingungsdauer ist diese zweite Potenz dem logarithmischen Decremente der Schwingungen proportional. Diese Beziehung schien mir ein einfaches Mittel zur Vergleichung homogener magnetischer Felder zu bieten, und ich beschloss, diesbezüglich eine Probe anzustellen.

Als schwingenden Leiter wählte ich ein Guldenstück, das zwischen den platten, 6 cm breiten, 11 cm hohen und 3,5 cm voneinander abstehenden Polschuhen an zwei Coconfäden so aufgehängt war, dass seine Seitenflächen vertical standen und in der Ruhelage den Kraftlinien parallel waren; das Letztere liess sich leicht durch Drehen am Torsionskopfe erreichen. Eine Drehung des Kopfes aus der Nullstellung und wieder in dieselbe zurück erzielte Schwingungen um eine verticale Achse. Da aber die Münze sich im magnetischen Felde fast aperiodisch einstellte, wurden vorne und rückwärts sehr dicke Glasplatten aufgekittet und darüber Ablesespiegel befestigt, von denen der eine das Bild einer Scale in ein Fernrohr warf und so die Beobachtung der Umkehrpunkte ermöglichte, durch welche sich das Dämpfungsverhältnis bestimmt. Die Ströme im Elektromagneten wurden mit einer 3,6 m entfernt aufgestellten Wiedemann'schen Bussole gemessen; Herr Assistent Jaumann hatte die Freundlichkeit, diese Ablesungen zu besorgen, wofür ich ihm bestens danke. Vor jeder Messung wurde der Silbergulden zum Schwingen gebracht, hernach der Strom geschlossen, und Stromstärke und Dämpfungsverhältnis — beide aus Umkehrpunkten — gleichzeitig beobachtet.

Das Ergebnis der Messungen lässt sich mit grosser Annäherung dahin zusammenfassen, dass die Kraft des Feldes der Stromstärke pro-

---

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus Wiener Akad. Bd. 95 S. 646 (1887).

portional war. In der folgenden Tafel, welche die einzelnen Versuchsresultate enthält, bedeuten n die auf die Tangente reducirten Scalenausschläge der Wiedemann'schen Bussole, welche wegen der störenden Wirkung des Elektromagneten noch mit einem Correctionsgliede versehen werden mussten, und λ ist das logarithmische Decrement der Schwingungen in Brigg'schen Logarithmen, vermindert um das durch die Luftdämpfung hervorgerufene Decrement $\lambda_0 = 0,0007$. Da die Schwingungsdauer durch die Dämpfung beeinflusst wird, mussten die λ erst auf jene Schwingungsdauer, welche der Gulden im ungedämpften Zustande hat, bezogen werden, um Werthe zu erhalten, deren Quadratwurzeln den Intensitäten der Felder proportional sind. Diese Quadratwurzeln, mit der durch die Versuche ermittelten Zahl 151·2 multiplicirt, liefern die Grössen n' der dritten Colonne, die vierte Colonne enthält die Differenzen $n - n'$.

λ	n	n'	$n - n'$
0,4020	93,49	92,84	+ 0,65
0,4010	92,73	92,72	+ 0,01
0,3932	92,26	91,85	+ 0,41
0,3703	88,95	89,18	— 0,23
0,3695	88,76	89,09	— 0,33
0,3691	88,12	89,05	+ 0,07
0,3524	88,39	87,07	+ 1,32
0,2270	69,95	70,38	— 0,43
0,2139	67,98	68,38	— 0,40
0,1768	62,46	62,43	+ 0,03
0,1503	57,04	57,73	— 0,69
0,1415	55,05	56,04	— 0,99
0,1182	51,15	51,30	— 0,15
0,1136	49,98	50,35	— 0,37
0,0574	35,71	35,88	— 0,17
0,0245	24,23	23,50	+ 0,73
0,0241	24,56	23,34	+ 1,22
0,0162	19,59	19,01	+ 0,58

Die drei zuletzt mitgetheilten Resultate sind wahrscheinlich durch die bei so schwachen Strömen nicht unbeträchtliche Einwirkung der remanenten Magnetismen in den Polschuhen erheblich beeinflusst. Im übrigen glaube ich, dass die Abweichungen der Ziffern in der dritten Colonne von denen in der vierten, welche einen halben Scalentheil übersteigen, auf Schwankungen des Nullpunktes der Bussole zurückzuführen sind. Durchgehende Ströme liessen im Elektromagneten immer remanenten Magnetismus zurück, der die Ruhelage der Bussole oft um zwei Theilstriche verschob. Nun wurde zwar die Vorsicht angewendet, bei den aufeinanderfolgenden Messungen immer den Stromsinn zu wechseln und je zwei aufeinander folgende Nullpunkte in einen zusammenzufassen, aber dessen ungeachtet wiesen die so berechneten Ruhelagen noch immer Aenderungen auf. Den stärksten Schwankungen laufen die grössten Abweichungen des Endresultates parallel.

Es dürfte von Interesse sein, die Grenzen zu kennen, innerhalb welcher die Proportionalität von Stromstärke und Kraft des Feldes festgestellt wurde, die betreffenden Daten waren von Herrn Dr. Tumlirz und mir zu anderem Zwecke ermittelt worden. Aus den verschiedenen Ablenkungen, welche eine an Drähten aufgehängte und von gemessenen Strömen durchflossene Spule zuerst im erdmagnetischen Felde und dann in dem des Elektromagneten erfuhr, ergab sich die Stärke des letztgenannten Feldes gleich 47,20 $H.i$. Hier bedeuten H die Horizontalcomponente des Erdmagnetismus, welche zu 0,203 $\left(\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}\right)$ bestimmt wurde, und i ist die jeweilige Stromstärke im Elektromagneten gemessen in Ampère. Ein Strom von 0,0480 Ampère entsprach einem Scalentheile Ausschlag an der Wiedemann'schen Bussole; demnach erzeugte ein Strom von einem Scalentheile ein Feld 0,4599 $\left(\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}\right)$ und schwankten die Felder bei den mitgetheilten Messungen zwischen 42,69 im ersten und 8,742 $\left(\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}\right)$ im letzten Falle. Wenn man den Veränderungen der Schwingungsdauer, welche durch Abänderung der Aufhängung verursacht werden, Rechnung trägt, kann natürlich ein so graduirtes Stück jederzeit verwendet werden, um magnetische Felder zu messen, auch dann, wenn diese Felder von Wechselströmen erzeugt werden sollten.

Sehr starke Felder könnten mit Hilfe von Dämpfungsbeobachtungen direct geaicht werden. Wenn eine in sich geschlossene Spule von kreisförmigem Querschnitte in der Ruhelage mit ihrer horizontal gestellten Achse zu den ebenfalls horizontal verlaufenden Kraftlinien eines homogenen Feldes senkrecht steht, so wird sie bei kleinen Schwingungen um eine Verticalachse in einem gegebenen Zeittheilchen von einem Strome $-i = \frac{FH\omega}{W}$ durchflossen. Hier bedeuten F die Windungsfläche, W den Widerstand und ω die Winkelgeschwindigkeit im betreffenden Zeittheilchen, H ist die Kraft des Feldes. Dieser Inductionsstrom verursacht ein die Bewegung verzögerndes Moment $\frac{H^2F^2\omega}{W}$. Das durch die inducirten Ströme verursachte logarithmische Decrement ist demnach in Brigg'schen Logarithmen

$$\lambda = 0{,}43429 \cdot \frac{\frac{1}{2}\frac{F^2 H^2}{W}}{\sqrt{\left(\frac{K}{\tau}\right)^2 - \frac{1}{\pi^2}\left(\frac{1}{2}\frac{F^2 H^2}{W}\right)^2}};$$

wo K das Trägheitsmoment und τ die Schwingungsdauer bedeuten.

Wenn ein in sich geschlossener Ring aus Kupfer, dessen Querschnitt gegen den Radius klein ist, in einem Felde von 20 $\left(\mathrm{cm}^{-\frac{1}{2}}\,\mathrm{g}^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{sec}^{-1}\right)$ in der oben angegebenen Stellung um einen verticalen Durchmesser als Achse mit 10 Secunden Schwingungsdauer schwingt, so ist sein logarithmisches Decrement um $\lambda = 0{,}02791$ grösser als das Decrement eines gleichen aber an einer Stelle durchgesägten Ringes. Hierbei wurde das Leitungsvermögen des Kupfers zu 54 und seine Dichte zu 8,9 angenommen. Bei Mangel aller übrigen Dämpfung würde das angegebene Decrement einem Dämpfungsverhältnis 1,0664 entsprechen. Dasselbe gilt für eine in sich geschlossene Spule; denn stellt man sich vor, dass der Ring durch einen spiraligen Schnitt bei unveränderter äusserer Form in eine solche Spule verwandelt wird, so blieben Decrement und Dämpfungsverhältnis ungeändert, da das Quadrat der Windungsfläche F^2 und der Widerstand W in dem gleichen Verhältnisse zunehmen.

Wäre die Dämpfung einer geöffneten Spule sehr klein, so liessen sich Veränderungen im Decremente wie die obige sehr genau beobachten und man könnte, wenn Windungsfläche, Trägheitsmoment, Widerstand und Schwingungsdauer der Spule bekannt sind, aus dem Zuwachse des Decrementes beim Schliessen der Spule die Kraft des Feldes in absolutem Maasse berechnen.

Ueber die Herstellung sehr grosser genau bekannter elektrischer Widerstandsverhältnisse und über eine Anordnung von Rheostatenwiderständen[1]).

Von

F. Kohlrausch.

In der Galvanometrie liegt oft die Aufgabe vor, einen Strom in zwei sehr verschiedene Theile zu verzweigen. Insbesondere wird dies z. B. oft bei der Zurückführung der Constante eines empfindlichen Multiplicators auf diejenige eines Normalgalvanometers verlangt, welche von Dorn auch für die absolute Widerstandsbestimmung vorgeschlagen worden ist. Mir lag z. B. die Herstellung eines Zweigverhältnisses von etwa 1 : 1000 vor. Soll nun ein solches Verhältnis selbst auf seinen 10,000[ten] Theil sicher bekannt sein, so bietet die Anwendung eines gewöhnlichen Rheostaten grosse Schwierigkeiten. Es ist insbesondere fast unmöglich, das Verhältnis stets in kurzer Zeit mit der oben geforderten Genauigkeit zu controliren, was doch wegen der entwickelten Stromwärme und sonstiger Ursachen von Temperaturschwankungen gefordert sein kann.

Es gibt nun ein sehr einfaches Mittel, Widerstandsverhältnisse vom Betrag 16 81 256 625 1296 u. s. w., überhaupt vom Betrage n^4, wenn n eine ganze Zahl ist, mit jeder Genauigkeit, welche uns überhaupt für Widerstandsvergleichungen möglich ist, herzustellen und jederzeit durch eine einmalige Vergleichung zweier nahe gleicher Widerstände zu bestimmen. Es seien nämlich gegeben: erstens n gleiche Widerstände w; zweitens n gleiche Widerstände W, und es sei W nahe gleich $n^2 \cdot w$. Schaltet man die w hintereinander, die W nebeneinander, so entstehen nahe gleiche Widerstände, nämlich $n \cdot w$ und W/n, die man nach einer der bekannten Methoden genau vergleichen kann. Man finde hierbei $\frac{W}{n} = nw\,(1 + \delta)$. Schaltet man alsdann die w neben- und die W hintereinander, so hat man jetzt einerseits den Wider-

1) Vom Herrn Verf. mitgetheilt aus den Sitz.-Ber. der Münchener Akad. 5. Febr. 1887.

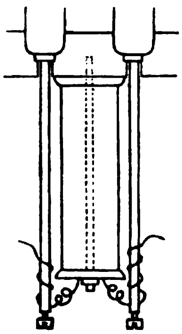
stand w/n, andrerseits $nW = n^3 w\,(1+\delta)$. Das Verhältnis beider zu einander ist $n^4\,(1+\delta)$.

Hierbei wird nicht etwa genaue Gleichheit aller Widerstände einer Gruppe verlangt, sondern die Unterschiede dürfen einige Promille betragen, ohne dass das Resultat für irgend einen noch so exacten Zweck merklich beeinträchtigt würde.

Die erforderliche einzige Vergleichung ist binnen einer Minute auszuführen, wenn sie instrumentell vorbereitet ist.

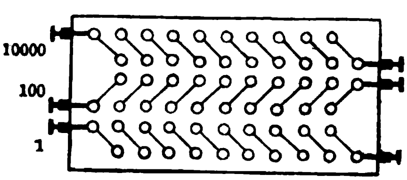
Ausser dieser einfachsten Weise lässt sich die Hinter- und Nebenschaltung von Widerständen natürlich sehr oft verwerthen und ist jedenfalls schon oft angewendet worden. Zum Zwecke der Bequemlichkeit, Vielseitigkeit und Genauigkeit habe ich folgende Anordnung eines Rheostaten getroffen, dessen mechanische Ausführung Herr Siedentopf in Würzburg besorgt hat.

Je zehn Widerstände von je 1 Ohm, 100 Ohm und 10000 Ohm (Drahtstärke 1,2, 0,5 und 0,1 mm) sind in drei Reihen unter einer 2 cm dicken Hartkautschukplatte angebracht. Jeder Widerstand endet in zwei Quecksilbernäpfe, welche in die Platte gut eingepasst sind. Damit das Quecksilber sich nicht über die Ränder zieht, bestehen die Näpfe aus Stahl. Nachdem dieselben unterhalb und etwa bis zu $^2/_3$ Höhe innerhalb dünn verzinnt sind, lassen sich die kupfernen Zuleitungsstifte (4 mm Durchmesser) mit ihren oben verbreiterten Endflächen sicher unterlöthen und schliesslich die Näpfe innen gut amalgamiren und aussen lackiren.



Die Hartkautschukplatte sitzt wie bei dem Siemens'schen Rheostaten als Deckel auf einem Holzkasten.

Die Anordnung der Näpfe auf dem Deckel siehe nachstehend, wobei die schrägen Verbindungslinien die 30 Widerstände andeuten. Die Hinter- oder Nebenschaltung wird durch amalgamirte Kupferbügel von 6 cm Länge und 5,5 mm Durchmesser bewirkt. Ein solcher Bügel hat etwa 0,00005 Ohm Widerstand. Diese Zahl lässt sich hinreichend genau ermitteln, da man eine grosse Zahl von Bügeln (60) hintereinanderschalten kann.



1 : 10

Es ist kaum nöthig zu zeigen, wie man mit diesem Rheostaten sehr verschiedene Widerstandsverhältnisse herstellen kann. Selbst ein

Verhältnis ungefähr $1:10^6$ $\left(\text{nämlich } \left[\frac{1}{10}\right] : \Sigma\, 10000\right)$ lässt sich in wenigen Minuten mit der vollen Genauigkeit controliren, welche überhaupt für Widerstandsvergleichungen möglich ist, d. h. ohne Mühe auf 0,0000000001. (Ueber den Einfluss der Kupferbügel siehe weiter unten.)

Als ein Beispiel will ich die Prüfung des Verhältnisses 1:1000 ausführen, welches als 0,1:100, 1:1000, 10:10000 oder 100:100000 hergestellt werden kann. Ich will 10:10000, d. h. die Hunderter nebeneinander zu einem der Zehntausender nehmen.

Um das wirkliche Verhältnis zu bestimmen, vergleicht man die nebengeschalteten Zehntausender, $\left[\frac{10000}{10}\right]$ genannt, mit den hintergeschalteten Hundertern $\Sigma\,[100]$ und sodann den zur Verwendung kommenden Zehntausender 10000_0 mit den übrigen $10000_1 \ldots 10000_9$.

Die erstere Vergleichung ergebe

$$\left[\frac{10000}{10}\right] = \Sigma\,[100] + \Delta.$$

Dann ist

$$\Sigma\,[10000] = 10000 \cdot \left(1 + \frac{1}{1000}\Delta\right) \times \left[\frac{100}{10}\right].$$

Weiter sei gefunden

$$\begin{aligned} 10000_1 &= 10000_0 + \delta_1 \\ 10000_2 &= 10000_0 + \delta_2 \ldots \\ 10000_9 &= 10000_0 + \delta_9. \end{aligned}$$

Wir setzen

$$\delta_1 + \delta_2 + \ldots + \delta_9 = \Sigma\delta.$$

Dann ist offenbar

$$\Sigma\,[10000] = 10 \cdot 10000_0 + \Sigma\delta$$

oder

$$10000_0 = \frac{1}{10}\left(1 - \frac{1}{100000}\Sigma\delta\right) \times \Sigma\,[10000].$$

Für $\Sigma\,[10000]$ den oben gefundenen Werth gesetzt, erhält man

$$10000_0 = 1000\left(1 + \frac{1}{1000}\Delta - \frac{1}{100000}\Sigma\delta\right) \times \left[\frac{100}{10}\right].$$

Das gesuchte Widerstandsverhältnis ist also

$$10000_0 : \left[\frac{100}{10}\right] = 1000\left(1 + \frac{1}{1000}\Delta - \frac{1}{100000}\Sigma\delta\right).$$

Weiter wurde das Zweigverhältnis 1 : 900 verlangt. Man schaltete neun von den Zehntausendern hintereinander und nun diese Summe mit dem zehnten Zehntausender nebeneinander. Dies repräsentirt 9000 Ohm, welche gegen die nebengeschalteten Hunderter das gewünschte Verhältnis geben. Die Correctionen sind ähnlich wie oben.

Alle erforderlichen Vergleichungen lassen sich mittels eines Interpolationsverfahrens in weniger als 5 Minuten ausführen. Dies ist für feine Messungen von Bedeutung, denn andernfalls lässt die unvermeidliche Temperaturänderung sich nicht genau controliren.

Auch für gewöhnliche Rheostatenzwecke leistet diese Anordnung mehr, als es auf den ersten Blick scheinen wird. Aus 10 gleichen Widerständen lassen sich nämlich innerhalb des Intervalles 1 zu 100 94 verschiedene Widerstände durch geeignete Combination herstellen [1]). Die Hinzunahme der anderen Gruppen in Hinter- oder Nebenschaltung vermehrt die Anzahl der Combinationen natürlich noch sehr vielfach, so dass man die meisten Widerstände genähert zur Verfügung hat. Eine übersichtliche Tabelle für die möglichen Combinationen ist leicht aufzustellen.

Es kann natürlich gar nicht die Rede davon sein, die bequeme Siemens'sche Anordnung für die gewöhnlichen Zwecke zu ersetzen; aber wenn die Genauigkeit sehr weit getrieben werden soll, so wird unsere Anordnung erheblich mehr leisten können.

Vortheile der Anordnung. Die Widerstandsvergleichung verfügt über Mittel, welche denen der Wägung an Genauigkeit min-

---

1) Die Hunderter liefern z. B. unter Weglassung späterer Decimalen

10,0	53,3	112	175	267	375	533
11,1	58,3	114	183	270	383	550
12,5	62,5	117	200	275	400	583
14,3	64,3	120	208	283	417	600
16,7	66,7	125	212	300	420	625
20,0	70,0	133	214	314	425	633
25,0	75,0	145	217	317	433	650
33,3	83,3	150	220	320	450	700
40,0	91,7	153	225	325	467	733
41,7	100,0	158	233	333	475	750
45,0	103,3	164	250	350	483	800
47,6	108,3	167	253	358	500	850
50,0	111,1	170	258	367	520	900
				370	525	1000.

Die Einer geben alle Hundertel hiervon, die Zehntausender die hundertfachen Beträge.

destens ebenbürtig sind; Rheostaten lassen sich auch mit derselben Genauigkeit abgleichen wie Gewichtssätze. Trotzdem ist man praktisch selten in der Lage, mittels des Rheostaten eine auf $\frac{1}{10000}$ verbürgte Widerstandsbestimmung ausführen zu können. Die Ursachen davon liegen bekanntlich in folgenden Umständen.

1. Die Temperatur der Drahtrollen folgt der Lufttemperatur nur langsam. Selbst mit Anwendung eines Thermometers im Kasten ist man bei unseren wechselnden Verhältnissen der Zimmertemperatur oft um 1° oder mehr unsicher. 2. Dieser Nachtheil wird bedeutend erschwert dadurch, dass Rollen verschiedener Dicke und sonstiger Beschaffenheit eine ungleiche Temperaturverzögerung erleiden. 3. Die Ströme erwärmen die Rollen. Gegen die Anwendung sehr dicker Drähte sprechen die Hindernisse 1 und 2. 4. Die kleinen und die grossen Widerstände werden nicht aus derselben Drahtsorte hergestellt und zeigen factisch oft Unterschiede der Temperaturcoefficienten von 0,0001. Hieraus entspringen, wenn man die Unterschiede nicht beachtet, leicht relative Fehler bis zu $\frac{1}{1000}$. 5. Der Widerstand der Rollen ändert sich mit der Zeit und jedenfalls bei verschiedenen Drahtsorten und Wicklungen ungleich stark. 6. Die Stöpselschaltung, die vorzüglich ist, wenn eine Genauigkeit auf 0,001 Ohm genügt, muss sehr sorgfältig behandelt werden, wenn man 0,0001 Ohm anstrebt. Schon die grosse Temperaturausdehnung des Hartkautschuks, welche die Form der Löcher verändert, bedingt eine Fehlerquelle. 7. Hierzu kommen bei den älteren Anordnungen noch die unter Umständen beträchtlichen Fehler der Zuleitung durch gemeinsame Stifte, auf welche Dorn aufmerksam gemacht hat.

Die oben beschriebene Anordnung bietet offenbar folgende Vorzüge: Es gibt vor allem nur drei Gruppen verschiedener Rollen. In jeder Gruppe sind alle Rollen gleich beschaffen und dürfen bezüglich Temperaturverzögerung und Temperaturcoefficient als gleich betrachtet werden. Indem ferner für kleine Widerstände die Nebenschaltung verwendet wird, hat man den Vortheil einer grösseren Masse und trotzdem einer relativ grossen Oberfläche. Die Temperatur folgt der Umgebung rascher als bei Anwendung einzelner dicker Rollen, die Stromwärme ist vermindert [1]).

1) Z. B. ist das aus den Einern nebeneinander hergestellte Zehntel äquivalent einem solchen aus Draht von 10 qmm Querschnitt, den man als Ganzes überhaupt kaum verwenden könnte. Will man einen Einer von grossem Querschnitt haben, so kann man 9 Einer zu 3 Gruppen von je 3 verbinden. — Der aus den 10 Hundertern gebildete Zehner verträgt einen Strom von 0,2 Ampère eine Viertelstunde lang, ohne sich um mehr als $\frac{1}{10000}$ zu ändern.

Dann aber kann man leichter als bei dem gewöhnlichen Rheostaten die Vergleichung der Widerstände untereinander ausführen. Ja, wenn der Rheostat einmal calibrirt worden ist, so genügt, um die temporären Störungen durch den Temperaturwechsel zu eliminiren, eine gegenseitige Vergleichung der 3 Gruppen, welche auf nur zwei Untersuchungen gleicher Widerstände zurückkommt, um alles vergleichbar zu machen.

Als letzter Vortheil der Anordnung bietet sich noch die Verwendbarkeit aller Widerstände einzeln oder in beliebiger gegenseitiger Verbindung dar. Die modernen galvanischen Messungsmethoden benutzen sehr oft Verzweigungen. Die Aufgabe z. B., eine Säule durch einen grossen Widerstand zu schliessen und an einen genau bekannten Theil der Schliessung eine Abzweigung anzulegen, die selbst wieder einen bekannten Widerstand enthält, lässt sich mit einem gewöhnlichen Rheostaten nicht erfüllen [1]), während bei unserer Anordnung eine ganz beliebige Combination möglich ist.

Auch Stöpsel kann man leicht ebenso anordnen; doch ist der Widerstand der Ueberleitung etwas grösser und unsicherer. Ich fand bei einem Siemens'schen Rheostaten den Widerstand eines Stöpsels etwa $= \frac{1}{6000}$, während derjenige eines amalgamirten Kupferbügels nur $\frac{1}{20000}$ Ohm betrug.

Formeln für Widerstände im Nebenschluss mit Rücksicht auf die Verbindungswiderstände.

Wenn auch die Bügelwiderstände sehr klein sind, so können sie bei der Verbindung kleiner Stücke doch merklich werden. Bei Hinterschaltung ist hierüber nichts zu bemerken, für Nebenschaltung will ich noch eine Formel geben, welche diesem Umstande Rechnung trägt.

Es mögen k gleiche Widerstände w im Nebenschluss verbunden sein. Jedes Verbindungsstück zwischen benachbarten Endpunkten habe den Widerstand γ, welcher gegen w klein sein soll. Die Zuleitung des Stromes geschehe am m^{ten} Widerstande von dem einen Ende des Systems gezählt, am m'^{ten} von dem anderen Ende gezählt.

Ebenso geschehe die Ableitung am n^{ten} bez. dem n'^{ten} Widerstande. Es ist also

$$m + m' = n + n' = k + 1.$$

1) Ich möchte in dieser Hinsicht eine kleine Aenderung der gebräuchlichen Anordnung vorschlagen, nämlich zwischen die einzelnen Decaden (Zehntel und Einer, Einer und Hunderter u. s. w.) je eine Unterbrechung mit Stöpselloch einzuschieben und den anstossenden Klötzen besondere Klemmverbindungen zu geben. Die Rheostaten werden hierdurch viel ausgiebiger verwendbar.

Heisst allgemein das Potential an der Eintrittsstelle in einem der Zweigwiderstände V, an der Austrittsstelle P, so ist die Stromstärke in diesem Zweige $= (V - P)/w$. Die ganze Stromstärke sei $= J$, so ist offenbar

$$J = \frac{1}{w}(\Sigma V - \Sigma P).$$

Nun bezeichne V_1 das Potential an der Eintrittsstelle des Hauptstromes in das System, P_1 dasjenige an der Austrittsstelle. Unter der Annahme, dass die Ueberleitungswiderstände γ als Correctionsgrössen behandelt werden können, werden die übrigen Potentiale an den Enden der nebengeschalteten Widerstände w leicht folgendermaassen gefunden. Setzt man zur Abkürzung

$$i = \frac{J}{k},$$

so fliesst von der Eintrittsstelle V_1 aus nach derjenigen Seite, auf welcher noch $m - 1$ Widerstände liegen, durch den nächsten Verbindungswiderstand γ ein Strom nahe gleich $(m - 1)i$. Das Potential an der nächsten Eintrittsstelle in einen Widerstand w ist also $V_2 = V_1 - (m - 1)i\gamma$. Von dort geht durch den zweiten Widerstand γ ein Strom nahe gleich $(m - 2)i$. Das Potential an der zweitnächsten Eintrittsstelle in einen Zweigwiderstand ist also

$$V_3 = V_2 - (m - 2)i\gamma = V_1 - [(m - 1) + (m - 2)]i\gamma$$

und so weiter bis zur letzten Stelle V_m. Man hat also

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_1 \\
V_2 &= V_1 - (m - 1)i\gamma \\
V_3 &= V_1 - [(m - 1) + (m - 2)]i\gamma \\
&\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot\quad\cdot \\
V_{m-1} &= V_1 - [(m - 1) + (m - 2) + \ldots + 2]i\gamma \\
V_m &= V_1 - [(m - 1) + (m - 2) + \ldots + 2 + 1]i\gamma.
\end{aligned}$$

Die Summe ist also

$$\begin{aligned}
V_1 + V_2 + \ldots + V_m &= mV_1 - [(m - 1)^2 + (m - 2)^2 + \ldots + 2^2 + 1^2]i\gamma = \\
&= mV_1 - \frac{m(m - 1)(2m - 1)}{6}i\gamma.
\end{aligned}$$

Ebenso erhält man nach der anderen Seite der Eintrittsstelle V_1 bis zum Potential $V_{m'}$

$$V_1 + V_{2'} + \ldots + V_{m'} = m'V_1 - \frac{m'(m' - 1)(2m' - 1)}{6}i\gamma.$$

Die ganze Summe der Potentiale V wird, da

$$m + m' - 1 = k,$$

$$\Sigma V = k V_1 - \frac{m(m-1)(2m-1) + m'(m'-1)(2m'-1)}{6} i\gamma.$$

Gerade so erhält man auf der Austrittsseite des Stromes

$$\Sigma P = k P_1 - \frac{n(n-1)(2n-1) + n'(n'-1)(2n'-1)}{6} i\gamma.$$

Die Stromstärke J wird hiernach erhalten

$$J = \frac{1}{w}(\Sigma V - \Sigma P) = \frac{k}{w}(V_1 - P_1) -$$

$$- \frac{m(m-1)(2m-1) + \ldots + n(n-1)(2n-1) + \ldots}{6w} i\gamma.$$

Ersetzt man hierin i wieder durch J/k, so wird

$$J\left(\frac{w}{k} + \frac{\gamma}{6k^2}\begin{bmatrix} m(m-1)(2m-1) + m'(m'-1)(2m'-1) \\ + n(n-1)(2n-1) + n'(n'-1)(2n'-1) \end{bmatrix}\right) =$$

$$= V_1 - P_1.$$

Bezeichnet man den Gesammtwiderstand des Systems mit W, so bedeutet dies die Beziehung

$$JW = V_1 - P_1.$$

Daher ist der Factor von J in obiger Gleichung $= W$, also

$$W = \frac{w}{k} + \frac{\gamma}{6k^2}\begin{bmatrix} m(m-1)(2m-1) + m'(m'-1)(2m'-1) \\ + n(n-1)(2n-1) + n'(n'-1)(2n'-1) \end{bmatrix}.$$

Oder auch, weil $m + m' = n + n' = k + 1$ ist,

$$W = \frac{w}{k} + \gamma \frac{(k+1)(2k - 3m - 3n + 1) + 3(m^2 + n^2)}{3k}.$$

Da w/k den Widerstand des Ganzen ohne Rücksicht auf die Ueberleitungswiderstände bedeutet, so gibt das zweite Glied die von den letzteren herrührende Zunahme des Gesammtwiderstandes an.

In dem speciellen Falle, dass die Stromzuleitung und Ableitung in die äussersten Verzweigungsstellen erfolgt, und zwar gleichgiltig, ob an demselben oder an entgegengesetzten Enden, ist $m = n = k$, $m' = n' = 1$ und man hat

$$W = \frac{w}{k} + \gamma \frac{(k-1)(2k-1)}{3k}.$$

Wird in der Mitte zu- und abgeleitet, so ist $m = m' = n = n' = \frac{1}{2}(k+1)$ und es wird

$$W = \frac{w}{k} + \gamma \frac{k^2 - 1}{6k}.$$

Für eine grosse Anzahl k von nebengeschalteten Widerständen ist das Correctionsglied also bei Zuleitung in der Mitte 4mal kleiner als bei Zuleitung an den Enden.

Bei unserem Rheostaten wird, wenn man alle Widerstände nebeneinander verbindet, die Correction in ihrem grösstmöglichen Betrage = 0,00028 Ohm, kommt also bei den Einern allerdings noch in Betracht.

Ueber den Werth von „$\varkappa$" für ein vollkommenes Gas[1].

Von

Ch. V. Burton.

Das Verhältnis $\varkappa$ zwischen den beiden Elasticitäten oder den beiden specifischen Wärmen ist, für Gase, schon durch verschiedene experimentelle Methoden ermittelt worden; einige von diesen basiren auf der Voraussetzung, dass das in Rede stehende Gas nahezu als ein vollkommenes angesehen werden kann.

Zweck der folgenden Untersuchung ist, zu zeigen, dass $\varkappa$ für alle vollkommenen Gase denselben Werth ($^5/_3$) hat und dass dasselbe für diese hypothetische Klasse von Körpern rein theoretisch abgeleitet werden kann.

Betrachten wir eine bestimmte Menge eines vollkommenen Gases, dessen Volumen v, dessen Druck p und dessen moleculare kinetische Energie W sein soll. Die isothermische Elasticität des Gases unter diesen Umständen ist

$$E_t = p.$$

Um nun die isentropische Elasticität zu finden, denken wir uns das Gas adiabatisch comprimirt, bis sein Volumen um dv verringert ist, so dass dasselbe nach der Compression noch $v_1 = v - dv$ beträgt. Der Druck steigt gleichzeitig auf $p_1 = p + dp$.

Bezeichnen wir die bei der Compression geleistete Arbeit mit dW, die kinetische Energie nach der Compression mit W_1, so ergibt sich für ein vollkommenes Gas

$$W_1 = W + dW = W + p dv.$$

Nach einer bekannten Relation hat man weiter

$$p v = \frac{2}{3} W; \quad p_1 v_1 = \frac{2}{3} W_1 = \frac{2}{3}\left(W + p dv\right)$$

woraus sich ergibt

1) Aus Phil. Mag. (5) XXIV p. 168 (1887).

$$p_1 = \frac{\frac{2}{3}\left(W + p\,dv\right)}{v_1} = \frac{pv + \frac{2}{3}\,p\,dv}{v - dv} = p\left(1 + \frac{2}{3}\,\frac{dv}{v}\right)\left(1 + \frac{dv}{v}\right) =$$
$$= p\left(1 + \frac{5}{3}\,\frac{dv}{v}\right)$$

und weiter

$$dp = p_1 - p = \frac{5}{3}\,p\,\frac{dv}{v}.$$

Man hat somit die isentropische Elasticität E_φ

$$E_\varphi = v\,\frac{dp}{dv} = \frac{5}{3}\,p$$

oder

$$E_\varphi = \frac{5}{3}\,E_t$$

so dass

$$\varkappa = \frac{5}{3}$$

für alle vollkommenen Gase resultirt.

Register.

Die Zahlenangaben bedeuten Seitenzahlen.

Bezugsquellen.

Bezeichnung der Firma:	Fabrikat und Angabe der Specialität:
Warmbrunn, Quilitz & Co., Berlin C., Rosenthalerstrasse 40. (1/12)	Physikal. und chemische Apparate u. Instrumente für Laboratorien u. Vorlesungen.
Schuckert, S., Nürnberg. (13/12)	Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen für elektrisches Licht, Arbeitsübertragung, Elektrolyse und Lehrzwecke.

Die ständige Einschaltung erfolgt gegen Berechnung von 5 Mark pro Zeile und Jahr.

S. SCHUCKERT, Nürnberg,

Fabrik dynamo-elektrischer Maschinen
für Hand- und Maschinenbetrieb, anerkannt vortheilhafte
Construction für Lehrzwecke.

Prospecte und Preisliste stehen zu Diensten. (12|12)

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Taschenbuch für Monteure elektrischer Beleuchtungsanlagen

von Ingenieur S. Freiherr v. Gaisberg.

Zweite umgearbeitete und erweiterte Auflage.

klein 8. VIII und 128 Seiten. Preis gebunden 2 M. 40 Pf.

Verlag von R. Oldenbourg in München und Leipzig.

Soeben erschien:

der fünfte Jahrgang 1888

des

Kalender für Elektrotechniker.

Herausgegeben von

F. Uppenborn.

In Brieftaschenform in Leder elegant geb. Preis 4 M., dazu Beilage brosch. 60 Pf

Der neue Jahrgang hat abermals viele Erweiterungen erfahren, sowohl in der Physik (Magnetismus, Photometrie), als in der Elektrotechnik (Messmethode). Mehrere Tabellen sind neu berechnet und an passenden Orten Zusätze gemacht worden. In Anbetracht des stets wachsenden Materials erschien es nothwendig, diesmal einen Theil desselben abzucheiden und in einer Beilage unterzubringen.

Nachstehende Inhaltsübersicht wird die jetzige Vertheilung des umfangreichen Materials auf Taschenbuch und Beilage veranschaulichen.

(Inhaltsverzeichnis des Taschenbuches nächste Seite.)

Inhaltsverzeichniss des Taschenbuches.

Inhaltsverzeichniss der Beilage.

This book should be returned to the Library on or before the last date stamped below.

A fine of five cents a day is incurred by retaining it beyond the specified time.

Please return promptly.

DUE AUG 15 1916